

Département de Génie industriel

# Rapport du projet de fin d'année 2

Développement d'une heuristique  
pour la planification des tournées  
périodiques.

**Elaboré par :**

Haithem Ben Drissi

Houssem Zidani

**Membres du jury :**

Mme. Sondes Hammami

M. Fehmi H'Mida

M. Moncef Jraidi

M. Mohamed Najeh Lakhoua

**Encadré par :**

Mme. Sondes Hammami

Mme. Haifa Nouira

## **Remerciement**

**Tout d'abord au terme de ce travail nous tenons à remercier :**

**DIEU, de nous avoir donné le courage, la force et la volonté pour achever ce modeste travail.**

**Notre encadrante Madame Sondes Hammami pour son encadrement, sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter notre réflexion.**

**Notre encadrante Haifa Noura qui a toujours été là pour nous. Sa gentillesse, sa générosité ont été d'une grande aide. Nous la remercions de nous avoir encadré, orienté et conseillé.**

**Enfin nous tenons à remercier également tous les membres du jury qui ont accepté d'évaluer notre travail.**

# Sommaire

Introduction générale.....	1
1 Présentation du projet.....	3
1.1 Dialyse conventionnelle vs Dialyse à domicile .....	3
1.2 L'association AURA .....	4
1.3 Définition du problème.....	4
1.4 Démarche suivie .....	5
Conclusion.....	5
2 Revue de littérature .....	6
2.1 Les problèmes de transport.....	6
2.1.1 Le problème du voyageur de commerce (TSP).....	6
2.1.2 Le problème de tournées de véhicules (VRP).....	6
2.1.3 Problème de tournées de véhicules périodique (PVRP).....	8
2.1.4 Méthodes de résolution des problèmes de transport .....	8
2.1.4.1 Approche exacte.....	8
2.1.4.2 Les heuristiques .....	9
2.2 Les méthodes de clustering.....	9
2.2.1 Techniques de clustering .....	9
2.2.1.1 Algorithme de Clustering hiérarchique .....	9
2.2.1.2 Algorithme de Clustering K-Means .....	11
2.2.2 Détermination de nombre de clusters optimal.....	12
2.2.2.1 La méthode Elbow .....	12
2.2.2.2 La méthode Silhouette .....	14
Conclusion.....	15
3 Heuristique proposée et Analyse des résultats .....	16
3.1 Méthode proposée.....	16
3.2 Implémentation de l'heuristique .....	17

3.2.1	Algorithme initial de K-Means .....	17
3.2.2	Ajustement pour respecter la contrainte de la capacité .....	18
3.2.3	Planification des tournées.....	19
3.3	Analyse des résultats .....	21
3.3.1	Analyse du résultat de Clustering.....	21
3.3.2	Analyse du résultat des tournées .....	22
3.3.3	Application de l'heuristique sur 200 patients.....	26
	Conclusion.....	32
	Conclusion générale .....	33
	Annexe 1 .....	I
	Annexe 2 .....	II
	Références .....	

## Liste des figures

Figure 1 : Les variantes de VRP [9] .....	7
Figure 2 : Dendogramme [15] .....	10
Figure 3 : K-Means Clustering [16] .....	11
Figure 4 : Courbe WCSS [18] .....	13
Figure 5 : Imprécision de la méthode Elbow [18] .....	13
Figure 6 : Courbe du score Silhouette [19] .....	15
Figure 7 : Les étapes principales de la méthode .....	16
Figure 8 : Clustering initial des 12 patients .....	17
Figure 9 : Clusters ajustés .....	19
Figure 10 : Programme des visites .....	20
Figure 11 : Matrice des distances .....	23
Figure 12 : Calendrier de méthode exacte .....	24
Figure 13 : Calendrier de l'heuristique .....	24
Figure 14 : Itinéraire proposés par la méthode exacte (lundi) .....	25
Figure 15 : Itinéraire proposés par l'heuristique (lundi) .....	25
Figure 16 : Itinéraire proposés par la méthode exacte (samedi) .....	25
Figure 17 : Itinéraire proposés par l'heuristique (samedi) .....	26
Figure 18 : Regroupement final de 200 patients .....	27
Figure 19 : Taux d'occupation des véhicules .....	28
Figure 20 : Capacité maximale VS utilisée .....	28
Figure 21 : Calendrier de livraison des 200 patients .....	31
Figure 22 : Itinéraires proposés pour lundi .....	31

## Listes des tables

Table 1 : Clusters initiaux .....	21
Table 2 : Clusters ajustés .....	22
Table 3 : Taux d'occupation des clusters .....	22

# Introduction générale

---

Au cours des dernières décennies, le nombre de patients nécessitant un traitement de l'insuffisance rénale au stade terminal continue d'augmenter à l'international pour atteindre 2,050 millions en 2010, avec des prédictions récentes qui affirment que ce nombre sera plus du double en 2030. Parmi les techniques de traitement de l'insuffisance rénale l'hémodialyse. Elle consiste à filtrer le sang à l'extérieur du corps du patient. L'hémodialyse peut être pratiquée soit chez le patient « hémodialyse à domicile » soit dans les centres d'hémodialyse « hémodialyse conventionnelle ».

L'hémodialyse conventionnelle perturbe la vie des patients par sa fréquence et le temps nécessaire au traitement (3 fois par semaine à raison de 4 heures chaque séance). Contrairement à la dialyse conventionnelle, la dialyse à domicile (6 fois par semaine à raison de 2 heures chaque séance) offre une flexibilité de traitement pour les patients et une meilleure qualité de vie. En outre, l'hémodialyse à domicile est meilleure que la conventionnelle en termes de régulation de la pression artérielle [1].

En France les patients effectuant la dialyse à domicile sont gérés par un "Home Healthcare" (HHC Company) qui assure les services logistiques nécessaires. Cette entreprise est responsable de l'acquisition et l'installation du générateur chez le patient à son domicile et de la livraison des consommables aux patients. Traditionnellement, le patient est approvisionné une fois par mois. Ceci nécessite incontestablement un espace de stockage considérable. Selon Rein Echos [2], l'une des barrières qui empêchent de nombreux patients d'accéder à la dialyse à domicile est le manque d'espace pour stocker les consommables.

Nouira et al [3] proposent un modèle mathématique linéaire à variables mixtes permettant de déterminer la fréquence optimale d'approvisionnement des consommables pour chaque patient. L'objectif est de satisfaire à la fois l'entreprise en réduisant la distance parcourue par période et le patient en réduisant le coût de stockage chez le patient. Toutefois, ce modèle permet de résoudre des problèmes de petite taille. Ainsi, des heuristiques sont nécessaires pour résoudre des problèmes de grande taille.

Dans le cadre de notre projet de fin d'année II, nous allons proposer une heuristique permettant de traiter le problème d'approvisionnement des patients en consommables. Ce travail sera traité en

quatre chapitres. Le premier sera consacré au positionnement du problème, à la présentation de l'organisme AURA assurant la livraison des consommables et la démarche adaptée pour résoudre le problème. Une revue de littérature sur les problèmes de transport et les méthodes de résolution adoptées fera l'objet du deuxième chapitre. Dans le troisième chapitre nous présentons notre approche en se basant sur un algorithme de regroupement et l'analyse des résultats obtenus.

# 1 Présentation du projet

---

Les reins assurent une fonction vitale pour l'organisme à savoir, l'élimination par les urines des déchets présents dans la circulation sanguine. En cas d'insuffisance rénale terminale, les reins ne peuvent plus assurer cette fonction, et il est nécessaire de recourir à la dialyse.

Dans ce chapitre nous présentons les modes de dialyse, le positionnement du problème à résoudre et finalement nous présentons la démarche suivie.

## 1.1 Dialyse conventionnelle vs Dialyse à domicile

Dans cette partie nous allons comparer la Dialyse conventionnelle à celle à domicile de points de vue qualité de vie, coût et survie des patients traités.

- **Qualité de vie :** Il est possible de réaliser ses séances d'hémodialyse chez soi. Cette option permet une plus grande autonomie que la dialyse en établissement, une souplesse dans le choix des horaires et des jours d'hémodialyse. Elle évite la perte de temps et la fatigue liée aux déplacements vers les établissements et peut permettre de mieux préserver les activités professionnelles et la vie sociale. En effet, les patients peuvent choisir d'adapter la durée et la fréquence des séances pour améliorer la qualité de leur traitement (hémodialyse quotidienne, ou longue nocturne, etc.) pour diminuer les symptômes et la fatigue et alléger les contraintes diététiques. Nous notons également que malgré l'absence de professionnel de santé durant les séances au contraire de la dialyse conventionnelle, la dialyse à domicile n'est pas synonyme d'isolement ou d'abandon. L'équipe soignante reste joignable 24 heures sur 24, des procédures sont prévues en cas d'urgence ou de complication, y compris le repli temporaire en établissement. Les nouvelles technologies et notamment la télésurveillance permettent de renforcer ce lien. Le suivi est organisé, de même que la logistique de livraison des consommables et matériels.
- **Survie des patients :** selon Ishani et al. [4] et Yang et al. [5], l'hémodialyse nocturne à domicile présente des avantages par rapport à l'hémodialyse conventionnelle et ce en diminuant le taux de mortalité accidentelle.
- **Coût :** Sur le plan financier, Le coût annuel moyen de la HDD était estimé en France pour 2005 à 49 911 € pour une prise en charge en HDD contre 81 449 € pour une prise en charge en centre ambulatoire selon Nathalie RAYN [6].



## **1.2 L'association AURA**

L'Association pour l'Utilisation du Rein Artificiel dans la région parisienne (AURA Paris) a pour but de créer et d'assurer le fonctionnement de centres de traitement de l'insuffisance rénale chronique. Elle gère une quinzaine de structures de soins, orientées essentiellement vers le traitement par dialyse. Ces structures offrent aux patients une gamme complète de services de soins adaptés à leur état, quel que soit le stade d'évolution de leur pathologie.

Concernant l'hémodialyse à domicile, l'association livre environ 300 patients sur la région parisienne afin de réduire son coût de transport, l'association approvisionne chaque patient une fois par mois. Cette fréquence de livraison demande un espace de stockage important. Un tel espace n'est pas toujours disponible chez tous les patients, ce qui engendre une perte de clientèles.

Notre intérêt porte sur la satisfaction de tous les patients en adoptant un calendrier de livraison plus flexible et de trouver un compromis entre le coût des livraisons et la fréquence des visites.

## **1.3 Définition du problème**

L'association a pour objectif d'améliorer la façon de livraison des unités et des consommables permettant de réaliser l'hémodialyse chez soi tout en optimisant les coûts.

Traditionnellement, le patient est approvisionné une fois par mois. Ceci nécessite incontestablement un espace de stockage considérable. Selon Rein Echos [2], l'une des barrières qui empêchent de nombreux patients d'accéder à la dialyse à domicile est le manque d'espace suffisant pour contenir les boîtes de produits nécessaires pour les séances de dialyse à domicile.

Prenons en compte les conditions susmentionnées avec l'objectif de l'association AURA d'optimiser les coûts des opérations. Il faut dire que réduire le coût du transport peut faire perdre des clients à AURA donc un gain perdu. Le problème est de trouver un compromis entre l'augmentation de nombre des clients qui nécessite une augmentation des fréquences de visites et le coût de transport qui exige que la fréquence de visite soit faible.

Nous sommes donc amenés à résoudre un problème de tournées de véhicules périodiques (PVRP pour Periodic Vehicle Routing Problem en anglais).

## 1.4 Démarche suivie

Pour résoudre un problème de grande taille, nous allons proposer une heuristique pour trouver une tournée périodique permettant à la fois de diminuer le coût de livraison, tout en respectant la contrainte liée à la capacité de stockage.

Pour ce faire, nous proposons une approche séquentielle qui consiste à :

**Regrouper les patients selon leurs positionnements géographiques.**



**Déterminer la tournée périodique pour chaque groupe de patients.**

Le regroupement doit faire apparaître des clusters. Chaque cluster est affecté à un véhicule de capacité limitée. L'idée est de regrouper dans un même cluster les patients proches géographiquement tout en respectant la capacité limitée du véhicule, autrement dit la somme de leurs demandes ne doit pas dépasser la capacité du véhicule.

Après regroupement, chaque cluster fera l'objet d'une tournée de véhicule.

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons positionné notre problème en comparant tout d'abord la dialyse conventionnelle à la dialyse à domicile. Le problème a été posé par l'association pour l'Utilisation du Rein Artificiel "AURA" située dans la région parisienne.

En définissant le problème et ses contraintes de résolution, il s'est avéré qu'il s'agit bel est bien d'un problème de tournées de véhicules périodique.

Le chapitre suivant sera consacré pour la revue de littérature.

## 2 Revue de littérature

---

La première raison pour entreprendre une revue de littérature est d'accélérer notre démarche et de ne pas réinventer la roue. Il est très rare de pouvoir explorer une question totalement nouvelle et le minimum de rigueur exige d'un chercheur qu'il connaisse les textes fondateurs du domaine de sa recherche.

Etant donné que nous traitons un problème de clustering et de tournée de véhicules périodique (PVRP), nous présentons dans ce chapitre toutes les notions et les concepts clés liés aux problèmes de transport, les approches utilisées pour les résoudre et finalement la notion de regroupement ou clustering.

### 2.1 Les problèmes de transport

Les problèmes de transport, appelés aussi problèmes de routage, modélisent des problèmes réels liés au transport de marchandises ou de personnes. Le problème de routage de véhicules (Vehicle Routing Problem VRP) est une généralisation du problème du voyageur du commerce (TSP).

#### 2.1.1 Le problème du voyageur de commerce (TSP)

Le problème du voyageur de commerce (Traveling Salesman Problem, TSP) est un problème d'optimisation qui, étant donné une liste de villes, des distances entre toutes les paires de villes, détermine un plus court chemin qui visite chaque ville une et une seule fois, en utilisant un seul véhicule qui termine dans la ville de départ.

Malgré la simplicité de son énoncé, il s'agit d'un problème d'optimisation pour lequel on ne connaît pas d'algorithme optimal polynomial. C'est un problème NP-Complet [7], qui a généré beaucoup de recherches et qui est souvent utilisé comme introduction à l'algorithmique ou à la théorie de la complexité.

#### 2.1.2 Le problème de tournées de véhicules (VRP)

Le problème de tournées de véhicules (aussi appelé VRP pour Vehicle Routing Problem) consiste à déterminer les tournées d'une flotte de véhicules afin de livrer une liste de clients, ou de réaliser des tournées d'interventions (maintenance, réparation, contrôles) ou de visites (visites médicales, commerciales, etc.).

Le but est généralement de minimiser le coût de livraison des biens. Ce problème est une extension classique du problème du voyageur de commerce (TSP), et fait partie de la classe des problèmes NP-complet.

Les variantes du VRP les plus mentionnées dans la littérature [9] sont :

- Tournée des véhicules avec capacité (Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)) : Les véhicules ont une capacité d'emport limitée.
- Tournée avec Flotte hétérogène (Heterogeneous or mixed Fleet VRP (HFVRP)) : la flotte se compose de différents véhicules ou types de véhicules, chacun ayant une capacité et des coûts spécifiques.
- Tournées de véhicules avec fenêtre de temps (VRP with Time Windows (VRPTW)) : Pour chaque client on impose une fenêtre de temps dans laquelle la livraison doit être effectuée.
- Tournée de véhicules avec collecte et livraison (VRP with Backhauls (VRPB)) : Un certain nombre de marchandises doivent être déplacées de sites de collecte vers des sites de livraisons.
- Tournée de véhicules périodique (Periodic VRP (PVRP)) : les itinéraires de livraison sont construits pour une certaine période de temps.

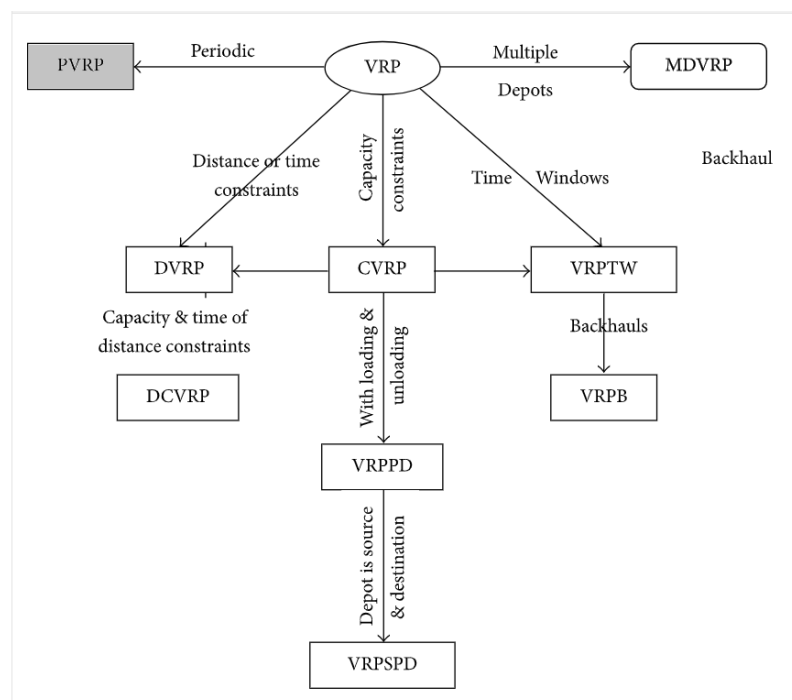


Figure 1 : Les variantes de VRP [9]

Dans ce qui suit nous nous intéressons au PVRP.

### **2.1.3 Problème de tournées de véhicules périodique (PVRP)**

Dans les problèmes de tournées de véhicules périodiques (Periodic Vehicle Routing Problem, PVRP), les clients nécessitent des visites répétées pendant l'horizon de planification. Une flotte de véhicules capacitaires effectue des trajets qui commencent et se terminent dans un seul dépôt. Les clients sont visités selon une fréquence qui peut être choisie comme un paramètre prédéfini [10], ou comme étant une variable de décision.

Nouira et al. [3] ont choisi de considérer la fréquence comme étant une variable de décision. En effet, un modèle mathématique linéaire à variables mixtes a été présenté permettant de déterminer à la fois la fréquence optimale d'approvisionnement des consommables pour chaque patient et les tournées optimales.

### **2.1.4 Méthodes de résolution des problèmes de transport**

Comme les autres problèmes d'optimisation combinatoire, le problème de routage de véhicules périodique a été étudié et résolu par des méthodes exactes, des heuristiques spécifiques ainsi que par des métaheuristiques. Ces trois familles correspondent à la classification générale des méthodes de résolution.

Nous nous intéressons dans ce projet seulement aux méthodes exactes et aux heuristiques.

#### **2.1.4.1 Approche exacte**

Les méthodes exactes, appelées aussi des approches de programmation mathématiques impliquent l'utilisation de techniques telles que la programmation linéaire, programmation en nombres entiers. Ces méthodes permettent de trouver la solution optimale d'un problème d'optimisation en explorant exhaustivement l'ensemble des solutions faisables [11].

L'exploration énumérative (toutes les solutions sont évaluées une à une) est la technique la plus basique mais elle reste inappropriée aux problèmes combinatoires. En effet, des méthodes exactes comme l'algorithme de Séparation & Évaluation (Branch & Bound) explorent l'ensemble des solutions possibles et éliminent des sous-ensembles de mauvaises solutions à l'aide de techniques d'élagage. L'avantage d'une telle approche est que les solutions éliminées ne sont pas évaluées « à la main » mais de façon globale.

Nouira et al., [3] a modélisé le problème de livraison périodique des patients à capacité finie par un programme linéaire à variables entières. Comme nous l'avons mentionné ci-dessous, le modèle permet de déterminer à la fois la fréquence des visites de chaque patients et les tournées.

Les auteurs ont implémenté le modèle sous sur un ordinateur personnel 2.4-GHz dual core Toshiba Satellite avec la version Cplex 12.6.

#### **2.1.4.2 Les heuristiques**

Les heuristiques de résolution du problème du voyageur du commerce (TSP), introduit dans « **Le problème du voyageur de commerce (TSP)** », sont essentiellement classées en deux catégories : les procédures de construction de tours et les procédures d'amélioration de tours.

Dans la première classe, une solution est construite progressivement en ajoutant un sommet (ville) à chaque étape.

Dans la deuxième classe plusieurs opérateurs d'échange de sommets sont appliqués à une solution en vue de l'améliorer.

Le problème de tournée de véhicules étant une extension du TSP, les deux approches [12] de construction et d'amélioration trouvent naturellement leur place dans les heuristiques qui lui sont dédiées. Une troisième classe de méthodes dites « à deux phases » vient s'ajouter à ces deux classes et reflète la décomposition du VRP en deux sous-problèmes : l'affectation des clients aux véhicules et l'optimisation des tournées de ces derniers.

Enfin, une dernière approche proposée par fisher et jaikumar [13], est qualifiée de « cluster first route-second » consiste tout d'abord à créer des groupes de clients puis à faire le choix des séquences sous forme d'une résolution du TSP.

## **2.2 Les méthodes de clustering**

L'importance du clustering dans les sciences se reflète dans la grande variété des domaines dans laquelle ce dernier fait l'objet des recherches. Le clustering est très utile également dans les sciences humaines : psychologie, sociologie, histoire, etc...

Dans ce qui suit, nous présentons tout d'abord les techniques de clustering les plus connues. Ensuite, nous énumérons quelques méthodes permettant de déterminer le nombre de cluster optima.

### **2.2.1 Techniques de clustering**

#### **2.2.1.1 Algorithme de Clustering hiérarchique**

Il s'agit d'un algorithme de regroupement non supervisé [14], qui consiste à créer des clusters dont l'ordre est prédominant de haut en bas. Les algorithmes de regroupement hiérarchiques

construisent une hiérarchie de clusters où chaque nœud est un cluster composé des regroupements dans ses nœuds fils.

Nous présentons le pseudo-code suivant pour mieux comprendre le fonctionnement de cet algorithme :

1. Considérer chaque point comme un cluster
2. Créer une matrice contenant la distance entre ces clusters.
3. Répéter :
  - i. Fusionner les deux clusters les plus proches
  - ii. Mettre à jour la matrice des distances.Jusqu'à (un seul cluster demeure)
4. Fin.

Pour visualiser et illustrer les clusters produits par le regroupement hiérarchique, nous utilisons un dendrogramme.

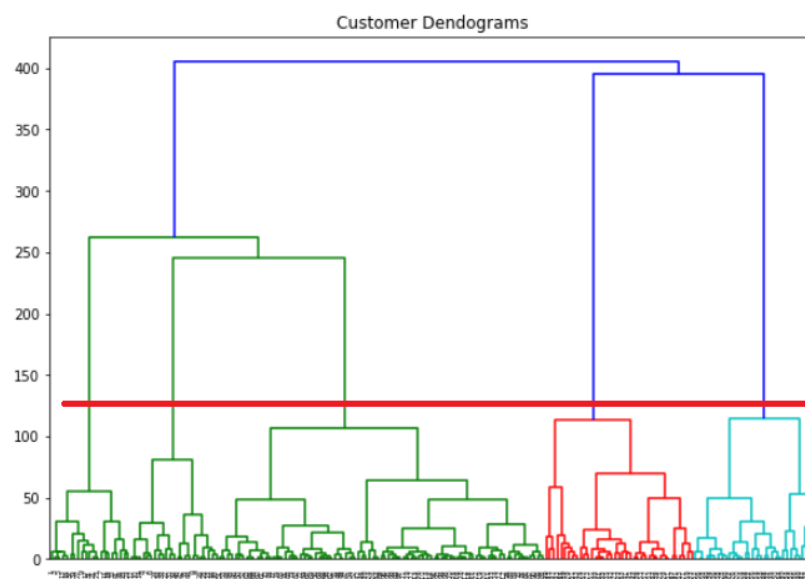


Figure 2 : Dendrogramme [15]

Le dendrogramme est constitué de branches empilées qui se décomposent en d'autres branches plus petites. Au niveau le plus bas se trouvent les éléments individuels, puis ils sont regroupés selon leurs attributs en clusters de moins en moins nombreux aux niveaux supérieurs [15].

En remontant de la couche inférieure vers le nœud supérieur, un dendrogramme nous permet de reconstituer l'histoire des fusions qui ont abouti à la mise en clusters illustrés.

Essentiellement, le regroupement hiérarchique ne nécessite pas un nombre prédéfini de clusters. Cependant, dans certaines applications, nous voulons obtenir un nombre de clusters spécifique. Dans ces cas, la hiérarchie doit être coupée à un moment donné.

### 2.2.1.2 Algorithme de Clustering K-Means

K-means (ou K-moyennes) : C'est l'un des algorithmes de clustering les plus répandus. Il permet d'analyser un jeu de données caractérisées par un ensemble d'attributs, afin de regrouper les données ou les points "similaires" en groupes (ou clusters) [16].

La similarité entre deux données peut être inférée grâce à la "distance" séparant leurs attributs, ainsi deux données très similaires sont deux données dont les valeurs de leurs attributs sont très proches. Cette définition permet de formuler le problème de partitionnement des données comme la recherche de K groupes ou clusters autour desquelles peuvent être regroupées les autres données.

A chaque cluster on accorde un centroïde ou centre de gravité choisie aléatoirement ; en pratique l'algorithme associe chaque donnée à son centroïde le plus proche, afin de créer des clusters. D'autre part, les moyennes des descripteurs des données d'un cluster, définissent la position de leurs centroïdes dans l'espace des attributs : Ceci est à l'origine du nom de cet algorithme (K-moyennes ou K-means en anglais).

Après avoir initialisé ses centroïdes en prenant des données au hasard dans le jeu des points à notre disposition, K-means alterne plusieurs fois ces deux étapes pour optimiser les centroïdes et leurs groupes :

1. Regrouper chaque objet autour du centroïde le plus proche.
2. Remplacer chaque centroïde selon la moyenne des descripteurs de son groupe.

Après quelques itérations, l'algorithme trouve un découpage stable de l'ensemble de points mis en jeu : on dit que l'algorithme a convergé.

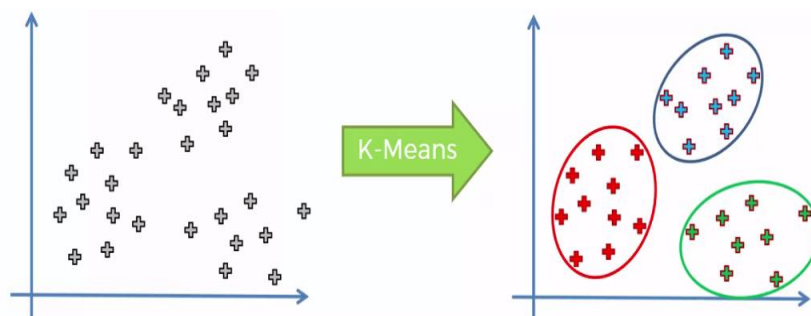


Figure 3 : K-Means Clustering [16]



Nous présentons le pseudo-code représentant l'algorithme K-Means :

1. Choisir le nombre de clusters K
2. initialiser les centroïdes  $c_1, c_2, \dots, c_k$  aléatoirement.
3. Répéter :
  - i. Pour chaque point de donnée  $x_i$ :
    - Trouver le plus proche centroïde
    - Assigner le point au cluster trouvé
  - ii. Pour chaque  $j = 1..K$ 
    - New\_centroide = moyenne des points assignés à ce cluster.
- jusqu'à (atteindre le nombre d'itération fixé).
4. Fin.

Comme tout algorithme, K-means présente des avantages et des inconvénients. D'après google developers [17], il est simple, rapide et facile à comprendre. Cependant, il est très difficile de prévoir le nombre de clusters initial K qui influence le résultat de regroupement final.

### 2.2.2 Détermination de nombre de clusters optimal

L'algorithme K-Means nécessite d'introduire comme paramètre un nombre de clusters. L'obtention d'un nombre optimal de clusters K pour aboutir au meilleur résultat n'est pas évidente. Dans cette partie, nous présentons des moyens pour déterminer K mathématiquement.

Parmi ces méthodes, nous notons la méthode Elbow [18] et la méthode Silhouette [19].

#### 2.2.2.1 La méthode Elbow

La méthode Elbow, appelée en français la méthode du coude, consiste à calculer la distance moyenne au carré entre chaque instance ou point et son centroïde le plus proche. Cette distance est appelée l'inertie intra-classe (WCSS pour Within Cluster Sum of Squares en anglais).

Pour trouver le nombre de clusters optimal, la stratégie de la méthode consiste à faire varier K et surveiller l'évolution de l'inertie intra-classes WCSS. Plus l'inertie est faible, meilleur est le modèle.

$$WCSS = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^m distance(P_i, C_k)^2 \quad \text{Avec : } \begin{cases} P_i : \text{point } i \\ C_k : \text{Centroïde du cluster } k \end{cases}$$

Il est judicieux de tracer le graphique de l'inertie en fonction du nombre de clusters  $K$ , puis nous sélectionnons  $K$  où le changement dans WCSS commence le premier à se stabiliser.

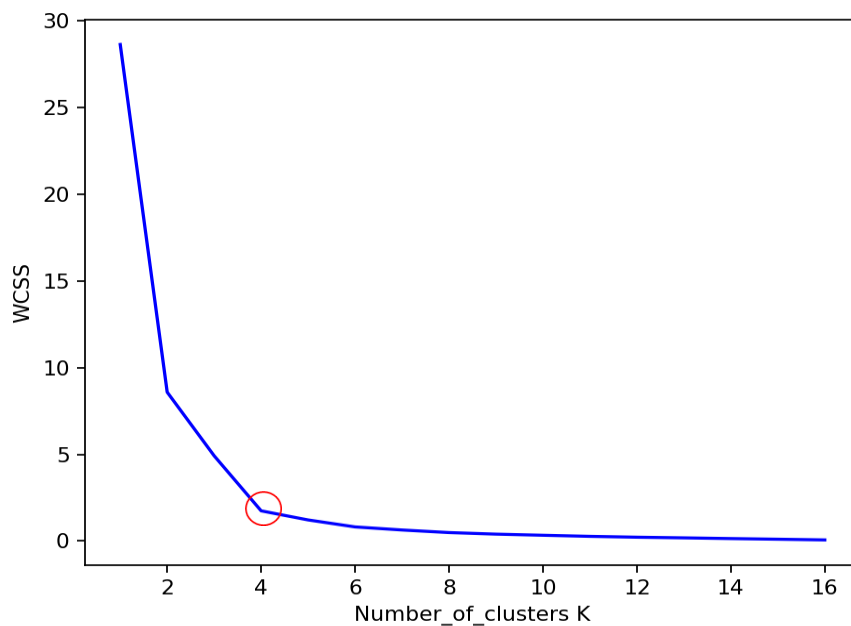


Figure 4 : Courbe WCSS [18]

Le nombre optimal de clusters est selon cette courbe sera  $K=4$  (le point à partir duquel la courbe commence à se stabiliser).

Cependant, la courbe représentante WCSS en fonction de  $k$  peut dans certains cas être difficile à interpréter. Cela signifie que la méthode Elbow peut ne pas être claire et pointue comme représentée ci-dessous.

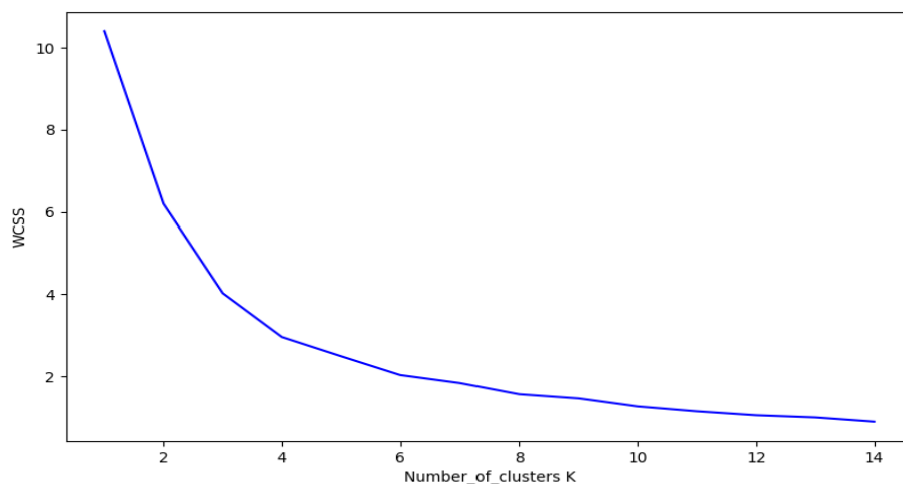


Figure 5 : Imprécision de la méthode Elbow [18]

Dans un cas aussi ambigu, nous pouvons utiliser la méthode Silhouette.

### 2.2.2.2 La méthode Silhouette

L'analyse de la silhouette peut être utilisée pour étudier la distance de séparation entre les groupes ou clusters résultants [19].

La valeur de la silhouette mesure la similitude d'un point avec son propre cluster par rapport aux autres clusters. Cette mesure a une portée de  $[-1, 1]$ . Une valeur élevée est souhaitable et indique que le point est placé dans le cluster correct. Si de nombreux points ont une valeur Silhouette négative, cela peut indiquer que nous avons créé trop ou trop peu de clusters.

$x(i)$  est la mesure de la similarité du point  $i$  avec son propre cluster  $C(i)$ . Elle est mesurée comme la distance moyenne entre  $i$  et tous les autres points de données dans le même cluster, où  $d(i, j)$  est la distance entre les points de données  $i$  et  $j$  dans le cluster  $C(i)$  [20].

$$x(i) = \frac{1}{|C(i)| - 1} \sum_{j \in C(i), i \neq j} d(i, j), \quad \forall i \in C(i)$$

Nous pouvons interpréter  $x(i)$  comme une mesure de la façon dont  $i$  est affecté à son cluster (plus la valeur est petite, l'affectation est mieux).

$y(i)$  est la mesure de la dissimilarité moyenne [20] du point  $i$  à un cluster  $C(k)$ , avec  $k \neq i$ .

Elle est mesurée comme la moyenne de la distance de  $i$  à tous les points de  $C(k)$ , avec  $k \neq i$ .

$$y(i) = \min_{k \neq i} \left( \frac{1}{|C(k)|} \sum_{j \in C(k)} d(i, j) \right), \quad k \neq i \quad \forall i \in C(i)$$

Le cluster avec la petite dissimilarité moyenne est nommé "cluster voisin" de  $i$  car il est le cluster suivant le mieux adapté pour le point  $i$ .

On définit  $s(i)$  la valeur Silhouette pour chaque point de données  $i$  comme suit [20] :

$$s(i) = \begin{cases} \frac{y(i) - x(i)}{\max \{ x(i), y(i) \}}, & |C(i)| > 1 \\ 0, & |C(i)| = 1 \end{cases}$$

**Note :**  $s(i)$  égal à zéro si  $i$  est le seul point du cluster. Cela permet d'empêcher le nombre de clusters d'augmenter de manière significative avec de nombreux clusters à un seul point.

Le Score Silhouette  $S$  atteint son maximum global au  $k$  optimal. Idéalement, cela devrait apparaître comme un pic [20].

$$S = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left( \frac{1}{|C(k)|} \sum_{i \in C(k)} s(i) \right)$$

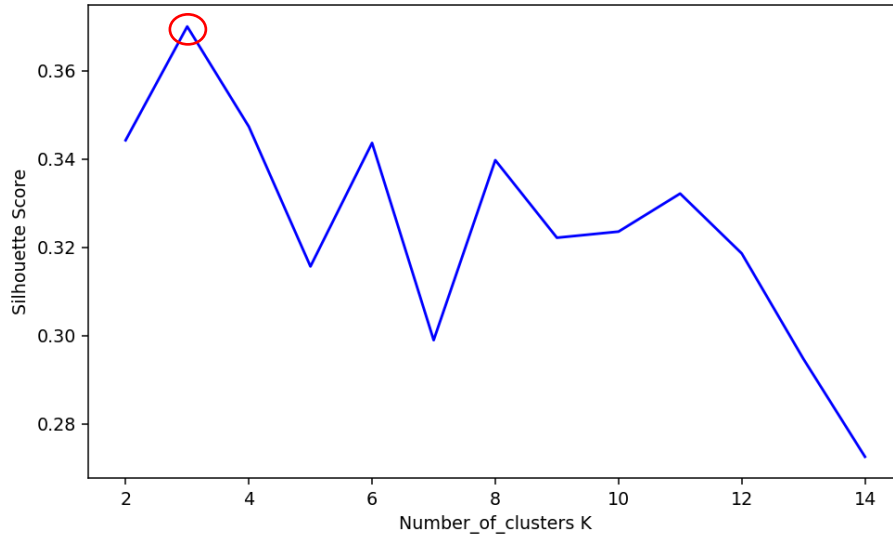


Figure 6 : Courbe du score Silhouette [19]

Le nombre optimal de cluster sera au nombre de 3 selon la courbe de la méthode Silhouette.

La méthode Elbow est plus une règle de décision, tandis que la silhouette est une métrique utilisée pour la validation lors du clustering [20]. Par conséquent, la méthode Elbow et la méthode de la silhouette ne sont pas des alternatives pour trouver le  $K$  optimal. Ce sont plutôt des outils à utiliser ensemble pour une décision plus confiante.

## Conclusion

Pour conclure, la revue de littérature est indispensable pour procéder à la résolution des problèmes. Dans ce chapitre nous avons introduit les notions essentielles dans notre problématique. Etant donné que nous traitons un problème de tournée des véhicules périodiques et de clustering, nous avons entretenu une revue de littérature portant sur les problèmes de transport et les méthodes de regroupement. Dans la suite nous allons proposer une heuristique pour minimiser les coûts de livraisons.

### 3 Heuristique proposée et Analyse des résultats

---

Le problème de tournée de véhicules périodique (PVRP) est NP-Complet [7]. Etant donné que notre problème est de grande taille, nous proposons dans ce chapitre une heuristique à deux phases : « cluster first route-second ».

#### 3.1 Méthode proposée

Notre approche comporte deux phases. Dans un premier temps, nous regroupons les patients en clusters. Chaque cluster est affecté à un véhicule. Les patients dans un même cluster devraient donc être proches géographiquement. La somme des demandes des patients du même cluster ne doit pas dépasser la capacité du véhicule. Ensuite, une fois les clusters sont formés, nous déterminons la tournée de chaque véhicule.

La première étape « clustering » est une sous approche itérative. Nous formons des groupes de patients en considérant un seul paramètre : (1) la distance entre les patients et ce sans tenir compte de la capacité. Si la demande d'un cluster dépasse la capacité du véhicule, on propose un mécanisme permettant d'ajuster la demande du cluster pour respecter cette contrainte.

La deuxième étape « tournée » consiste à proposer la route à suivre par chaque véhicule d'un cluster. Pour ce faire, nous proposons de recourir au modèle linéaire proposé par Nouria et al. [3].

Le logigramme suivant présente les étapes principales de notre méthode

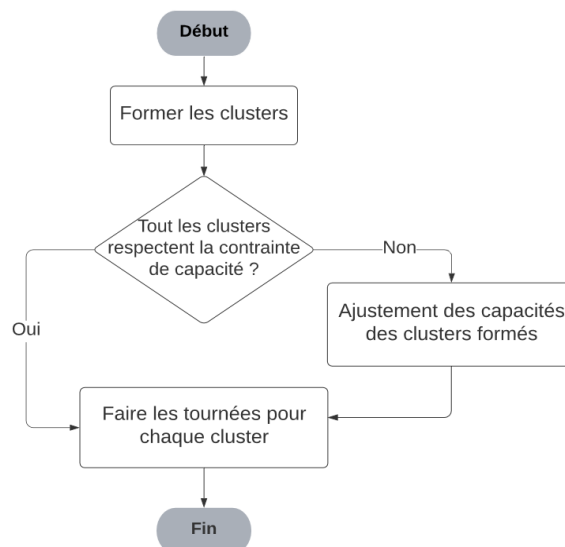


Figure 7 : Les étapes principales de la méthode

Pour faire le regroupement des patients, nous avons choisi l'algorithme de clustering K-Means.

## 3.2 Implémentation de l'heuristique

Nous disposons de K véhicules. Nous supposons qu'un véhicule ne peut être affecté à deux tournées au même jour. De ce fait, nous proposons de regrouper les patients dans K clusters. En considérant chaque cluster comme un véhicule, le premier regroupement sera donc selon l'attribut « positionnement géographique du patient » pour minimiser la distance parcourue par le véhicule. Ensuite nous ajustons les clusters créés pour respecter la contrainte « capacité » à travers un algorithme d'ajustement.

### 3.2.1 Algorithme initial de K-Means

Nous présentons l'algorithme initial de k-Means comme suit :

1. Choisir le nombre de clusters K et obtenir les données.
2. Initialiser les centroïdes  $c_1, c_2, \dots, c_k$
3. Répéter étape 4 et 5 jusqu'à convergence ou jusqu'à atteindre le nombre d'itération fixé.
4. Pour chaque point de donnée  $x_i$ :
  - Trouver le plus proche centroïde
  - Assigner le point au cluster trouvé
5. Pour chaque  $j = 1..K$ 
  - Nouveau centroïde = moyenne des points assignés à ce cluster.
6. Fin.

Le graphique ci-dessous représente le résultat de regroupement de 12 patients après l'implémentation de l'algorithme initial.

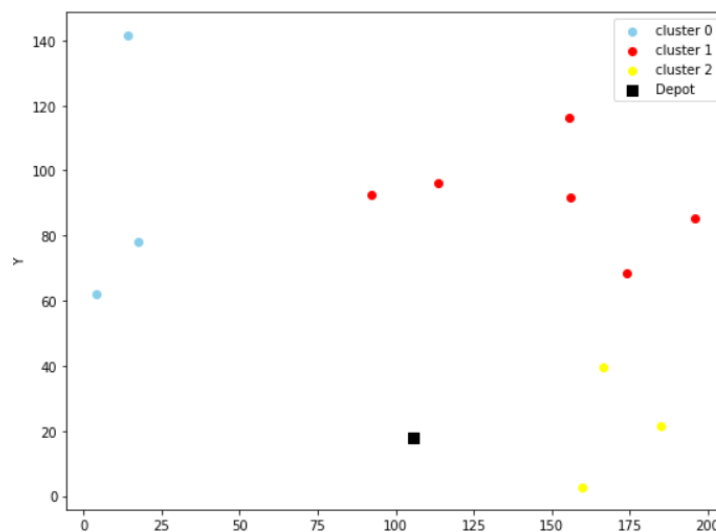


Figure 8 : Clustering initial des 12 patients

**Note :** Une autre approche a été proposée. Elle consiste à former des groupes de patients tout en respectant la contrainte de capacité du véhicule. En partant d'un nombre de véhicules prédéfini  $K$ , on ne peut pas inclure tous les patients dans des groupes tout en respectant la capacité de chaque cluster. Ainsi, des patients seront non affectés. De ce fait, nous proposons de regrouper les patients non affectés ; qui sont dispersés géographiquement ; à un autre cluster, ce qui induit l'ajout d'un véhicule. Toutefois, le taux d'exploitation des véhicules supplémentaires est réduit.

### 3.2.2 Ajustement pour respecter la contrainte de la capacité

L'objectif est de former des clusters qui respectent la capacité du véhicule. En fait, chaque véhicule sera affecté à un cluster. Les clusters créés à travers notre algorithme initial n'ont pas tenu compte la capacité du véhicule. De ce fait, on est appelé à calculer la capacité de chaque cluster et l'ajuster si nécessaire.

Pour cela on définit, un critère d'acceptation d'un patient  $k$  à un cluster  $(i)$  : Un patient  $k$  est dit accepté à un cluster  $i$  si la capacité du patient  $k$  est inférieur ou égal à  $(Q - \text{capacité actuel } (i))$ .  $Q$  présente la capacité d'un véhicule.

Le pseudo-code de l'ajustement se présente comme suit :

1. Trouver l'ensemble  $S1$  des clusters qui ont dépassé la capacité maximale de la véhicule  $Q$  qui seront nommés « Mauvais clusters ».
2. Trouver l'ensemble  $S2$  des clusters qui ont satisfait la capacité maximale de la véhicule  $Q$  qui seront nommés « Bon clusters ».
3.  $A_j$  est l'ensemble des patients qui peuvent être affecté à un bon cluster  $j$ .
4. Tant que  $S1 \neq \emptyset$  :
  - i.  $A_j = \emptyset \forall j$  dans  $S2$
  - ii. Si  $(S2 = \emptyset)$  Alors Créer un nouveau cluster tel que son centroïde est un patient de  $S1$  choisie aléatoirement et répéter l'étape 1 et 2.
  - iii. Pour  $i$  dans  $S1$ :
    - Pour  $j$  dans  $S2$ :
      - a. Déterminer l'ensemble des patients  $P_k$  du cluster  $(i)$  qui vérifie le critère d'acceptation du cluster  $j$ .
      - b.  $A_j = A_j + P_k$
  - iv. Si pour tout  $j$  dans  $S2$ , on a  $A_j = \emptyset$  Alors Créer un nouveau cluster tel que son centroïde est un patient de  $S1$  choisie aléatoirement.
  - v. Sinon, pour  $j$  dans  $S2$  :
    - a. Pour  $A_j$ , déterminer le plus proche patient  $p$  au centroïde du cluster  $j$ .
    - b. Affecter le patient  $p$  au cluster  $j$ .
  - vi. Répéter étape 1 et 2.
5. Fin Tant que.
6. Fin.

En utilisant cet algorithme, nous ajustons le regroupement obtenu pour les 12 patients précédents, et nous obtenons les clusters suivants.

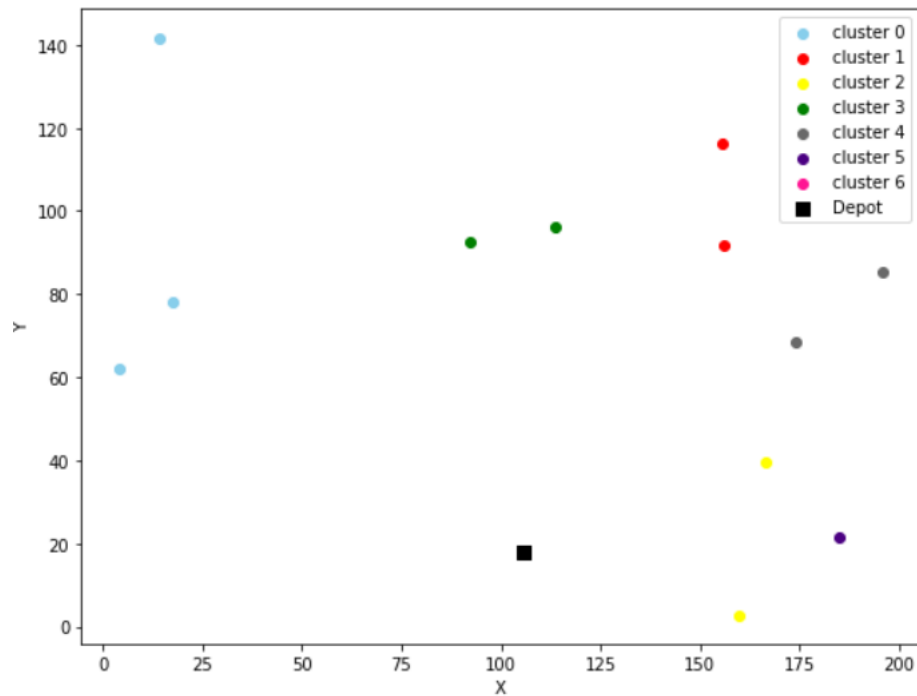


Figure 9 : Clusters ajustés

Après l'ajustement, tous les clusters doivent respecter la contrainte de capacité des véhicules.

Le résultat du regroupement peut augmenter le nombre de clusters. En effet, la contrainte de capacité des véhicules exige parfois l'ajout d'autres véhicules pour satisfaire les demandes de tous les patients.

**Note :** Nous avons essayé plusieurs méthodes d'ajustements. Nous avons fini par conclure que la méthode présentée ci-dessus est la meilleure en termes du nombre de clusters final et du taux d'exploitation des véhicules.

### 3.2.3 Planification des tournées

Après formation des clusters, nous procédons à la dernière étape de notre heuristique, à savoir, la programmation des tournées de véhicules. Nous allons insérer les clusters formés par la méthode de regroupement dans la méthode exacte présentée par Nouira et al. [3]. Procéder ainsi, nous garantit un résultat optimal pour chaque cluster ou véhicule.



Le résultat obtenu pour 12 patients et 6 véhicules est présenté dans la figure suivante.

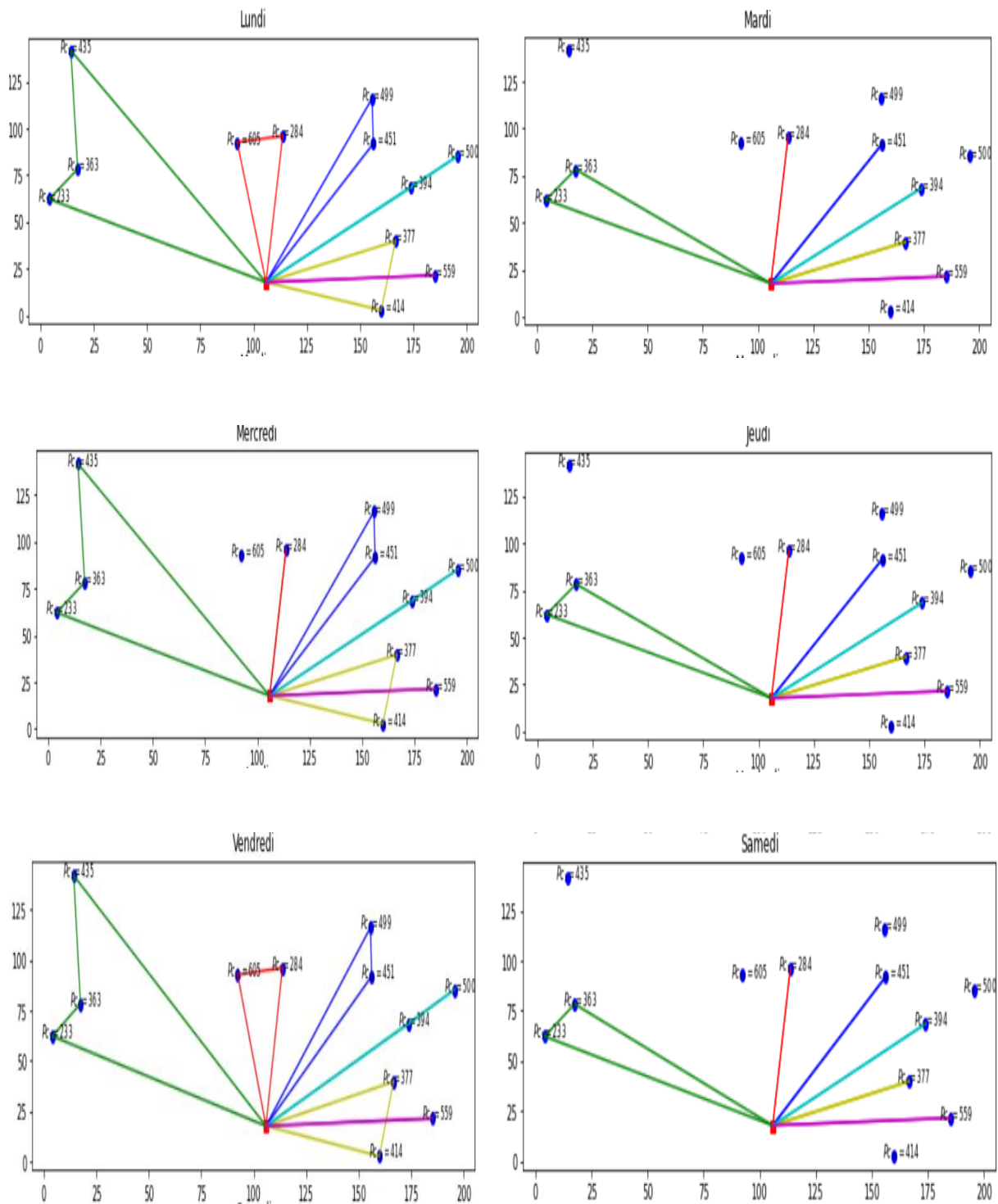


Figure 10 : Programme des visites

La figure 10 représente les tournées de six véhicules pendant un horizon de planification hebdomadaire. L'itinéraire de chaque véhicule est décrit par une couleur unique. Il est clair que

tous les véhicules commencent leurs trajets à partir du dépôt, visitent les patients planifiés, et retournent finalement au point de départ (le dépôt).

La partie suivante sera consacrée pour analyser les résultats obtenus par ces tournées.

### 3.3 Analyse des résultats

Après avoir regroupé les patients en clusters. Dans cette partie nous allons vérifier la qualité de ces clusters formés de point de vue taux d'occupation et distance entre les patients du même cluster. Ensuite nous comparons à l'aide de plusieurs testes les résultats obtenus par la méthode exacte et l'heuristique développée. Et finalement nous présentons le résultat de notre heuristique pour une grande instance.

#### 3.3.1 Analyse du résultat de Clustering

Notre heuristique est basée sur le clustering. Un modèle déterminant les tournées d'un véhicule affecté à un cluster est déjà développé par Nourira [3].

Afin de construire des clusters composés par des patients proches géographiquement, nous avons recouru à la méthode K-Means. Etant donné que la capacité des clusters n'est pas considérée, nous avons obtenu des clusters ne respectant cette contrainte.

L'heuristique est implémentée sur un ordinateur personnel 2.9-GHz dual core ASUS avec Python 3.8.3 et le logiciel d'optimisation Gurobi 9.0.1.

Dans cette partie, nous considérons 12 patients. Les véhicules sont homogènes de capacité  $Q=1208$  unités.

Les deux tableaux ci-dessous présentent les capacités des différents clusters formés, le nombre des patients affectés à chaque cluster et le nombre de véhicules nécessaire pour couvrir la demande.

	capacite	patients	nb_Vh
clusters			
0	1031	3	1.0
1	2733	6	3.0
2	1349	3	2.0

Table 1 : Clusters initiaux

	capacite	patients	nb_Vh
clusters			
0	1031	3	1.0
1	950	2	1.0
2	790	2	1.0
3	889	2	1.0
4	894	2	1.0
5	559	1	1.0

Table 2 : Clusters ajustés

Les clusters initiaux ont dépassé la capacité maximale à respecter.

Dans certains cas, comme le nôtre, l'ajustement exige l'ajout de nouveaux véhicules pour contenir toutes les demandes. Pour valider ces clusters formés, le taux d'exploitation est un indicateur crucial (voir tableau 3).

	capacite	taux_occ
clusters		
0	1031	85.35
1	950	78.64
2	790	65.40
3	889	73.59
4	894	74.01
5	559	46.27

Table 3 : Taux d'occupation des clusters

Les taux d'occupation calculés sont élevés. En effet, la valeur maximale est d'environ 85% pour le cluster numéro 0, et la valeur minimale pour le cinquième cluster est de 46%. Les autres clusters présentent un taux qui dépasse les 70%. En moyenne, le taux d'occupation est égal à 70.54%. En augmentant le nombre des patients à traiter le taux d'occupation moyen augmente. (Voir annexe 1).

### 3.3.2 Analyse du résultat des tournées

Pour valider les tournées proposées par notre heuristique, nous procédons à la comparaison des résultats de tournées obtenues par notre méthode, représentés dans la figure 10, et les résultats

de la méthode exacte présentée par Nouira et al. [3]. Nous utilisons toujours les mêmes données des 12 patients déjà regroupés.

Commençons tout d'abord par la présentation des distances entre le dépôt et tous les patients et les distances patient-patient à travers cette matrice.

	Depot	patient 1	patient 2	patient 3	patient 4	patient 5	patient 6	patient 7	patient 8	patient 9	patient 10	patient 11	patient 12
Depot	_____	78.6378	79.4295	154.114	107.102	111.025	64.5865	110.302	84.9885	112.47	56.0748	76.108	89.5524
patient 1	78.6378	_____	103.256	109.409	97.8001	114.657	77.2673	46.6024	66.387	82.8119	104.005	21.5736	42.7014
patient 2	79.4295	103.256	_____	208.946	177.044	185.593	26.006	99.12	48.2186	64.6379	31.4416	116.951	76.0623
patient 3	154.114	109.409	208.946	_____	63.5047	80.1481	183.324	143.716	175.796	190.087	201.233	92.2184	150.412
patient 4	107.102	97.8001	177.044	63.5047	_____	20.9185	154.012	143.297	156.886	178.435	161.163	76.2362	139.339
patient 5	111.025	114.657	185.593	80.1481	20.9185	_____	164.033	160.897	170.073	193.063	166.721	93.3564	154.919
patient 6	64.5865	77.2673	26.006	183.324	154.012	164.033	_____	77.2238	29.6963	54.1324	37.4674	91.1854	53.1618
patient 7	110.302	46.6024	99.12	143.716	143.297	160.897	77.2238	_____	51.1271	50.5999	113.394	67.5511	24.3253
patient 8	84.9885	66.387	48.2186	175.796	156.886	170.073	29.6963	51.1271	_____	27.4861	67.1171	85.2215	29.4528
patient 9	112.47	82.8119	64.6379	190.087	178.435	193.063	54.1324	50.5999	27.4861	_____	89.9204	103.691	40.1555
patient 10	56.0748	104.005	31.4416	201.233	161.163	166.721	37.4674	113.394	67.1171	89.9204	_____	112.383	89.0738
patient 11	76.108	21.5736	116.951	92.2184	76.2362	93.3564	91.1854	67.5511	85.2215	103.691	112.383	_____	63.8154
patient 12	89.5524	42.7014	76.0623	150.412	139.339	154.919	53.1618	24.3253	29.4528	40.1555	89.0738	63.8154	_____

Figure 11 : Matrice des distances

Les calendriers des tournées des deux méthodes sont représentés ci-dessous.

	N° vehicule	Frequence_visite	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
patient 1	3	6	1	1	1	1	1	1
patient 2	5	6	1	1	1	1	1	1
patient 3	1	2	1	0	0	0	1	0
patient 4	1	2	1	0	0	0	1	0
patient 5	1	2	1	0	0	0	1	0
patient 6	4	6	1	1	1	1	1	1
patient 7	6	2	1	0	0	0	1	0
patient 8	6	6	1	1	1	1	1	1
patient 9	6	2	1	0	0	0	1	0
patient 10	2	6	1	1	1	1	1	1
patient 11	1	6	1	1	1	1	1	1
patient 12	6	2	1	0	0	0	1	0

Figure 12 : Calendrier de méthode exacte

	Frequence_visite	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
patient 1	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 2	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 3	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 4	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 5	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 6	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 7	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 8	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 9	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 10	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 11	2	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0
patient 12	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Figure 13 : Calendrier de l'heuristique

Il est clair que les deux calendriers se rapprochent au niveau de la fréquence des visites. Cette fréquence représente un élément clé dans le résultat final de la fonction objectif que nous essayons à minimiser. Une telle ressemblance rapproche le résultat des deux méthodes.

Pour distinguer la différence nous présentons les tournées de lundi et samedi, obtenues par les deux méthodes. Pour vérifier les tournées proposées par l'heuristique voir (3.2.3. Planification des tournées)

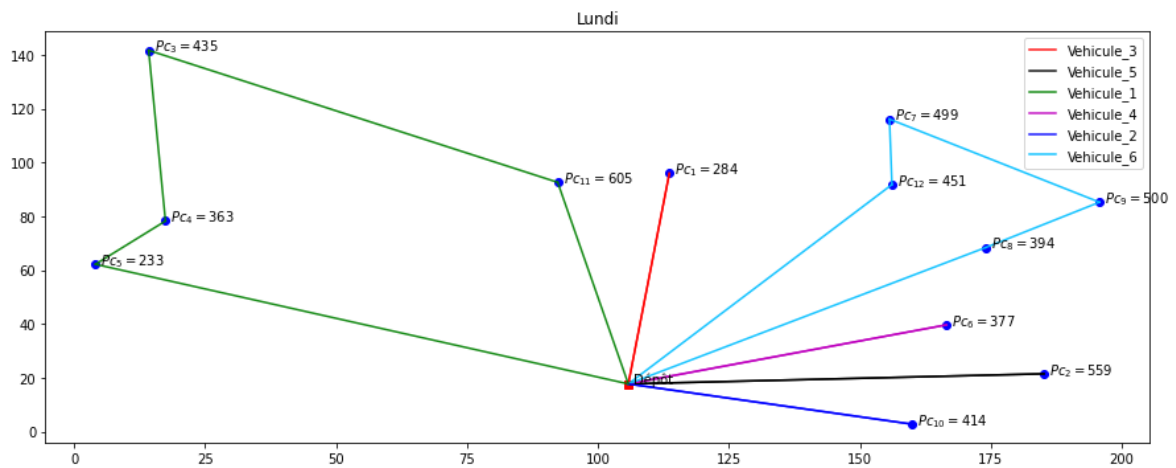


Figure 14 : Itinéraire proposés par la méthode exacte (lundi)

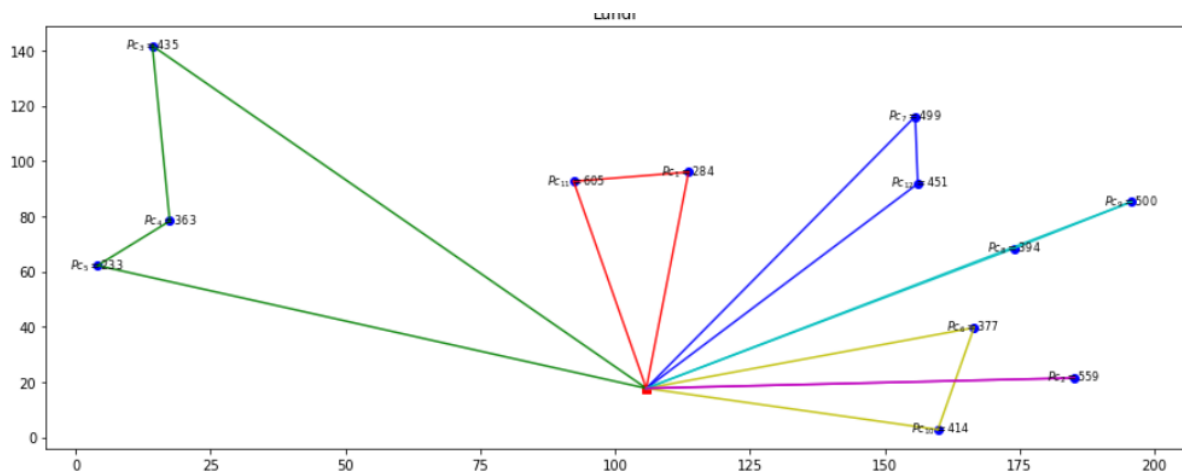


Figure 15 : Itinéraire proposés par l'heuristique (lundi)

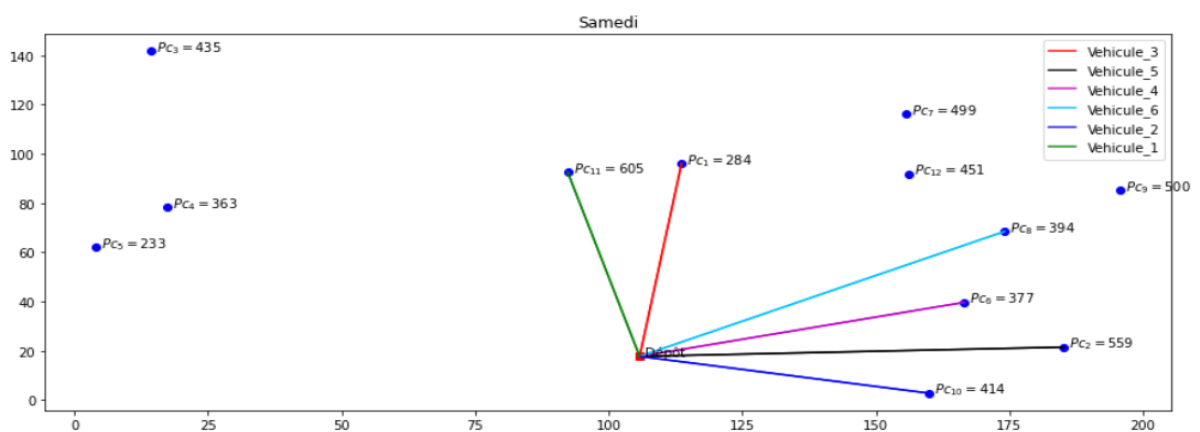


Figure 16 : Itinéraire proposés par la méthode exacte (samedi)

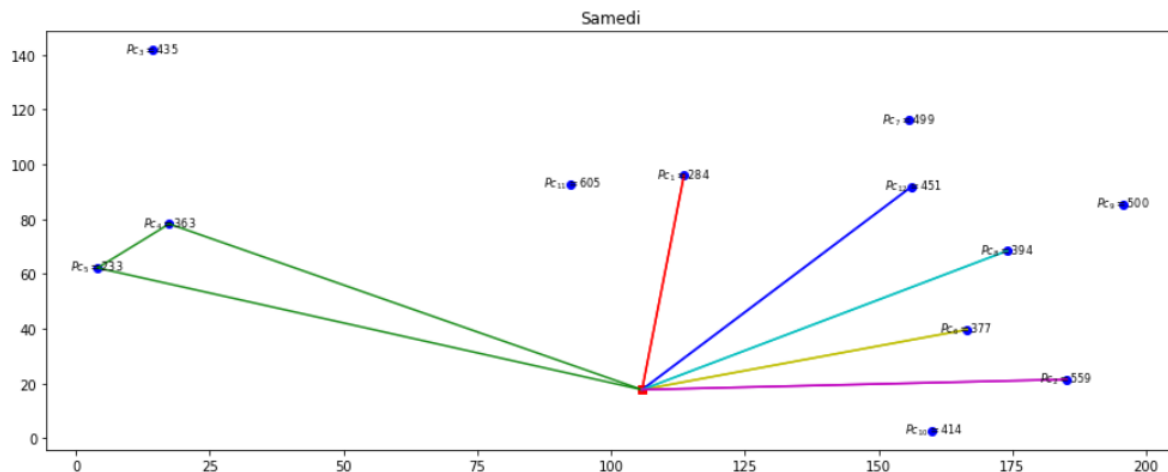


Figure 17 : Itinéraire proposés par l'heuristique (samedi)

La valeur de la fonction objectif représente le premier critère pour évaluer notre heuristique. En fait cette valeur représente le coût des tournées. La méthode exacte fournit le résultat optimal, c'est-à-dire le coût le plus bas possibles. Notre heuristique doit présenter un résultat proche de celui de la méthode exacte.

Pour les 12 patients étudiés et en utilisant 6 véhicules la valeur de la fonction objectif présenté dans Nourira [3] est de 5989.12. L'heuristique présente une valeur très acceptable à savoir 6975.6. ainsi un gap de 16%.

La table présentée dans l'**Annexe 1** présente la valeur de la fonction objectif pour des instances plus larges.

Finalement, il est intéressant de mentionner le temps d'exécution pour les deux méthodes avec les mêmes instances. En utilisant le même ordinateur, l'exécution de la méthode exacte pour 12 patients et 6 véhicules a duré 118.33 secondes (voir **Annexe 2**). Par contre notre heuristique, pour les mêmes patients et le même nombre de véhicules, a résolu le problème dans 6.96 secondes (voir **Annexe 1**).

### 3.3.3 Application de l'heuristique sur 200 patients

La méthode exacte présente une explosion combinatoire pour des instances plus larges. Le but du développement de l'heuristique est d'avoir une solution pour les problèmes combinatoires de grande taille. Dans cette partie nous présentons le résultat des tournées pour 200 patients.

Le regroupement à patitionné les patients sur 43 clusters. La répartition des 200 patients après ajustement est donné par cette figure.

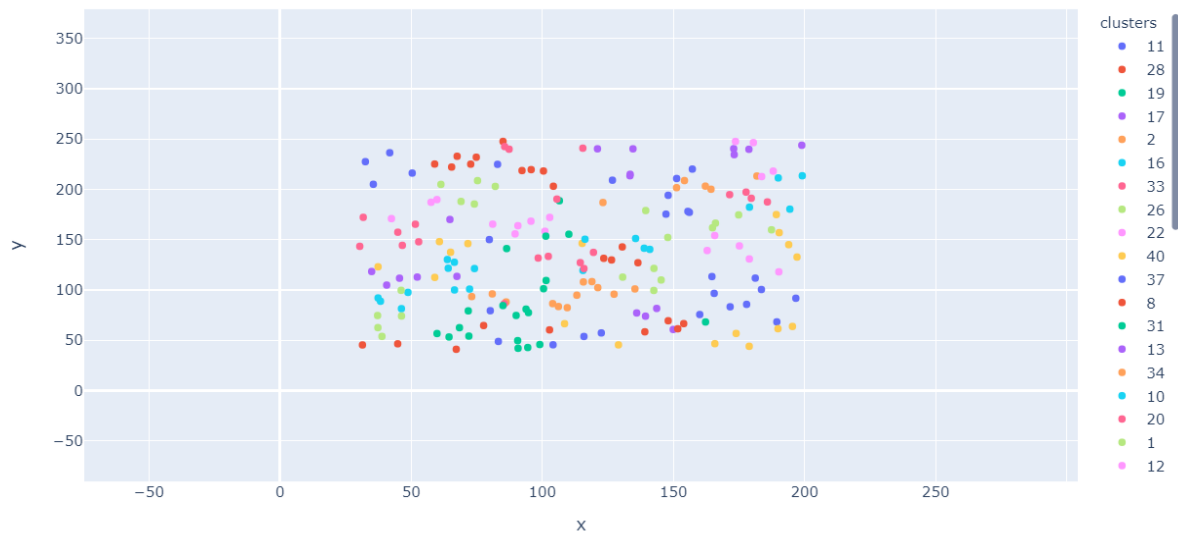


Figure 18 : Regroupement final de 200 patients

Plus exploité plus le résultat de regroupement, nous présentons le taux d'occupation de chaque cluster à travers cette table.



clusters	capacite	patients	taux_d'occupation				
0	1117	5	92.47	28	1126	4	93.21
1	1203	5	99.59	29	1174	5	97.19
10	1171	5	96.94	3	1120	5	92.72
11	632	2	52.32	30	1145	4	94.78
12	1138	4	94.21	31	1143	5	94.62
13	1194	5	98.84	32	1109	5	91.80
14	1194	4	98.84	33	1138	4	94.21
15	1200	5	99.34	34	1140	6	94.37
16	1176	4	97.35	35	1145	5	94.78
17	1195	5	98.92	36	1192	6	98.68
18	1193	4	98.76	37	1168	4	96.69
19	1188	4	98.34	38	1123	5	92.96
2	1168	5	96.69	39	1194	4	98.84
20	1169	5	96.77	4	1199	5	99.25
21	1166	4	96.52	40	1202	5	99.50
22	1198	6	99.17	41	1163	5	96.27
23	1134	4	93.87	42	1069	4	88.49
24	1191	6	98.59	5	1165	5	96.44
25	1121	4	92.80	6	1192	6	98.68
26	1171	4	96.94	7	1171	5	96.94
27	1194	4	98.84	8	1201	5	99.42
				9	1054	4	87.25

Figure 19 : Taux d'occupation des véhicules

Le taux d'occupation des véhicules est pertinent. En moyenne les clusters sont utilisés à 95% de leurs capacités maximales (voir **Annexe 1**).

Nous présentons aussi un histogramme permettant de visualiser la capacité maximale du véhicule qui se rapproche de celle utilisée réellement.

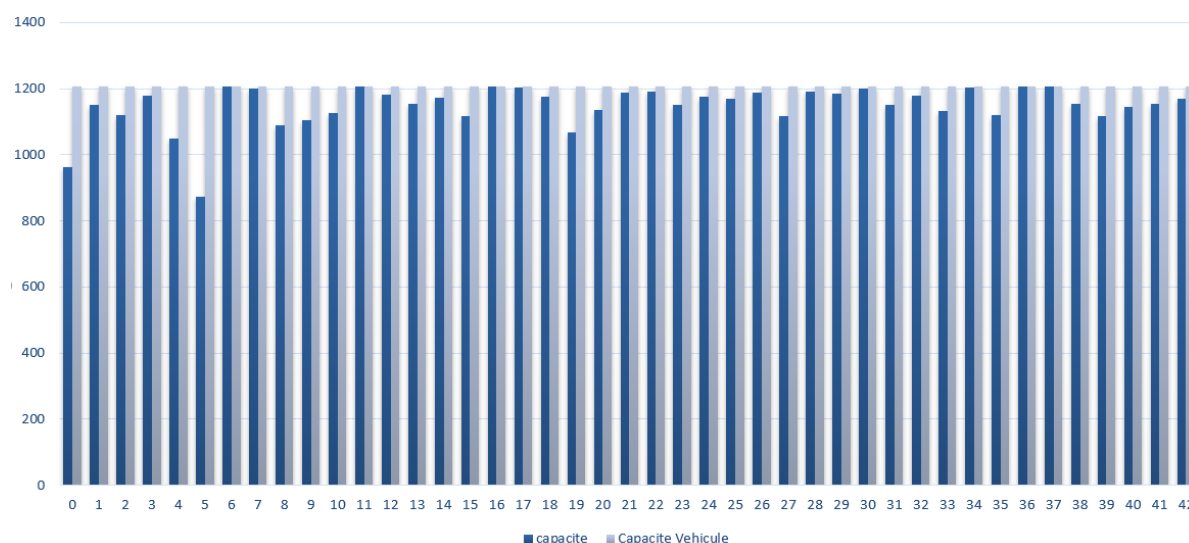


Figure 20 : Capacité maximale VS utilisée

Nous présentons ainsi le calendrier suggéré par l'heuristique pour livrer les 200 patient sur une semaine.

	Frequence_visite	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
patient 1	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 2	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 3	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 4	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 5	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 6	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 7	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 8	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 9	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 10	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 11	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 12	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 13	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 14	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 15	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 16	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 17	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 18	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 19	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 20	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

	Frequence_visite	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
patient 21	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 22	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 23	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 24	2	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0
patient 25	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 26	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 27	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 28	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 29	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 30	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
...	...	...	...	...	...	...	...
patient 171	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 172	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 173	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 174	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 175	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 176	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 177	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 178	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 179	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 180	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 181	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 182	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

	Frequence_visite	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
patient 183	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 184	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 185	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 186	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 187	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 188	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 189	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 190	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 191	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 192	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 193	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 194	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 195	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 196	2	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0
patient 197	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 198	3	1.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
patient 199	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
patient 200	6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Figure 21 : Calendrier de livraison des 200 patients

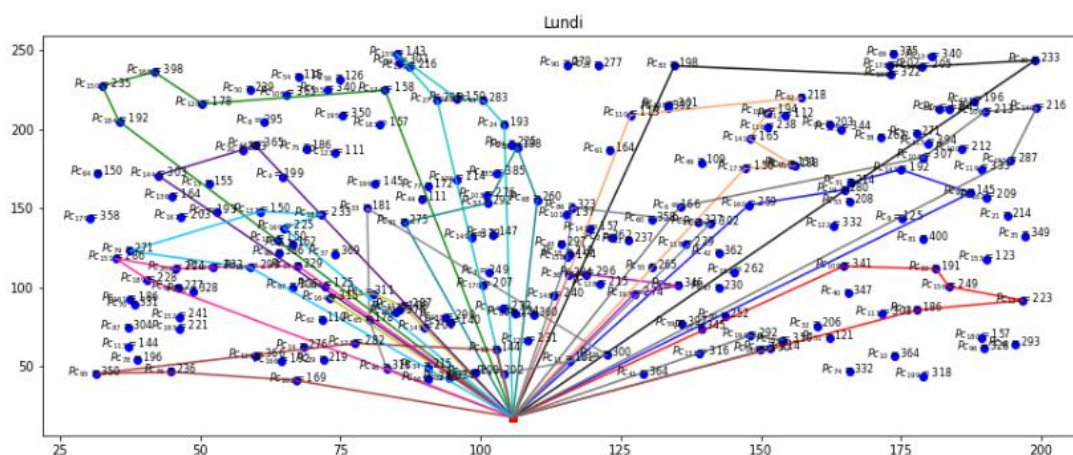


Figure 22 : Itinéraires proposés pour lundi

Les trajets proposés par l'heuristique pour lundi sont présentés dans la figure ci-dessus.

Les trajets à parcourir commencent par le dépôt et finissent dans le dépôt une fois par jour. Il est normal de trouver des chevauchements des lignes représentant les tournées des véhicules dans la figure présentée puisqu'on dispose de 43 véhicules qui font la livraison.

Finalement, la valeur de la fonction objectif est de 82449.75. Le temps d'exécution est de 51.24 secondes qui est très faible par rapport au temps que la méthode exacte nécessite pour résoudre un problème de 12 patients.

## **Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présenté en premier lieu notre heuristique, les étapes, et les algorithmes nécessaires dans le développement de cette méthode. Pour résoudre le problème posé, cette heuristique se base sur un regroupement des instances, puis applique la méthode exacte sur chaque cluster. La deuxième partie du chapitre a été consacrée pour analyser les résultats obtenus par rapport à la méthode exacte en utilisant les mêmes patients. Finalement, nous avons appliqué notre heuristique sur un problème de grande taille, exposé, et analysé quelques résultats.

## Conclusion générale

---

Dans ce projet de fin d'année, nous avons développé une heuristique pour résoudre un problème de tournées périodiques de véhicules homogènes à capacité limitée (PVRP).

Notre approche comporte deux parties. La première vise à regrouper les patients proches géographiquement dans le même cluster. Chaque cluster doit respecter la capacité de véhicule. En fait chaque cluster est affecté à un véhicule. La deuxième partie consiste à proposer la route à suivre par chaque véhicule. Les contraintes de capacité sont tenues en considération dans la première phase « clustering »

Nous avons testé l'approche sur un exemple académique. Les résultats montrent que l'heuristique est prometteuse en termes de GAP et temps de réponse.

Ce projet nous a permis de s'adapter, d'enrichir, et d'approfondir nos connaissances, notamment dans le domaine de la recherche opérationnelle. Nous avons eu l'occasions à travers le développement de cette heuristique de se familiariser avec les méthodes de résolution à savoir la méthode exacte et les heuristiques.

# Annexe 1

---

N	Temps d'execution (s)	Nombre de clusters	Taux d'occupation moy	Z
12	6,96	6	70,54%	6975,6
40	8,09	9	86,57%	18364,69
50	9,33	11	90,88%	22270,85
60	10,3	13	92,11%	26287,65
100	17,17	22	92%	48331,87
120	22,91	28	91,86%	50653,81
200	51,24	43	95%	82449,75

## Tests de l'heuristique

N : Nombre de patients à livrer.

Z : valeur de la fonction objectif.

## Annexe 2

```
Gurobi Optimizer version 9.0.1 build v9.0.1rc0 (win64)
Optimize a model with 148404 rows, 6264 columns and 4884768 nonzeros
Model fingerprint: 0x177957e3
Variable types: 0 continuous, 6264 integer (5832 binary)
Coefficient statistics:
  Matrix range      [1e+00, 1e+00]
  Objective range   [6e-01, 2e+02]
  Bounds range      [1e+00, 1e+00]
  RHS range         [1e+00, 1e+03]
Presolve removed 468 rows and 432 columns (presolve time = 5s) ...
Presolve removed 468 rows and 432 columns
Presolve time: 8.89s
Presolved: 147936 rows, 5832 columns, 4883472 nonzeros
Variable types: 0 continuous, 5832 integer (5832 binary)
Found heuristic solution: objective 11079.489200
```

Root simplex log...

Iteration	Objective	Primal Inf.	Dual Inf.	Time
0	7.4160000e+01	0.000000e+00	8.400000e+01	12s
1838	5.8884393e+03	0.000000e+00	0.000000e+00	14s
1838	5.8884393e+03	0.000000e+00	0.000000e+00	15s

Root relaxation: objective 5.888439e+03, 1838 iterations, 3.85 seconds  
Total elapsed time = 15.03s

Nodes		Current Node		Objective Bounds			Work	
Expl	Unexpl	Obj	Depth	IntInf	Incumbent	BestBd	Gap	It/Node Time
	0	0 5888.43932	0	30	11079.4892	5888.43932	46.9%	- 15s
H	0	0			6332.4093084	5888.43932	7.01%	- 16s
H	0	0			6188.3778125	5888.43932	4.85%	- 16s
	0	0 5888.43932	0	44	6188.37781	5888.43932	4.85%	- 18s
	0	0 5888.43932	0	30	6188.37781	5888.43932	4.85%	- 22s
H	0	0			6182.2411301	5888.43932	4.75%	- 23s
	0	0 5895.15299	0	18	6182.24113	5895.15299	4.64%	- 26s

Cutting planes:

Gomory: 6  
MIR: 21  
Zero half: 8  
RLT: 21

Explored 17 nodes (12409 simplex iterations) in 118.33 seconds  
Thread count was 8 (of 8 available processors)

Solution count 8: 5989.13 6078.63 6079 ... 11079.5

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)

Best objective 5.989128058197e+03, best bound 5.989128058197e+03, gap 0.0000%

### Rapport de résolution exacte avec Gurobi 9.0.1



# Références

---

- [1] R.M. Fagugli, G. R. (2001, August). Short Daily Hemodialysis: Blood Pressure Control and Left Ventricular Mass Reduction in Hypertensive Patients. *American Journal of Kidney Diseases* 38, 76-371.
- [2] Portail Web de la Ligue Rein & Santé URL : <http://www.rein-echos.info>.
- [3] Noura, H., Hammami, S., Adnen El-Amraoui, G. G., & Bouchriha, H. (2019). Periodic Vehicle Routing Problem for Home HemoDialysis Care.
- [4] Areef Ishani, J. L. (2009). Acute Kidney Injury Increases Risk of ESRD among Elderly. *PMC*.
- [5] Fan Yang, T. L. (2016). Cost-effectiveness of Haemodialysis and Peritoneal Dialysis for Patients with End-Stage Renal Disease in Singapore. *PubMed*.
- [6] RAYN, N. (2007). L'hémodialyse à domicile : quelles conditions pour sa survie ? *Haute Autorité de santé HAS*.
- [7] ITRIQU, C. (1975). *The Traveling Salesman Problem is NP-Complete*. U.S.A: center for Research in Computing TechatoCogy, Harvard University, Cambridge, MA 02138.
- [8] LIONG CHOONG YEUN, W. R. (2008). VEHICLE ROUTING PROBLEM: MODELS AND SOLUTIONS. *Journal of Quality Measurement and Analysis*, 205-218.
- [9] Vigo, S. I. (2014). Four Variants of the Vehicle Routing Problem. *Journal of Operational Research*, 242-260.
- [10] S Coene, A. A. (2010). On a periodic vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 1719-1728.

- [11] Solnon, C. (2010). Résolution de problèmes combinatoires et optimisation par colonies de fourmis. Lyon.
- [12] Gilbert Laporte, S. R. (2014). *Heuristics for the Vehicle Routing Problem*. Bologna, Italy.
- [13] Marshall L. Fisher, R. J. (1981). A generalized assignment heuristic for vehicle routing. *An International Journal*.
- [14] Alto, V. (2019). Unsupervised Learning: K-means vs Hierarchical Clustering. *Toward data science*.
- [15] VisualParadigm. (2019). What is Dendrogram? *Visual Paradigm Online*.
- [16] Ricco. (2016). Méthode des centres mobiles. Lyon: Université Lumière Lyon 2.
- [17] GoogleDevelopers. (2019). k-Means Advantages and Disadvantages.
- [18] M A Syakur, B. K. (2017). Integration K-Means Clustering Method and Elbow Method For Identification of The Best Customer Profile Cluster. *ResearchGate*.
- [19] Tippaya Thinsungnoen, N. K. (2015). The Clustering Validity with Silhouette and Sum of Squared Errors. *International Conference on Industrial Application Engineering 2015*.
- [20] Rousseeuw, P. (1987). Silhouettes: A Graphical Aid to the Interpretation and Validation of Cluster Analysis. *Journal of Computational and Applied Mathematics*.