

Data Structures and Algorithms

Stacks and Queues (栈和队列) 3

1

Definition

2

ADT

3

Implementation

4

Application

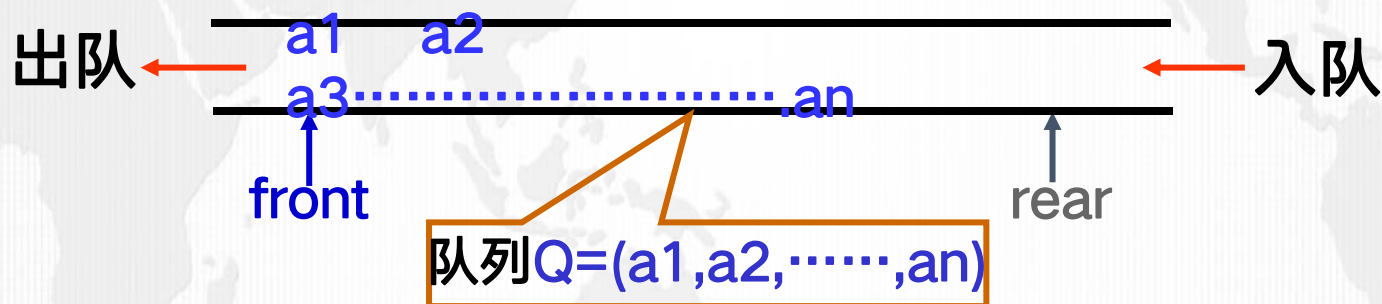
◆ 队列的定义及特点

定义：队列是限定只能在表的一端进行插入，在表的另一端进行删除的线性表

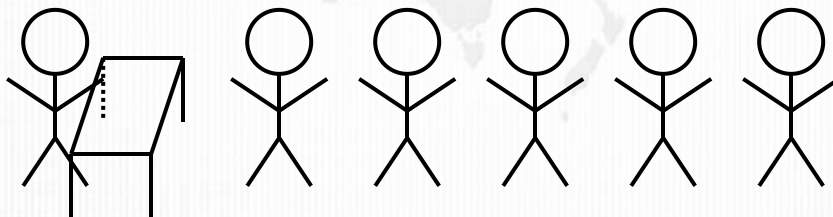
队尾(rear)——允许插入的一端

队头(front)——允许删除的一端

队列特点：先进先出(FIFO)



排队
买票



抽象数据类型队列的定义



ADT Queue

{ 数据对象: $D = \{ a_i \mid a_i \in \text{ElemSet}, i=1,2,\dots,n, n \geq 0 \}$

数据关系: $R1 = \{ \langle a_{i-1}, a_i \rangle \mid a_{i-1}, a_i \in D, i=2,\dots,n \}$

基本操作: (约定 a_1 端为队头, a_n 端为队尾)

InitQueue(*Q);

构造一个空队列Q

DestroyQueue(*Q);

销毁队列Q

ClearQueue(*Q);

将队列Q清为空队列

QueueEmpty(Q);

判断队列Q是否为空

QueueLength(Q);

返回队列Q中元素个数

GetHead(Q, *e);

取队列Q的队头元素

EnQueue(*Q, e);

元素e入队

DeQueue(*Q, *e);

出队

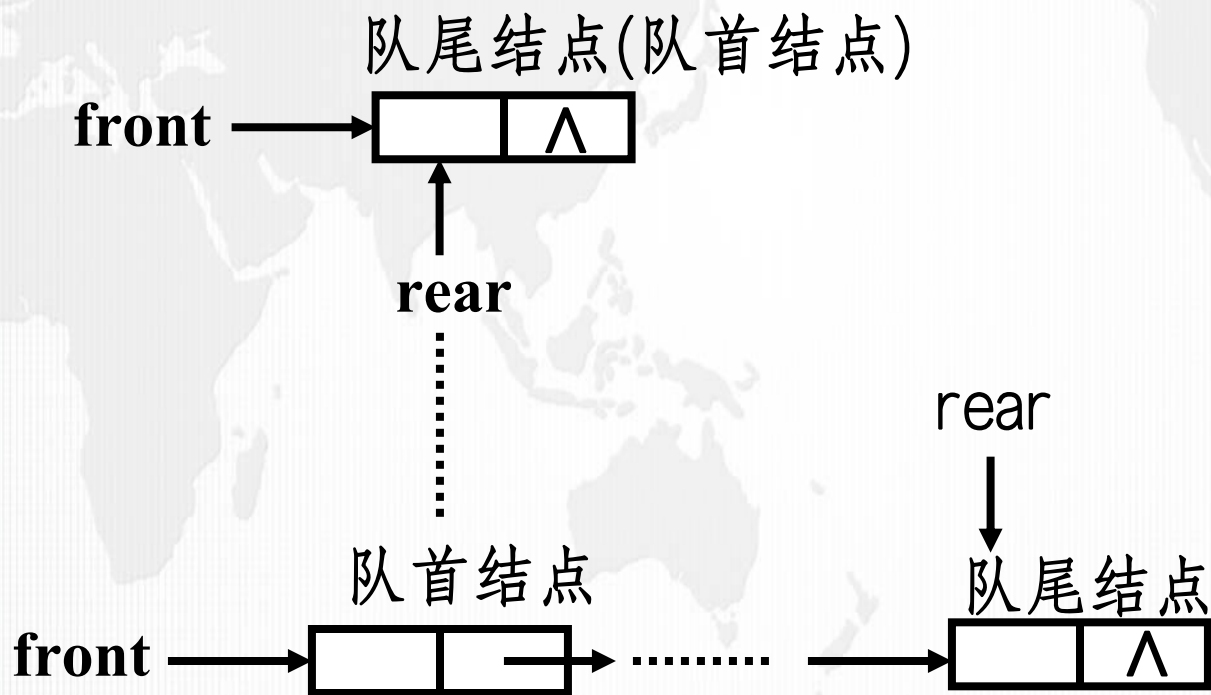
} ADT Queue

队列的存储结构——链式队列



◆ 链式队列基本架构:

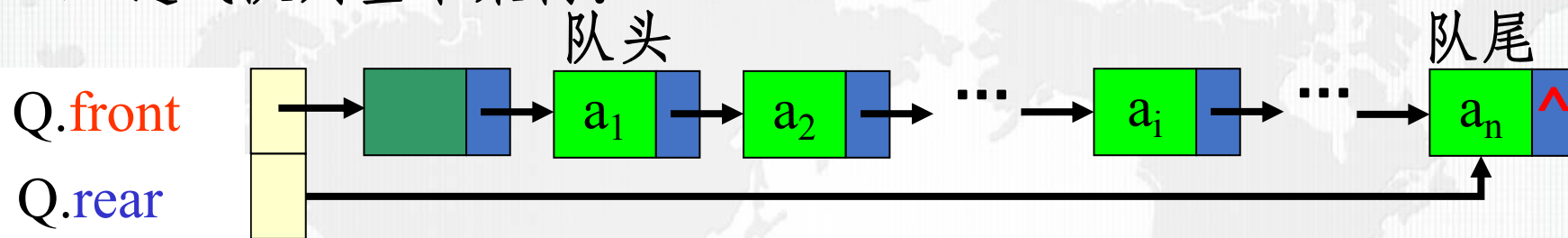
空队列: $\text{front} = \text{rear} = \text{NULL}$



队列的存储结构——链式队列



◆ 链式队列基本架构:



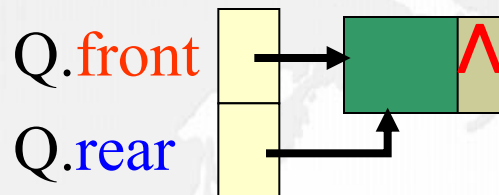
```
10 typedef struct QNode {
11     QElemType data;    // 数据域
12     struct QNode *next; // 指针域
13 } QNode, *QueuePtr;
14
15 typedef struct {
16     QueuePtr front;    // 队头指针
17     QueuePtr rear;    // 队尾指针
18 } LinkQueue;
19
```


队列的存储结构——链式队列



◆ 构造空链队列Q:

LinkQueue Q;

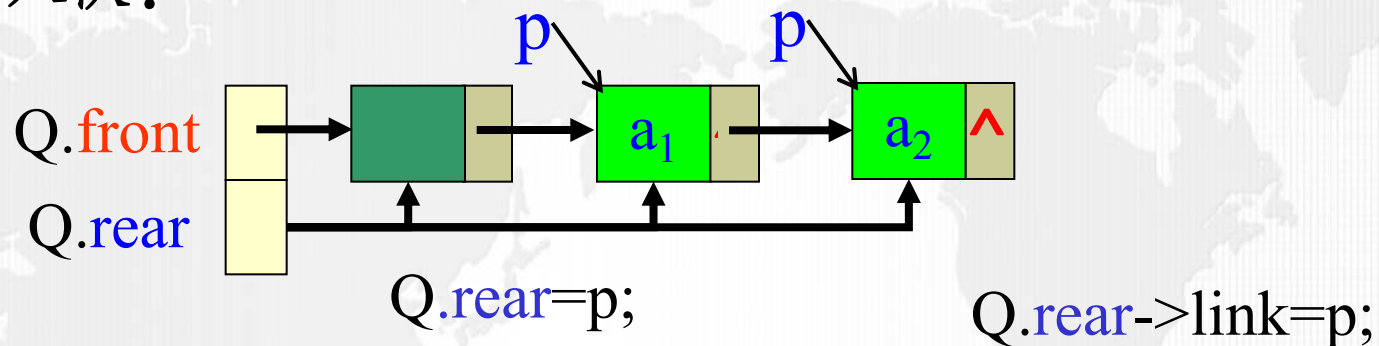


```
26 Status init_queue(LinkQueue *Q) {
27     Q->front = Q->rear = (QueuePtr) malloc( size: sizeof(QNode));
28     if (!Q->front) {
29         return OVERFLOW;
30     }
31     Q->front->next = NULL;
32     return OK;
33 }
```

队列的存储结构——链式队列



◆ 链队列入队:



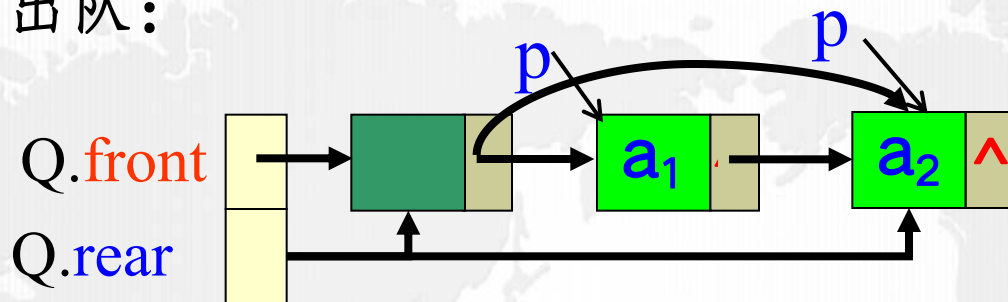
```
35 Status enter_queue(LinkQueue *Q, QElemType e) {
36     QueuePtr p = (QueuePtr) malloc( size: sizeof(QNode));
37     if (!p) {
38         return OVERFLOW;
39     }
40     p->data = e;
41     p->next = NULL;
42     Q->rear->next = p;
43     Q->rear = p;
44
45     return OK;
46 }
```

$$T(n)=O(1)$$

队列的存储结构——链式队列



◆ 链队列出队:



```
48 Status de_queue(LinkQueue *Q, QElemType *e) {  
49     if (Q->front == Q->rear) {  
50         return ERROR;  
51     }  
52  
53     QueuePtr p = Q->front->next;  
54     *e = p->data;  
55     Q->front->next = p->next;  
56     if (Q->rear == p) Q->rear = Q->front;  
57     free(p);  
58  
59     return OK;  
60 }
```

$p = Q.\text{front} \rightarrow \text{link};$

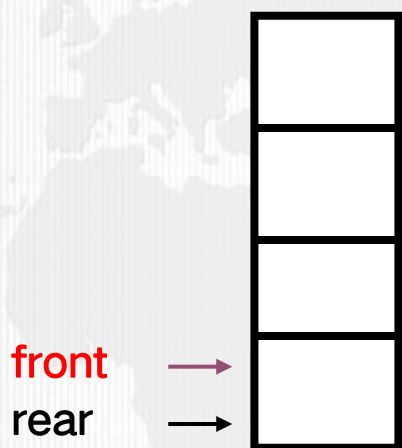
$Q.\text{front} \rightarrow \text{link} = p \rightarrow \text{link};$

$T(n) = O(1)$

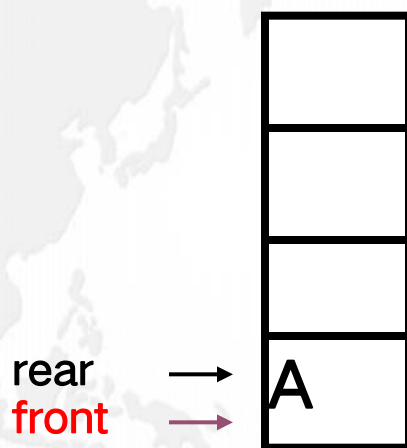
队列的存储结构——顺序队列



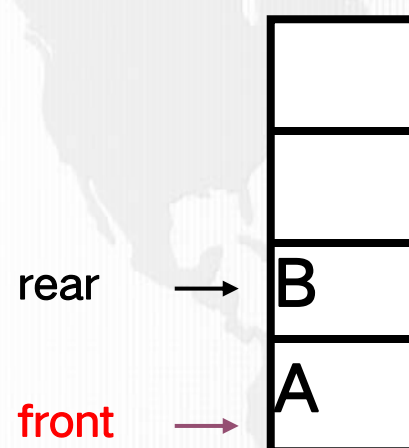
- ◆ 用数组`queue[MaxSize]`描述一个队列， $\text{location}(i)=i-1$;



队空：
`front=0;`
`rear=-1;`

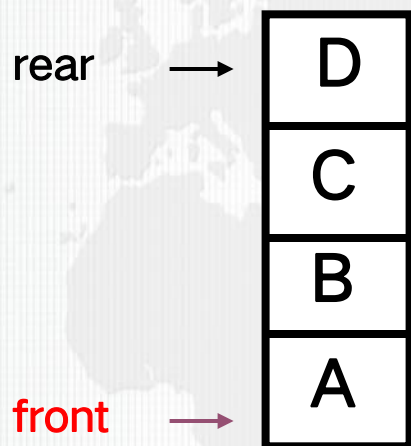


插入A元素：
`front=0;`
`rear=0;`

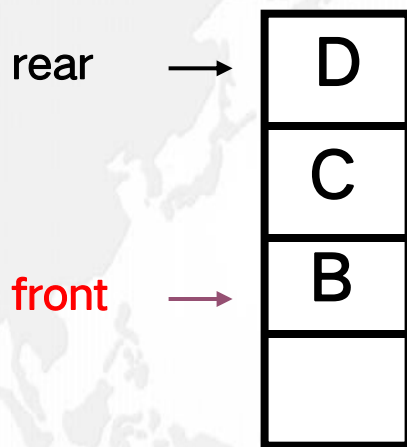


插入B元素：
`front=0;`
`rear=1;`

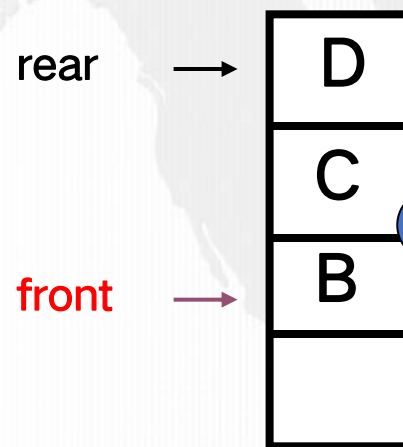
队列的存储结构——顺序队列



队列满：
 $\text{rear} = \text{MaxSize} - 1$

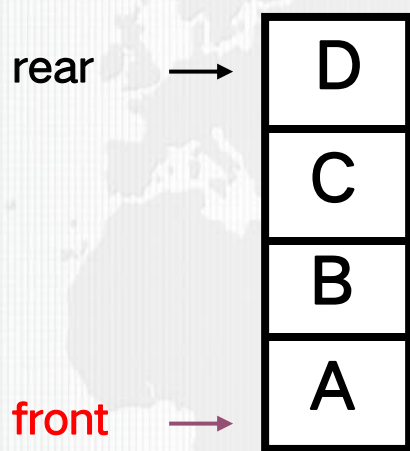


出队，
 $\text{front} = 1;$

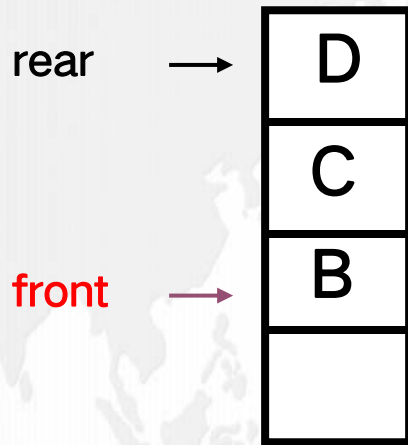


插入E：
 $\text{rear} = \text{MaxSize} - 1;$
队列满，不能插入

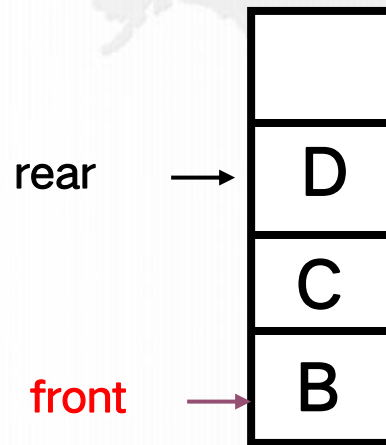
队列的存储结构——顺序队列



队列满：
 $\text{rear} = \text{MaxSize} - 1$



出队，
 $\text{front} = 1;$



出队后调整：
 $\text{front} = 0;$
 $\text{rear} = \text{rear} - 1;$

浪费时间!

队列的存储结构——顺序队列



❖ 假溢出问题解决方案

真溢出条件:

$Q.front == 0;$

$Q.rear == MAXQSIZE;$

假溢出条件:

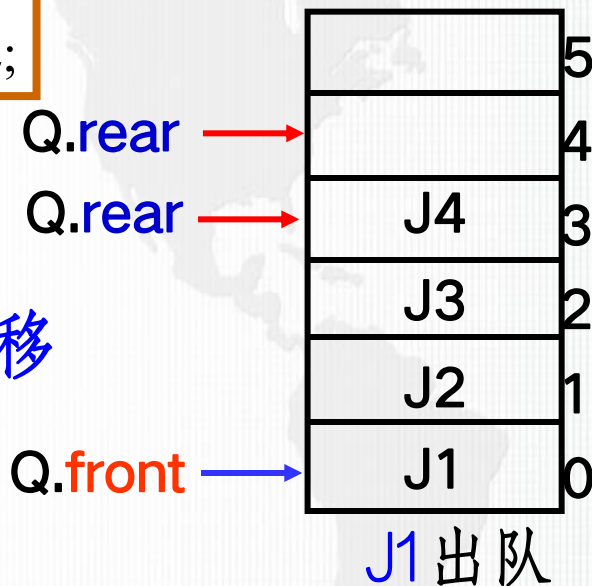
$Q.front \neq 0;$

$Q.rear == MAXQSIZE;$

方案一:

队首固定, 每次出队, 剩余元素下移

缺点: 浪费时间



队列的存储结构——顺序队列



❖ 假溢出问题解决方案

真溢出条件:

$Q.front == 0;$

$Q.rear == MAXQSIZE;$

假溢出条件:

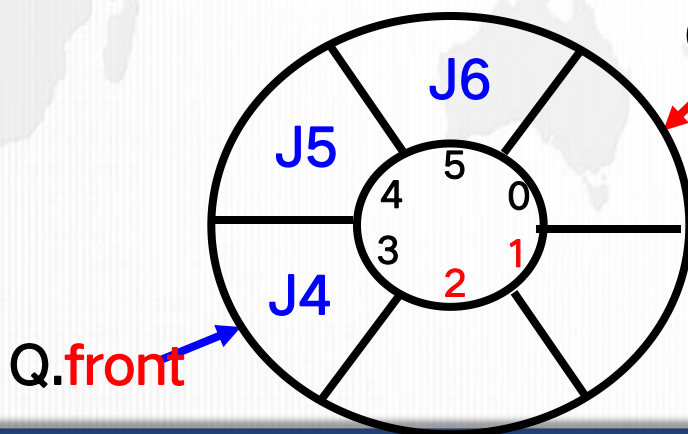
$Q.front \neq 0;$

$Q.rear == MAXQSIZE;$

方案二:

循环队列, 把队列设想成环形, 首尾相接,

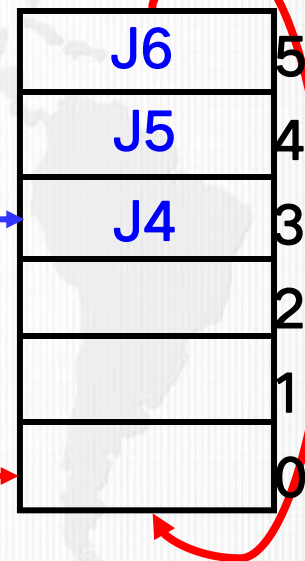
若 $Q.rear == MAXSIZE$, 则令 $Q.rear = 0$



$Q.rear$

$Q.front$

$Q.rear$



实现:
利用"模"运算

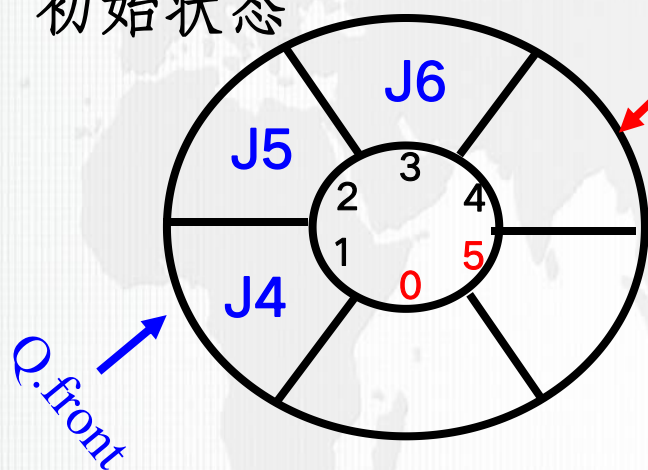
队列的存储结构——循环队列



❖ 利用“模”运算实现循环队列

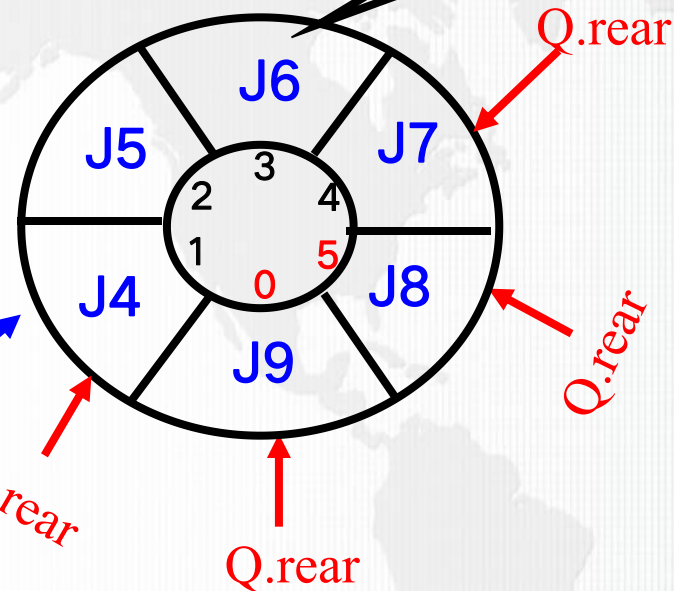
$$(x+1)\% \text{MAXSIZE}$$

初始状态



J7, J8, J9相继入队

Q.front



“模”运算

$x\% \text{MAXSIZE}$ ——结果范围为

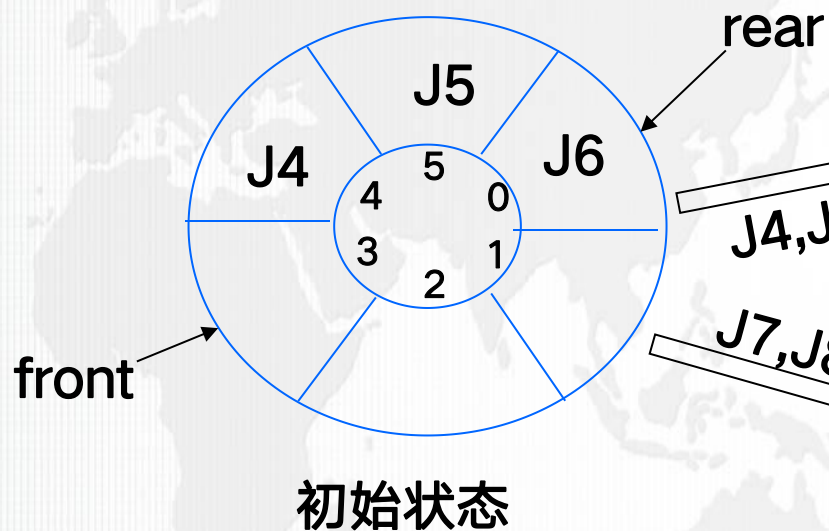
$0 \sim (\text{MAXSIZE}-1)$

则, $(x+1)\% \text{MAXSIZE}$ 可实现: $x+1$;
满足范围要求

队列的存储结构——循环队列



队空: $\text{front} == \text{rear}$



J4, J5, J6 出队

J7, J8, J9 入队

队满: $\text{front} == \text{rear}$

front
rear

解决方案:

1. 另外设一个标志以区别队空、队满

2. 少用一个元素空间:

队空: $\text{front} == \text{rear}$

队满: $(\text{rear} + 1) \% M == \text{front}$

队列的存储结构——循环队列



◆ 构造空的循环队列Q:

```
5
6
7     #define MAXSIZE 100
8
9     typedef int QElemType;
10    typedef struct {
11        QElemType *base;
12        int front;
13        int rear;
14    } SqQueue;
```

```
22    Status init_queue(SqQueue *Q) {
23        Q->base = (QElemType *)malloc( size: MAXSIZE * sizeof(QElemType));
24        if (!Q->base) {
25            return OVERFLOW;
26        }
27        Q->front = Q->rear = 0;
28        return OK;
29    }
```

队列的存储结构——循环队列



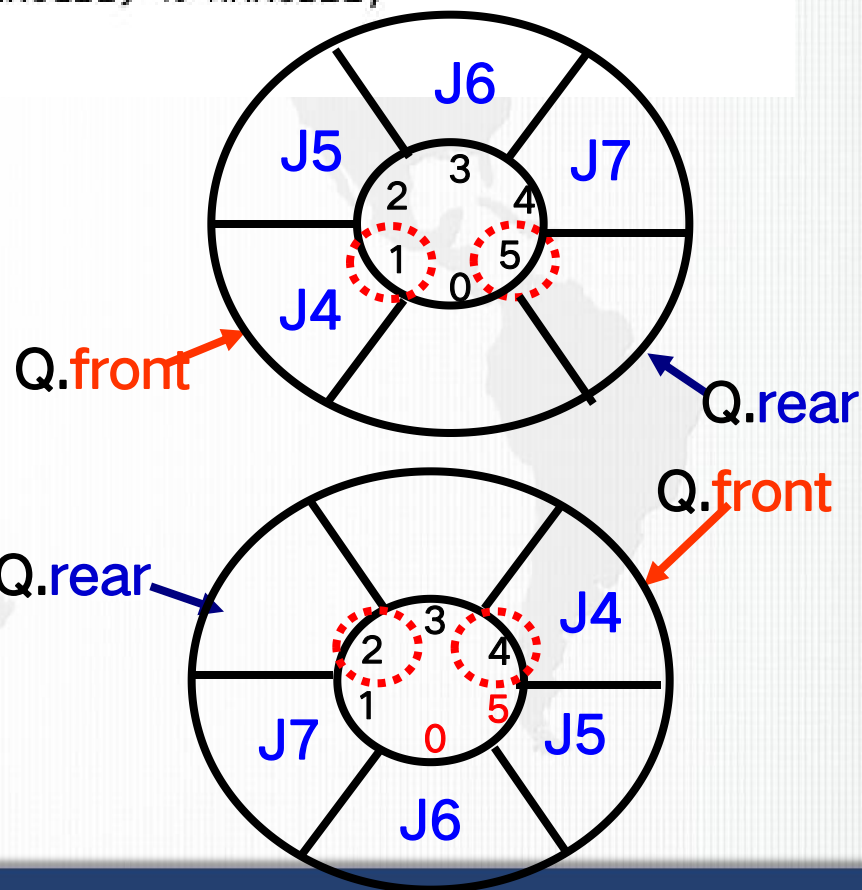
◆ 求循环队列中元素个数:

```
31  int queue_length(SqQueue *Q) {  
32      return (Q->rear - Q->front + MAXSIZE) % MAXSIZE;  
33  }
```

$$T(n)=O(1)$$

队中结点的个数:

$$(rear - front + maxSize) \% maxSize$$



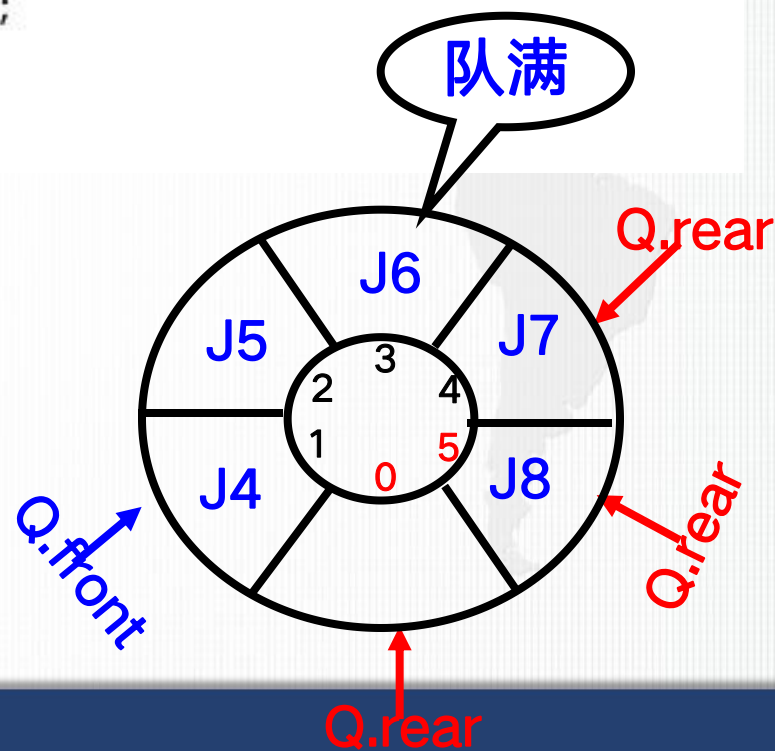
队列的存储结构——循环队列



◆ 循环队列入队：

```
35  Status enter_queue(SqQueue *Q, QElemType e) {  
36      if ((Q->rear + 1) % MAXSIZE == Q->front) {  
37          return ERROR;  
38      }  
39      Q->base[Q->rear] = e;  
40      Q->rear = (Q->rear + 1) % MAXSIZE;  
41      return OK;  
42  }
```

$$T(n)=O(1)$$



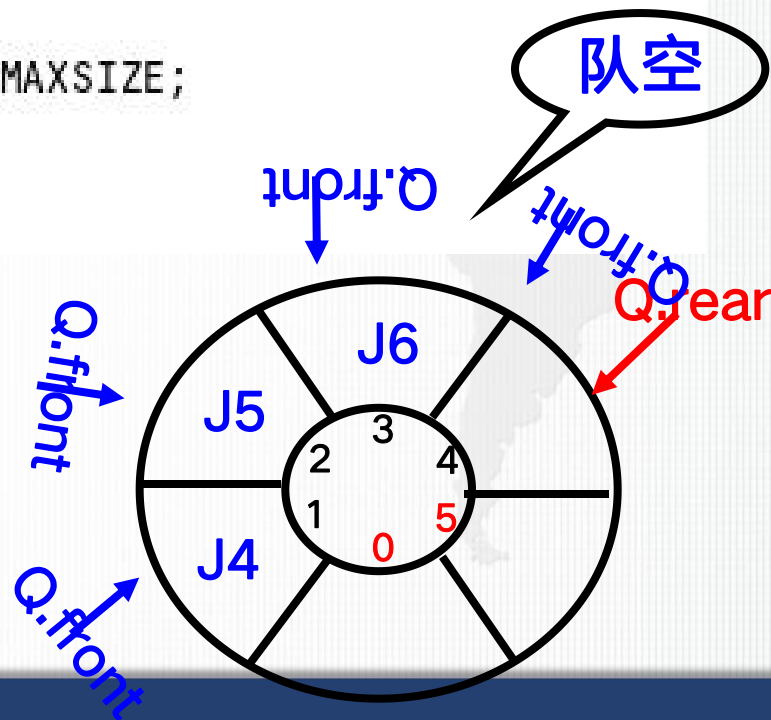
队列的存储结构——循环队列



◆ 循环队列出队:

```
44  ✓ Status de_queue(SqQueue *Q, QElemType *e) {  
45  ✓      if (Q->front == Q->rear) {  
46          return ERROR;  
47      }  
48      *e = Q->base[Q->front];  
49      Q->front = (Q->front + 1) % MAXSIZE;  
50      return OK;  
51  }
```

$$T(n)=O(1)$$



◆ 队列在计算机系统中的应用

队列在计算机系统中的应用非常广泛，以下仅从两个方面来简述队列在计算机系统中的作用：

1. 第一个方面是解决主机与外部设备之间速度不匹配的问题，
2. 第二个方面是解决由多用户引起的资源竞争问题。

对于第一个方面，仅以主机和打印机之间速度不匹配的问题为例做简要说明。主机输出数据给打印机打印，输出数据的速度比打印数据的速度要快得多，解决的方法是设置一个打印数据缓冲区，主机把要打印输出的数据依次写入这个缓冲区，写满后就暂停。打印机就从缓冲区中按照先进先出的原则依次取出数据并打印，打印完后再向主机发出请求。主机接到请求后再向缓冲区写入打印数据。打印数据缓冲区中所存储的数据就是一个队列。

◆ 队列在计算机系统中的应用

队列在计算机系统中的应用非常广泛，以下仅从两个方面来简述队列在计算机系统中的作用：

1. 第一个方面是解决主机与外部设备之间速度不匹配的问题，
2. 第二个方面是解决由多用户引起的资源竞争问题。

对于第二个方面，CPU 资源的竞争就是一个典型的例子。在一个带有多个终端的计算机系统中，有多个用户需要CPU各自运行自己的程序，它们分别通过各自的终端向操作系统提出占用CPU的请求。操作系统通常按照每个请求在时间上的先后顺序，把它们排成一个队列，每次把CPU分配给队首请求的用户使用。当相应的程序运行结束或用完规定的时间间隔后，令其出队，再把CPU分配给新的队首请求一个用户的请求，又使CPU能够正常运行。

栈与队列的应用举例



◆ 练习1

给定 n 个非负整数表示每个宽度为 1 的柱子的高度图，计算按此排列的柱子，下雨之后能接多少雨水。

示例 1:

输入: `height = [0,1,0,2,1,0,1,3,2,1,2,1]`

输出: 6

解释: 上面是由数组 `[0,1,0,2,1,0,1,3,2,1,2,1]` 表示的高度图，在这种情况下，可以接 6 个单位的雨水（蓝色部分表示雨水）。

示例 2:

输入: `height = [4,2,0,3,2,5]`

输出: 9

示例 1:



栈与队列的应用举例



◆ 练习2（括号匹配进阶）

给你一个只包含 '(' 和 ')' 的字符串，找出最长有效（格式正确且连续）括号子串的长度

示例 1:

输入: $s = "()"$

输出: 2

解释: 最长有效括号子串是 "()"

示例 2:

输入: $s = ")()()"$

输出: 4

解释: 最长有效括号子串是 "()()"

示例 3:

输入: $s = ""$

输出: 0

线性表的应用举例



◆ 练习3（用栈和队列实现）

给你一个链表，**两两交换其中相邻的节点**，并返回交换后链表的头节点。你必须在**不修改节点内部的值**的情况下完成本题（即，只能进行节点交换）。

示例 1:

输入: head = [1, 2, 3, 4]

输出: [2, 1, 4, 3]

示例 2:

输入: head = []

输出: []

示例 3:

输入: head = [1]

输出: [1]

提示:

链表中节点的数目在范围[0, 100] 内

$0 \leq \text{Node.val} \leq 100$

栈与队列的应用举例



◆ 练习1

给定 n 个非负整数表示每个宽度为 1 的柱子的高度图，计算按此排列的柱子，下雨之后能接多少雨水。

方法一：

直观想法

直接按问题描述进行。对于数组中的每个元素，我们找出下雨后水能达到的最高位置，等于两边最大高度的较小值减去当前高度的值。

算法：

1. 初始化 $ans=0$
2. 从左向右扫描数组：
3. 初始化 $left_max=0$, $right_max=0$
4. $height[0]$ 的位置到当前位置寻找最大值: $left_max=\max(left_max,height[j])$
5. 从当前位置到 $height$ 末端寻找最大值: $right_max=\max(right_max,height[j])$
6. 将 $\min(max_left,max_right)-height[i]$ 累加到 ans

时间复杂度较大为 $O(n^2)$

栈与队列的应用举例



◆ 练习1

给定 n 个非负整数表示每个宽度为 1 的柱子的高度图，计算按此排列的柱子，下雨之后能接多少雨水。

方法二：

直观想法

在暴力方法中，我们仅仅为了找到最大值每次都要向左和向右扫描一次。但是我们可以提前存储这个值。因此，可以通过动态编程解决。

算法：

1. 找到数组中从下标 i 到最左端最高的条形块高度 $left_max$
2. 找到数组中从下标 i 到最右端最高的条形块高度 $right_max$ 。
3. 扫描数组 $height$ 并更新答案：
4. 累加 $\min(max_left[i], max_right[i]) - height[i]$ 到 ans 上

复杂度为 $O(n)$

栈与队列的应用举例



◆ 练习1

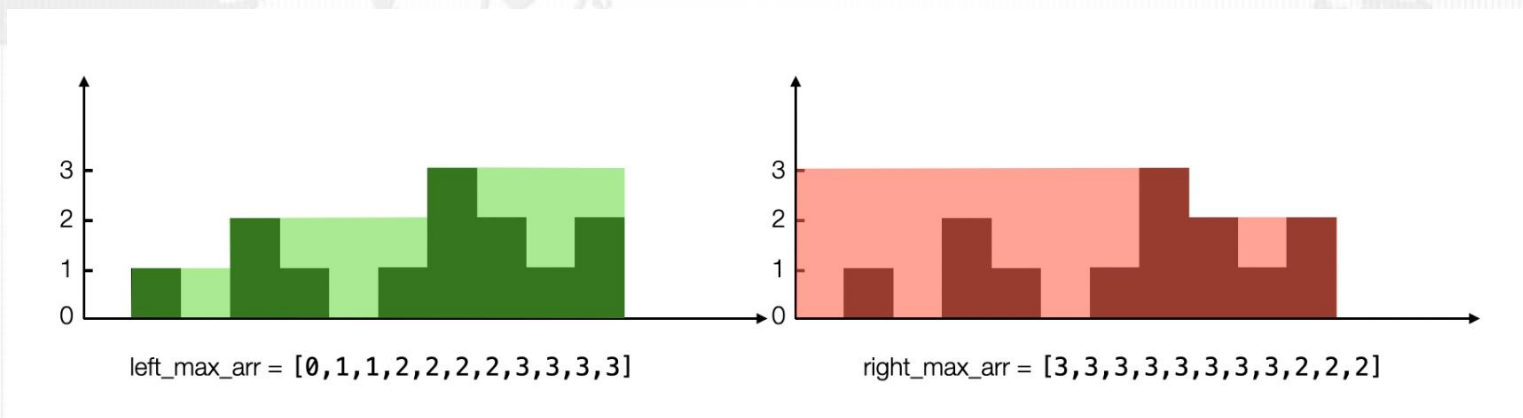
给定 n 个非负整数表示每个宽度为 1 的柱子的高度图，计算按此排列的柱子，下雨之后能接多少雨水。

方法二：

直观想法

在暴力方法中，我们仅仅为了找到最大值每次都要向左和向右扫描一次。但是我们可以提前存储这个值。因此，可以通过动态规划解决。

算法：



复杂度为 $O(n)$

栈与队列的应用举例



◆ 练习1

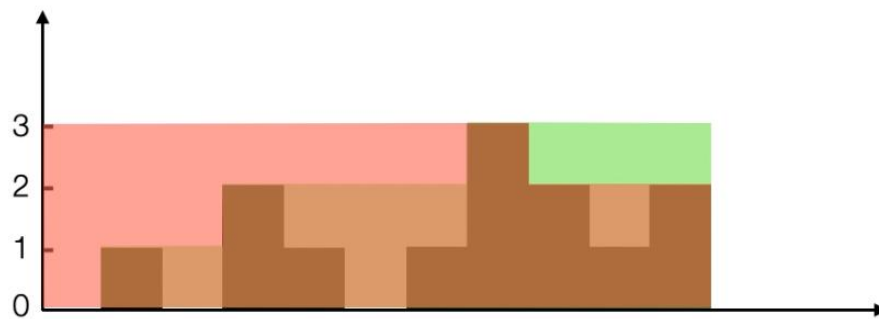
给定 n 个非负整数表示每个宽度为 1 的柱子的高度图，计算按此排列的柱子，下雨之后能接多少雨水。

方法二：

直观想法

在暴力方法中，我们仅仅为了找到最大值每次都要向左和向右扫描一次。但是我们可以提前存储这个值。因此，可以通过动态规划解决。

算法：



left_max_arr = [0, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3]

right_max_arr = [3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 2, 2]

复杂度为 $O(n)$

栈与队列的应用举例



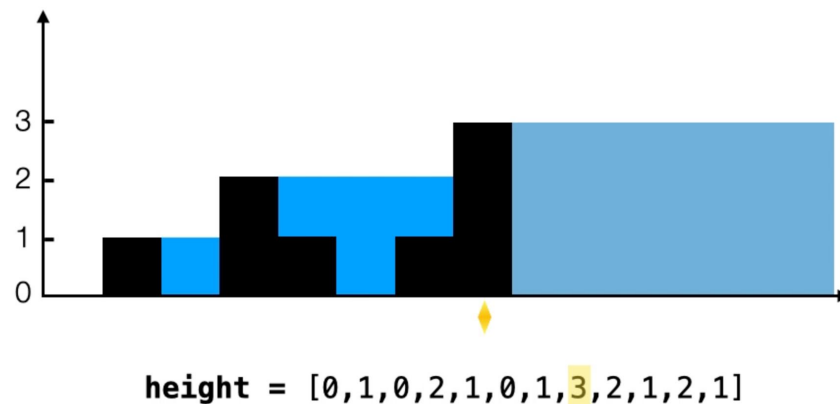
◆ 练习1

给定 n 个非负整数表示每个宽度为 1 的柱子的高度图，计算按此排列的柱子，下雨之后能接多少雨水。

方法三：

直观想法

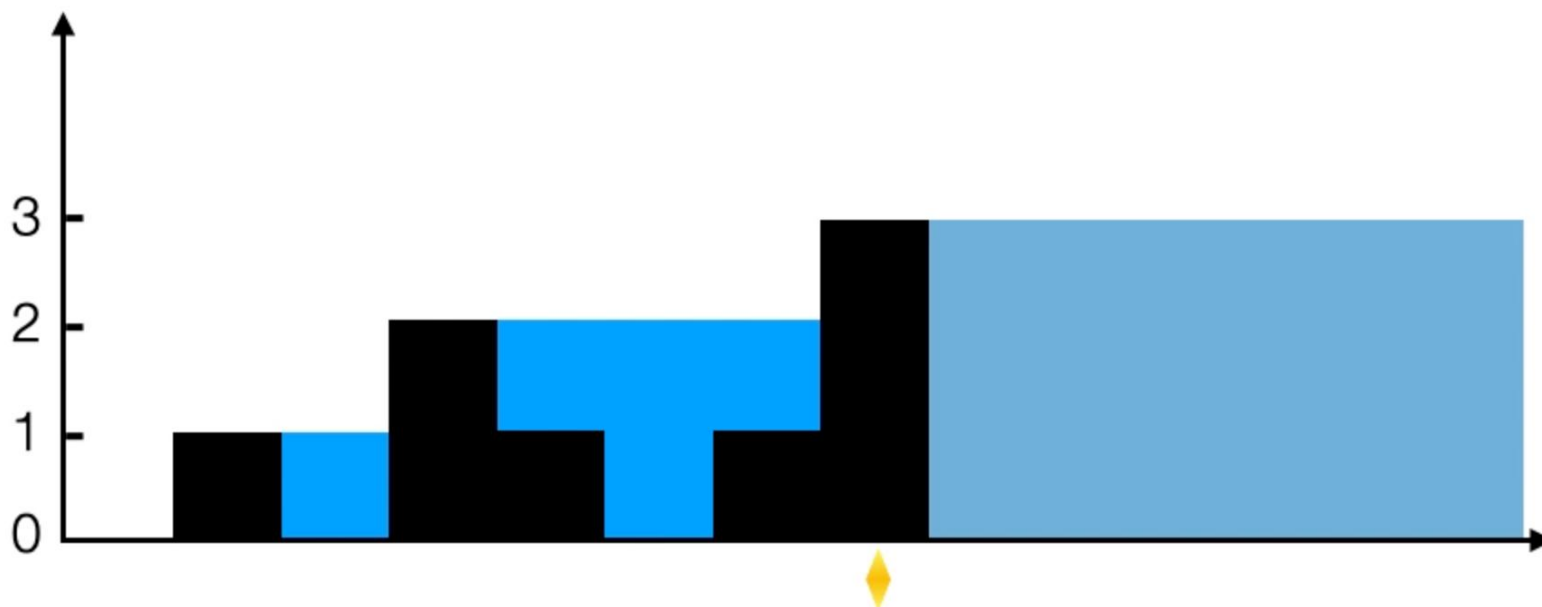
积水只能在低洼的地方形成，当后面的柱子高度比前面的低的时候，是没有办法接雨水的。所以使用单调递减栈存储可能储水的柱子，当找到一根比前面高的柱子，就可以计算接到的雨水。



栈与队列的应用举例



◆ 练习1



height = [0, 1, 0, 2, 1, 0, 1, 3, 2, 1, 2, 1]



height = [0, 1, 0, 2, 1, 0, 1, 3, 2, 1, 2, 1]

栈与队列的应用举例



◆ 练习1

给定 n 个非负整数表示每个宽度为 1 的柱子的高度图，计算按此排列的柱子，下雨之后能接多少雨水。

方法三算法：

1. 使用栈来存储条形块的索引下标。

2. 遍历数组：

①当栈非空且 $\text{height}[\text{current}] > \text{height}[\text{st.top}()]$ ：

▷意味着栈中元素可以被弹出。弹出栈顶元素 top ；

▷计算当前元素和栈顶的距离，准备进行填充操作 $\text{distance} = \text{current} - \text{st.top}() - 1$

▷找出界定高度

$\text{bounded_height} = \min(\text{height}[\text{current}], \text{height}[\text{st.top()}]) - \text{height}[\text{top}]$

▷往答案中累加积水量 $\text{ans} += \text{distance} \times \text{bounded_height}$

②将当前索引下标入栈

③将 current 移动到下个位置

时间空间复杂度和方法二一样。

栈与队列的应用举例



◆ 练习2（括号匹配进阶）

给你一个只包含 '(' 和 ')' 的字符串，找出最长有效（格式正确且连续）括号子串的长度

始终保持栈底元素为当前已经遍历过的元素中「最后一个没有被匹配的右括号的下标」，这样的做法主要是考虑了边界条件的处理，栈里其他元素维护左括号的下标：

1. 对于遇到的每个 '(', 我们将它的下标放入栈中
2. 对于遇到的每个 ')', 我们先弹出栈顶元素表示匹配了当前右括号：
 - ①如果栈为空，说明当前的右括号为没有被匹配的右括号，我们将其下标放入栈中来更新我们之前提到的「最后一个没有被匹配的右括号的下标」
 - ②如果栈不为空，当前右括号的下标减去栈顶元素即为「以该右括号为结尾的最长有效括号的长度」

我们从前往后遍历字符串并更新答案即可。

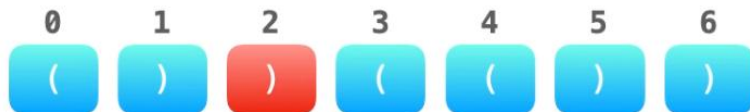
栈与队列的应用举例



◆ 练习2（括号匹配进阶）

给你一个只包含 '(' 和 ')' 的字符串，找出最长有效（格式正确且连续）括号子串的长度

i
↓



length = 0

max_length = 0

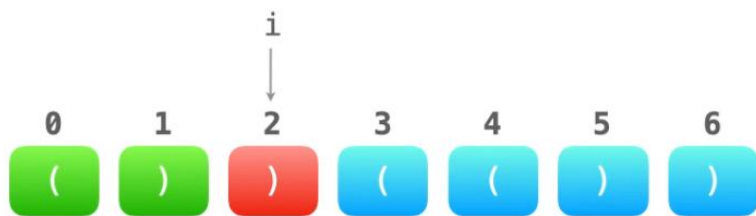


栈与队列的应用举例



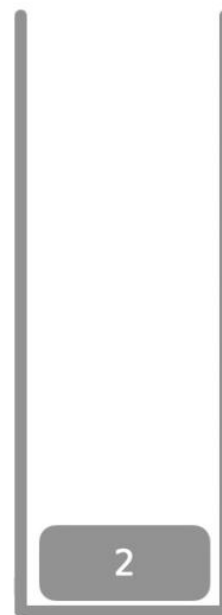
◆ 练习2（括号匹配进阶）

给你一个只包含 '(' 和 ')' 的字符串，找出最长有效（格式正确且连续）括号子串的长度



length = 0

max_length = 2



线性表的应用举例



◆ 练习3（用栈和队列实现）

给你一个链表，**两两交换其中相邻的节点**，并返回交换后链表的头节点。你必须在**不修改节点内部的值**的情况下完成本题（即，只能进行节点交换）。

直观思想：

实现两两交换，后面的一个和前面的一个交换，可以联想到“栈”后入先出的特点
两两交换之后整体链表的生成与存储可以利用“队列”存储
利用队列实现，遍历完原链表后还需要一次遍历生成新链表

算法：

1. 遍历给定链表，拆解出当前遍历的元素（使 next 为空）
2. 将拆解出的元素入栈，入栈前判断栈中是否有两个元素
3. 如果栈中有两个元素，先将元素依次出栈，然后入队
4. 经过一轮链表的遍历，就得到了满足结果的“链表节点”队列，每个节点 next 均为空
5. 遍历队列组成新链表即可，此时链表元素依旧是原链表的元素，内存地址没有改变

Homework



- 选择题全部
- leetcode 题目全部AC

Thanks!



See you in the next session!