# 每天起床头件事，先背一遍展开式

设非零向量$\vec{r}=(x,y,z)$与$x$、$y$、$z$轴的夹角分别为$\alpha$、$\beta$、$\gamma$，则：

(1)$\cos\alpha=\dfrac{x}{|\vec{r}|}$，$\cos\beta=\dfrac{y}{|\vec{r}|}$，$\cos\gamma=\dfrac{z}{|\vec{r}|}$

(2)与$\vec{r}$同方向的单位向量$\vec{e}_r=(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma)$

(3)$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$

---

记$\vec{a}=(a_x,a_y,a_z)$，$\vec{b}=(b_x,b_y,b_z)$，$\vec{c}=(c_x,c_y,c_z)$



(1)$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\end{vmatrix}=(a_yb_z-a_zb_y)\vec{i}+(a_zb_x-a_xb_z)\vec{j}+(a_xb_y-a_yb_x)\vec{k}$

(2)$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle$

(3)$\left[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}\right]=\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\begin{vmatrix}a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\\c_x&c_y&c_z\end{vmatrix}$

(4)若$\vec{a}$与$\vec{b}$为非零向量，则$\vec{a}$与$\vec{b}$平行的充要条件是$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$

(5)$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$共面的充要条件是$\left[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}\right]=0$

---

平面的方程：

(1)点法式方程：

过点$M_0(x_0,y_0,z_0)$且法向量$\vec{n}=(A,B,C)$的平面$\Pi$的方程为$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

(2)截距式方程：

与$x$、$y$、$z$轴分别交于$(a,0,0)$，$(0,b,0)$，$(0,0,c)$的平面$\Pi$的方程为$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$

(3)一般方程：

$Ax+By+Cz+D=0$

当$D=0$时，平面过原点

当$A=0$时，平面平行于$x$轴(同理当$B=0\cdots$，当$C=0\cdots$)

当$A=B=0$时，平面平行于$xOy$平面(同理当$B=C=0\cdots$，当$A=C=0\cdots$)

---

直线的方程：

(1)一般方程：

平面$\Pi_1: A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$与平面$\Pi_2: A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$的交线的方程为

$$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$$

(2)对称式方程(点向式方程)：

过点$M_0(x_0,y_0,z_0)$且方向向量$\vec{s}=(m,n,p)$的直线的方程为$\dfrac{x-x_0}{m}=\dfrac{y-y_0}{n}=\dfrac{z-z_0}{p}$

(3)参数方程：

过点$M_0(x_0,y_0,z_0)$且方向向量$\vec{s}=(m,n,p)$的直线的方程为$\begin{cases} x=x_0+mt \\ y=y_0+nt \\ z=z_0+pt \end{cases}$

---

平面束方程：

设直线$L$由方程组$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$所确定，其中系数$A_1$、$B_1$、$C_1$、$D_1$与$A_2$、$B_2$、$C_2$、$D_2$不成比例，那么方程$A_1x+B_1y+C_1z+D_1+\lambda(A_2x+B_2y+C_2z+D_2)=0$表示通过直线$L$的平面束的方程，其中$\lambda$为任意常数，但不能表示平面$A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$

---

点$P_0(x_0,y_0,z_0)$到平面$Ax+By+Cz+D=0$的距离$d=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

直线外一点$M_0$到直线$L$的距离$d=\dfrac{|\overrightarrow{M_0M}\times\vec{s}|}{|\vec{s}|}$，其中$M$为直线$L$上任意一点，$\vec{s}$为直线$L$的方向向量

2023.2.27更新