Technische Universität Dresden

Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik

Institut für Regelungs- und Steuerungstheorie

Masterarbeit

Über den Einfluss hochfrequenter mechanischer Oszillationen auf das Schaltverhalten supraleitender PID-Regler auf Quantenbasis

Eine Fallstudie unter besonderer Berücksichtigung stochastischer Einflüsse

vorgelegt von:	Martin P. Mustermann
geboren am:	1. Januar 1912 in Dresden

zum Erlangen des akademischen Grades

Master of Science

(M. Sc.)

Betreuer:	Betreuer 1
	Betreuer 2
Verantwortlicher Hochschullehrer:	Prof. Dr.-Ing. habil. Dipl.-Math. K. Röbenack
Tag der Einreichung:	2. Februar 2222

Bitte ersetzen Sie diese Seite vor dem Binden mit der Aufgabenstellung.

Selbstständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die von mir am heutigen Tage dem Prüfungsausschuss der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik eingereichte Masterarbeit zum Thema

Über den Einfluss hochfrequenter mechanischer Oszillationen auf das Schaltverhalten supraleitender PID-Regler auf Quantenbasis

selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten oder nicht veröffentlichten Schriften entnommen sind, wurden als solche kenntlich gemacht.

Pirna, 1. Januar 2016 Martin P. Mustermann

Kurzfassung

An dieser Stelle fügen Sie bitte eine deutsche Kurzfassung ein.

Abstract

Please insert the English abstract here.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Theorie

1.1 Erläuterung zur Brockett-Bedingung

In Anbetracht von der mathematische Beschreibung und dem Beweis für Brockett-Bedingung ist zuerst die Erklärung einiger mathematischen Terme notwendig.

Stetigkeit(engl. continuous) [5]($s.250$) : Es sei $a \subseteq M$. Die Funktion $f : M \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist genau dann im Punkt a stetig, wenn es zu jeder reellen Zahl $\varepsilon > 0$ eine reelle Zahl $\delta > 0$ gibt, sodass $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$ für alle $x \subseteq M$ mit $|x - a| < \delta$ gilt.

d.h. eine stetige Funktion erfüllt die Bedingung: wenn der Abstand zweier Elemente der Definitionsmenge infinitesimal ist, muss der Abstand ihrer entsprechenden Wertemenge auch infinitesimal sein.

stetig Differenzierbarkeit(engl. continuously differentiable) [8]($s.256$) : Eine differenzierbare Abbildung $\boldsymbol{f} : E \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ sei stetig differenzierbar in E, wenn $\boldsymbol{f}'$ eine stetige Abbildung von E in $L(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ ist, wobei E eine offene Menge und $L(X, Y)$ Raum linearer Abbildungen ist.

Typ C^k(engl. type C^k) [5]($s.265$) : Eine Funktion auf einer offenen Umgebung des Punktes p stetige Ableitungen bis zur Ordnung k besitzt.

Basiert auf die obige Definition hat eine Funktion von Typ C^1 die Ableitung 1. Ordnung, die auch stetig ist.

Glatte Funktion (engl.: smooth function) [11, S. 5]: Ein Synonym für C^∞ ist “Glatt”. Eine glatte Funktion ist nämlich eine Funktion mit stetigen Ableitungen zur unendlichen Ordnung.

Surjektiv(engl. onto) [5]($s.931$) : Gegeben sei die Abbildung $f : X \to Y$. Betrachtet die Gleichung $f(x) = y$. Wenn die Gleichung für jedes $y \in Y$ eine Lösung $x \in X$ besitzt, d.h. $f(X) = Y$, dann heißt f genau dann *surjektiv*.

Jedes Element y der Wertemenge Y kann erreicht werden, dann ist diese Abbildung surjektiv.

Homotopie(engl. homotopy) [] $(s.47)$!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

Häufungspunkt(engl. limit point) [8] $(s.35)$: Ein Punkt p ist ein *Häufungspunkt* der Menge E, wenn in jeder Umgebung von p ein Punkt $q \in E$ mit $q \neq p$ liegt.

Abgeschlossene Menge(engl. closed set) [8] $(s.36)$: E heißt abgeschlossen, wenn jeder Häufungspunkt von E in E liegt.

Beschränkte Menge(engl. bounded set) [8] $(s.36)$: E ist beschränkt, wenn eine reelle Zahl M und ein Punkt $q \in X$ existieren, sodass der Abstand von (p, q) kleiner als M für alle $p \in E$ gilt. X ist hier ein metrischer Raum, dessen Teilmenge E ist.

Kompakte Menge(engl. compact set) [8] $(s.45)$: (Satz,nicht Definition) Falls eine Menge E in $\mathbb{R}^k$ abgeschlossen und beschränkt, dann ist E kompakt.

Ein sehr einfaches Beispiel für die Erläutung der kompakten Menge E ist z.B. $[1, 2]$ mit 1 und 2 jeweils der linken und rechten Häufungspunkt.

Niveaumenge(engl. level set) [11] $(s.94)$: Eine Niveaumenge einer Abbildung $f : N \to M$ ist die Submenge $f^{-1}(c) = \{p \in N \mid f(p) = c\}$ für einige $c \in M$.
Also die Niveaumenge $f^{-1}(c)$ besteht aus die Elemente der Definitionsmenge, deren Bildmenge eine Konstante c ist.

Distribution

Lokale Lipschitzstetigkeit(engl. locally Lipschitz continuity) [2] $(s.553)$: Lipschitz-Bedingung bezüglich y ist die Forderung $|f(x,t) - f(y,t)| \leq L\,|x - y|$ für alle (x, t) und (y, t). L ist eine beliebige Konstante.

das heißt, wenn die Ableitung der Funktion von f beschränkt ist, erfordert sie Lipschitz-Bedingung. Die Lipschitzstetigkeit ist stärker als Stetigkeit.

Lefschetz-fixed-point-formula, Poincare-Hopf Theorem

Ein nichtlineares Zustandsraummodell lässt sich durch Gl. 1.1 darstellen:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t), u(t)), \quad t \geq 0, \quad \boldsymbol{f} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n, \quad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0, 0) = \mathbf{0} \tag{1.1}$$

mit $\boldsymbol{x}$ dem Systemzustand, $\boldsymbol{f}$ der nichtlinearen Zustandsfunktion, u der Eingangsgröße und $\boldsymbol{x}_0$ dem initialen Zustand.

Jetzt stellt sich die Frage: gibt es die Möglichkeit, dass das obere nichtlineare System um die Ruhelage $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_0$ mit einer nichtlinearen Zustandsrückführung (nämlich hier u) asymptotisch stabilisierbar sein kann? Zum Antworten der Frage etabliert der amerikanische Mathematiker Roger W. Brockett das folgende berühmte Kriterium[1]:

Theorem 1.1 (Notwendige Bedingung)**.** *Deutsch oder Englisch???*

Ein leichter verwirrter Punkt dieses Kriterium liegt in die Bedingung von $\boldsymbol{f}$ und u in Gl. 1.1. Nach der Beschreibung des Theorems sind beide $\boldsymbol{f}$ und u *stetig differenzierbar*(engl.

continuously differentiable), und in dem Beweis zitiert Brockett eine stetig differenzierbare Lyapunov Funktion, die aber im Original *glatt* ist.(siehe [1] s.186 und [12] s.324.) In anderen Literaturen sind auch unterschiedliche Annahmen ermöglicht: [4] und [7] setzen u *stetig und zeitinvariant* als bekannt voraus, während $\boldsymbol{f}$ jeweils glatt und stetig und zeitinvariant. In [10] und [3] richten sie sich nach einer strengeren Bedingung: *lokal lipschitz*. Im Buch vom argentinischen Mathematiker Eduardo D. Sontag [9] werden die Annahme von $\boldsymbol{f}$ und u gleich wie Brockett(C^1). Die vierte strenge Voraussetzung werde von G. Oriolo und Y. Nakamura in [6] aufgestellt, dass $\boldsymbol{f}$ *stetig differenzierbar* und u *glatt* sein muss.

Zurück auf Brocketts Beweis

Literaturverzeichnis

[1] Brockett, R. W. et al.: *Asymptotic stability and feedback stabilization.* Differential geometric control theory, 27(1):181–191, 1983.

[2] Bronstein, I. N., J. Hromkovic, B. Luderer, H.-R. Schwarz, J. Blath, A. Schied, S. Dempe, G. Wanka, S. Gottwald, E. Zeidler et al.: *Taschenbuch der mathematik*, Bd. 1. Springer-Verlag, 2012.

[3] Colonius, F.: *Nichtlineare Kontrolltheorie Sommersemester 2012.* 2012.

[4] Coron, J.-M.: *Control and nonlinearity.* Nr. 136. American Mathematical Soc., 2007.

[5] Grosche, G., V. Ziegler, E. Zeidler und D. Ziegler: *Teubner-Taschenbuch der Mathematik.* Springer-Verlag, 2003.

[6] Oriolo, G. und Y. Nakamura: *Control of mechanical systems with second-order nonholonomic constraints: Underactuated manipulators.* In: *Decision and Control, 1991., Proceedings of the 30th IEEE Conference on*, S. 2398–2403. IEEE, 1991.

[7] Orsi, R., L. Praly und I. Mareels: *Necessary conditions for stability and attractivity of continuous systems.* International Journal of Control, 76(11):1070–1077, 2003.

[8] Rudin, W.: *Analysis, 4.* Aufl. Oldenburg, München, Wien, 2009.

[9] Sontag, E. D.: *Mathematical control theory: deterministic finite dimensional systems*, Bd. 6. Springer Science & Business Media, 2013.

[10] Stern, R.: *Brockett's stabilization condition under state constraints.* Systems & control letters, 47(4):335–341, 2002.

[11] Tu, L. W.: *An introduction to manifolds.* Springer Science & Business Media, 2010.

[12] Wilson, F. W.: *The structure of the level surfaces of a Lyapunov function.* Journal of Differential Equations, 3(3):323–329, 1967.