МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УО «Белорусский государственный технологический университет»

Лабораторная работа №6

«Транспортная задача»

Минск 2021

**Задание.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (*N*). Оформить отчет.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12** | **20** | **17** | **19** | **25** | **125** |
| 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **119** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Производим проверку является ли задача закрытой

Из результатов видно, что потребность превышает количество на складах, т.е. .задача является открытой.

Необходимо добавить в таблицу необходимое количество товаров на складе 902-750 = 152. Тарифы по перевозке берем равные 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12** | **20** | **17** | **19** | **25** | **125** |
| 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **119** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

**Этап I.** Поиск первого опорного плана.

Выбор наименьшей ячейки С22= 12

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12** | **20** | **17** | **19** | **25** | **125** |
| 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **119** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x22=min(119,125)=119;

Выбор наименьшей ячейки С52= 12

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **0** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x54=min(205,112)=112;

Выбор наименьшей ячейки С31= 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **0** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x31=min(155,162)=155;

Выбор наименьшей ячейки С16= 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **7** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x16=min(175,180)=175;

Выбор наименьшей ячейки С35= 14

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13|175** | **5** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **7** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **93** | **107** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x35=min(107,7)=7;

Выбор наименьшей ячейки С14= 15

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13|175** | **5** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14|7** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **93** | **100** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x14=min(93,5)=5;

Выбор наименьшей ячейки С14= 15

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15|5** | **23** | **13|175** | **0** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14|7** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **88** | **100** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x14=min(88,171)=88;

Выбор наименьшей ячейки С24= 19

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15|5** | **23** | **13|175** | **0** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14|7** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15|88** | **25** | **14** | **83** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **0** | **100** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x24=min(6,100)=6;

Выбор наименьшей ячейки С43= 22

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15|5** | **23** | **13|175** | **0** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19|6** | **25** | **0** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14|7** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15|88** | **25** | **14** | **83** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **0** | **94** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x43=min(83,143)=83;

Выбор наименьшей ячейки С63= 0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15|5** | **23** | **13|175** | **0** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19|6** | **25** | **0** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14|7** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22|83** | **15|88** | **25** | **14** | **0** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **60** | **0** | **94** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x43=min(60,152)=60;

Выбор наименьшей ячейки С63= 0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15|5** | **23** | **13|175** | **0** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19|6** | **25** | **0** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14|7** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22|83** | **15|88** | **25** | **14** | **0** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0** | **0** | **92** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **94** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x65=min(92,92)=92;

Количество переменных должно быть m+n-1= 6+6-1= 11 в таблице тоже 11 следовательно план является невырожденным.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  поставщики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | запасы |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13|5** | **21** | **11|173** | **0** |
| 2 | **20** | **10|117** | **18** | **15** | **17|6** | **23** | **0** |
| 3 | **11|153** | **15** | **21** | **18** | **12|7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20|81** | **13|88** | **23** | **12** | **0** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10|110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0|92** | **0** | **0** |
| потребности | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Первое допустимое решение

x31=153, x22=117, x43=81, x63=60, x14=5, x44=88, x54=110, x25=6, x35=7, x65=92, x16=173;

Значение функции цели тогда:

Z= 11\*153+10\*117+20\*81+60\*0+13\*5+13\*88+10\*110+17\*6+12\*7+92\*0+11\*173= 8871;

**Этап II.** Метод потенциалов

Предположим, что u1 = 0;

u1+v6=11; v6=11;

u1+v4=13; v4=13;

u4+v4=13; u4=0;

u5+v4=10; u5=-3;

u4+v3=20; v3=20;

u6+v3=0; u6=-20;

u6+v5=0; v5=20;

u3+v5=12; u3=-8;

u2+v5=17; u2=-3;

u2+v2=10; v2=13;

u3+v1=11; v1=19;

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  поставщики | v1= 19; | v2= 13; | v3=20; | v4=13; | v5= 20; | v6=11; | запасы |
| u1 = 0; | **22** | **12** | **16** | **13|5** | **21** | **11|173** | **0** |
| u2= -3; | **20** | **10|117** | **18** | **15** | **17|6** | **23** | **0** |
| u3= -8; | **11|153** | **15** | **21** | **18** | **12|7** | **21** | **0** |
| u4= 0; | **14** | **20** | **20|81** | **13|88** | **23** | **12** | **0** |
| u5= -3; | **13** | **21** | **19** | **10|110** | **20** | **14** | **0** |
| u6= -20; | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0|92** | **0** | **0** |
| потребности | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Для свободных клеток xij = ui + vj - cij

|  |  |
| --- | --- |
| Небазисная переменная |  |
| x11 | **0+19-22=-3** |
| x21 | **(-3)+19-20=-4** |
| x41 | **0+19-14=5** |
| x51 | **(-3)+19-13=3** |
| x61 | **-20+19-0=-1** |
| x12 | **0+13-12=1** |
| x32 | **(-8)+13-15=-10** |
| x42 | **0+13-20=-7** |
| x52 | **(-3)+13-21=-11** |
| x62 | **-20+13+0=-7** |
| x13 | **0+20-16=4** |
| x23 | **(-3)+20-18=-1** |
| x33 | **(-8)+20-21=-9** |
| x53 | **(-3)+20-19=-2** |
| x24 | **(-3)+13-15=-5** |
| x34 | **(-8)+13-18=-13** |
| x15 | **0+20-21=-1** |
| x45 | **0+20-23=-3** |
| x55 | **(-3)+20-20=-3** |
| x26 | **(-3)+11-23=-15** |
| x36 | **(-8)+11-21=-18** |
| x46 | **0+11-12=-1** |
| x56 | **(-3)+11-14=-6** |

Вводимой в базис будет переменная имеющая наибольшее положительное значение -x41.

Определив вводимую в базис переменную, следует определить исключаемую из базиса переменную. Обозначим через θ количество груза, перевозимого по маршруту (4,1). Максимально возможное значение θ определяем из следующих условий:

1. Должны выполняться ограничения на спрос и предложение.
2. Ни по какому маршруту не должны выполняться перевозки с отрицательным объемом грузов.

Сначала строим замкнутый цикл, который начинается и заканчивается в искомой ячейке. Цикл состоит из последовательности горизонтальных и вертикальных отрезков( но не диагональных), соединяющих ячейки, соответствующие текущим базисным переменным, и ячейку, соответствующую вводимой переменной. Для того, чтобы удовлетворять ограничениям по спросу и предложению, надо поочередно отнимать и прибавлять θ к значениям базисных переменных, расположенных в угловых ячейках цикла. Направление обхода цикла (по часовой стрелке или против не имеет значения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  поставщики | v1= 19; | v2= 13; | v3=20; | v4=13; | v5= 20; | v6=11; | запасы |
| u1 = 0; | **22** | **12** | **16** | **13|5** | **21** | **11|173** | **0** |
| u2= -3; | **20** | **10|117** | **18** | **15** | **17|6** | **23** | **0** |
| u3= -8; | **11|153**  **(-)** | **15** | **21** | **18** | **12|7**  **(+)** | **21** | **0** |
| u4= 0; | **14(+)** | **20** | **20|81 (-)** | **13|88** | **23** | **12** | **0** |
| u5= -3; | **13** | **21** | **19** | **10|110** | **20** | **14** | **0** |
| u6= -20; | **0** | **0** | **0|60**  **(+)** | **0** | **0|92**  **(-)** | **0** | **0** |
| потребности | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Перемещаем товары по циклу 81 единиц (минимальный в минусовом клетке (4,3)) цикл (4,1)→(4,3) →(6,3) →(6,5) →(3,5) →(3,1)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  поставщики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | запасы |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13|5** | **21** | **11|173** | **0** |
| 2 | **20** | **10|117** | **18** | **15** | **17|6** | **23** | **0** |
| 3 | **11|72** | **15** | **21** | **18** | **12|88** | **21** | **0** |
| 4 | **14|81** | **20** | **20** | **13|88** | **23** | **12** | **0** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10|110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0|141** | **0** | **0|11** | **0** | **0** |
| потребности | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Допустимое решение

x31=72, x22=117, x41=81, x63=141, x14=5, x44=88, x54=110, x25=6, x35=88, x65=11, x16=173;

Значение функции цели тогда:

Z= 11\*72+14\*81+10\*117+0\*141+13\*5+13\*88+10\*110+17\*6+12\*88+0\*11+11\*173=7751;

8871-7751=1120;

Определяем потенциалы для всех базисных переменных, (4,2) уже не базисная

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  поставщики | v1=14; | v2= 8; | v3=15; | v4=13; | v5=15; | v6=11; | запасы |
| u1 = 0; | **22** | **12** | **16** | **13|5** | **21** | **11|173** | **0** |
| u2= 2; | **20** | **10|117** | **18** | **15** | **17|6** | **23** | **0** |
| u3= -3; | **11|72** | **15** | **21** | **18** | **12|88** | **21** | **0** |
| u4= 0; | **14|81** | **20** | **20** | **13|88** | **23** | **12** | **0** |
| u5= -3; | **13** | **21** | **19** | **10|110** | **20** | **14** | **0** |
| u6= -15; | **0** | **0** | **0|141** | **0** | **0|11** | **0** | **0** |
| потребности | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |

Для свободных клеток xij = ui + vj - cij

|  |  |
| --- | --- |
| Небазисная переменная |  |
| x11 | **0+14-22=-3** |
| x21 | **2+14-20=-4** |
| x51 | **(-3)+14-13=-2** |
| x61 | **-15+14-0=-1** |
| x12 | **0+8-12=-4** |
| x32 | **(-3)+8-15=-10** |
| x42 | **0+8-20=-12** |
| x52 | **(-3)+8-21=-16** |
| x62 | **-15+8+0=-7** |
| x13 | **0+15-16=-1** |
| x23 | **2+15-18=-1** |
| x33 | **(-3)+15-21=-9** |
| x43 | **0+15-20=-5** |
| x53 | **(-3)+15-19=-7** |
| x24 | **2+13-15=0** |
| x34 | **(-3)+13-18=-8** |
| x64 | **(-15)+13-0=-2** |
| x15 | **0+15-21=-6** |
| x45 | **0+15-23=-3** |
| x55 | **(-3)+15-20=-8** |
| x26 | **2+11-23=-10** |
| x36 | **(-3)+11-21=-13** |
| x46 | **0+11-12=-1** |
| x56 | **(-3)+11-14=-6** |
| x66 | **(-15)+11-0=-4** |

Опорный план является оптимальным, т.к. все небазисные переменные xij ≥ 0.

Оптимальные затраты составляют 7751.