МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УО «Белорусский государственный технологический университет»

Лабораторная работа №6

«Транспортная задача»

Минск 2021

**Задание.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (*N*). Оформить отчет.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12** | **20** | **17** | **19** | **25** | **125** |
| 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **119** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Производим проверку является ли задача закрытой

Из результатов видно, что потребность превышает количество на складах, т.е. .задача является открытой.

Необходимо добавить в таблицу необходимое количество товаров на складе 902-750 = 154. Тарифы по перевозке берем равные 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12** | **20** | **17** | **19** | **25** | **125** |
| 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **119** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

**Этап I.** Поиск первого опорного плана.

Выбор наименьшей ячейки С22= 12

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12** | **20** | **17** | **19** | **25** | **125** |
| 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **119** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x22=min(119,125)=119;

Выбор наименьшей ячейки С52= 12

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **0** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x54=min(205,112)=112;

Выбор наименьшей ячейки С31= 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **0** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x31=min(155,162)=155;

Выбор наименьшей ячейки С16= 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **7** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x16=min(175,180)=175;

Выбор наименьшей ячейки С35= 14

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13|175** | **5** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **7** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **93** | **107** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x35=min(107,7)=7;

Выбор наименьшей ячейки С14= 15

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13|175** | **5** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14|7** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **93** | **100** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x14=min(93,5)=5;

Выбор наименьшей ячейки С14= 15

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15|5** | **23** | **13|175** | **0** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14|7** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **88** | **100** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x14=min(88,171)=88;

Выбор наименьшей ячейки С24= 19

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15|5** | **23** | **13|175** | **0** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14|7** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15|88** | **25** | **14** | **83** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **0** | **100** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x24=min(6,100)=6;

Выбор наименьшей ячейки С43= 22

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15|5** | **23** | **13|175** | **0** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19|6** | **25** | **0** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14|7** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15|88** | **25** | **14** | **83** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **0** | **94** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x43=min(83,143)=83;

Выбор наименьшей ячейки С63= 0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15|5** | **23** | **13|175** | **0** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19|6** | **25** | **0** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14|7** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22|83** | **15|88** | **25** | **14** | **0** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **60** | **0** | **94** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x43=min(60,152)=60;

Выбор наименьшей ячейки С63= 0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15|5** | **23** | **13|175** | **0** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19|6** | **25** | **0** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14|7** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22|83** | **15|88** | **25** | **14** | **0** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0** | **0** | **94** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **94** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x65=min(92,94)=92;

Количество переменных должно быть m+n-1= 6+6-1= 11 в таблице тоже 11 следовательно план является невырожденным.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15|5** | **23** | **13|175** | **0** |
| 2 | **22** | **12|119** | **20** | **17** | **19|6** | **25** | **0** |
| 3 | **13|155** | **17** | **23** | **20** | **14|7** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22|83** | **15|88** | **25** | **14** | **0** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12|112** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0|94** | **0** | **0** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Первое допустимое решение

x31=155, x22=119, x43=83, x63=60, x14=5, x44=88, x54=112, x25=6, x35=7, x65=94, x16=175;

Значение функции цели тогда:

Z= 15\*5 + 13\*175 + 12\*119 + 19\*6 + 13\*155 + 14\*7 + 22\*83 + 15\*88 + 12\*112 + 0\*60 + 0\*94 = 10495;

**Этап II.** Метод потенциалов

Найдём предварительные потенциалы ui , vj по занятым клеткам таблицы ,где ui+vj = cij . Предположим, что u1 = 0;

u1 + v4 = 15; 0 + v4 = 15; v4 = 15   
u4 + v4 = 15; 15 + u4 = 15; u4 = 0   
u4 + v3 = 22; 0 + v3 = 22; v3 = 22   
u6 + v3 = 0; 22 + u6 = 0; u6 = -22   
u6 + v5 = 0; -22 + v5 = 0; v5 = 22   
u2 + v5 = 19; 22 + u2 = 19; u2 = -3   
u2 + v2 = 12; -3 + v2 = 12; v2 = 15   
u3 + v5 = 14; 22 + u3 = 14; u3 = -8   
u3 + v1 = 13; -8 + v1 = 13; v1 = 21   
u5 + v4 = 12; 15 + u5 = 12; u5 = -3   
u1 + v6 = 13; 0 + v6 = 13; v6 = 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | v1=21 | v2=15 | v3=22 | v4=15 | v5=22 | v6=13 | запасы |
| u1=0 | 24 | 14 | 18 | 15[5] | 23 | 13[175] | **0** |
| u2=-3 | 22 | 12[119] | 20 | 17 | 19[6] | 25 | **0** |
| u3=-8 | 13[155] | 17 | 23 | 20 | 14[7] | 23 | **0** |
| u4=0 | 16 | 22 | 22[83] | 15[88] | 25 | 14 | **0** |
| u5=-3 | 15 | 23 | 21 | 12[112] | 22 | 16 | **0** |
| u6=-22 | 0 | 0 | 0[60] | 0 | 0[94] | 0 | **0** |
| потребности | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Для свободных клеток xij = ui + vj - cij

|  |  |
| --- | --- |
| Небазисная переменная |  |
| x11 | **0+21-24=-3** |
| x21 | **(-3)+21-22=-4** |
| x41 | **0+21-16=5** |
| x51 | **(-3)+21-15=3** |
| x61 | **-22+21-0=-1** |
| x12 | **0+15-14=1** |
| x32 | **(-8)+15-17=-10** |
| x42 | **0+15-22=-7** |
| x52 | **(-3)+15-23=-11** |
| x62 | **-22+15+2=-7** |
| x13 | **0+22-18=4** |
| x23 | **(-3)+22-20=-1** |
| x33 | **(-8)+22-23=-9** |
| x53 | **(-3)+22-21=-2** |
| x24 | **(-3)+15-17=-5** |
| x34 | **(-8)+15-20=-13** |
| x15 | **0+22-23=-1** |
| x45 | **0+22-25=-3** |
| x55 | **(-3)+22-22=-3** |
| x26 | **(-3)+13-25=-15** |
| x36 | **(-8)+13-23=-18** |
| x46 | **0+13-14=-1** |
| x56 | **(-3)+13-16=-6** |

Вводимой в базис будет переменная имеющая наибольшее положительное значение -x41.

Определив вводимую в базис переменную, следует определить исключаемую из базиса переменную. Обозначим через θ количество груза, перевозимого по маршруту (4,1). Максимально возможное значение θ определяем из следующих условий:

1. Должны выполняться ограничения на спрос и предложение.
2. Ни по какому маршруту не должны выполняться перевозки с отрицательным объемом грузов.

Сначала строим замкнутый цикл, который начинается и заканчивается в искомой ячейке. Цикл состоит из последовательности горизонтальных и вертикальных отрезков( но не диагональных), соединяющих ячейки, соответствующие текущим базисным переменным, и ячейку, соответствующую вводимой переменной. Для того, чтобы удовлетворять ограничениям по спросу и предложению, надо поочередно отнимать и прибавлять θ к значениям базисных переменных, расположенных в угловых ячейках цикла. Направление обхода цикла (по часовой стрелке или против не имеет значения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 24 | 14 | 18 | 15[5] | 23 | 13[175] | 180 |
| 2 | 22 | 12[119] | 20 | 17 | 19[6] | 25 | 125 |
| 3 | 13[155][-] | 17 | 23 | 20 | 14[7][+] | 23 | 162 |
| 4 | 16[+] | 22 | 22[83] [-] | 15[88] | 25 | 14 | 171 |
| 5 | 15 | 23 | 21 | 12[112] | 22 | 16 | 112 |
| 6 | 0 | 0 | 0[60] [+] | 0 | 0[94][-] | 0 | 154 |
| Потребности | 155 | 119 | 143 | 205 | 107 | 175 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Перемещаем товары по циклу 83 единиц (минимальный в минусовом клетке (4,3)) цикл (4,1)→(4,3) →(6,3) →(6,5) →(3,5) →(3,1)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 24 | 14 | 18 | 15[5] | 23 | 13[175] | 180 |
| 2 | 22 | 12[119] | 20 | 17 | 19[6] | 25 | 125 |
| 3 | 13[72] | 17 | 23 | 20 | 14[90] | 23 | 162 |
| 4 | 16[83] | 22 | 22 | 15[88] | 25 | 14 | 171 |
| 5 | 15 | 23 | 21 | 12[112] | 22 | 16 | 112 |
| 6 | 0 | 0 | 0[143] | 0 | 0[11] | 0 | 154 |
| Потребности | 155 | 119 | 143 | 205 | 107 | 175 |  |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | Запасы |

Повторим вычисление потенциалов.

u1 = 0.   
u1 + v4 = 15; 0 + v4 = 15; v4 = 15   
u4 + v4 = 15; 15 + u4 = 15; u4 = 0   
u4 + v1 = 16; 0 + v1 = 16; v1 = 16   
u3 + v1 = 13; 16 + u3 = 13; u3 = -3   
u3 + v5 = 14; -3 + v5 = 14; v5 = 17   
u2 + v5 = 19; 17 + u2 = 19; u2 = 2   
u2 + v2 = 12; 2 + v2 = 12; v2 = 10   
u6 + v5 = 0; 17 + u6 = 0; u6 = -17   
u6 + v3 = 0; -17 + v3 = 0; v3 = 17   
u5 + v4 = 12; 15 + u5 = 12; u5 = -3   
u1 + v6 = 13; 0 + v6 = 13; v6 = 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | v1=16 | v2=10 | v3=17 | v4=15 | v5=17 | v6=13 | ЗАПАСЫ |
| u1=0 | 24 | 14 | 18 | 15[5] | 23 | 13[175] | u1=0 |
| u2=2 | 22 | 12[119] | 20 | 17 | 19[6] | 25 | u2=2 |
| u3=-3 | 13[72] | 17 | 23 | 20 | 14[90] | 23 | u3=-3 |
| u4=0 | 16[83] | 22 | 22 | 15[88] | 25 | 14 | u4=0 |
| u5=-3 | 15 | 23 | 21 | 12[112] | 22 | 16 | u5=-3 |
| u6=-17 | 0 | 0 | 0[143] | 0 | 0[11] | 0 | u6=-17 |
| ПОТРЕБНОСТИ | v1=16 | v2=10 | v3=17 | v4=15 | v5=17 | v6=13 |  |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят: F(x) = 15\*5 + 13\*175 + 12\*119 + 19\*6 + 13\*72 + 14\*90 + 16\*83 + 15\*88 + 12\*112 + 0\*143 + 0\*11 = 10080