

# Predpisana drevesa z najmanjšim/največjim Wienerjevim indeksom

Klemen Hovnik  
Matija Gubanc Hančič  
Jan Rudof

6. november 2018

## 1 Uvod

Naj bo  $G = (V(G), E(G))$  enostaven povezan neusmerjen graf. *Wienerjev indeks* (oziroma *Wienerjevo število*  $W(G)$ ) je definiran kot

$$W(G) = \frac{1}{2} \sum_{u \in V(G)} \sum_{v \in V(G)} d_G(u, v). \quad (1)$$

Tukaj označimo z  $d_G(u, v)$  razdaljo med vozliščem  $u$  in  $v$  v grafu  $G$ .

Naša naloga je, da analiziramo lastnosti dreves z določenim številom vozlišč in fiksno maksimalno stopnjo vozlišč, ki imajo najmanjši Wienerjev indeks. Podobno nas zanimajo tudi lastnosti dreves na določenem številu vozlišč s fiksnim premerom, ki imajo največji možni Wienerjev indeks.

## 2 Opis dela

Za izvedbo projekta smo si izbrali programski jezik *Sage*, saj ta že vsebuje orodja za delo z grafi, prav tako pa ima tudi generator dreves in že vgrajeno funkcijo za izračun Wienerjevega indeksa. Najprej smo se lotili izračuna Wienerjevih indeksov na preprostih grafih z malo vozlišči, da vidimo kako naj bi ta struktura grafov z minimalnimi oziroma maksimalnimi indeksi izgledala v splošnem.

Za iskanje najmanjših Wienerjevih indeksov pri določenem številu vozlišč in pri fiksni maksimalni stopnji, smo naredili slovar slovarjev, kamor smo shranjevali optimalno dobljena drevesa. Podobno smo naredili slovar slovarjev za drevesa z maksimalnim Wienerjevim indeksom pri določenem številu vozlišč in pri fiksnem premeru grafa. Seveda smo to naredili le za grafe z malo vozlišči, saj se kaj kmalu izkaže, da je naš algoritem za izračun indeksov časovno prepotraten.

Tako smo si pripravili vse potrebno za analizo strukture dreves, ki nam bo

pomagala kasneje pri iskanju indeksov večjih grafov. Ideja je, da bi glede na dobljene rezultate na grafih z manj vozlišči, lahko predvidevali kako naj bi ta drevesa izgledala v splošnem.

### 3 Načrt za nadaljnje delo

Glede nadaljnjega dela smo prišli do dveh idej, kako bi lahko iskali optimalne Wienerjeve indekse pri večjem številu vozlišč:

Prva ideja je, da bi s pomočjo *dinamičnega programiranja* in že znanih grafov, ki imajo optimalne indekse, iskali optimalne Wienerjeve indekse še za grafe z večjim številom vozlišč. Že znane grafe bi tako gradili do grafov z željenim številom vozlišč in željeno maksimalno stopnjo oziroma premerom. Gradili bi jih tako, da bi že znanim grafom dodajali povezave do željene števila vozlišč, pri tem pa pazili, da ohranjamo željeno maksimalno stopnjo oziroma premer. Seveda, bi nas pri gradnji novih grafov zanimali le tisti z minimalnim oziroma maksimalnim Wienerjevim indeksom.

Druga ideja je, da bi si pomagali z *genetskim algoritmom*. Za začetno populacijo dreves, bi vzeli optimalna drevesa, ki smo jih predhodno našli z našim zamudnim algoritmom. Potem pa bi na vsakem nadaljnjem koraku iz teh dreves generirali novo populacijo dreves. Pri teh bomo izločili najslabša, ostala pa bomo probali križati in generirati nova drevesa. Pri tem načinu se bo število vozlišč ohranilo, paziti pa bomo morali, da se bo ohranjala tudi maksimalna stopnja oziroma premer.