Зубарева Наталия БПИ195

ВАРИАНТ 10.

ЗАДАЧА 3. Диаметр цилиндрического вала имеет погрешность изготовления, и потому его измеренное значение подчинено в интервале [a,b] равномерному распределению. Найти плотность распределения вероятностей площади поперечного сечения вала.

№3

С.В ξ - диаметр вала, $\xi \sim R[a,b]$

$$\text{плотность } f_\xi(x) = \begin{cases} 1/(b-a), & a <= x <= b \\ 0, & x<a \mid x>b \end{cases}$$

С.В η - площадь поперечного сечения вала. $\eta = g(\xi)$, $g(x) = \pi/4 * x^2$

Так как [a,b] - пределы изменения величины диаметра, очевидно, что a хотя бы >=0

На отрезке от 0 до любого b квадратичная функция, а => и функция g монотонно возрастает, поэтому нам нужно найти только одну обратную функцию на этом участке

$\psi = g^{-1}(x) = \sqrt{4 * x / \pi} = 2 * \sqrt{x/\pi}$, $\psi'(x) = 1/2 * 4/\pi * \sqrt{\pi/(4 * x)} = 1 / \sqrt{\pi * x}$

$$f_\eta(x) = \sum_i f_\xi(\psi_i(x)) \, |(\psi_i(x))'| = f_\xi\left(2 * \sqrt{x/\pi}\right) * \left| 1/\sqrt{\pi * x} \right| = \begin{cases} 1/(b-a) / \sqrt{\pi * x}, & a <= \sqrt{4 * x / \pi} <= b \\ 0 \text{ иначе} \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} 1/((b-a) * (\sqrt{\pi * x})), & \pi * a^2 <= 4 * x <= \pi * b^2 \\ 0, & 4 * x < \pi * a^2 \mid 4 * x > \pi * b^2 \end{cases} = \begin{cases} 1/((b-a) * \sqrt{(\pi * x)}), & \pi * a^2 / 4 <= x <= \pi * b^2 / 4 \\ 0, & x < \pi * a^2 / 4 \mid x > \pi * b^2 / 4 \end{cases}$$

Ответ: $$f_\eta = \begin{cases} 1/((b-a) * \sqrt{\pi * x}), & \pi * a^2 / 4 <= x <= \pi * b^2 / 4 \\ 0, & x < \pi * a^2 / 4 \mid x > \pi * b^2 / 4 \end{cases}$$

Зубарева Наталия БПИ195

ЗАДАЧА 4. Чтобы определить среднее сопротивление n-p перехода транзистора, в партии из 50-ти одинаковых коробок проверено по одному транзистору из каждой коробки. Оценить вероятность того, что отклонение среднего арифметического значения сопротивления n-p перехода в выбранной совокупности от среднего значения во всей партии не превзойдет 10 Ом, если среднее квадратичное отклонение значения сопротивления n-p перехода не превышает 6 Ом.

В нашей задаче с.в. - сопротивление n-p перехода, среднее квадратичное отклонение которого $\sigma = 6$ Ом. Проводится большое количество испытаний, поэтому можно использовать второе неравенство Чебышева:

$P(|X - M(X)| \geq k\cdot\sigma) \leq 1/(k^2 \cdot n)$, где X - с.в. с конечным матожиданием M(X) и конечной ненулевой дисперсией σ^2, $k>0$, n - количество испытаний

Вероятность того, что отклонение не превзойдет 10 Ом - противоположное событие к событию, что отклонение будет ≥ 10 Ом, то есть P искомая = 1 - P известная

$P(|X - M(X)| \leq k\cdot\sigma) \geq (1 - P(|X - M(X)| \leq k\cdot\sigma)) \geq 1 - 1/(k^2 \cdot n)$

В нашем случае $k\cdot\sigma = 10$ Ом, $k = 10/\sigma = 10/6$ Ом, $n = 50$

$P(|X - M(X)| \leq k\cdot\sigma) \geq 1 - 1/(k^2 \cdot n) = 1 - 36/(100 \cdot 50) = 0.9928$

Ответ: $P(|X - M(X)| \leq 10) \geq 0.9928$