TI DSP, MCU 및 Xilinx Zynq FPGA
프로그래밍 전문가 과정

2018-05-24 (60 회차)

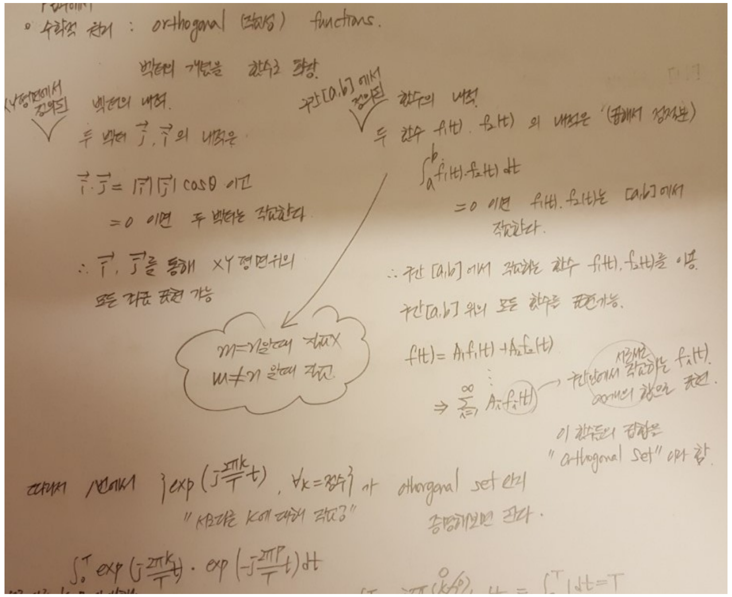
강사 - Innova Lee(이상훈)
gcccompil3r@gmail.com
학생 - 정유경
ucong@naver.com

오늘 배운 내용

1. 라플라스 변환을 활용한 안테나 회로 해석
2. 7805 레귤레이터를 헤비사이드 함수로 표현하여 라플라스 변환으로 해석
3. 함수의 직교성(푸리에 급수에 응용)

Tip. 오일러 공식은 복잡한 적분이나 미분을 단순하게 만들어준다

4. sin(nx) 와 sin(mx) 의 직교 판정
5. 푸리에 급수
6. 주기 적분을 활용하여 계수 값 산출
7. 사각파를 푸리에 급수로 표현



* 푸리에 급수: 주기함수를 표현하는 방법

· 주기함수 $f(t)=f(t+nT)$

↳ 선형성: $f(t), g(t) \longrightarrow h(t)=af(t)+bg(t)$ 도

각각 주기 T 주기 T인 주기함수

· 모든 주기함수는 사인파, 코사인파의 조합으로 나타낼 수 있다 → "삼각급수" (주기 2π인 푸리에 급수)

주기 2π.   각각 주기가 각각 다르다.

즉. $f(x)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos(nx)+\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin(nx)$

계수.

① a_0 구하기: $\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx = a_0\int_{-\pi}^{\pi}dx+\Sigma(\cancel{0}+\cancel{0}) = 2\pi a_0$ by 주기적분. $\therefore a_0=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx$

② a_n " : 양변에 $\cos mx$ 곱하고 $-\pi\sim\pi$ 적분.

$\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos mx\,dx = a_0\int_{-\pi}^{\pi}\cos mx\,dx+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\int_{-\pi}^{\pi}\cos nx\cdot\cos mx\,dx + b_n\int_{-\pi}^{\pi}\sin nx\cdot\cos mx\,dx$

$\frac{1}{2}\{\cos(n+m)x+\cos(n-m)x\}$

$\frac{1}{2}\{\sin(n+m)x+\sin(n-m)x\}$

if $n=m$ 이면 $\frac{1}{2}a_n\cdot 2\pi = a_n\pi$

$n\neq m$ 이면 0

$\therefore a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cdot\cos nx\,dx$ $(n=m)$

$\frac{1}{2}\{\sin(n+m)x+\sin(n-m)x\}$

③ b_n: 양변에 $\sin mx$ 곱하고 $-\pi\sim\pi$

$\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cdot\sin mx\,dx = a_0\int_{-\pi}^{\pi}\sin mx\,dx+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\int_{-\pi}^{\pi}\cos nx\cdot\sin mx\,dx+b_n\int_{-\pi}^{\pi}\sin nx\sin mx\,dx$

$+\frac{1}{2}\{\cos(n-m)x-\cos(n+m)x\}$

if $n\neq m$ 0

$n=m$ $\frac{b_n}{2}\cdot 2\pi = b_n\pi$

$\therefore b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cdot\sin nx\,dx$

* 주기가 ~~2π~~ $2L$ 일 때 푸리에 급수

삼각급수 (일반적인 주기함수)

삼각급수 $g(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cdot\cos nt+b_n\sin nt)$,

$a_0=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}g(t)dt$

$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}g(t)\cdot\cos nt\,dt$

$b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}g(t)\sin nt\,dt$.

선형관계

주기 2π 주기 L.

$t=kx$가 하면. $2\pi=k2L$.

$k=\frac{\pi}{L}$ $\therefore t=\frac{\pi}{L}x \rightarrow \frac{dt}{dx}=\frac{\pi}{L} \rightarrow dt=\frac{\pi}{L}dx$.

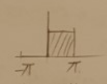
따라서 $g(t)=g(\frac{\pi}{L}x)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\cdot\frac{\pi}{L}x+b_n\cos n\frac{\pi}{L}x)\equiv$ "$f(x)$"라 하자.

$a_0=\frac{1}{2\pi}\int_{-L}^{L}f(x)\cdot\frac{\pi}{L}dx = \frac{1}{2L}\int_{-L}^{L}f(x)dx$

$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-L}^{L}f(x)\cdot\cos\frac{n\pi}{L}x\cdot\frac{\pi}{L}dx = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L}f(x)\cdot\cos\frac{n\pi}{L}x\,dx$

$b_n=\frac{1}{L}\int_{-L}^{L}f(x)\cdot\sin\frac{n\pi}{L}x\,dx$

ex) $f(x)=\begin{cases}0 & (-\pi<x<0)\\ 1 & (0\le x<\pi)\end{cases}$



사각파를 푸리에 급수로 표현

2π는 주기 $=2L$ $\therefore L=\pi$

$\therefore a_0=\frac{1}{2L}\int_{-L}^{L}f(x)dx = \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\pi}1\,dx=\frac{1}{2}$.

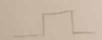
$a_n=\frac{1}{L}\int_{-L}^{L}f(x)\cdot\cos\frac{n\pi}{L}x\,dx = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi}1\cdot\cos\frac{n\pi}{L}x\,dx = \frac{1}{\pi}\left(\frac{1}{n}\right)\left[\sin nx\right]_0^{\pi}=0$

정수

$b_n=\frac{1}{L}\int_{-L}^{L}f(x)\cdot\sin\frac{n\pi}{L}x\,dx = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi}1\cdot\sin\frac{n\pi}{L}x\,dx = \frac{1}{n\pi}\left[-\cos nx\right]_0^{\pi} = \frac{-1}{n\pi}\left[\cos n\pi-1\right]$.

$\therefore f(x)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left\{a_n\cdot\cos\frac{n\pi x}{L}+b_n\sin\frac{n\pi x}{L}\right\}$ 이므로

$=\frac{1}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}b_n\left(\frac{-1}{n\pi}\right)(\cos n\pi-1)\cdot\sin nx$ //

주기함수 $f(x)$는  ← n이 증가할수록 원래 모양에 가까워진다.