

TI DSP, MCU 및 Xilinx Zynq FPGA 프로그래밍 전문가 과정

강사 : Innova Lee(이상훈)

gcccompil3r@gmail.com

학생 : 황수정

sue100012@naver.com

59 일차 (2018. 05. 23)

목차

- 라플라스 변환

라플라스 변환

라플라스 변환은 어떤 함수를 다른 함수로 변환해주는 과정이다. 라플라스 변환은 선형 상미분 방정식을 대수방정식으로 변화시킨다. 이 성질을 이용하여 비교적 풀기 쉬운 대수방정식의 해를 구한 후 다시 라플라스 역변환으로 변환시키면 미분방정식의 해를 구할 수 있다.

이와 같은 변환을 통하여 상미분방정식이나 편미분방정식의 해를 구하는 방법은 예전부터 다양하게 연구되어 왔는데, 푸리에 변환이나 라플라스 변환은 그 대표적인 예로서 수학뿐만 아니라 물리학, 공학 등에서도 중요한 역할을 하고 있다. 여기서 우리는 라플라스 트랜스폼을 이용해서 비율을 보려고 하는 것이다. 라플라스 변환은 칼만 필터에 적용하여 PID 에서 사용하기에 필요하다.

함수 $f(t)$ 가 $t \geq 0$ 인 구간에서 정의된 함수라고 하자. 이때, f 의 라플라스 변환을 $\mathcal{L}\{f(t)\}$ 또는 $F(s)$ 로 나타내며 다음의 식으로 정의한다.

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

위 적분은 적분 구간이 0 에서 무한대까지인 특이적분으로

$$\int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt := \lim_{u \rightarrow \infty} \int_0^u e^{-st} f(t) dt$$

와 같이 정의한다. 위 적분이 수렴할 때만 라플라스 변환이 잘 정의된다. 그런데 $s > 0$ 인 구간에서 e^{-st} 는 감소하는 지수함수이고 0으로 수렴한다. 그러므로 유계인 적분가능함수는 라플라스 변환이 수렴한다. 또 절댓값이 지수함수보다 느리게 증가하는 적분가능한 함수도 라플라스 변환이 수렴한다.

➤ 헤비사이드 함수와 라플라스 변환

헤비사이드(Heaviside) 함수란 계단형 함수로서 일정한 시간 동안 일정한 힘이 가해지는 경우를 나타내는 데 사용된다. 정해진 시간 동안만 외부의 힘이 가해지거나 일정 시간 동안 외부 전류가 흐르는 경우 등의 물리적인 상황처럼 미분방정식의 우변에 주어지는 함수가 헤비사이드 함수로 표현되는 경우는 무수히 많다. 이런 경우 라플라스 변환을 통해 문제를 해결하고자 할 때, 위의 라플라스 변환은 아주 유용하다.

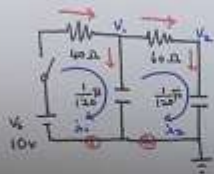
RC 필터

RC 필터는 저역 통과 필터로 주로 사용되며, RC 필터를 직렬로 연결하면 2 차 RC 필터가 된다. RC 필터와 2 차 RC 필터를 주파수 응답 곡선을 통해 비교하면 2 차 RC 필터는 RC 필터에 비해 경사가 더 있는 것을 알 수 있다. 이는 전달함수로 봤을 때 RC 필터는 1 차 전달 함수이고 2 차 RC 필터는 2 차 전달함수이기 때문에 slope 이 -40 으로 기울기가 더 기울어져 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 고주파 영역을 더 강하게 차단 시키는 의미가 된다.

콘덴서

전기를 저장할 수 있는 전자부품

[Laplace Transform Based RC-RC Filter]



초기 조건
 $i_1(0^-) = i_2(0^-) = 0$

회로 전압 법칙을 적용하면



$$V_R + V_{C2} = 10 = 0$$

회로 전압 법칙을 적용하면

전압 0

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4$$

$$[Q] = CV + \text{전압}$$

전압 전압

$$Q = CV$$

$$i(t) = C \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{i(t)}{C}$$

$$V = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

[회로 전압 법칙]

$$① 40i_1 = 120 \int i_2 dt = 10$$

$$\rightarrow 40i_1 = 120 \int i_2 dt = 10$$

$$\frac{d}{dt} \int i_2 dt = i_2 \text{ (회로 전압 법칙)}$$

$$② (40i_1 + 120 \int i_2 dt) + 120 \int (i_2 + i_3) dt = 0$$

회로 전압 법칙

$$L \left[\frac{d}{dt} \int i_2 dt \right] (s) = \frac{1}{s} F(s)$$

회로 전압 법칙

$$① 40I_1(s) = \frac{10}{s} [I_2(s) - I_1(s)] = \frac{10}{s}$$

$$② 40I_1(s) + 120 \int I_2(s) ds + 120 \int (I_2(s) + I_3(s)) ds = 0$$

$$\rightarrow 40I_1(s) + 120I_2(s) - 120I_1(s) = 0$$

$$60I_2(s) + 120I_3(s) + 120 \int I_2(s) ds - 120 \int I_3(s) ds = 0$$

$$\Rightarrow (40 + 120)I_1(s) - 120I_2(s) = 10$$

$$(60 + 240)I_2(s) - 120I_3(s) = 0$$

회로 전압

회로 전압 법칙을 $I_1(s)$ 로 바꾸거나 $I_2(s)$ 로 바꾸거나 한다. \rightarrow 두 가지 방법 모두 가능