Содержание

1 SCHIZZOIDEA

Напишем калькулятор произведения матриц.

Тема вообще не для 10-11 класса, но она, как мне кажется, чисто идейно несложная. А для практики работы со списками и индексами - вообще самое то, имхо.

2 Матричная алгербра

2.1 Определение матрицы

Матрица $A = (a_{ij})$ в математике - таблица размером n строк и m столбцов. Матрица 3×2 - таблица в 3 строки, в каждой - по 2 колонки.

2.2 Определение произведения матриц

Произведением матрицы $A = (a_{ij})$ размера $n * m$ и матрицы $B = (b_{ij})$ размера $m * k$ является матрица $C = (c_{ij})$, где c_{ij} - скалярное произведение i-ой строки A на j-ый столбец B. Виз лежит в конце PDF-ки, не волнуйтесь.

Какие есть условия у произведения?

1. Члены операции - матрицы

2. Количество столбцов матрицы слева от оператора равно количеству строк матрицы справа от оператора. Из определения это видно

3 «ТЗ»

Что сейчас могу требовать от вас в такой schizzoprogram:

1. Проверку на равенство столбцов количеству строк

2. Вывод результата произведения матриц

3.1 Post Scriptum

«Требование» - если будет желание поботать Data Science, вам есть смысл сейчас:

- Разобраться в индексах элементов матриц
- Хранить матрицы как массив столбцов.

  Это абсолютно неинтуитивно. И NumPy (модуль для задротов-нердов), и обычные математики сначала как бы обозначают количество строк, а потом, если нужно, строки «делят» на колонки.

  Но т.к. Data Science на практике - это работа с Pandas, и, в частности, pandas.DataFrame, которые:

  can be thought of as a dict-like container for Series objects.

  более правильно хранить матрицы как массив столбцов.

4 Приложение. Выкладка произведений матриц

$$A\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 5\end{pmatrix} \times B\begin{pmatrix}-1 & 1 & 4 & 2\\ 0 & 1 & -1 & 3\\ 2 & 3 & -2 & 1\end{pmatrix} = C\begin{pmatrix}5 & 12 & -4 & 11\\ 10 & 19 & -14 & 17\end{pmatrix}$$

Например, элемент c_{22} был получен следующим образом:

$$0 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 3 = 19$$
$$a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} + a_{23} \cdot b_{32} = 19$$

Еще пример:

$$A\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 1\\ 3 & 2 & 0\end{pmatrix}, B\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix}4 & 2 & 3\\ 1 & 4 & 4\\ 3 & 2 & 5\end{pmatrix}$$

Пример. $4 = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1$
Пример. $c_{11} = a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} + a_{13} \cdot b_{31}$

$$B \times A = \begin{pmatrix}4 & 4 & 3\\ 3 & 6 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix}$$

Пример. $6 = 0 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2$
Пример. $c_{22} = b_{21} \cdot a_{12} + b_{22} \cdot a_{22} + b_{23} \cdot a_{32}$