

# 計算機概論HW4-3證明題

Note Tag

我們有公式

$$C_0 = 1$$

$$C_n = \sum_{i=0}^{n-1} C_i \cdot C_{n-1-i}, \text{ for } n \geq 1$$

令  $T(x)$  表示為執行  $C(x)$  的時間

可以知道

$$\begin{aligned} T(x) &= + T(0) + T(x-1) \\ &\quad + T(1) + T(x-2) \\ &\quad \vdots \\ &\quad + T(x-1) + T(0) \end{aligned}$$

也就是

$$\begin{aligned} T(x) &= 2 \left[ \sum_{i=0}^{x-1} T(i) \right] \\ T(x+1) &= 2 \left[ \sum_{i=0}^{x-1} T(i) + T(x) \right] \end{aligned}$$

又

$$\sum_{i=0}^{x-1} T(i) = \frac{1}{2} T(x)$$

因此我們可以得到

$$\begin{aligned}
 T(x+1) &= 2 \left[ \frac{1}{2}T(x) + T(x) \right] \\
 &= 3T(x)
 \end{aligned}$$