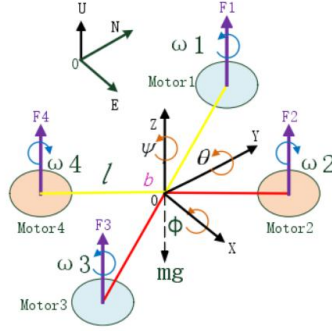


四旋翼飞行器控制器设计

1. 四旋翼模型动力学描述



以 X 型无人机为具体研究对象；进行线运动的动力学分析
受力：四个螺旋桨的升力、自身重力。

在机体系下升力和为 F_s ，表达至惯性坐标下需乘旋转矩阵

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= (\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi) F_s \\ m\ddot{y} &= (\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi) F_s \\ m\ddot{z} &= \cos\phi \cos\theta F_s - mg \end{aligned}$$

角运动动力学分析

在俯仰（抬头为正）、滚转（右偏为正）、偏航方向（左偏为正）的合力矩

$$\begin{aligned} M_\theta &= \frac{\sqrt{2}}{2} l k (\omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_1^2 - \omega_4^2) = \frac{\sqrt{2}}{2} l (F_2 + F_3 - F_1 - F_4) \\ M_\phi &= \frac{\sqrt{2}}{2} l k (\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2) = \frac{\sqrt{2}}{2} l (F_1 + F_2 - F_3 - F_4) \\ M_\psi &= k_d (\omega_2^2 + \omega_4^2 - \omega_1^2 - \omega_3^2) = \frac{k_d}{k} (F_2 + F_4 - F_1 - F_3) \end{aligned}$$

其中 k_d 是空气反作用力系数， k 是桨叶升力系数。

根据欧拉方程 $M = J\epsilon + \omega \times J\omega$ 计算欧拉角加速度

（小角度下近似于机体系三轴角加速度）

$$\begin{aligned} J_y \ddot{\theta} &= \dot{\phi} \dot{\psi} (J_z - J_x) + M_\theta & J_y \ddot{\theta} &= \dot{\phi} \dot{\psi} (J_z - J_x) + \frac{\sqrt{2}}{2} l (F_2 + F_3 - F_1 - F_4) \\ J_x \ddot{\phi} &= \dot{\theta} \dot{\psi} (J_y - J_z) + M_\phi & J_x \ddot{\phi} &= \dot{\theta} \dot{\psi} (J_y - J_z) + \frac{\sqrt{2}}{2} l (F_1 + F_2 - F_3 - F_4) \\ J_z \ddot{\psi} &= \dot{\theta} \dot{\phi} (J_x - J_y) + M_\psi & J_z \ddot{\psi} &= \dot{\theta} \dot{\phi} (J_x - J_y) + \frac{k_d}{k} (F_2 + F_4 - F_1 - F_3) \end{aligned}$$

2. 控制器设计

外环：速度控制；内环：姿态控制（看做外环的执行机构）

状态速度为 $v = \begin{bmatrix} v_x & v_y & v_z \end{bmatrix}^T$ ，期望为 v_d ，误差量为 $\Delta v = v - v_d$ 设计外环控制律

$$\Delta \dot{v} = \dot{v} - \dot{v}_d = K_P (v - v_d)$$

$$u = \dot{v} = K_P (v - v_d) + \dot{v}_d$$

对于外环考虑到实际飞行中机体没有偏航飞行的需求，按照 $\psi=0$ 来简化模型

$$m\ddot{x} = \cos\phi \sin\theta F_s$$

$$m\ddot{y} = -\sin\phi F_s$$

$$m\ddot{z} = \cos\phi \cos\theta F_s - mg$$

外环仅有 x 和 y 通道务必由内环的姿态变化来实现，调整为内环期望状态

$$u_x = \ddot{x} = \cos\phi_d \sin\theta_d F_s / m$$

$$u_y = \ddot{y} = -\sin\phi_d F_s / m$$

$$u_z = \ddot{z} = \cos\phi \cos\theta F_s / m - g$$

可以由 z 通道先计算出 F_s ，再根据 y 通道解算 ϕ ，再根据 x 通道解算 θ

全维状态实际值为 $\xi = [\theta \ \phi \ \psi]^T$ ，期望为 ξ_d ，角速度为 $\varpi = [\varpi_x \ \varpi_y \ \varpi_z]^T$ ，

期望为 ϖ_d ，设计外环控制律 内环控制律

$$\Delta \ddot{\xi} = u - \ddot{\xi}_d = K_{P1} (\xi - \xi_d) + K_{D1} (\varpi - \varpi_d)$$

$$u = K_{P1} (\xi - \xi_d) + K_{D1} (\varpi - \varpi_d) + \ddot{\xi}_d$$

角运动动力学方程

$$J_y u_y = \dot{\phi} \dot{\psi} (J_z - J_x) + \frac{\sqrt{2}}{2} l (F_2 + F_3 - F_1 - F_4)$$

$$J_x u_x = \dot{\theta} \dot{\psi} (J_y - J_z) + \frac{\sqrt{2}}{2} l (F_1 + F_2 - F_3 - F_4)$$

$$J_z u_z = \dot{\theta} \dot{\phi} (J_x - J_y) + \frac{k_d}{k} (F_2 + F_4 - F_1 - F_3)$$

再根据外环已经把 F_s 结算出来，四个方程四个未知数，可以把 F_1-F_4 求出
解算

