作 业

2-21

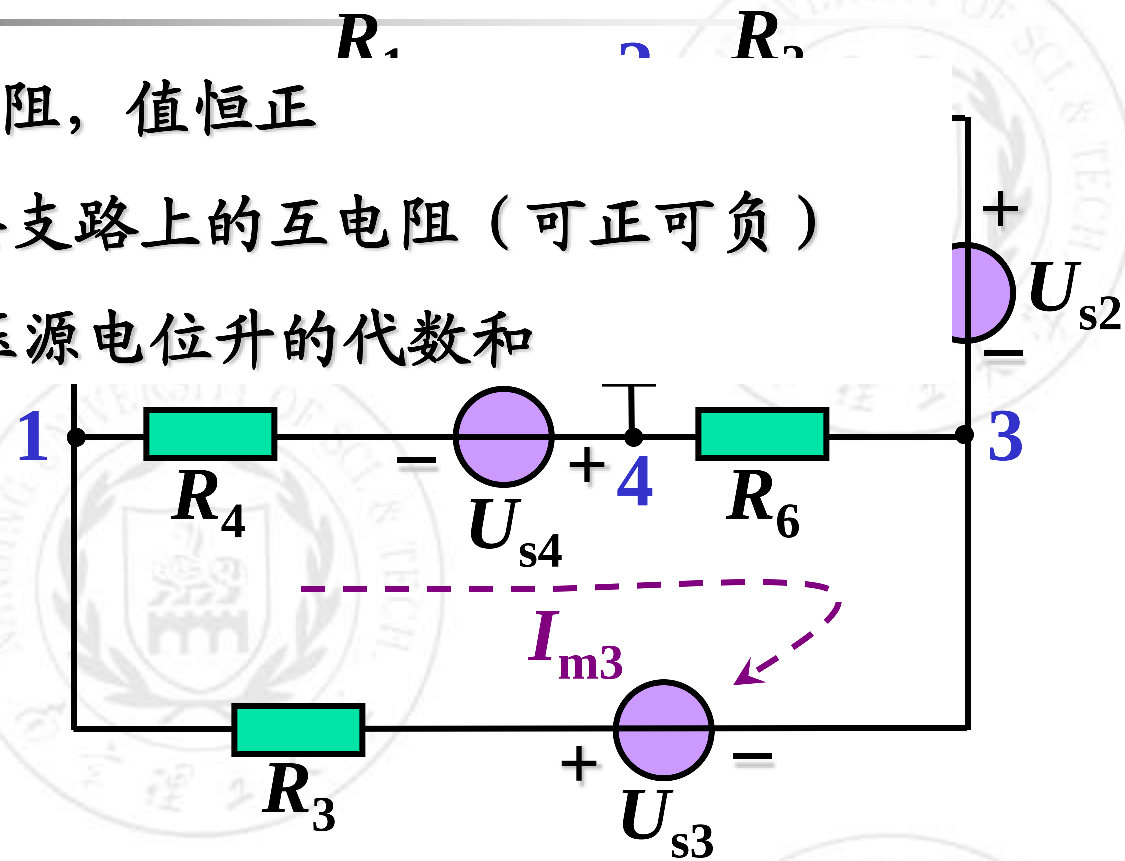
2-28

2-29

R_{kk}——第k个网孔的自电阻，值恒正

R_{kj}——k网孔和j网孔公共支路上的互电阻（可正可负）

U_{Skk}——k网孔内所有电压源电位升的代数和

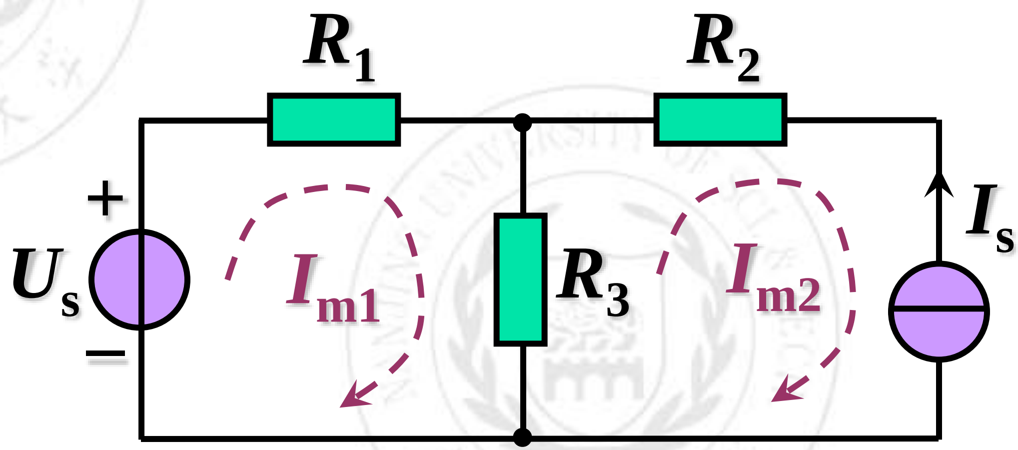


网孔电阻矩阵

$$\begin{bmatrix} R_1+R_4+R_5 & -R_5 & -R_4 \\ -R_5 & R_2+R_5+R_6 & -R_6 \\ -R_4 & -R_6 & R_3+R_4+R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ I_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{s1}-U_{s4} \\ -U_{s2} \\ U_{s3}+U_{s4} \end{bmatrix}$$

第2类情况：含理想电流源支路

理想电流源位于边沿支路

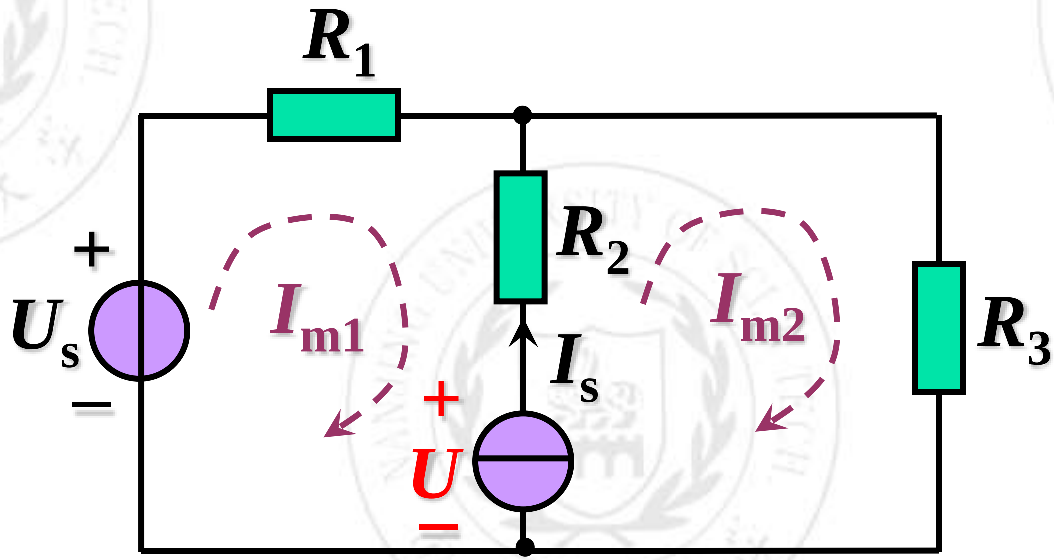


- a: 选取网孔电流绕行方向，其中含理想电流源支路的网孔电流为已知量: $I_{m2}=-I_s$
- b: 对不含有电流源支路的网孔根据直接观察法列方程：

$$(R_1+R_3)I_{m1}-R_3I_{m2}=U_s$$

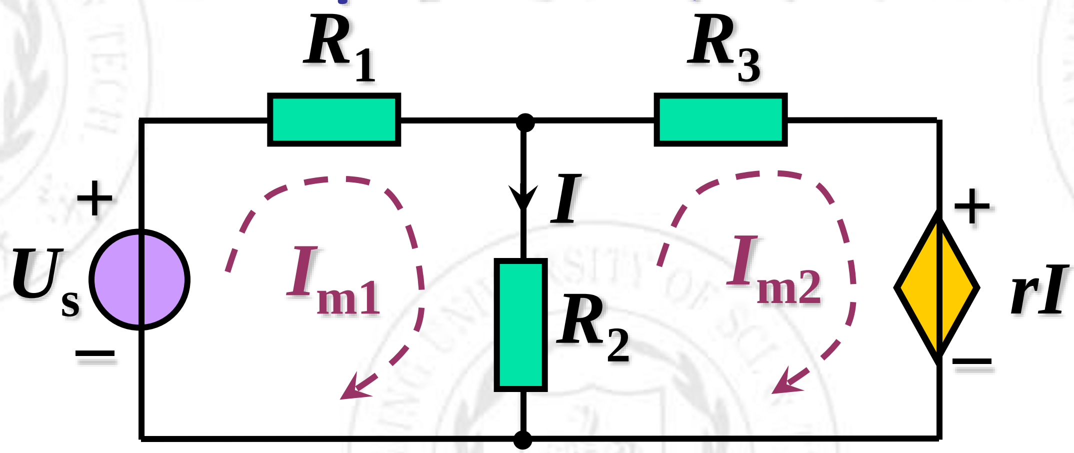
- c: 求解

理想电流源位于公共支路



- a: 选取网孔电流绕行方向，虚设电流源电压U
- b: 根据直接观察法列方程：$(R_1+R_2)I_{m1}-R_2I_{m2}+U=U_s$
  $-R_2I_{m1}+(R_2+R_3)I_{m2}-U=0$
- c: 添加约束方程: $I_{m2}-I_{m1}=I_s$
- d: 求解

电路中含受控源的网孔法



- a: 选取网孔电流绕行方向
- b: 先将受控源作独立电源处理，利用直接观察法列方程：

$$\begin{aligned}(R_1+R_2)I_{m1}-R_2I_{m2}&=U_s\\-R_2I_{m1}+(R_2+R_3)I_{m2}&=-rI\end{aligned}$$

- c: 再将控制量用未知量表示：$I=I_{m1}-I_{m2}$
- d: 整理求解：

$$\begin{aligned}(R_1+R_2)I_{m1}-R_2I_{m2}&=U_s\\(r-R_2)I_{m1}+(R_2+R_3-r)I_{m2}&=0\end{aligned}$$

（注意：$R_{12}\neq R_{21}$）

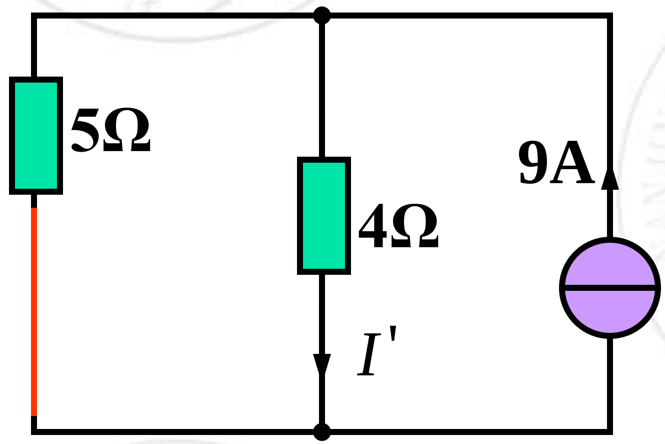
叠 加 定 理

- 对于任一线性网络，若同时受到多个独立电源的作用，则这些共同作用的电源在某条支路上所产生的电压或电流，等于每个独立电源各自单独作用时，在该支路上所产生的电压或电流分量的代数和。

注 意！

- 只适用于线性电路中求电压、电流，不适用于求功率；也不适用非线性电路
- 某个独立电源单独作用时，其余独立电源全为零值，电压源用“短路”替代，电流源用“断路”替代
- 受控源不可以单独作用，当每个独立源作用时均予以保留
- “代数和”指分量参考方向与原方向一致取正，不一致取负

- 例：试用叠加定理求电阻4Ω上的功率。

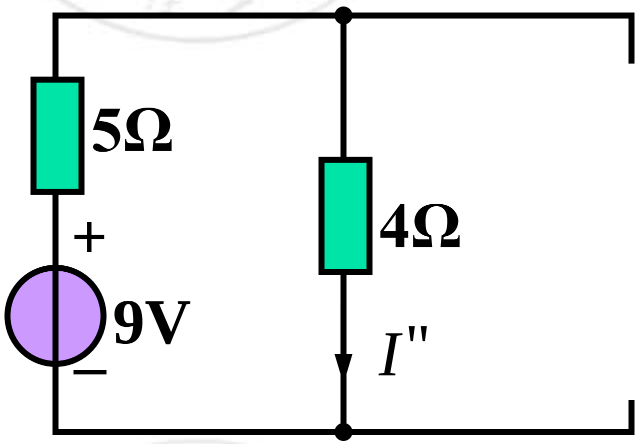


1、电流源单独作用时，电压源短路处理。

此时，电流为I'。

$$I' = \frac{5}{5+4} \times 9 = 5\text{A}$$

- 例：试用叠加定理求电阻4Ω上的功率。



2、电压源单独作用时，电流源开路处理。

此时，电流为I''。

$$I''=\frac{9}{4+5}=1\text{A}$$

所以：

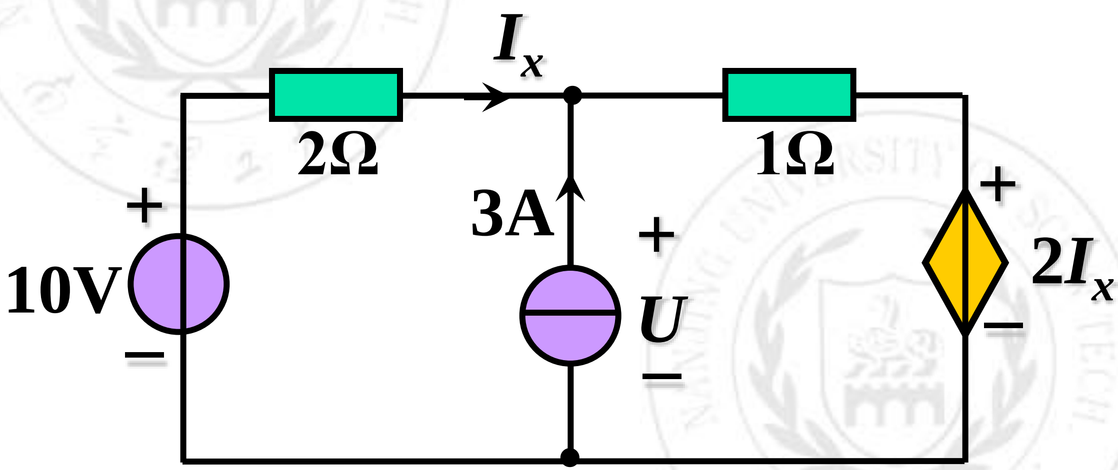
$$I=I'+I''=5+1=6\text{A}$$

$$P=I^2R=144\text{W}$$

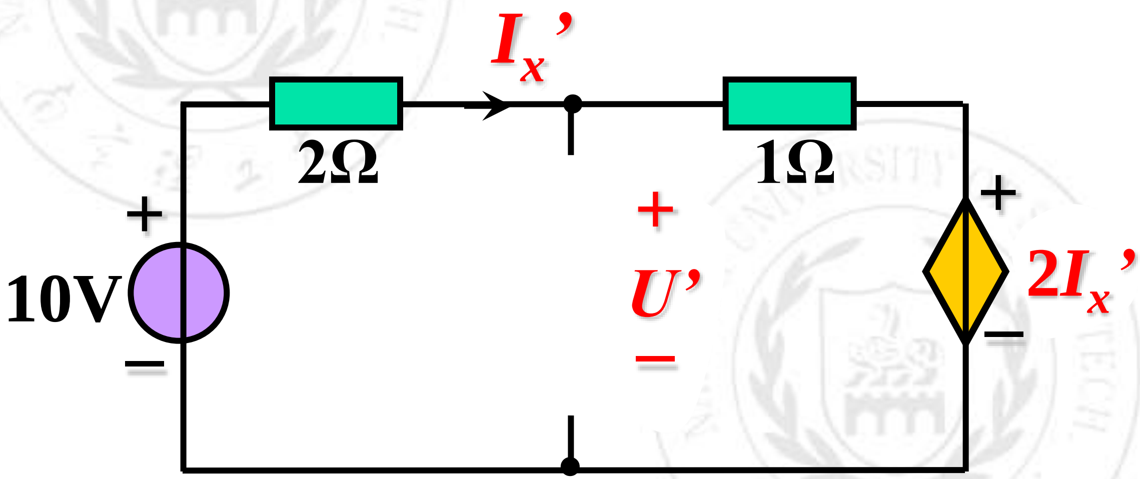
显然：

$$P\neq I'^2R+I''^2R=5^2\times4+1^2\times4=104\text{W}$$

- 例：试用叠加定理求U和I_x



- 例：试用叠加定理求U和I_x



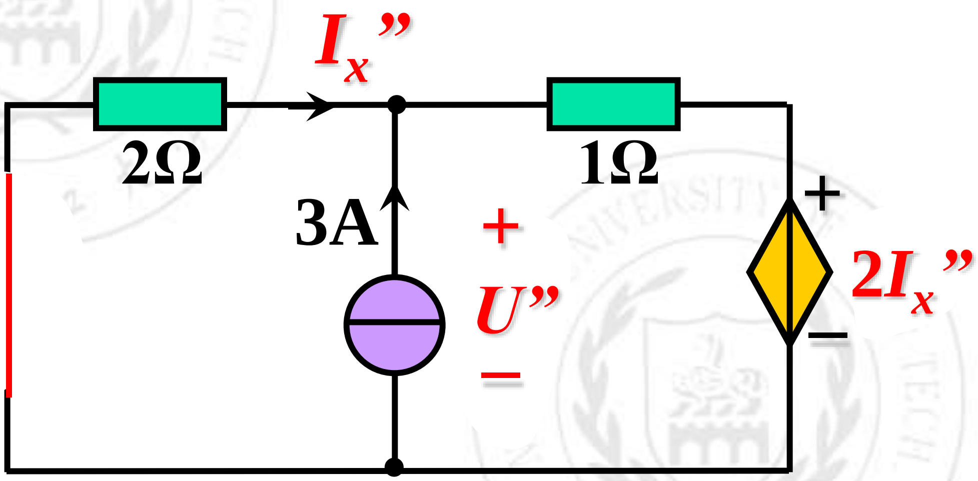
- 第1步：10V电压源单独作用

- （受控源须跟控制量作相应改变）

$$3I_x^{'}+2I_x^{'}=10 \Rightarrow I_x^{'}=2\text{A}$$

$$U'=3I_x^{'}=6\text{V}$$

例：试用叠加定理求U和I_x

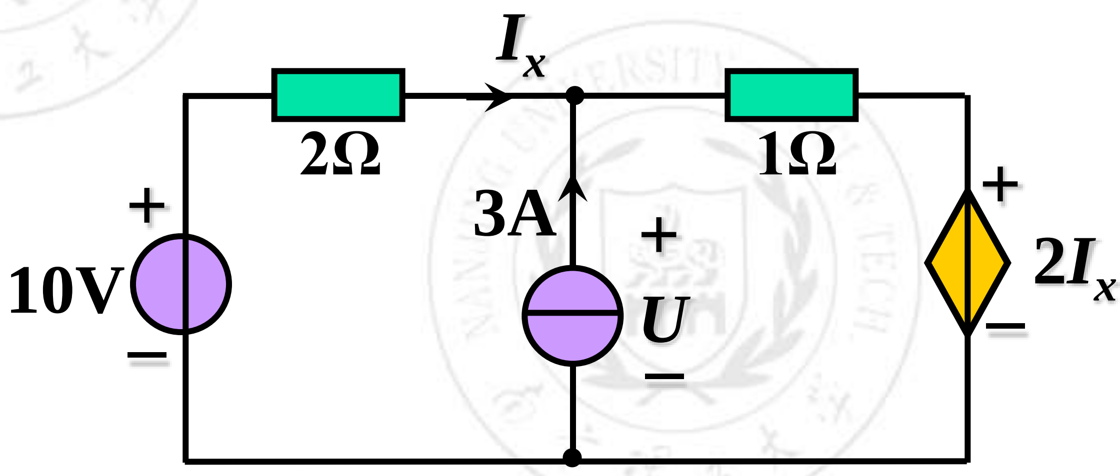


- 第2步：3A电流源单独作用

（受控源须跟控制量作相应改变）

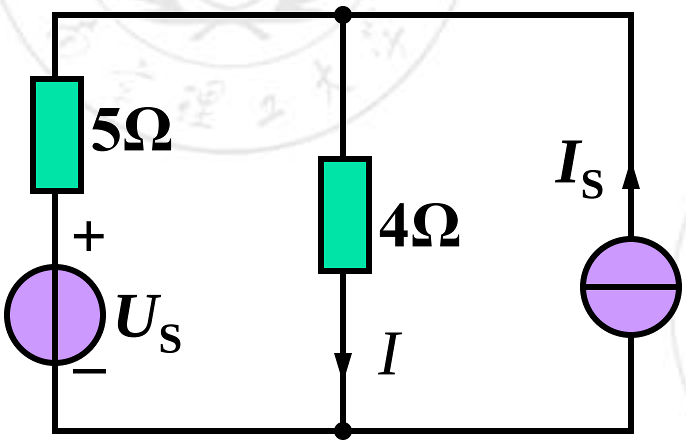
$$\begin{cases}(3+I_x^{"})\times1+2I_x^{"}+2I_x^{"}=0\\ 2I_x^{"}+U"=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}U"=1.2\text{V}\\ I_x^{"}=-0.6\text{A}\end{cases}$$

- 第3步：10V电压源和3A电流源共同作用



$$U = U' + U'' = 7.2\text{V}$$

$$I_x = I_x' + I_x'' = 1.4\text{A}$$



1、电流源单独作用时：

$$I' = \frac{5}{5+4} \times I_S = \frac{5}{9} I_S$$

2、电压源单独作用时:

$$I'' = \frac{U_S}{4+5} = \frac{U_S}{9}$$

$$I = I' + I'' = \frac{5}{9} I_S + \frac{1}{9} U_S$$

在线性电路中，有：

$$y = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i u_{Si} + \sum_{j=1}^{n} \beta_j i_{Sj}$$

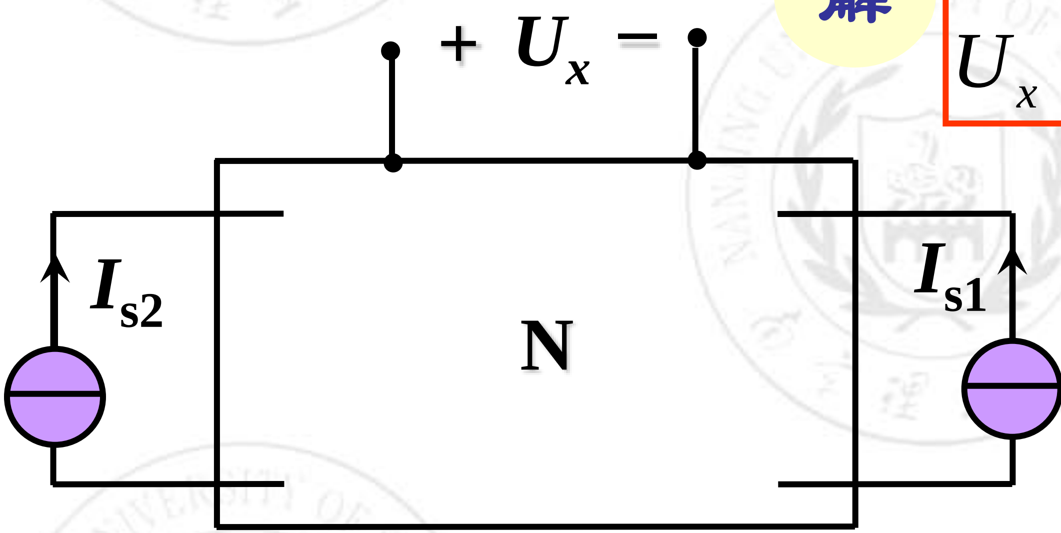
y——响应（u、i）

m——独立电压源的个数

n——独立电流源的个数

即：线性电路中的响应实质上是各个独立电源的线性组合。

例： 已知N为线性网络，若I_{s1}=8A, I_{s2}=12A时，U_x=80V；若I_{s1}= -8A，I_{s2}=4A时，U_x=0V；I_{s1}= I_{s2}=0A时，U_x= -40V；求当I_{s1}= I_{s2}=20A时，U_x= ?



解

设网络中的独立源为x_S，得

$$U_x = k_1 I_{S1} + k_2 I_{S2} + k_3 x_S$$

代入已知数据得：

$$\begin{cases} 80 = 8k_1 + 12k_2 + k_3 x_S \\ 0 = -8k_1 + 4k_2 + k_3 x_S \\ -40 = k_3 x_S \end{cases}$$

解得：$k_1 = 0$，$k_2 = 10$

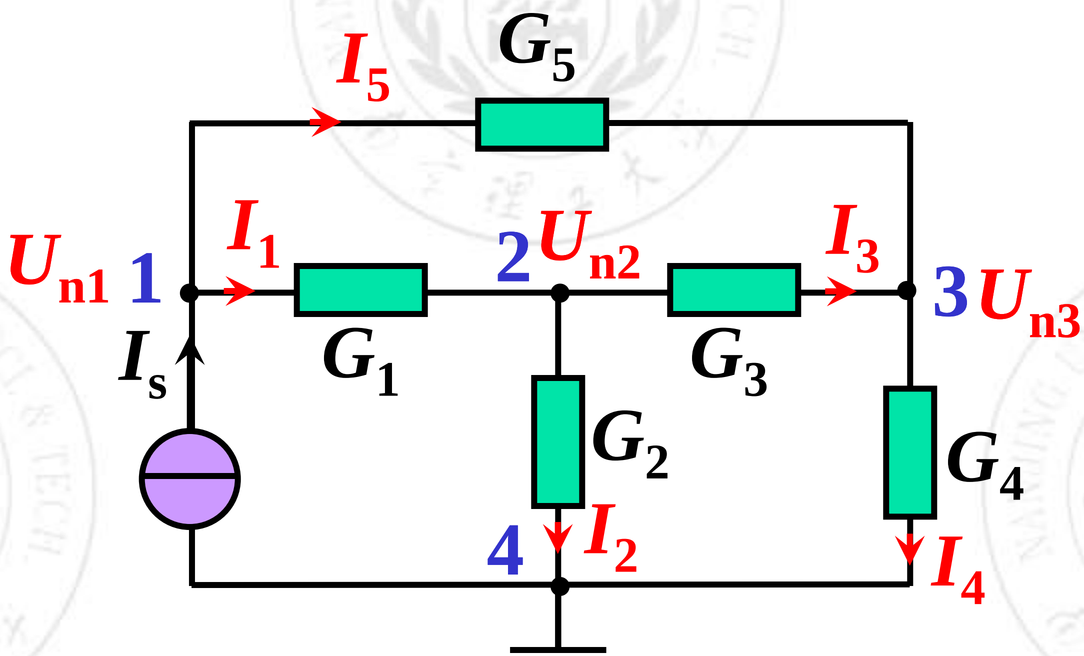
当$I_{S1} = I_{S2} = 20\text{A}$时

$$U_x = 0 \times 20 + 10 \times 20 + (-40) = 160\text{V}$$

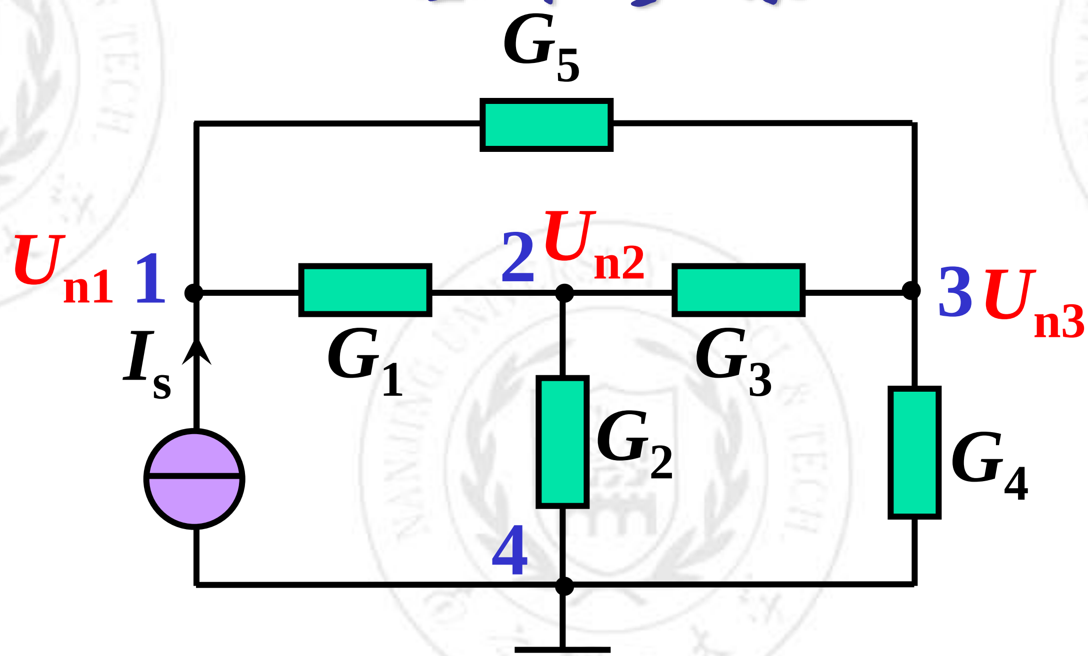
目 录

结点电压

- 任意选择电路中某一结点作为参考结点，其余结点与此参考结点间的电压分别称为对应的结点电压，结点电压的参考极性均以参考结点为负极性端，以所对应结点为正极性端



基 本 步 骤



- 第1步：适当选取参考点(选择联接支路数最多的结点)
- 第2步：根据KCL列出关于结点电压的电路方程：

结点1: $G_1(U_{n1}-U_{n2})+G_5(U_{n1}-U_{n3})-I_s=0$

结点2: $G_1(U_{n2}-U_{n1})+G_2U_{n2}+G_3(U_{n2}-U_{n3})=0$

结点3: $G_3(U_{n3}-U_{n2})+G_4U_{n3}+G_5(U_{n3}-U_{n1})=0$

$$G_1(U_{n1}-U_{n2})+G_5(U_{n1}-U_{n3})-I_s=0$$

$$G_1(U_{n2}-U_{n1})+G_2U_{n2}+G_3(U_{n2}-U_{n3})=0$$

$$G_3(U_{n3}-U_{n2})+G_4U_{n3}+G_5(U_{n3}-U_{n1})=0$$

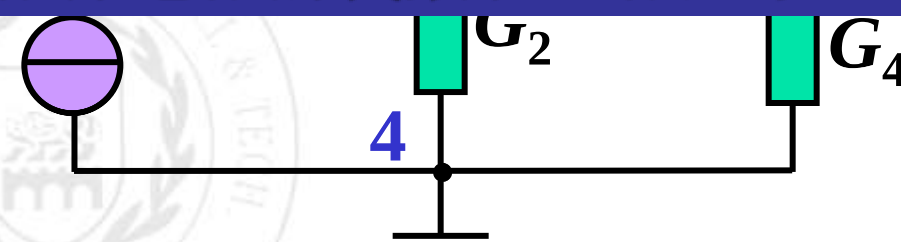
$$\begin{aligned}
&(G_1+G_5)U_{n1}-G_1U_{n2}-G_5U_{n3}=I_s\\
&-G_1U_{n1}+(G_1+G_2+G_3)U_{n2}-G_3U_{n3}=0\\
&-G_5U_{n1}-G_3U_{n2}+(G_3+G_4+G_5)U_{n3}=0
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_5 & -G_1 & -G_5 \\ -G_1 & G_1+G_2+G_3 & -G_3 \\ -G_5 & -G_3 & G_3+G_4+G_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ U_{n3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} I_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

G_{kk}——第k个结点的自电导

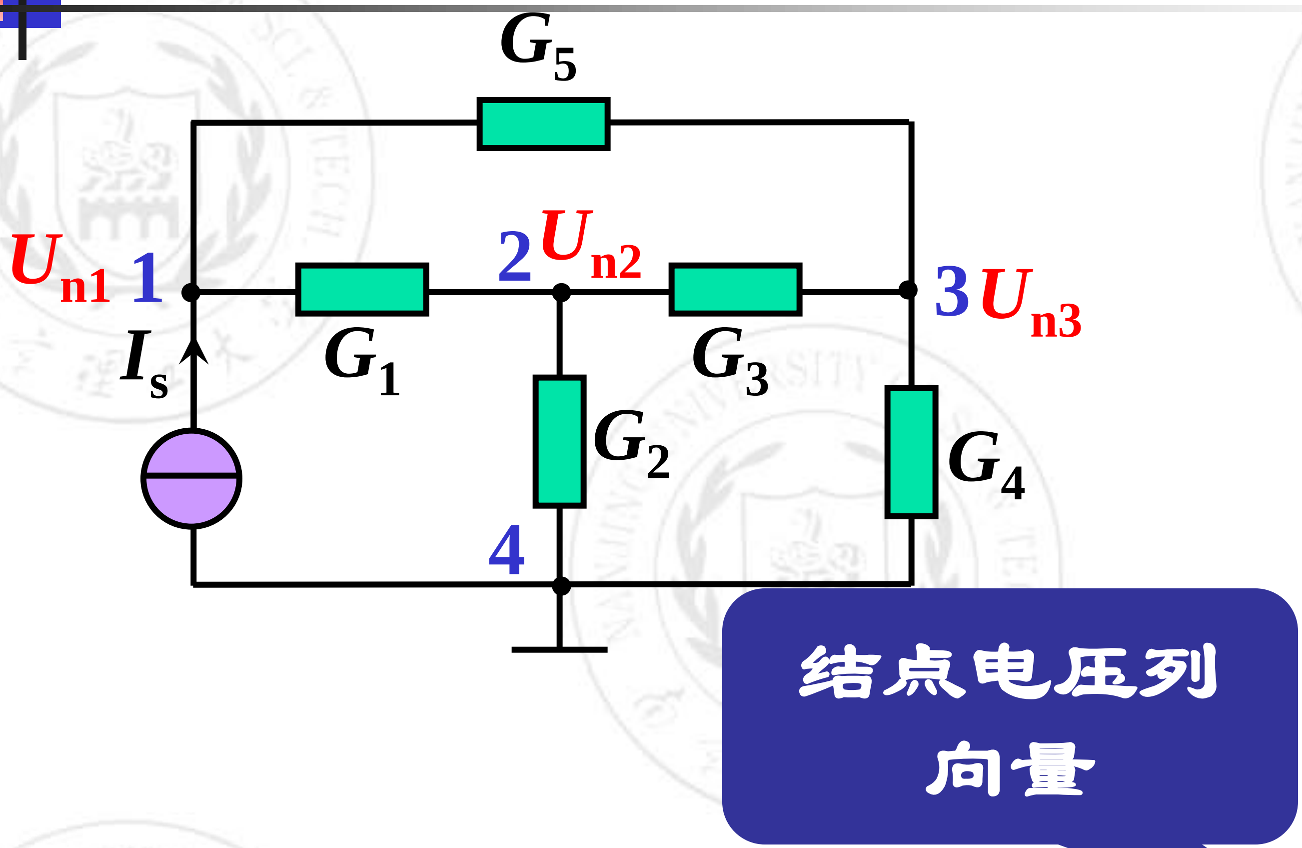
G_{kj}——k结点和j结点公共支路上的互电导（一律为负）

I_{Skk}——流入结点k的所有电流源电流的代数和（流入取正）



结点电导矩阵

$$\begin{bmatrix} G_1+G_5 & -G_1 & -G_5 \\ -G_1 & G_1+G_2+G_3 & -G_3 \\ -G_5 & -G_3 & G_3+G_4+G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ U_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

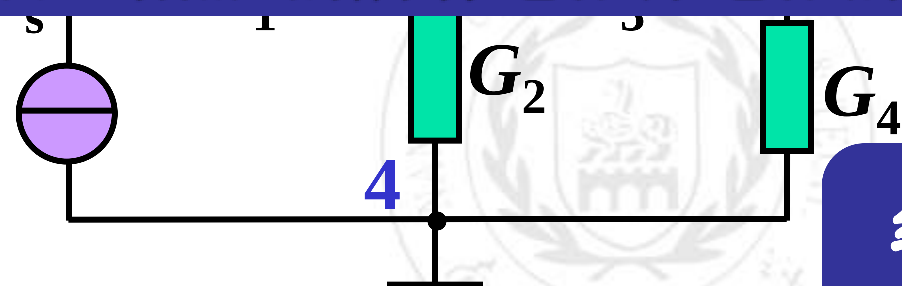


$$\begin{bmatrix} G_1+G_5 & -G_1 & -G_5 \\ -G_1 & G_1+G_2+G_3 & -G_3 \\ -G_5 & -G_3 & G_3+G_4+G_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ U_{n3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} I_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

G_{kk}——第k个结点的自电导

G_{kj}——k结点和j结点公共支路上的互电导（一律为负）

I_{Skk}——流入结点k的所有电流源电流的代数和



结点电流源列向量

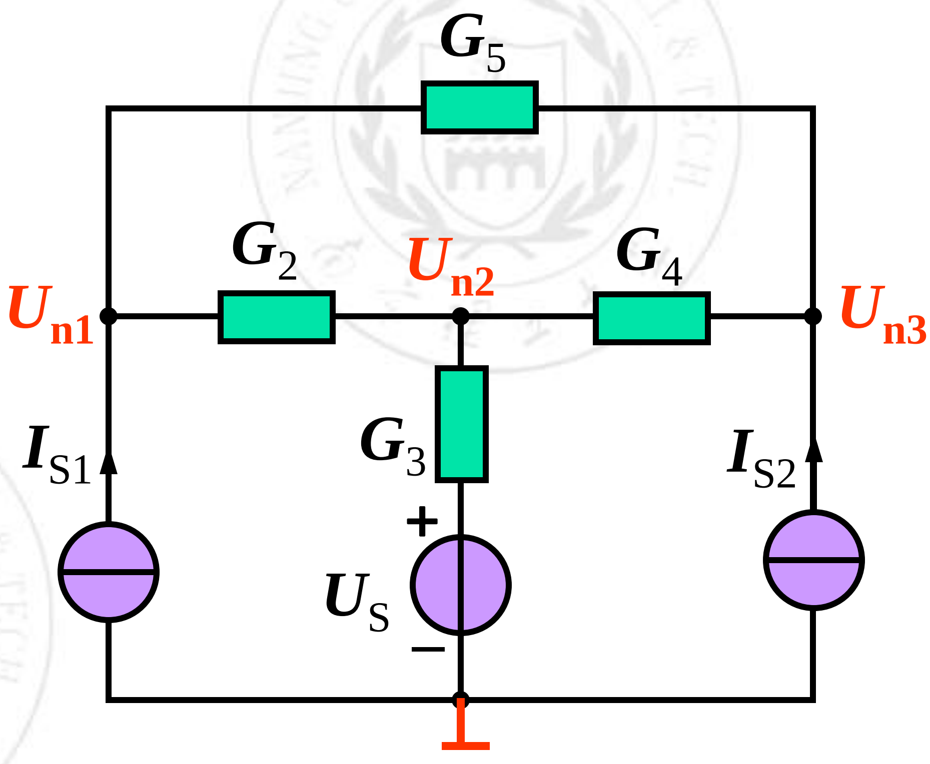
$$\begin{bmatrix} G_1+G_5 & -G_1 & -G_5 \\ -G_1 & G_1+G_2+G_3 & -G_3 \\ -G_5 & -G_3 & G_3+G_4+G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ U_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

电路中仅含电流源的结点法

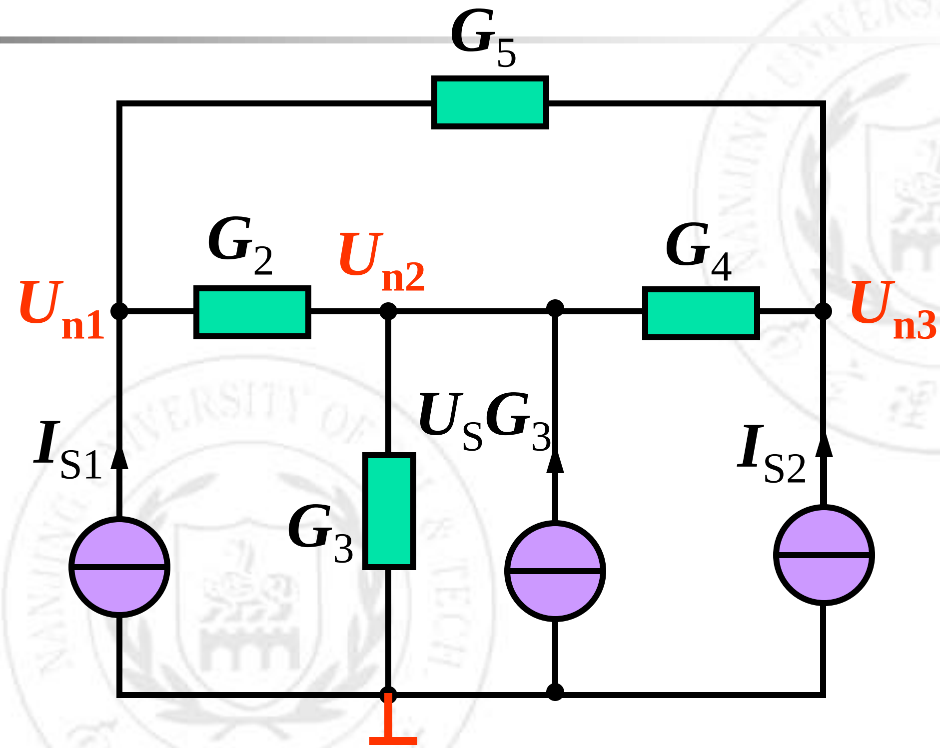
- 第1步：适当选取参考点
- 第2步：利用直接观察法形成方程
- 第3步：联立求解

电路中含电压源的结点法

- 第1类情况：含实际电压源：作一次等效变换

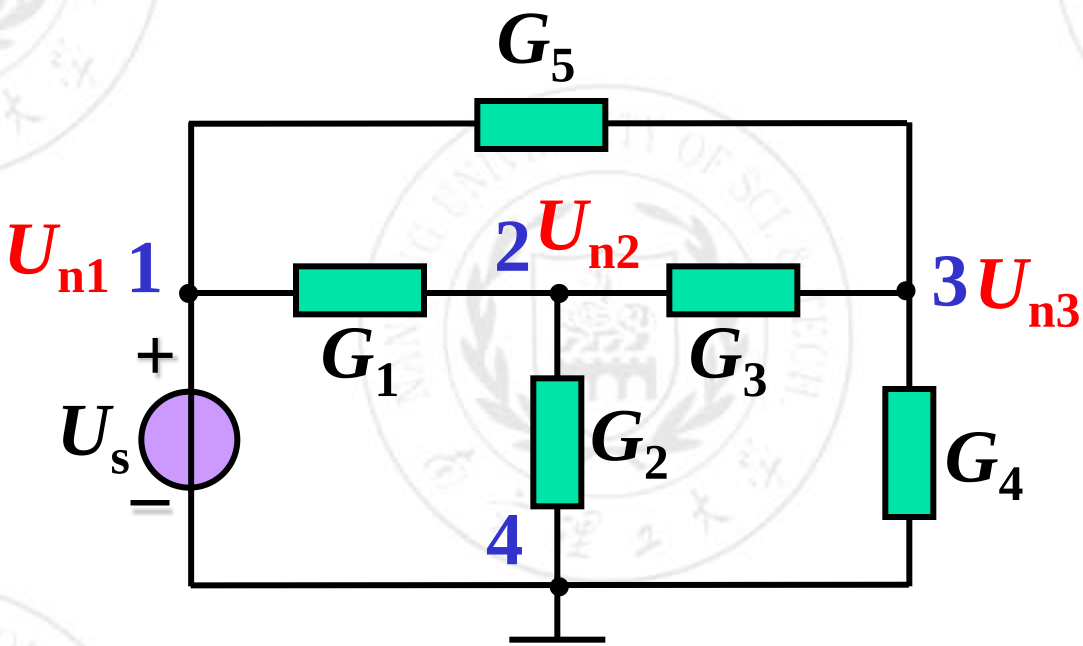


原电路等效为：



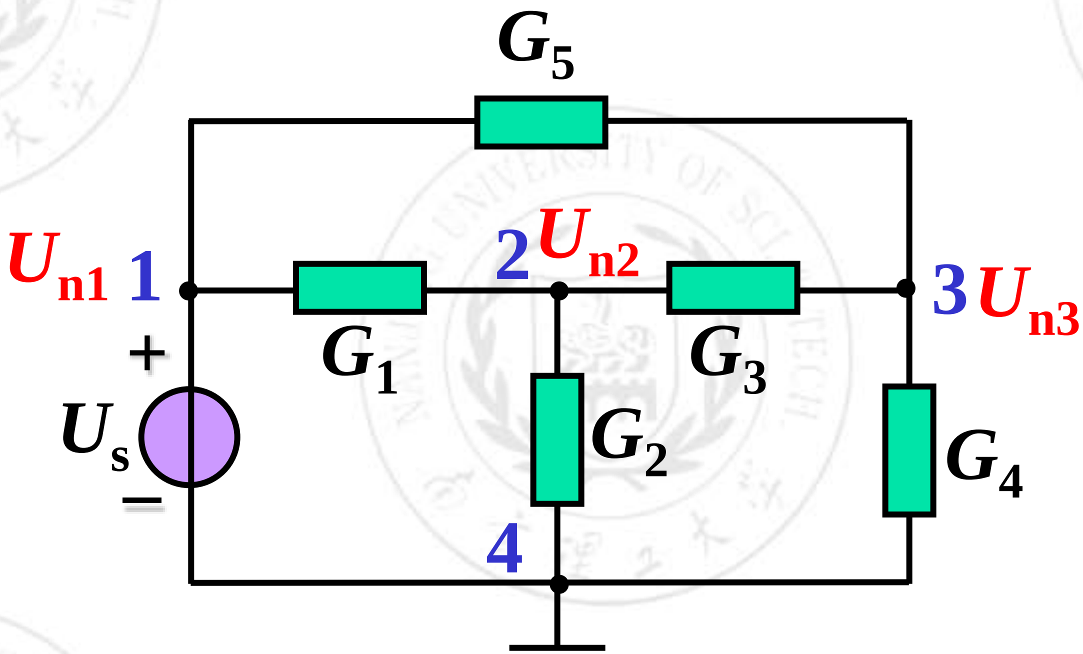
$$\begin{bmatrix} G_2+G_5 & -G_2 & -G_5 \\ -G_2 & G_2+G_3+G_4 & -G_4 \\ -G_5 & -G_4 & G_4+G_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ U_{n3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} I_{s1} \\ U_s G_3 \\ I_{s2} \end{bmatrix}$$

第2类情况：含理想电压源支路



- a: 选取电压源的一端作参考点：$U_{n1}=U_s$
- b: 对不含有电压源支路的结点利用直接观察法列方程

第2类情况：含理想电压源支路

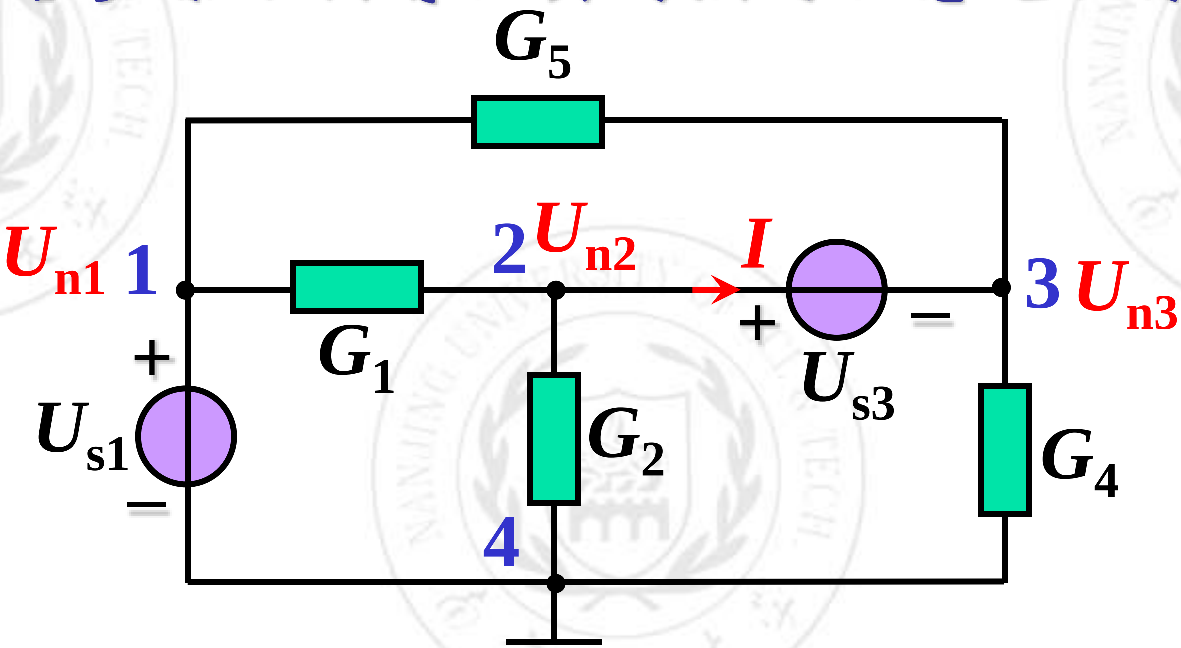


- b: 对不含有电压源支路的结点利用直接观察法列方程

$$-G_1U_{n1}+(G_1+G_2+G_3)U_{n2}-G_3U_{n3}=0$$
$$-G_5U_{n1}-G_3U_{n2}+(G_3+G_4+G_5)U_{n3}=0$$

- c: 求解

含多条不具有公共端点的理想电压源支路



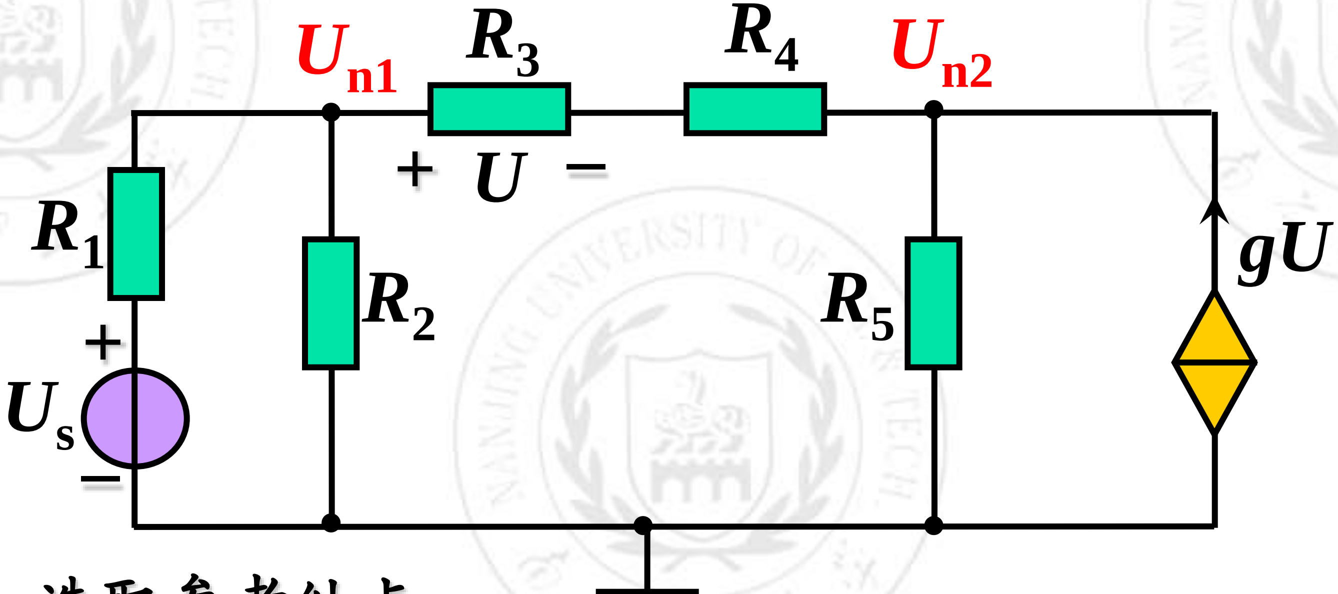
- a: 适当选取其中一个电压源的端点作参考点:令 $U_{n4}=0$，则 $U_{n1}=U_{s1}$
- b: 虚设电压源电流为 I，利用直接观察法形成方程:

$$-G_1U_{n1}+(G_1+G_2)U_{n2}+I=0$$

$$-G_5U_{n1}+(G_4+G_5)U_{n3}-I=0$$

- c: 添加约束方程：$U_{n2}-U_{n3}=U_{s3}$

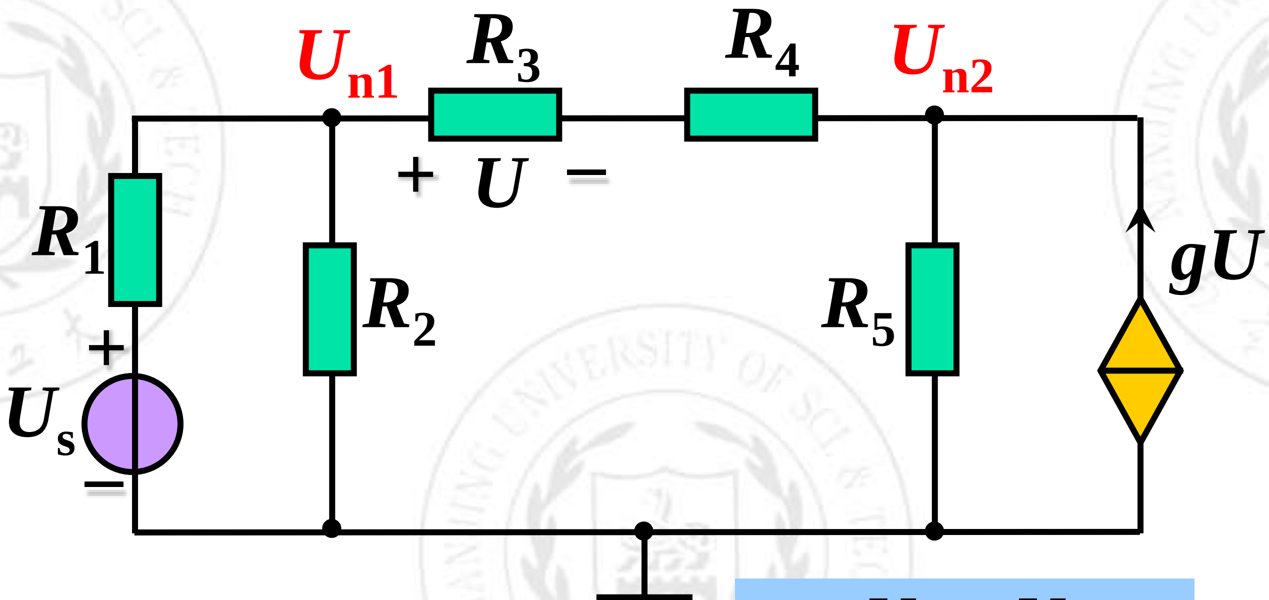
含受控源时的结点法



- **a:** 选取参考结点
- **b:** 先将受控源作独立电源处理，利用直接观察法列方程

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3+R_4}\right)U_{n1}-\frac{1}{R_3+R_4}U_{n2}=\frac{U_s}{R_1}$$

$$-\frac{1}{R_3+R_4}U_{n1}+\left(\frac{1}{R_3+R_4}+\frac{1}{R_5}\right)U_{n2}=gU$$



- c: 再将控制量用未知量表示: $U=\dfrac{U_{n1}-U_{n2}}{R_3+R_4}R_3$

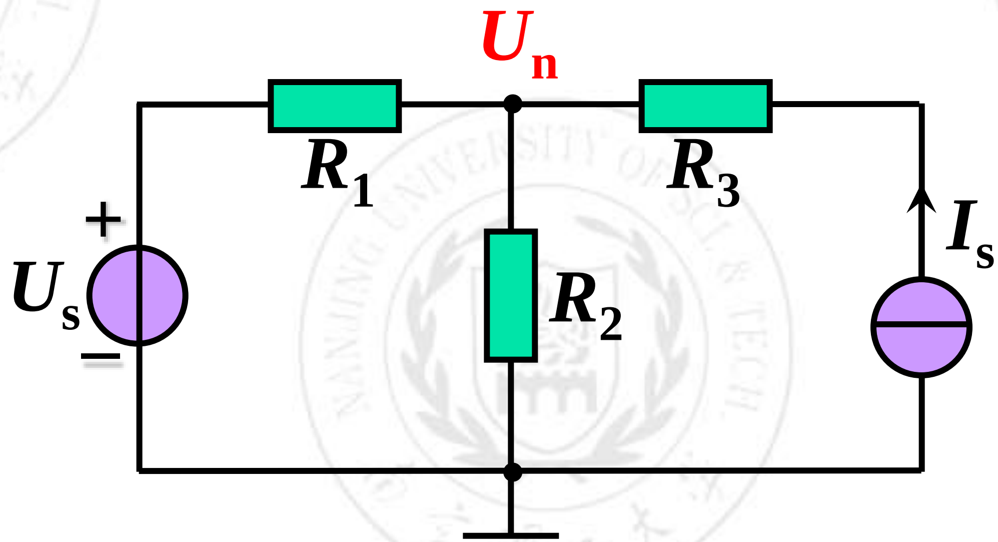
- d: 整理:

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3+R_4}\right)U_{n1}-\frac{1}{R_3+R_4}U_{n2}=\frac{U_s}{R_1}$$

$$-\left(\frac{gR_3+1}{R_3+R_4}\right)U_{n1}+\left(\frac{gR_3+1}{R_3+R_4}+\frac{1}{R_5}\right)U_{n2}=0$$

（注意：$G_{12}\neq G_{21}$）

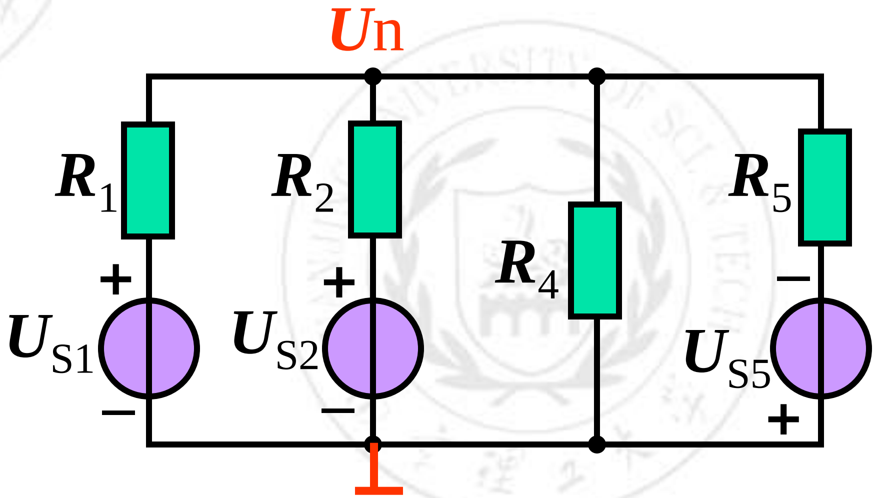
含电流源串联电阻时的结点法



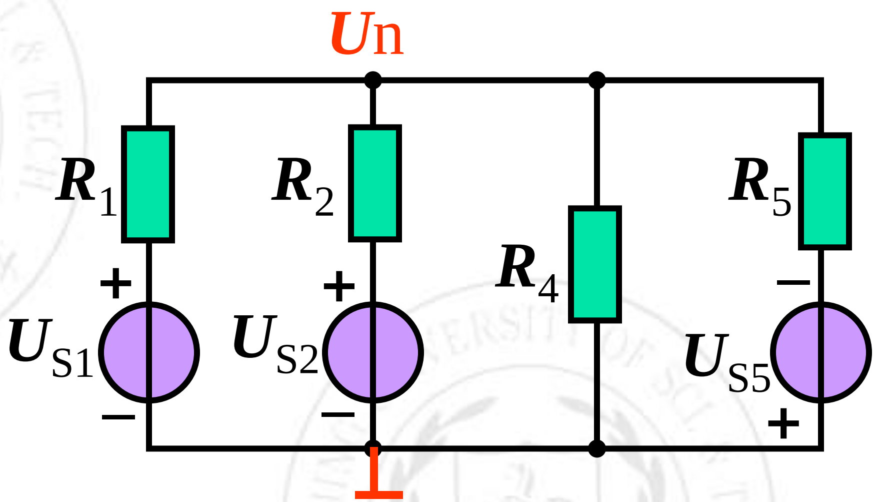
$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)U_n=\frac{U_s}{R_1}+I_s$$

- **结论:** 与电流源串联的电阻**不出现**在自导或互导中

含两个结点的电路

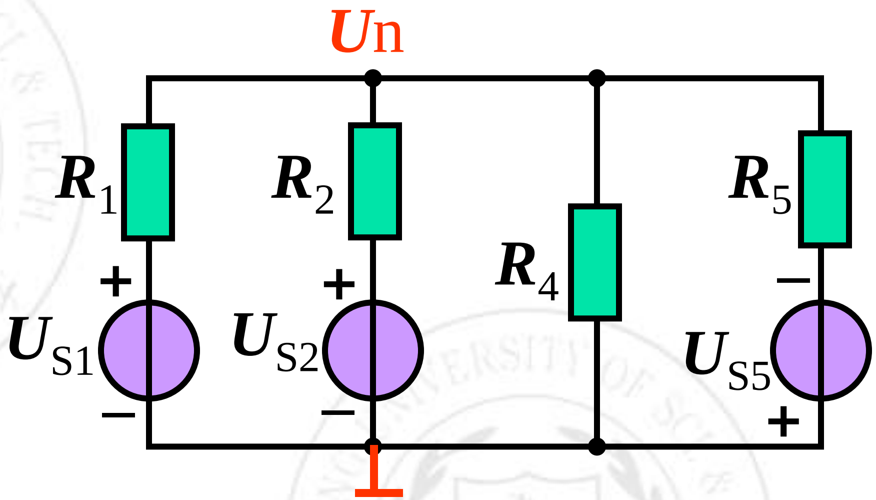


$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)U_{\rm n}=\frac{U_{\rm S1}}{R_1}+\frac{U_{\rm S2}}{R_2}-\frac{U_{\rm S5}}{R_5}$$



$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)U_n=\frac{U_{S1}}{R_1}+\frac{U_{S2}}{R_2}-\frac{U_{S5}}{R_5}$$

$$U_n=\frac{\dfrac{U_{S1}}{R_1}+\dfrac{U_{S2}}{R_2}-\dfrac{U_{S5}}{R_5}}{\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_5}\right)}$$



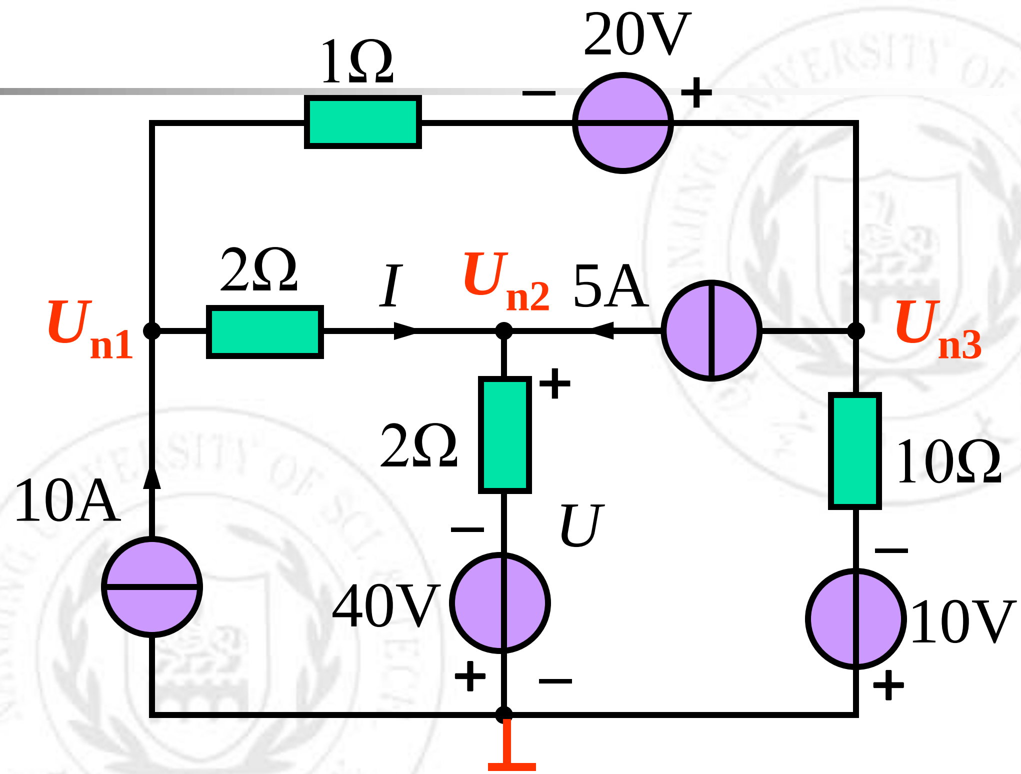
$$U_{\mathrm{n}}=\frac{\dfrac{U_{\mathrm{S1}}}{R_1}+\dfrac{U_{\mathrm{S2}}}{R_2}-\dfrac{U_{\mathrm{S5}}}{R_5}}{\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_5}\right)}$$

弥尔曼定理

一般形式

$$U_n=\frac{\sum I_s}{\sum G}$$

- **例：**用结点电压法求电流I和电压U。



解

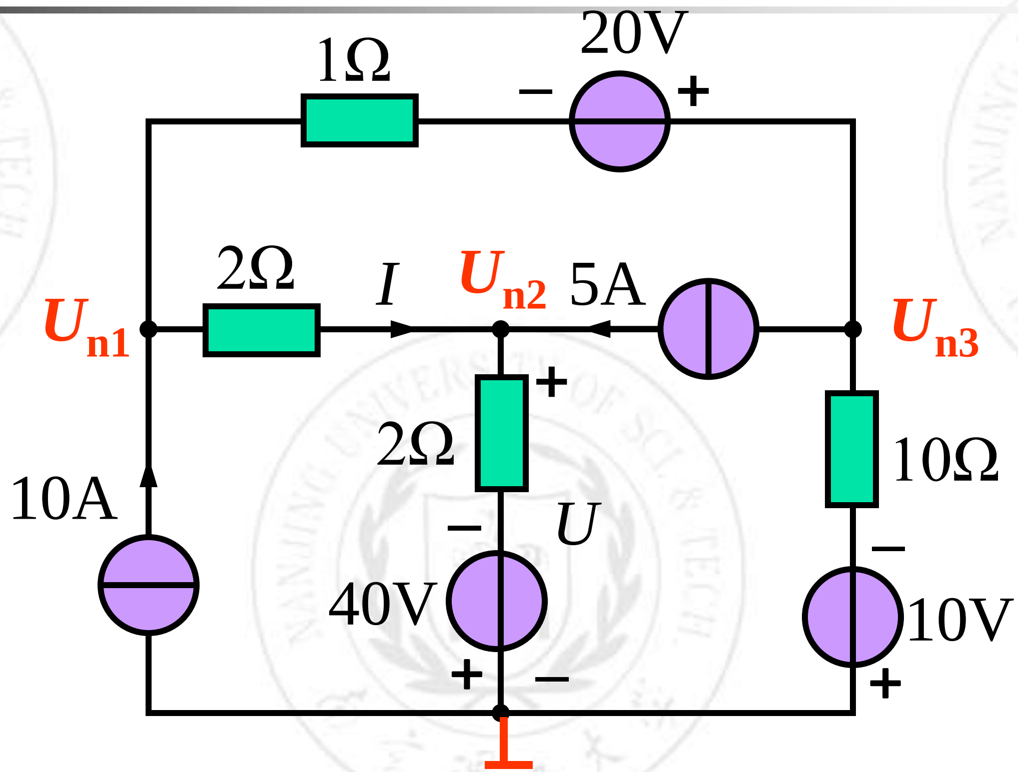
1、设定参考点及其结点电压

2、列写方程

$$\left(\frac{1}{2}+1\right)U_{n1}-\frac{1}{2}U_{n2}-U_{n3}=10-20$$

$$-\frac{1}{2}U_{n1}+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)U_{n2}=5-\frac{40}{2}$$

$$-U_{n1}+\left(\frac{1}{10}+1\right)U_{n3}=20-5-\frac{10}{10}$$



解得：

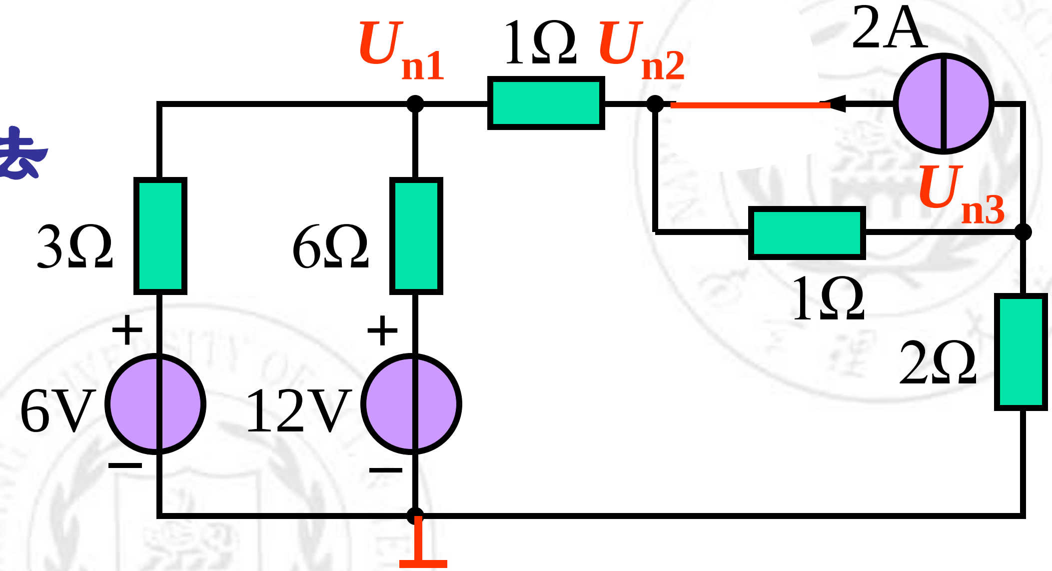
$$U_{n1} = -14V$$

$$U_{n2} = -22V = U$$

$$U_{n3} = 0$$

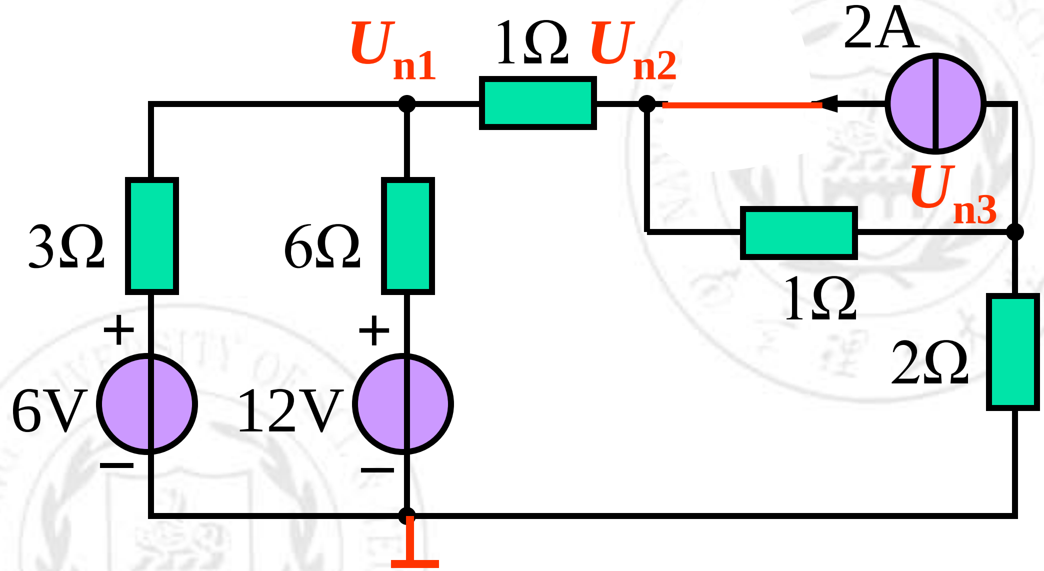
$$I = (U_{n1} - U_{n2})/2 = 4A$$

例2:用结点电压法求各结点电压。



解

与电流源串联的电阻应短路处理。



列写方程：

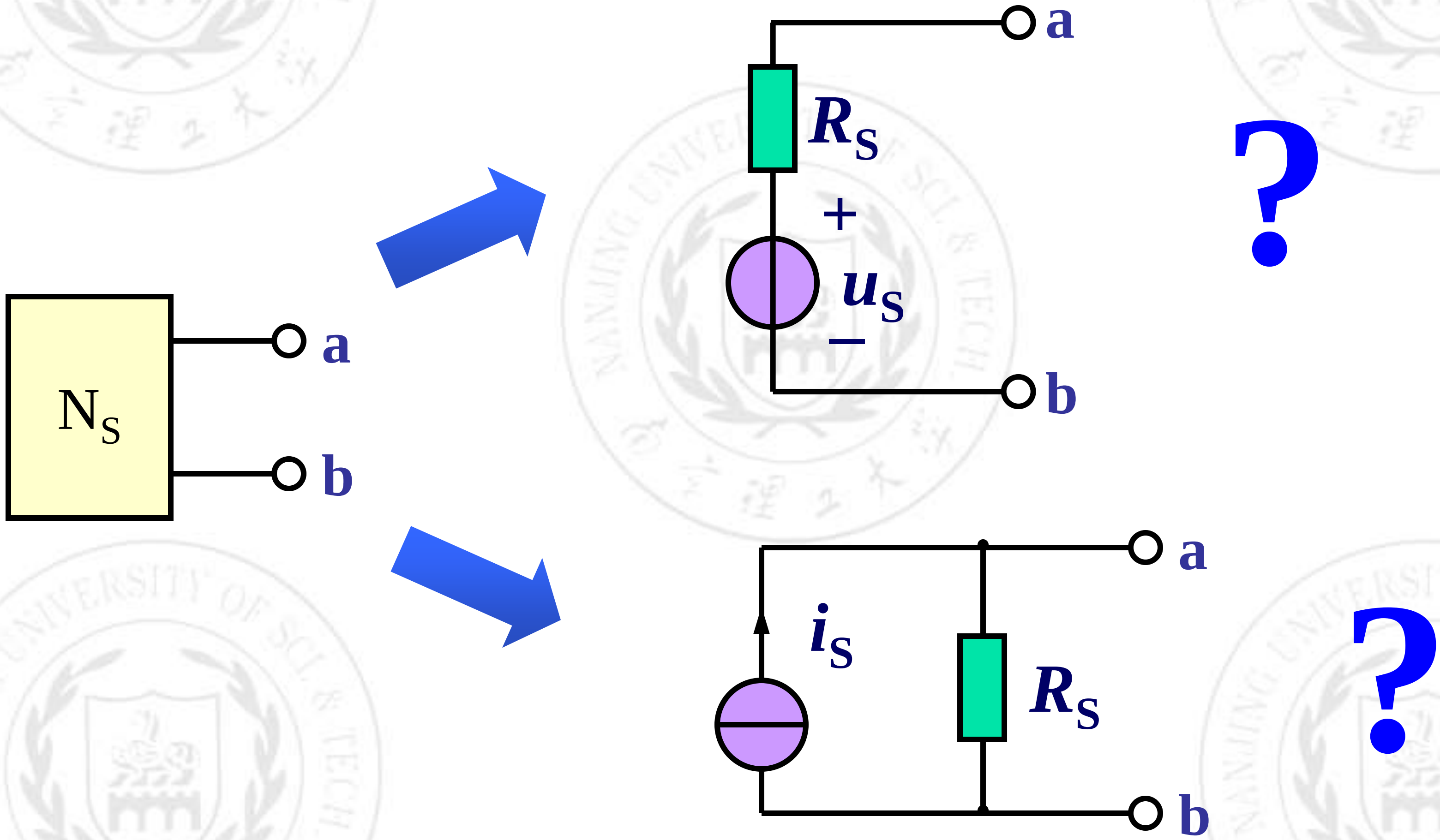
$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+1\right)U_{n1}-U_{n2}=\frac{6}{3}+\frac{12}{6}$$

$$-U_{n1}+(1+1)U_{n2}-U_{n3}=2$$

$$-U_{n2}+\left(\frac{1}{2}+1\right)U_{n3}=-2$$

$$\Rightarrow\begin{cases}U_{n1}=6\text{V}\\U_{n2}=5\text{V}\\U_{n3}=2\text{V}\end{cases}$$

N_0
a
b
R_{eq}
a
R_{eq}
b



N_S
a
b
R_S
+
u_S
−
a
b
?
i_S
R_S
a
b
?

4.3 戴维南定理和诺顿定理

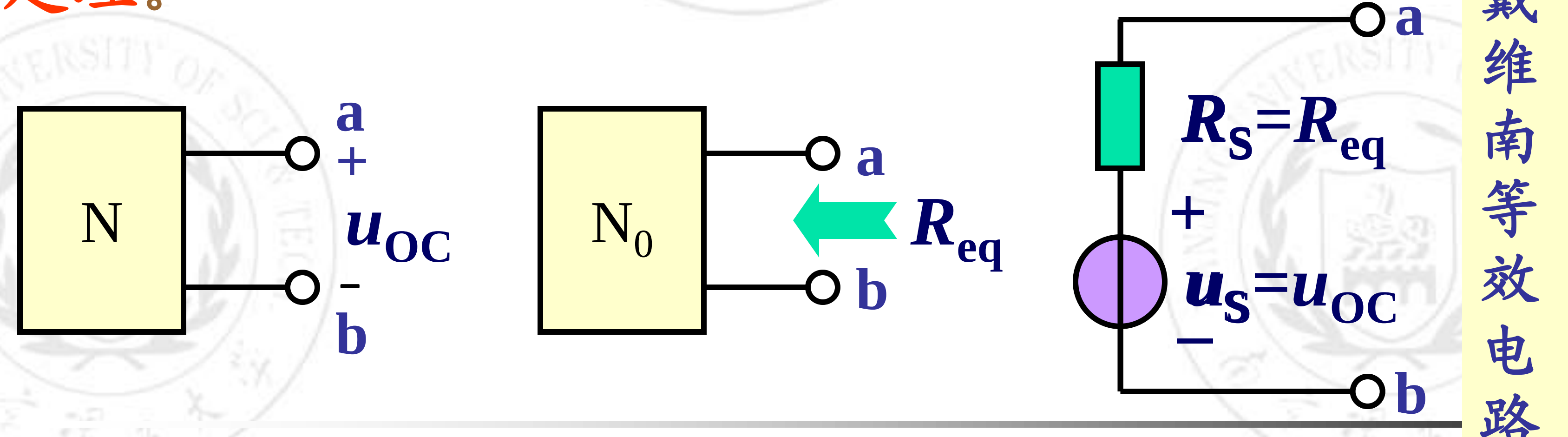
戴维南
(Thevenin)
法国工程师
1883年发表

戴维南定理

赫尔姆霍茨
(Helmholtz)
德国科学家
1853年已发现

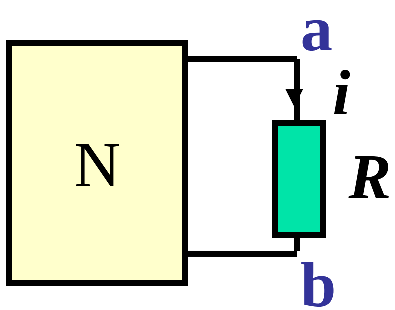
对于任意一个线性含源二端网络N，就其端口而言，可以用一条最简单的有源支路对外进行等效：

- 用一条实际电压源支路对外部进行等效，其中电压源的电压等于该含源二端网络在端钮处的开路电压u_{OC}；其串联电阻等于该含源二端网络中所有独立源置零时，由端钮看进去的等效电阻Req。此即为**戴维南定理。**



步骤:

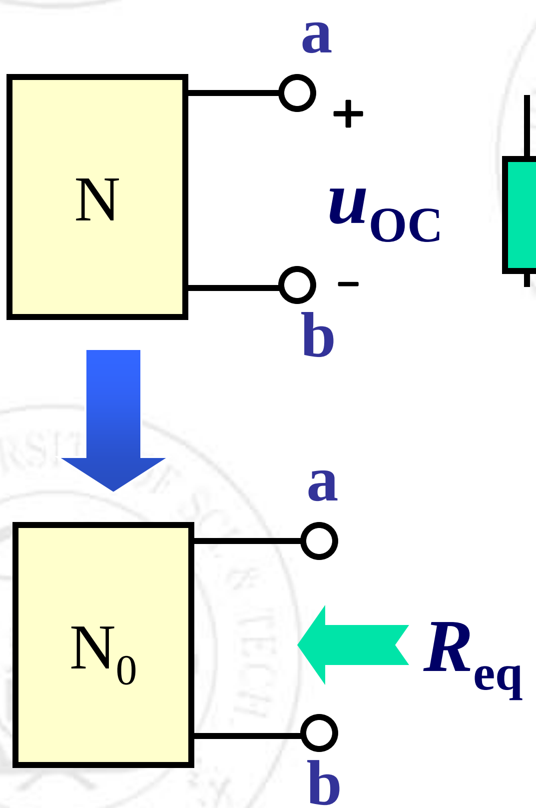
1、断开待求支路，求开路电压u_{OC}。



步骤:

1、断开待求支路，求开路电压u_{OC}。

2、令N中所有的独立源置零，求出等效电阻R_{eq}。

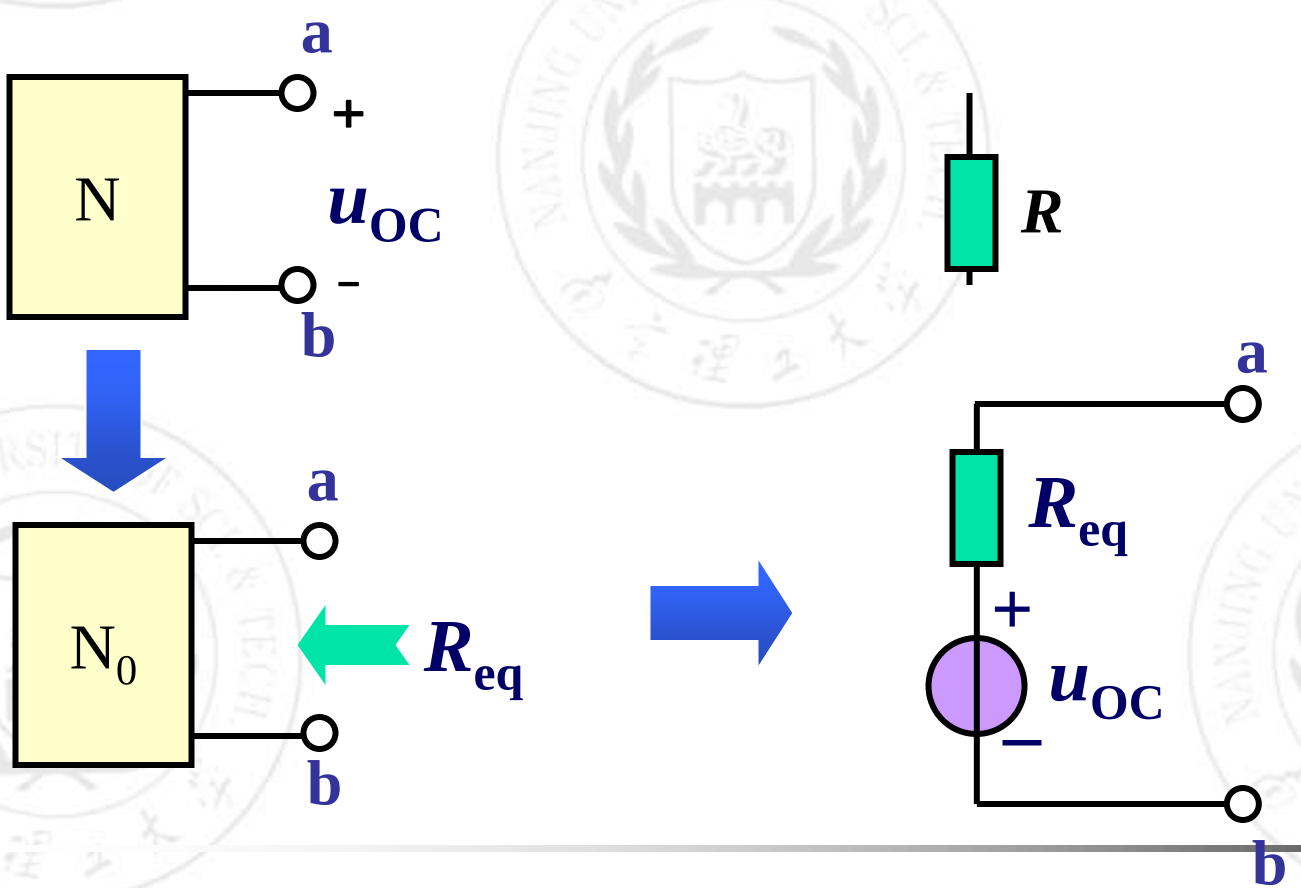


步骤:

1、断开待求支路，求开路电压u_{OC}。

2、令N中所有的独立源置零，求出等效电阻R_{eq}。

3、画出戴维南等效电路，接上待求支路，求出电流i。

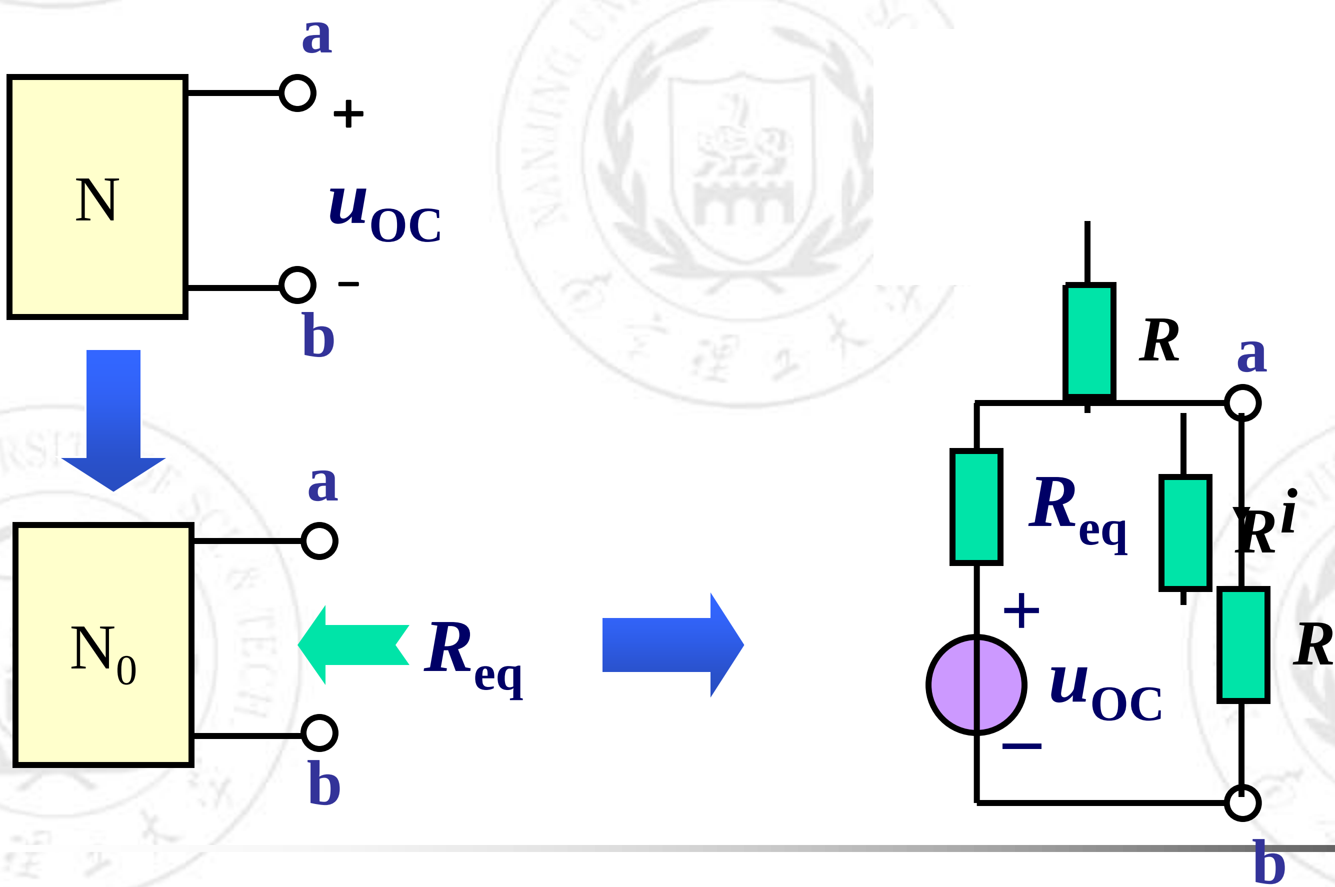


步骤:

1、断开待求支路，求开路电压u_{OC}。

2、令N中所有的独立源置零，求出等效电阻R_{eq}。

3、画出戴维南等效电路，接上待求支路，求出电流i。



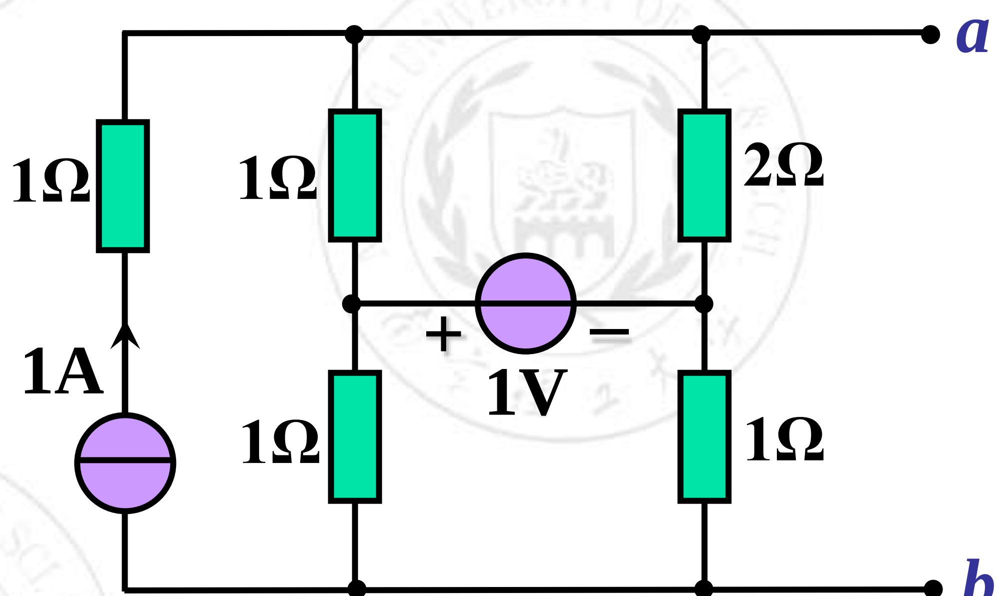
- **方法**

1、等效变换法 。

2、求参数的方法。

3、实验法（开路短路法）。

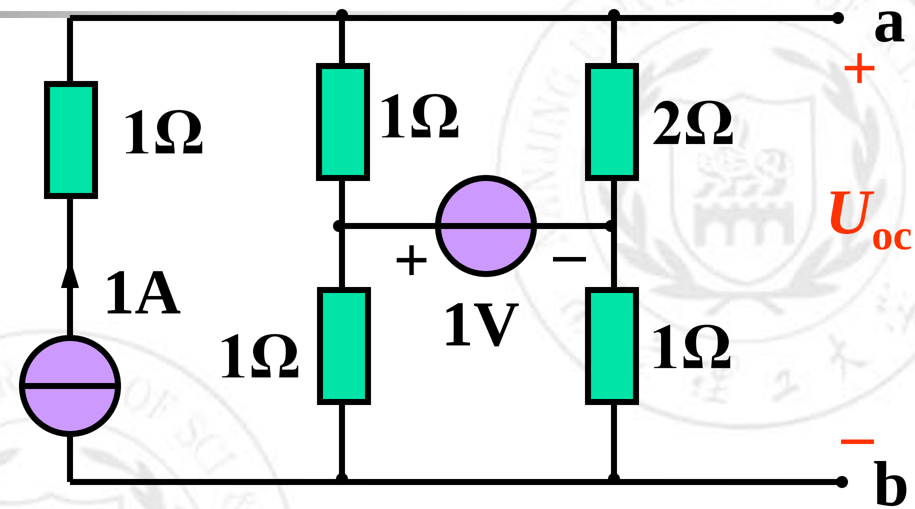
- 例: 求图所示电路的戴维南等效电路



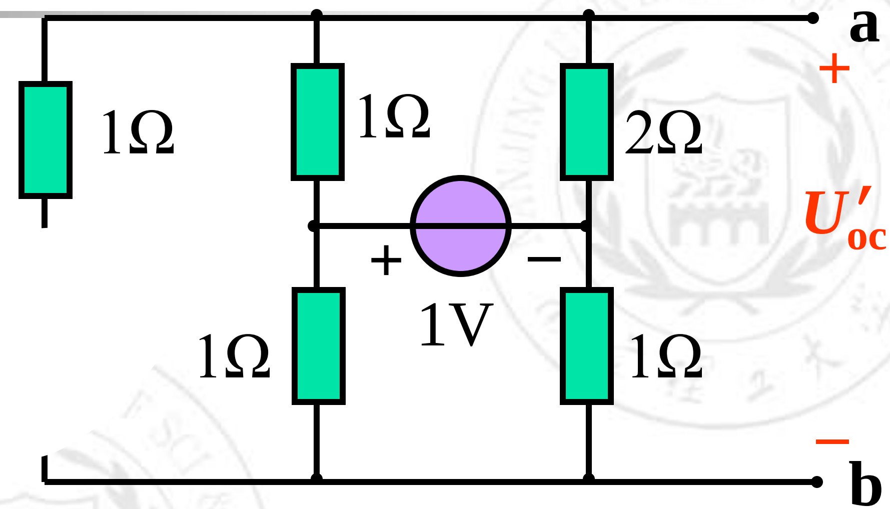
解

第一步：求开路电压U_{oc}。

方法：叠加定理



解



第一步：求开路电压U_{oc}。

方法：叠加定理

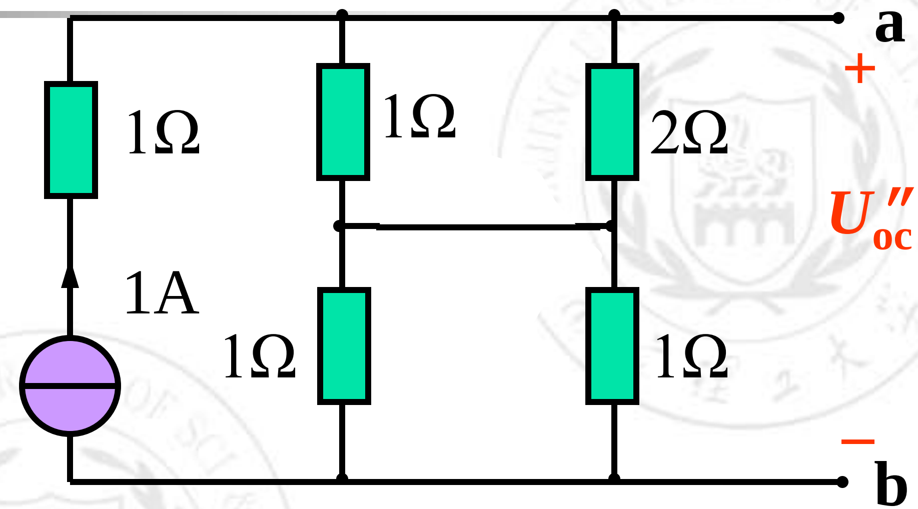
1、电压源单独作用，

求U' oc。

$$U'_{OC}=\frac{2}{1+2}\times1-\frac{1}{1+1}\times1=\frac{1}{6}\text{V}$$

解

第一步：求开路电压U_{oc}。



方法：叠加定理

1、电压源单独作用，

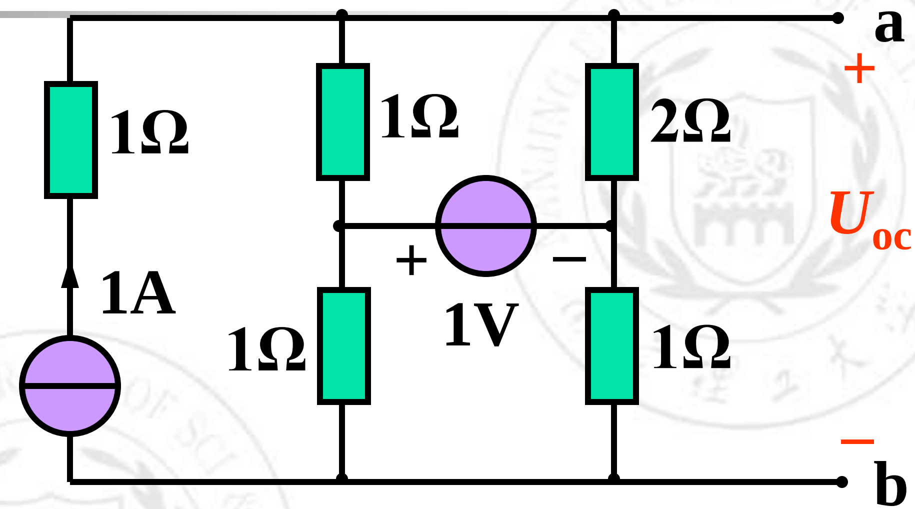
求U'_{oc}。 $U'_{OC}=\frac{1}{6}\text{V}$

2、电流源单独作用，

求U''_{oc}。

$$U''_{OC}=\frac{1}{1+2}\times1\times2+\frac{1}{1+1}\times1\times1=\frac{7}{6}\text{V}$$

解



第一步：求开路电压U_{oc}。

方法：叠加定理

1、电压源单独作用，

求U'_{oc}。 $$U'_{OC}=\frac{1}{6}\text{V}$$

2、电流源单独作用，

求U''_{oc}。 $$U''_{OC}=\frac{7}{6}\text{V}$$

由叠加定理得：

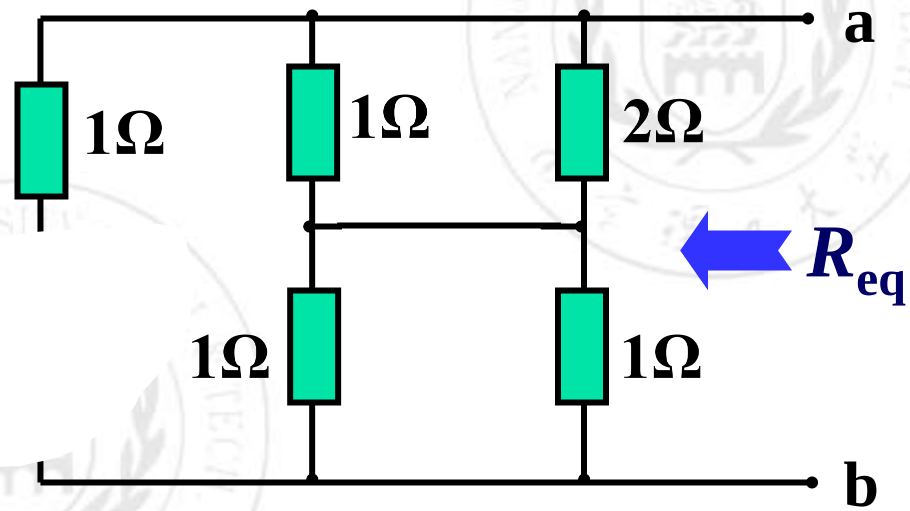
$$U_{OC}=U'_{OC}+U''_{OC}=\frac{4}{3}\text{V}$$

解

第一步：求开路电压U_{oc}。

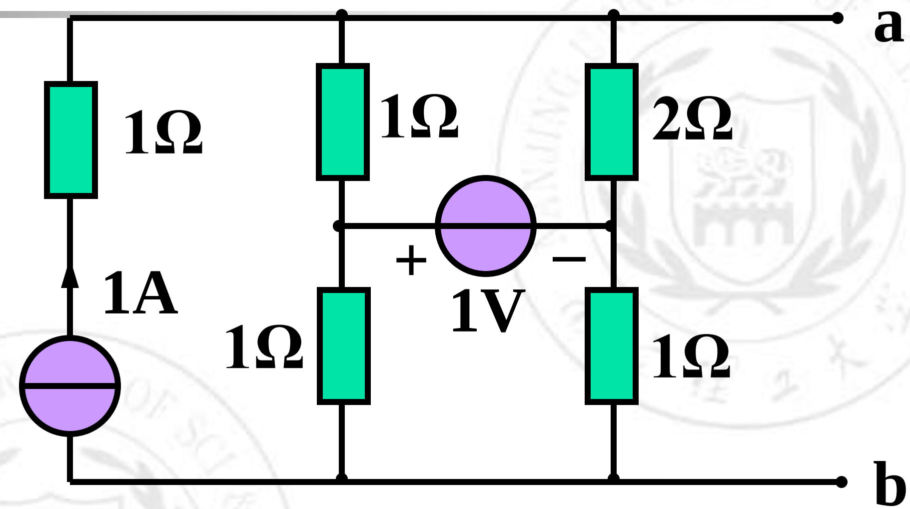
$$U_{OC}=\frac{4}{3}\text{V}$$

第二步：求等效电阻R_{eq}。



$$R_{eq}=\frac{1\times2}{1+2}+\frac{1\times1}{1+1}=\frac{7}{6}\Omega$$

解



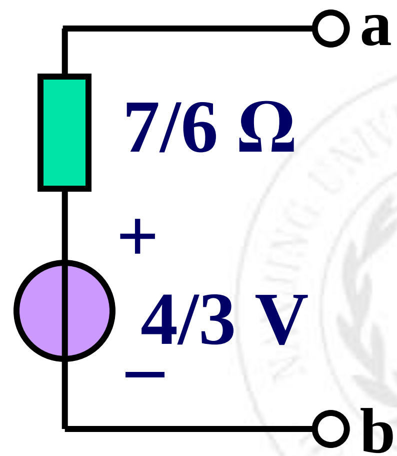
第一步：求开路电压U_{oc}。

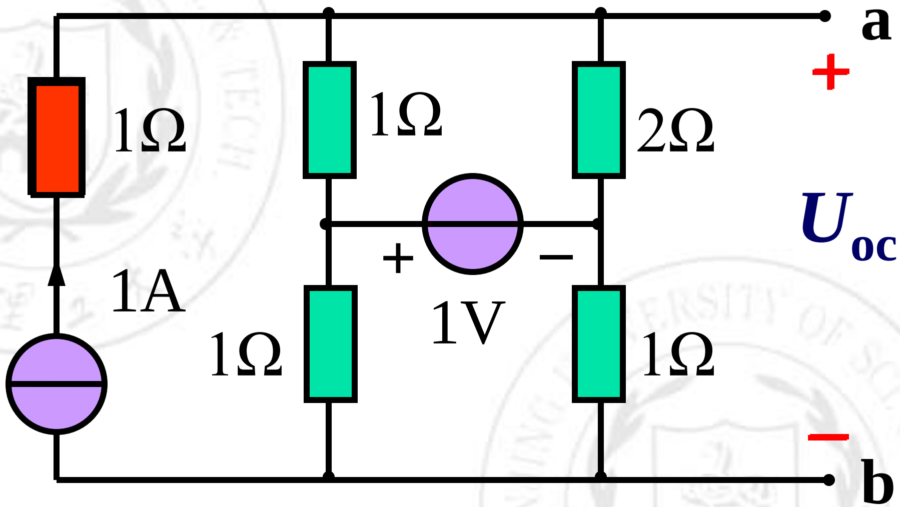
$$U_{OC} = \frac{4}{3}\text{V}$$

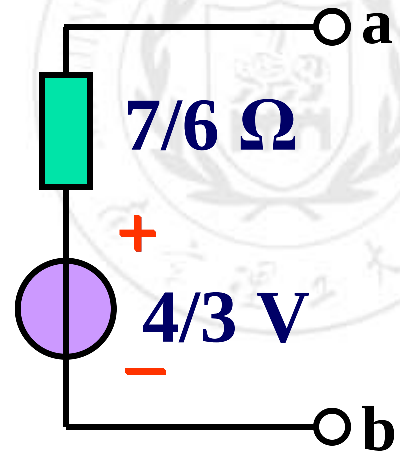
第二步：求等效电阻R_{eq}。

$$R_{eq} = \frac{1\times2}{1+2} + \frac{1\times1}{1+1} = \frac{7}{6}\Omega$$

第三步：画出戴维南等效电路。







注意事项:

1、和电流源串联的电阻无论是在求开路电压，还是在求等效电阻时，均未起作用。

2、画戴维南等效电路时，注意等效电压源极性应和所求开路电压的极性保持一致。

本 次 课 重 点

- 结点电压法.
- 等效电源定理.