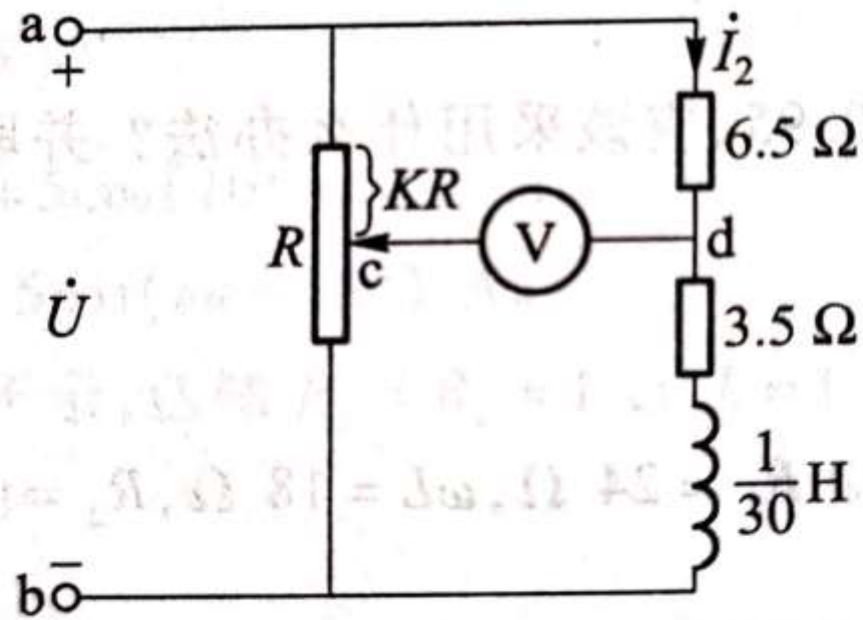
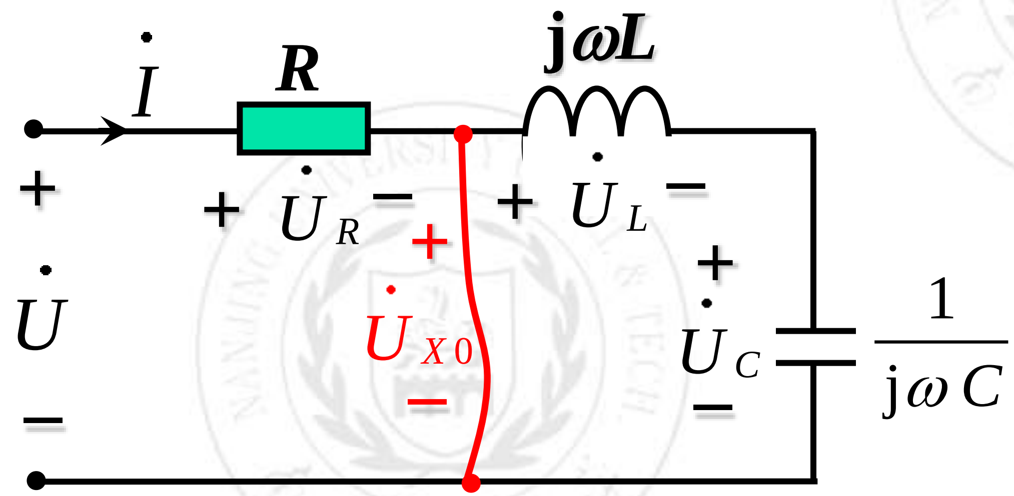
附加题：已知$\omega=400\text{rad/s}$，电流$I_2=3\text{A}$，滑动触点c使电压表读数为最小。试求此时最小读数与表示触点位置的K值。（以$\dot{U}$为参考相量）



作 业

6-1

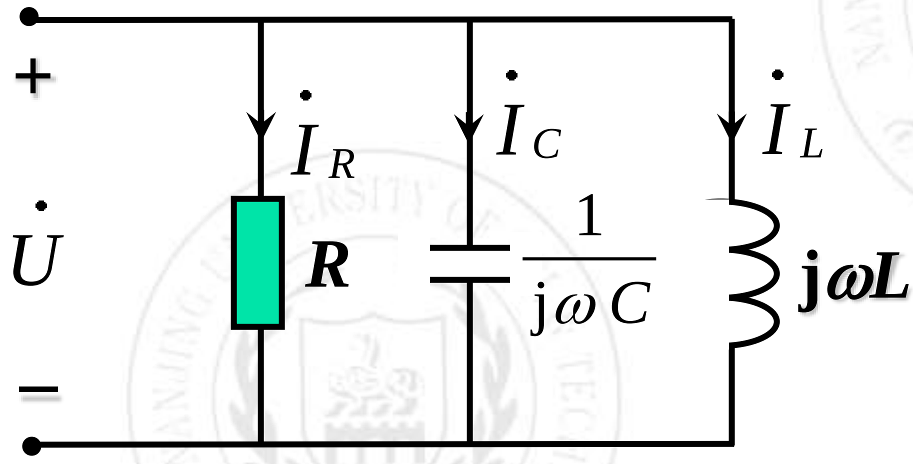
RLC串联谐振



- 当$Q>1$时，$U_{L0}=U_{C0}=QU>U$，出现部分电压大于总电压现象

- 串联谐振也称为“电压谐振”

并联谐振



$$Y = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}$$

$$\mathrm{Im}[Y] = j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = 0$$

$$\dot{I}_{C0} + \dot{I}_{L0} = j\omega_0 C\dot{U} + \frac{1}{j\omega_0 L}\dot{U} = 0$$

- *LC*并联部分对外电路而言，可以断路表示.

目　录

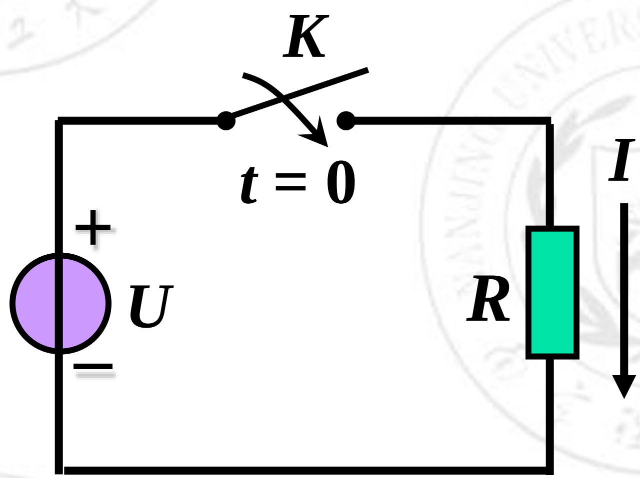
稳定状态（稳态）

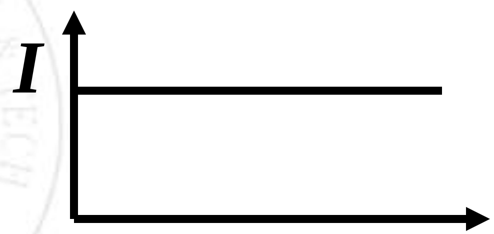
- 电路中的各物理量达到了给定条件下的稳态值。

过渡状态（暂态）

- 电路从一种稳态变化到另一种稳态的过程，称为**瞬变过程**或**过渡过程**。
- 处于这个变化过程的工作状态，称为瞬变状态或过渡状态，简称**暂态**。

电阻电路





无过渡过程

电阻是耗能元件，其上电流随电压比例变化，不存在过渡过程。

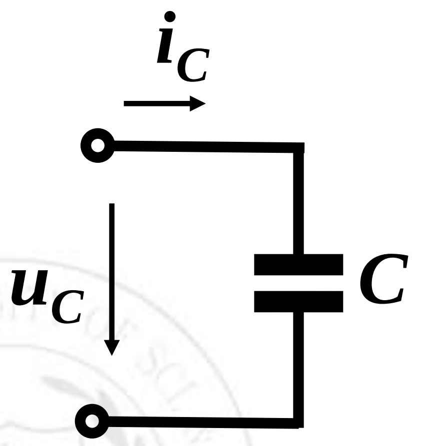
♣ 研究过渡过程的意义：

过渡过程是一种自然现象，对它的研究很重要。过渡过程的存在有利有弊。有利的方面，如电子技术中常用它来产生各种波形；不利的方面，如在暂态过程发生的瞬间，可能出现过压或过流，致使设备损坏，必须采取防范措施。

讲课重点：直流电路、交流电路都存在过渡过程。我们讲课的重点是直流电路的过渡过程。

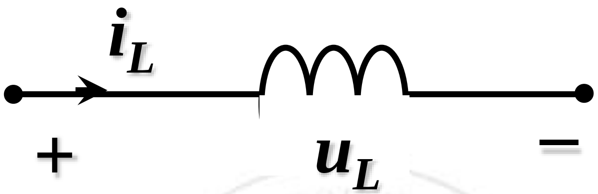
根据电磁学理论，电压变化时，电容器极板上的电荷量也将发生变化，从而在电路中会引起电流。

伏安关系



$$i_C = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

- 电容电压u_C不能发生突变！



$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$$

- 电感电流i_L**不能**发生突变！

对偶关系

$L \longleftrightarrow C$

$u_L \longleftrightarrow i_C$

$i_L \longleftrightarrow u_C$

换路定则

换路：改变电路状态的统称。如：

1．电路接通、断开电源.

2．电路中电源电压的升高或降低.

3．电路中元件参数的改变.

…………….

换路定则： **在换路瞬间，电容上的电压、电感中的电流不能突变。**

设：t=0 时换路 $\begin{cases} 0_- \text{---} & \text{换路前瞬间} \\ 0_+ \text{---} & \text{换路后瞬间} \end{cases}$

则：

$$\boxed{\begin{aligned} u_C(0_+) &= u_C(0_-) \\ i_L(0_+) &= i_L(0_-) \end{aligned}}$$

初始值的确定

初始值（起始值）：设$t=0$时换路，则电路中u、i在 $t=0_+$ 时的大小就称电路的初始值。

求解要点：

$$\begin{cases} u_C(0_-) \rightarrow u_C(0_+) \\ i_L(0_-) \rightarrow i_L(0_+) \end{cases}$$

初 始 值 的 计 算

1. 求$u_C(0_-)$ ，$i_L(0_-)$

- 情况1: 给定$u_C(0_-)$ ，$i_L(0_-)$.
- 情况2: $t = 0$-时: 原电路为直流稳态:

  C — 断路， L — 短路
- 情况3: $t = 0_-$时: 原电路未进入稳态:

$$u_C(0\_) = u_C(t)|_{t=0\_},\ \ i_L(0\_) = i_L(t)|_{t=0\_}$$

初 始 值 的 计 算

- 2. 画0_+时的等效电路.

$$u_C(0_+) = u_C(0_-),\ i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

- 换路前后电压（流）不变的为电压（流）源:

C — 电压源， L — 电流源

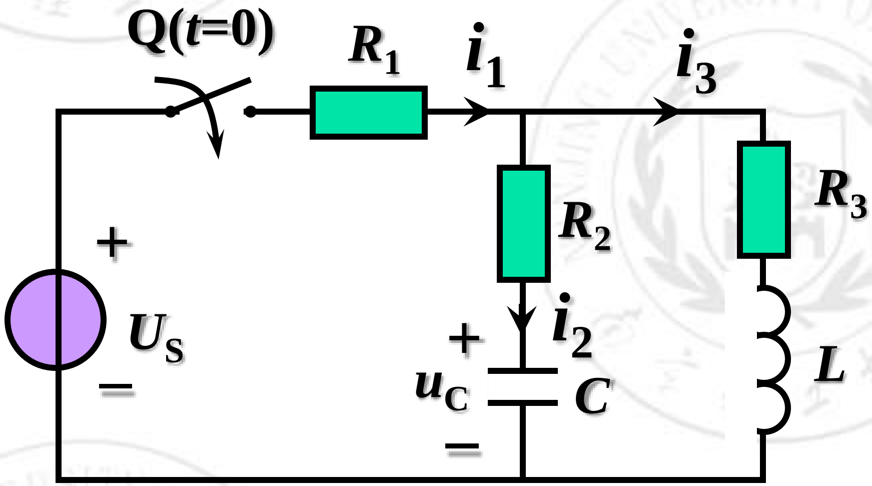
- 若$u_C(0_-) = 0$, $i_L(0_-) = 0$, 则:

C — 短路， L — 断路

- 3. 利用电阻电路的计算方法求初始值.

- 已知：$u_C(0_-)=0, i_L(0_-)=0$

求： $t=0_+$时各支路电流及电感上的电压.



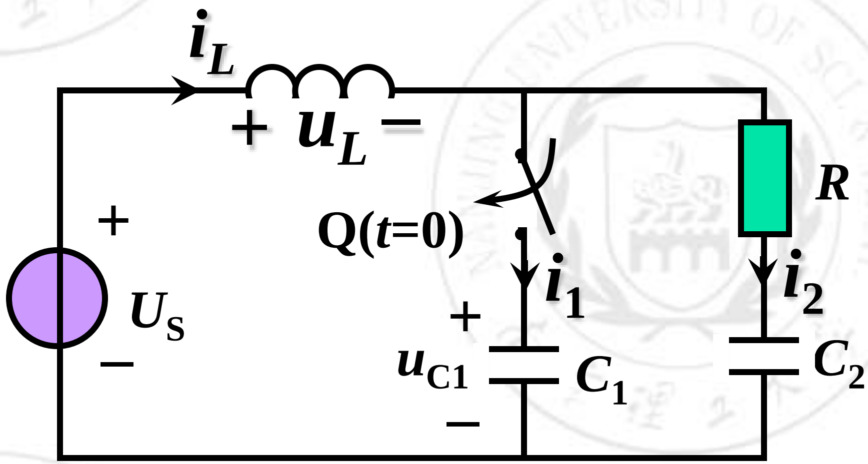
$$i_1(0_+)=\frac{U_s}{R_1+R_2}=i_2(0_+)$$

$$i_3(0_+)=0\text{A}$$

$$u_L(0_+)=\frac{R_2}{R_1+R_2}U_s$$

- 已知：$t<0$时电路稳定，$u_{C1}(0_-)=0$

求：$t=0_+$时各支路电流及电感电压的初始值。



$$i_L(0_+)=0$$

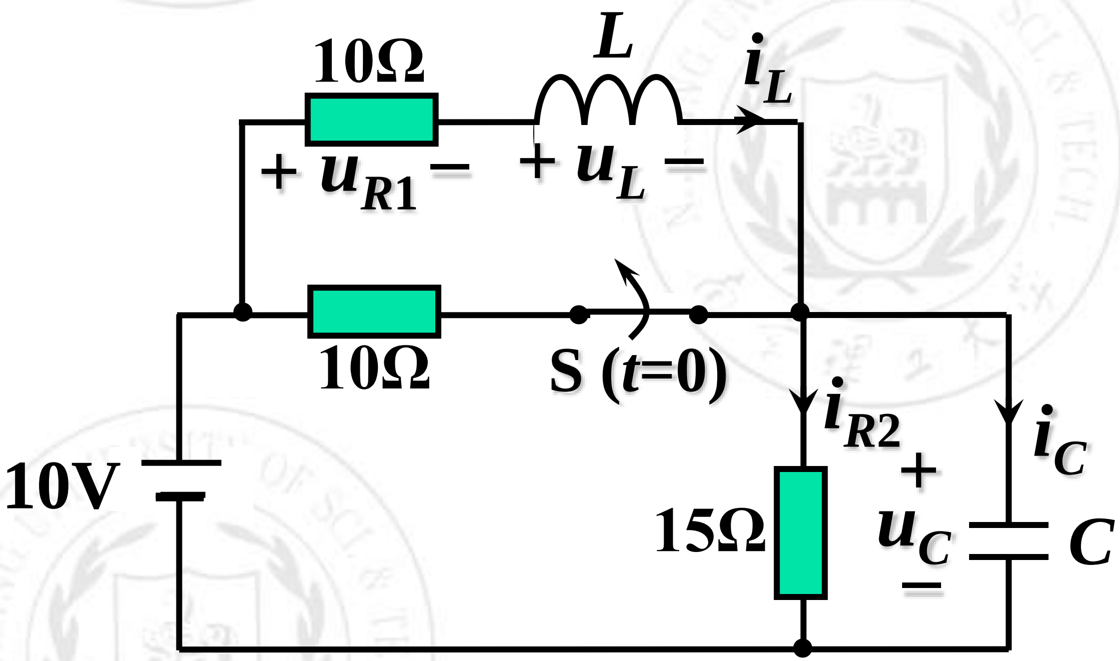
$$i_1(0_+)=\frac{U_s}{R}$$

$$i_2(0_+)=-\frac{U_s}{R}$$

$$u_L(0_+)=U_s$$

- **例：** 已知：$t<0$时，原电路已稳定，$t=0$时，打开开关S。

  求： $u_{R1}(0_+), u_L(0_+), i_{R2}(0_+), i_C(0_+)$



$$u_{R1}(0_+) = 2.5\text{V}$$

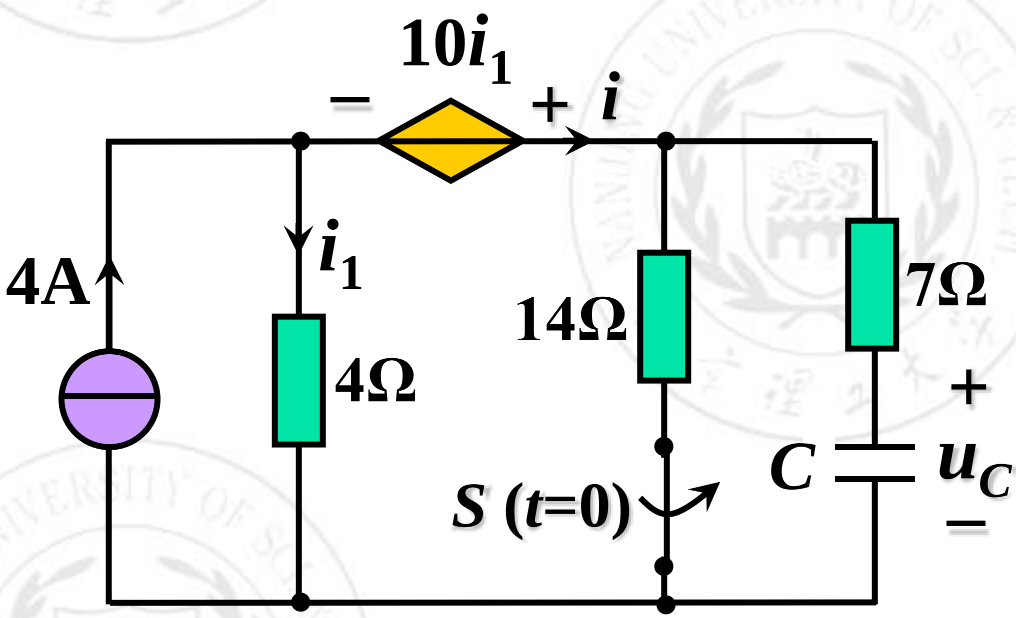
$$i_{R2}(0_+) = 0.5\text{A}$$

$$i_C(0_+) = -0.25\text{A}$$

$$u_L(0_+) = 0\text{V}$$

例：已知：t<0时，原电路已稳定，t=0时，打开开关S。

求：$i_1(0_+)$, $i(0_+)$

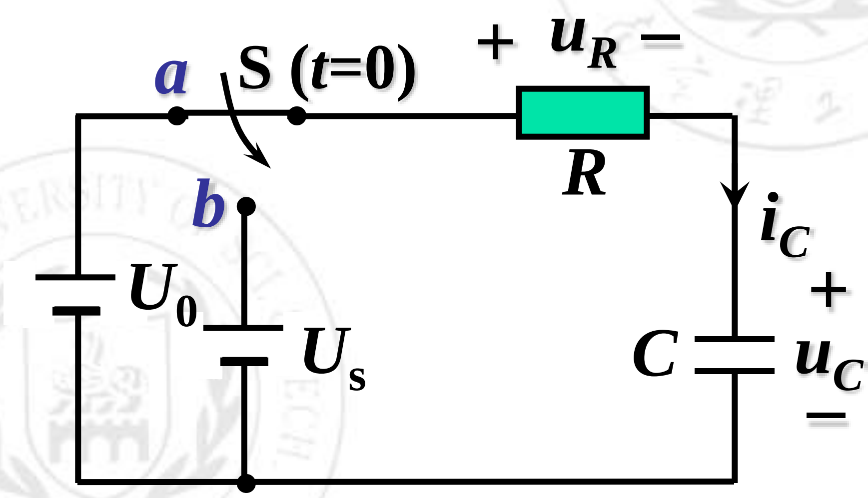


$$u_C(0_+) = 28\text{V}$$

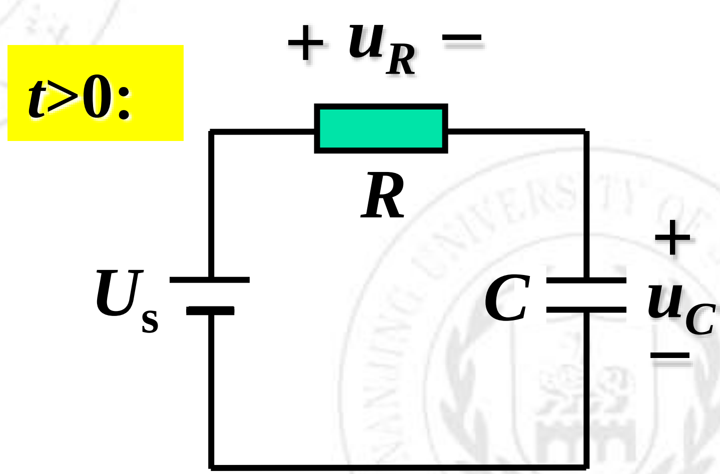
$$i_1(0_+) = \frac{8}{3}\text{A}, i(0_+) = \frac{4}{3}\text{A}$$

由储能元件的初始储能和独立电源共同引起的响应，称为全响应。下面讨论*RC*串联电路在直流电压源作用下的全响应。电路如图(a)所示，开关连接在*a*端为时已经很久，$u_C(0_-)=U_0$。t=0时开关倒向*b*端。$t>0$ 时的电路如图(b)所示。

- 已知 $u_C(0) = U_0$， t=0时S由*a*合向*b*, 求: $t \geq 0_+$时的$u_C(t)$

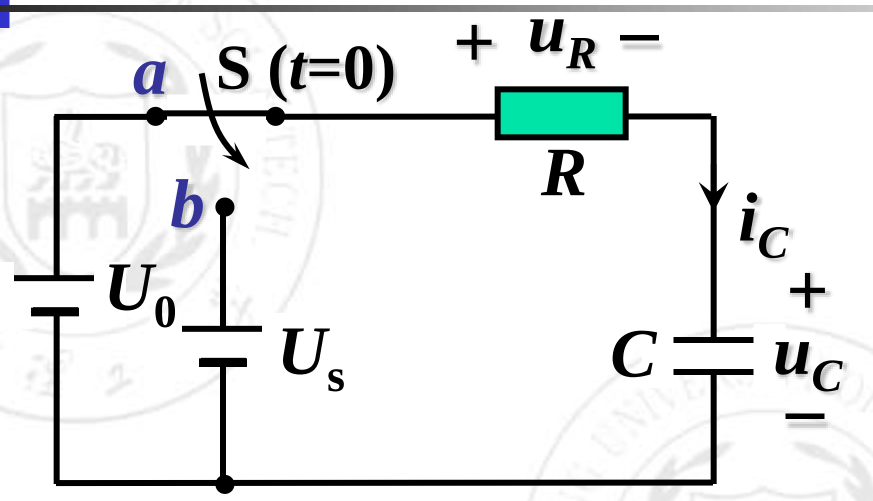


图(a)



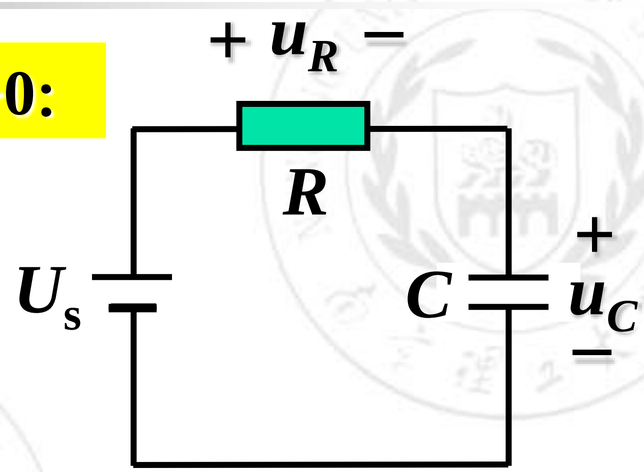
图(b)

非零状态



图(a)

t>0:



图(b)

$$\boxed{\begin{aligned} & RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_\mathrm{s} \\ & u_C(0_+)=U_0 \end{aligned}}$$

其解为

$$\boxed{u_C(t)=U_\mathrm{S}+(U_0-U_\mathrm{S})\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\quad (t\geq 0)}$$

全响应表达式:

$$u_C(t)=U_0\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}+U_S(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}})\quad (t\geq 0)$$

$$u_C(t)=U_S+(U_0-U_S)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\quad (t\geq 0)$$

$$=u_C(\infty)+\left[\left(u_C(0_+)-u_C(\infty)\right)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right]\ (t\geq 0)$$

$$f(t)=f(\infty)+\left[\left(f(0_+)-f(\infty)\right)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right]\ (t\geq 0)$$

三要素法仅适用于直流激励作用下的一阶电路!

$$f(t)=f_p(t)+f_h(t)=A+K\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

令 $t\to\infty$： $f(\infty)=A+0 \quad\Rightarrow\quad A=f(\infty)$

$$f(t)=f(\infty)+K\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

令 $\boldsymbol{t=0_+}$： $f(0_+)=f(\infty)+K\cdot 1 \Rightarrow K=f(0_+)-f(\infty)$

- 一阶电路三要素公式:

$$f(t)=f(\infty)+\left[f(0_+)-f(\infty)\right]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \quad (t\geq 0_+)$$

- 直流激励下的一阶电路中的响应均满足三要素公式.

$$f(t)=f(\infty)+\left[f(0_+)-f(\infty)\right]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\quad(t\geq 0_+)$$

- **三 要 素**

  - 初始值 $f(0_+)$
  - 稳态值 $f(\infty)$
  - 时间常数 τ

- $f(0_+)$: 初始值

- $u_C(0_+)$, $i_L(0_+)$: 由 $t = 0_-$ 的等效电路中求

- 其他初始值：必须由 $t = 0_+$ 的等效电路中求

$t=0_+$时:

C — 电压源， *L* — 电流源

零状态下:

C — 短路， *L* — 断路

- $f(\infty)$: 稳态值

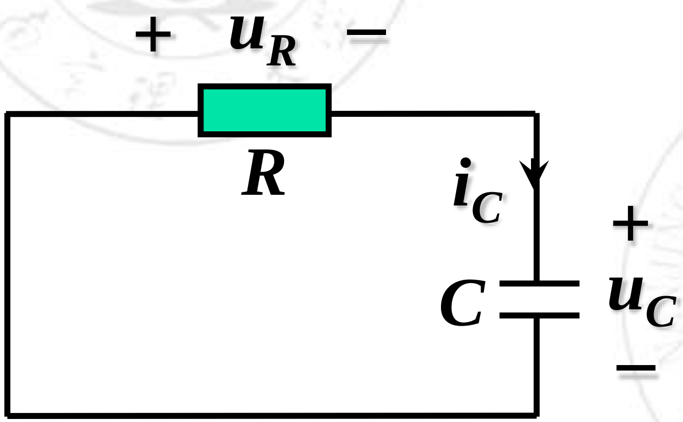
$t \to \infty$时： C — 断路， L — 短路

- τ: 时间常数

$$\boxed{\tau = RC,\ \tau = \frac{L}{R}}$$

R: 由动态元件两端看进去的戴维南等效电阻

■ 时 间 常 数 $\tau \triangleq RC$



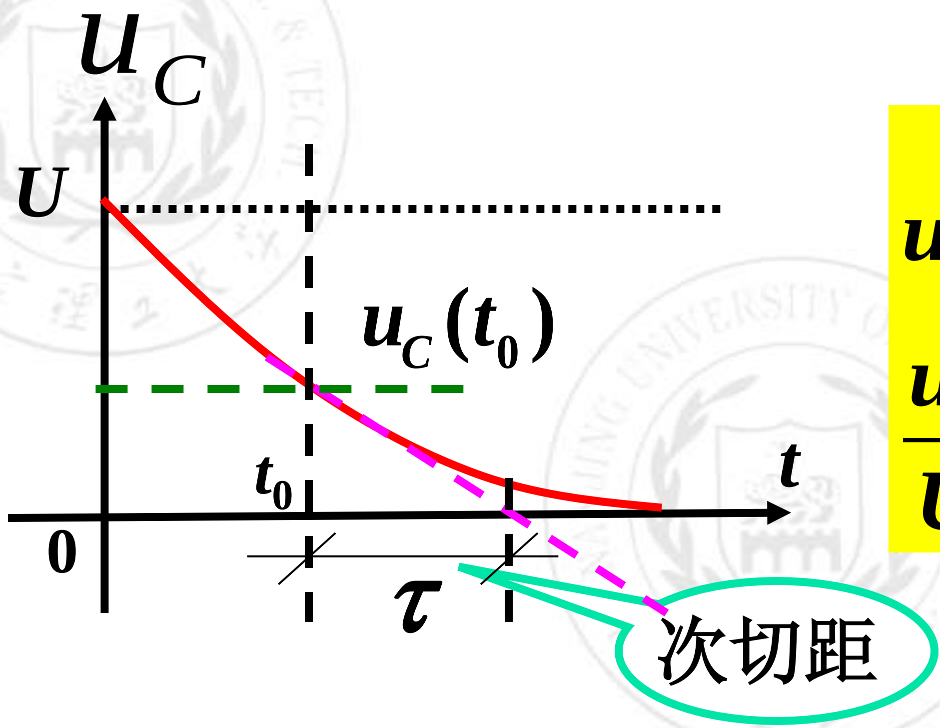
$$u_C(t) = U\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} \qquad t > 0$$

$$i_C(t) = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\frac{U}{R}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} \qquad t > 0$$

$$[R][C] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[Q]}{[U]} = [t]$$

$$\tau = RC$$

- R: 由动态元件看进去的戴维南等效电阻

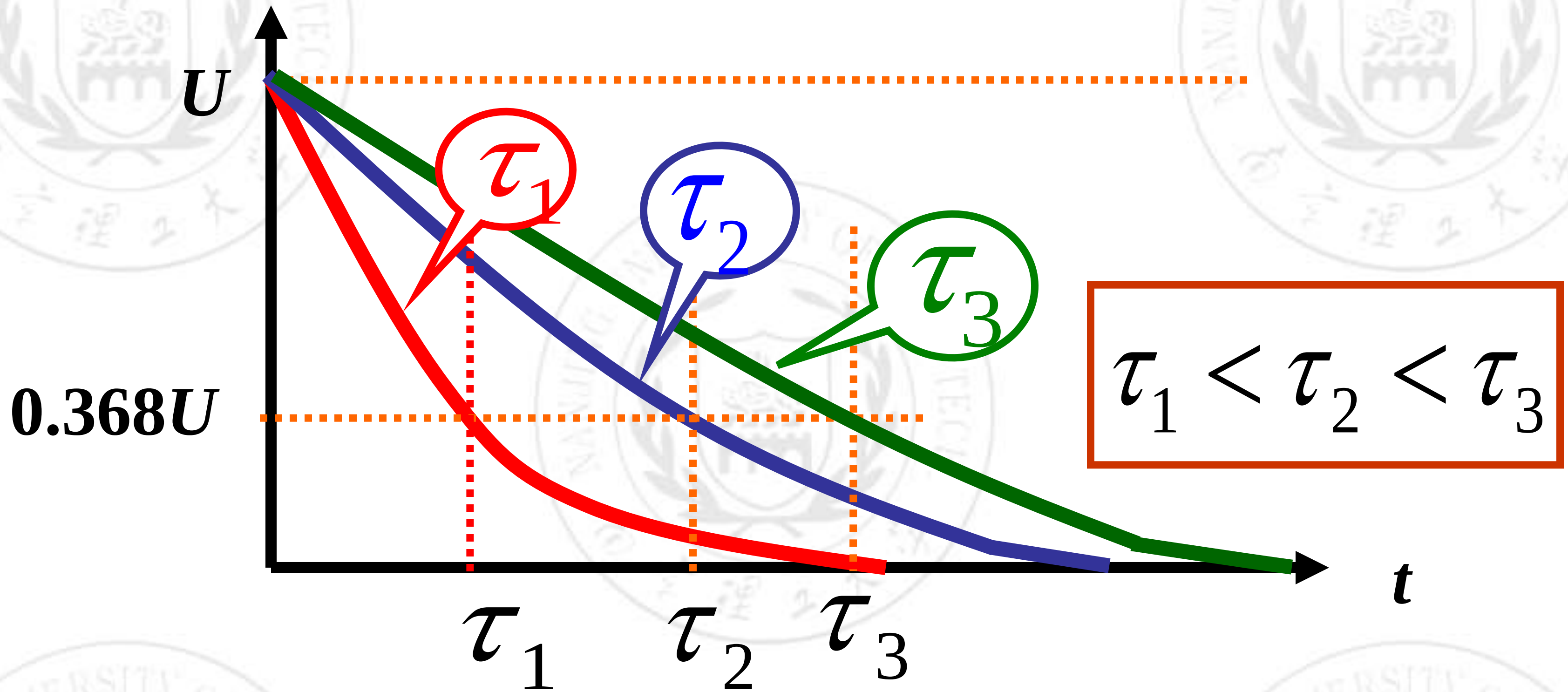


$$u_C(t) = Ue^{-\frac{t}{RC}} \qquad t > 0$$

$$\frac{u_C}{U} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ
u_C/U	1	0.368	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002

当 t=(3~5)τ 时，过渡过程基本结束，电路达到稳态。



结论： τ 越大，过渡过程曲线变化越慢，u_C达到稳态所需要的时间越长。

$$f(t)=f(\infty)+[f(0_+)-f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (t\geq 0_+)$$

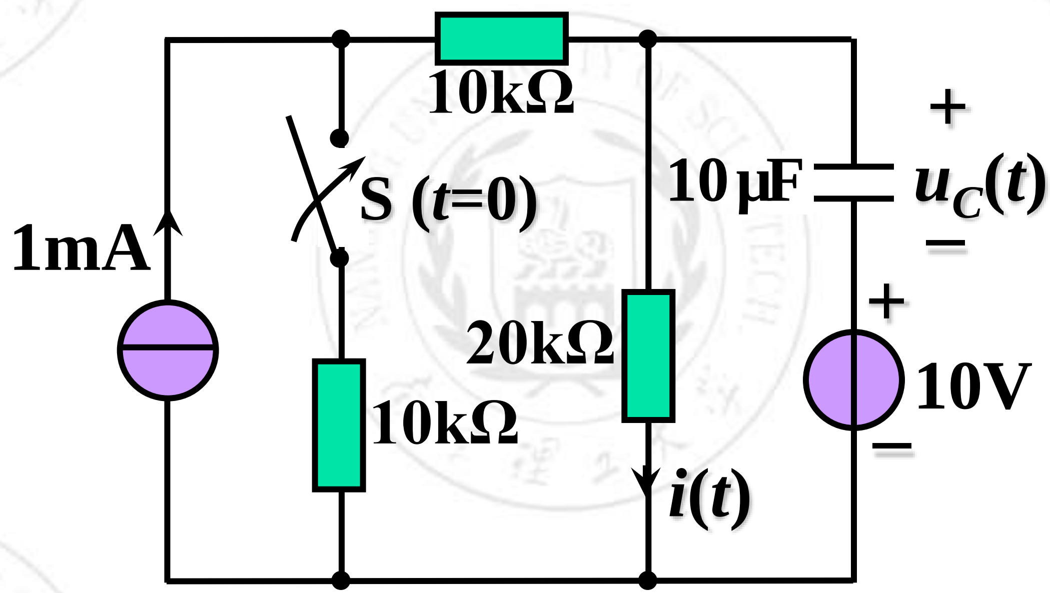
- 零输入响应：$u_C(\infty)=0, u_C(t)=u_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}\ (t\geq 0_+)$

- 零状态响应：$u_C(0_+)=0, u_C(t)=u_C(\infty)(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\ (t\geq 0_+)$

- 注意：零输入响应、零状态响应只对$u_C(t)$和 $i_L(t)$而言！！

例1

- **例:** 已知$t<0$时，原电路已稳定，$t=0$时合上S，求: $t\geq 0_+$时的$u_C(t)$, $i(t)$



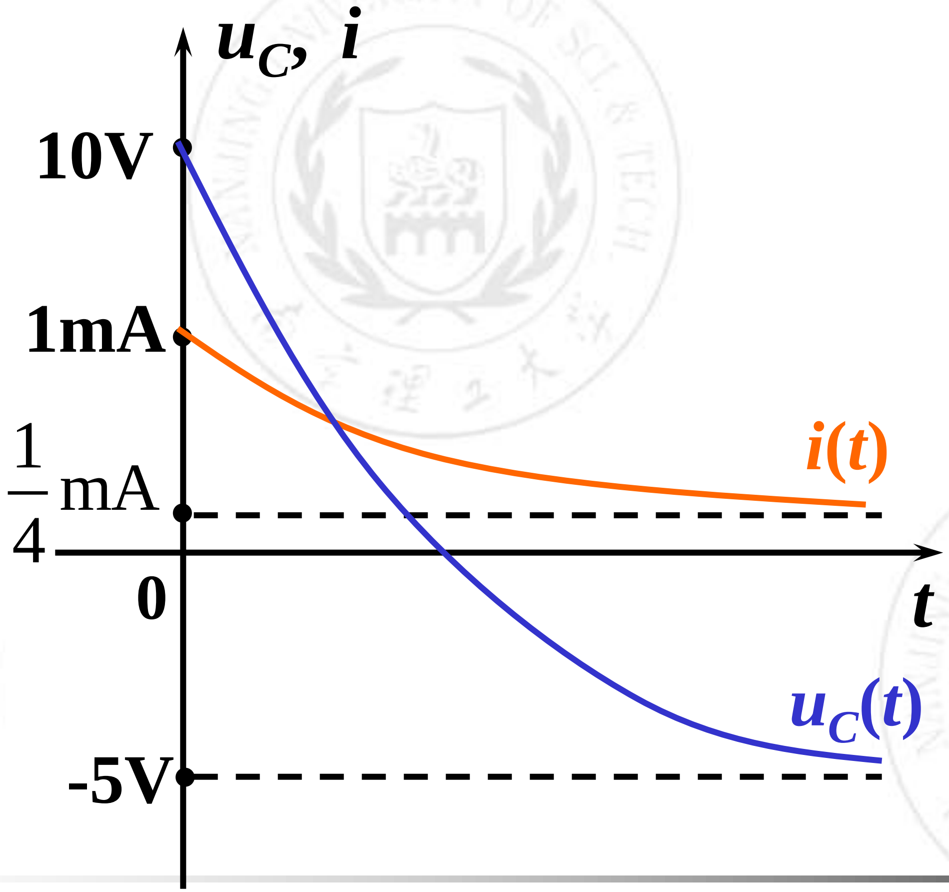
$$u_C(t)=-5+(10+5)e^{-10t}=-5+15e^{-10t}\,\text{V}\quad (t\geq 0_+)$$

$$i(t)=\frac{1}{4}+(1-\frac{1}{4})e^{-10t}=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}e^{-10t}\,\text{mA}\quad (t\geq 0_+)$$

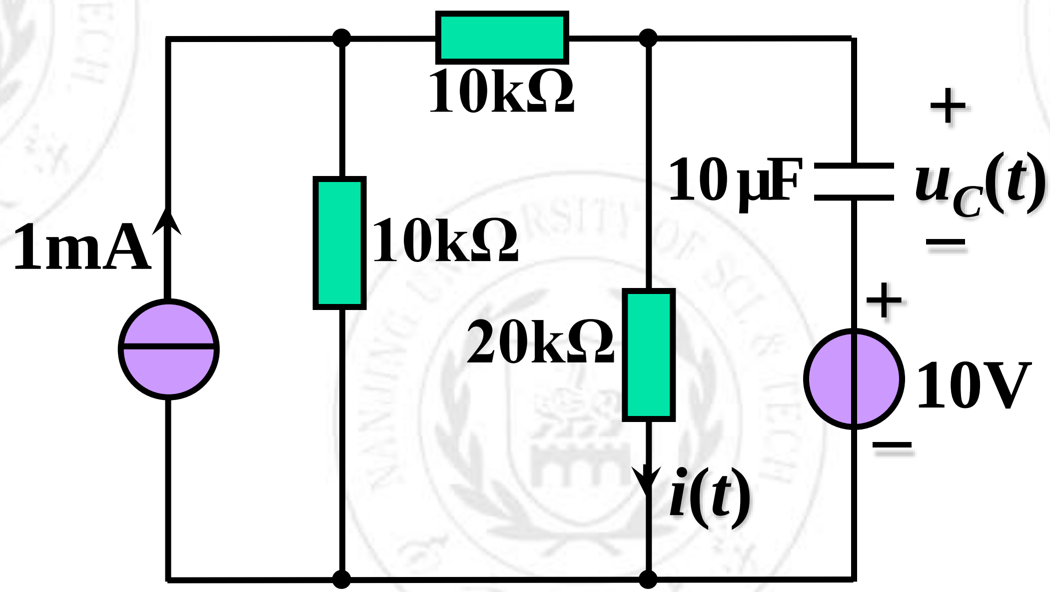
例1

$$u_C(t) = -5 + 15e^{-10t}\text{V} \quad (t \geq 0_+)$$

$$i(t) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}e^{-10t}\text{mA} \quad (t \geq 0_+)$$



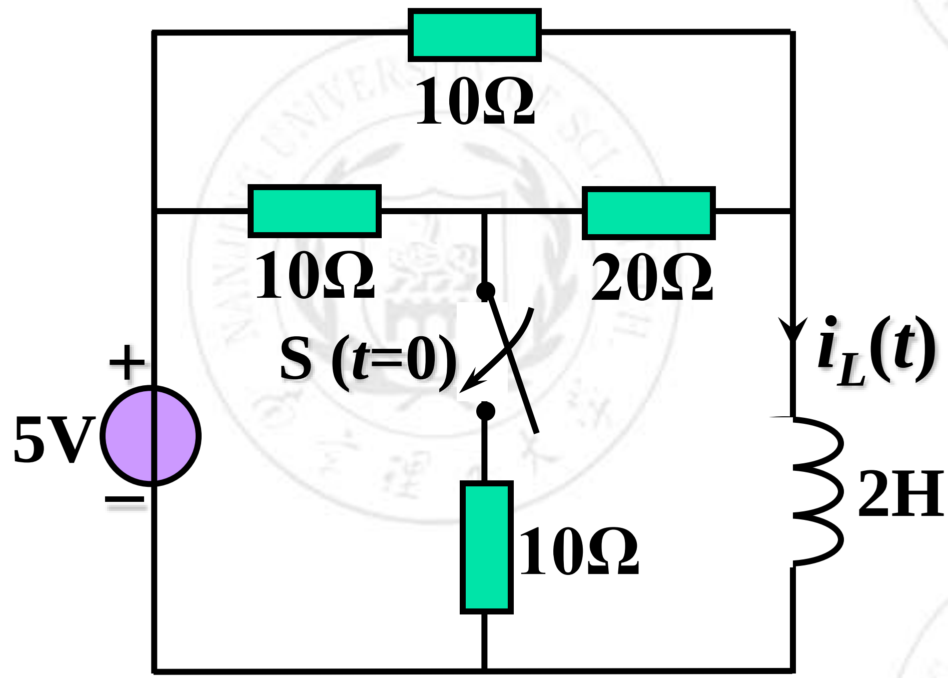
例1



又: $i(t)=\dfrac{u_C+10}{20}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}e^{-10t}\text{mA}\quad(t\geq 0_+)$

- 已直接用此式求$i(t)$可免去作$t=0_+$的等效电路

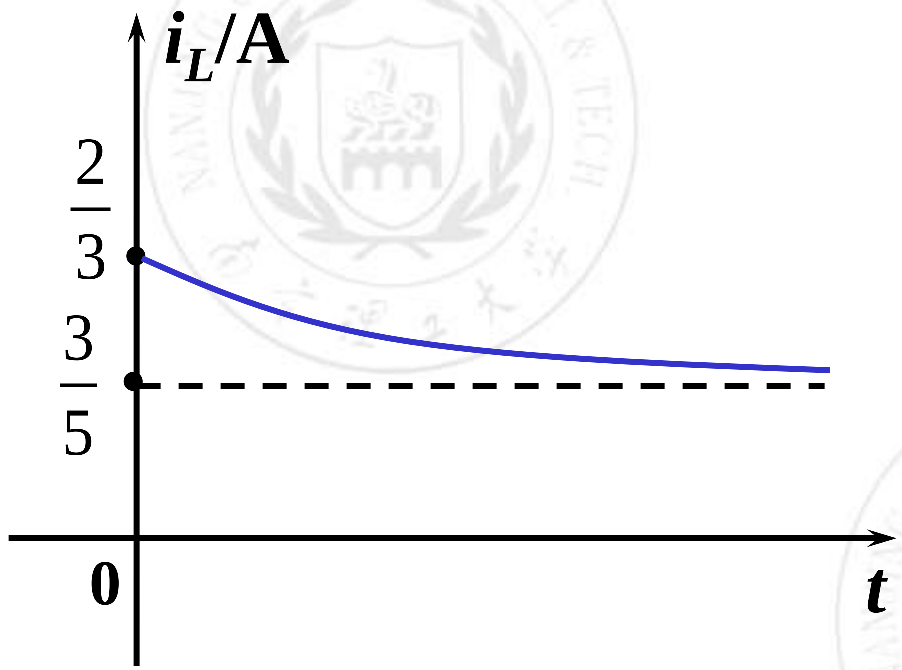
- 例： 已知$t<0$时，原电路已稳定，t=0时合上S，求：$t\geq 0_+$时的$i_L(t)$



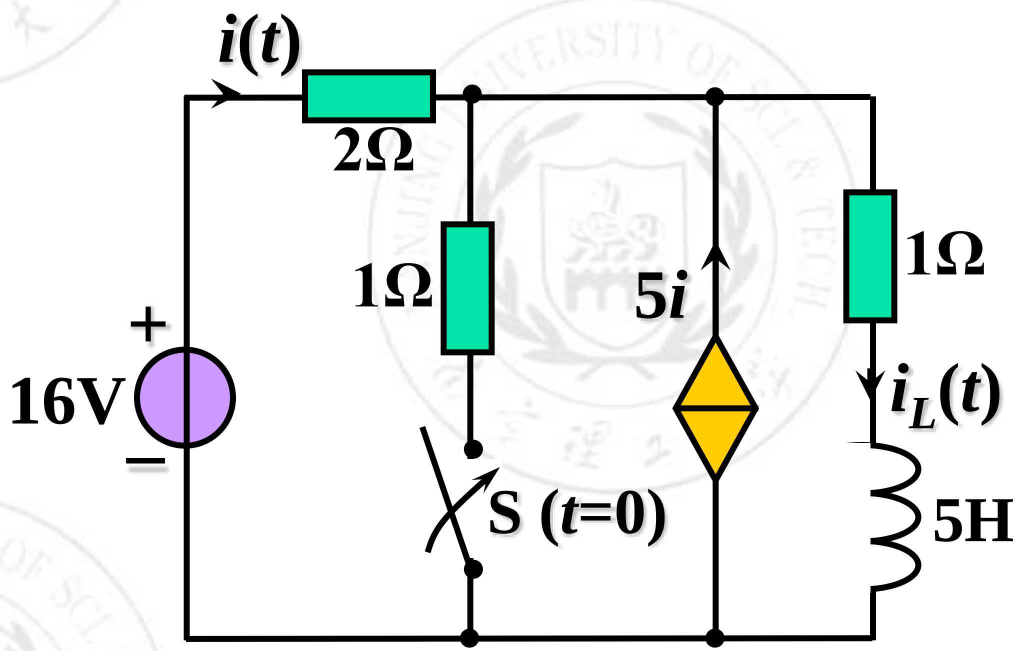
$$i_L(t)=\frac{3}{5}+\frac{1}{15}e^{-\frac{25}{7}t}\text{A}\quad (t\geq 0_+)$$

例2

$$i_L(t) = (\frac{3}{5} + \frac{1}{15}e^{-\frac{25}{7}t})\ \mathrm{A} \quad (t \geq 0_+)$$



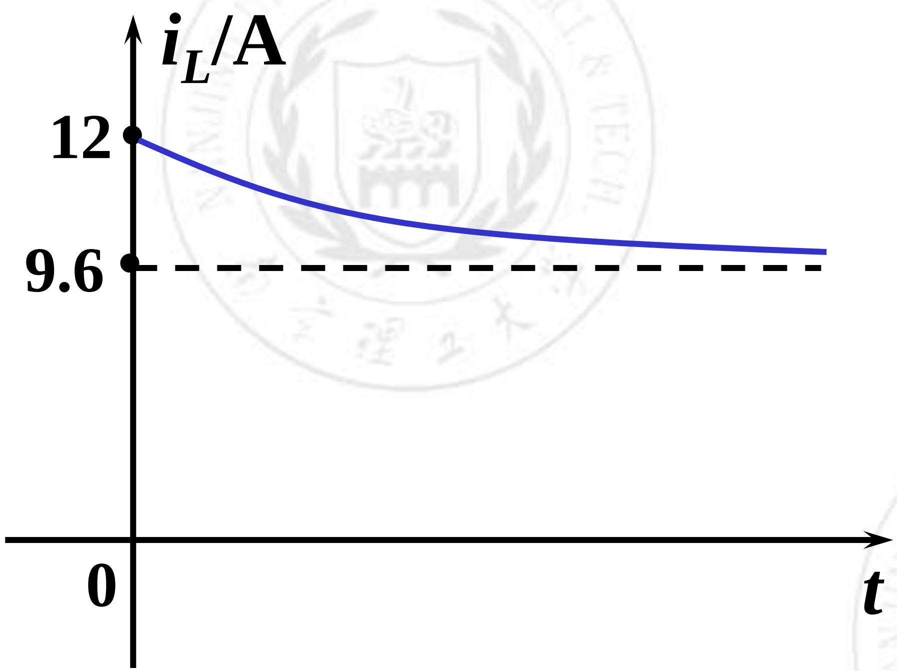
- **例：** 已知$t<0$时，原电路已稳定，$t=0$时合上S，求：$t\geq 0_+$时的$i_L(t)$



$$i_L(t)=9.6+(12-9.6)e^{-\frac{t}{4}}=9.6+2.4e^{-\frac{t}{4}}\text{A}\ (t\geq 0_+)$$

例3

$$i_L(t) = 9.6 + 2.4e^{-\frac{t}{4}}\text{A}\ (t \geq 0_+)$$



本次课重点

- 初始值的计算.
- 三要素法.