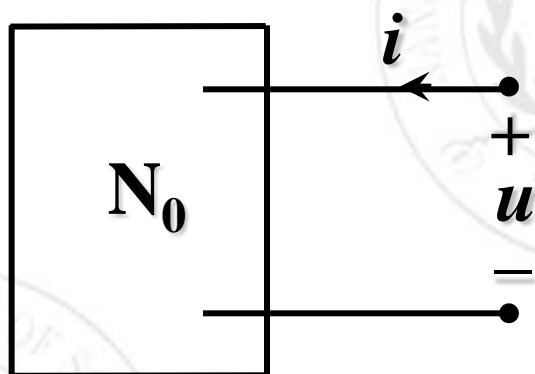


■ 平均功率的两种计算方法

若正弦稳态二端网络 N_0 中不含独立源



$$1: P = \sum P_{Rk}$$

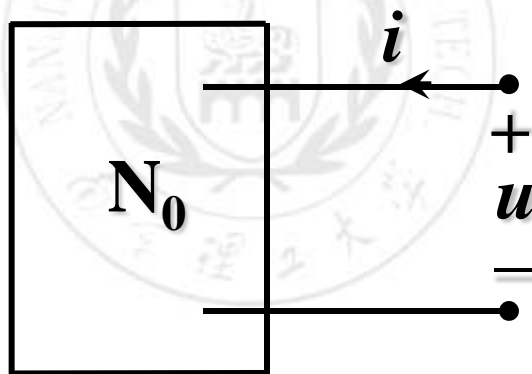
$$2: P = UI \cos \varphi$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$

■ 无功功率的两种计算方法

若正弦稳态二端网络 N_0 中不含独立源

$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$



$$1: Q = \sum Q_{Xk} = \sum I_k^2 (X_{Lk} - X_{Ck})$$

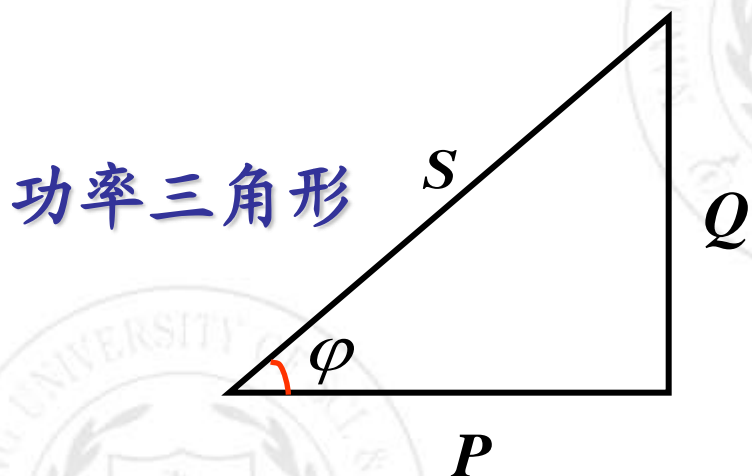
$$2: Q = UI \sin \varphi$$

■ 视在功率 (表观功率)

- 反映电源设备的容量 (可能输出的最大平均功率)

量纲: VA (伏安): $S \triangleq UI$

- 即有: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}, \operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P}$



$$P = UI \cos \varphi = S \cos \varphi$$

$$Q = S \sin \varphi$$

注: 在工程上视在功率用来表示电源设备 (变压器、发电机等) 的容量, 也可用来衡量发电机可能提供的最大平均功率 (额定电压 \times 额定电流)

■ 功率因数及其提高

- 当正弦稳态一端口电路内部不含独立源时, $\cos \varphi$ 用 λ 表示, 称为该一端口电路的**功率因数**

$$\lambda = \cos \varphi = \frac{P}{UI}$$

$$-90^\circ < \varphi < 90^\circ, \cos \varphi > 0$$

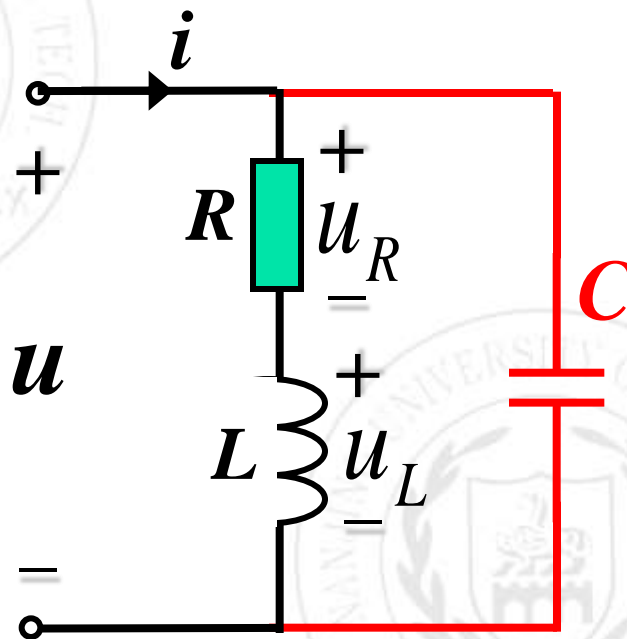
- 工业生产中很多设备都是感性负载, 感性负载的 P 、 U 一定时, λ 越小, 由电网输送给此负载的电流就越大。这样一方面要占用较多的电网容量, 又会在发电机和输电线上引起较大的功率损耗和电压降。所以需要提高 λ 的值

提高功率因数的原则：

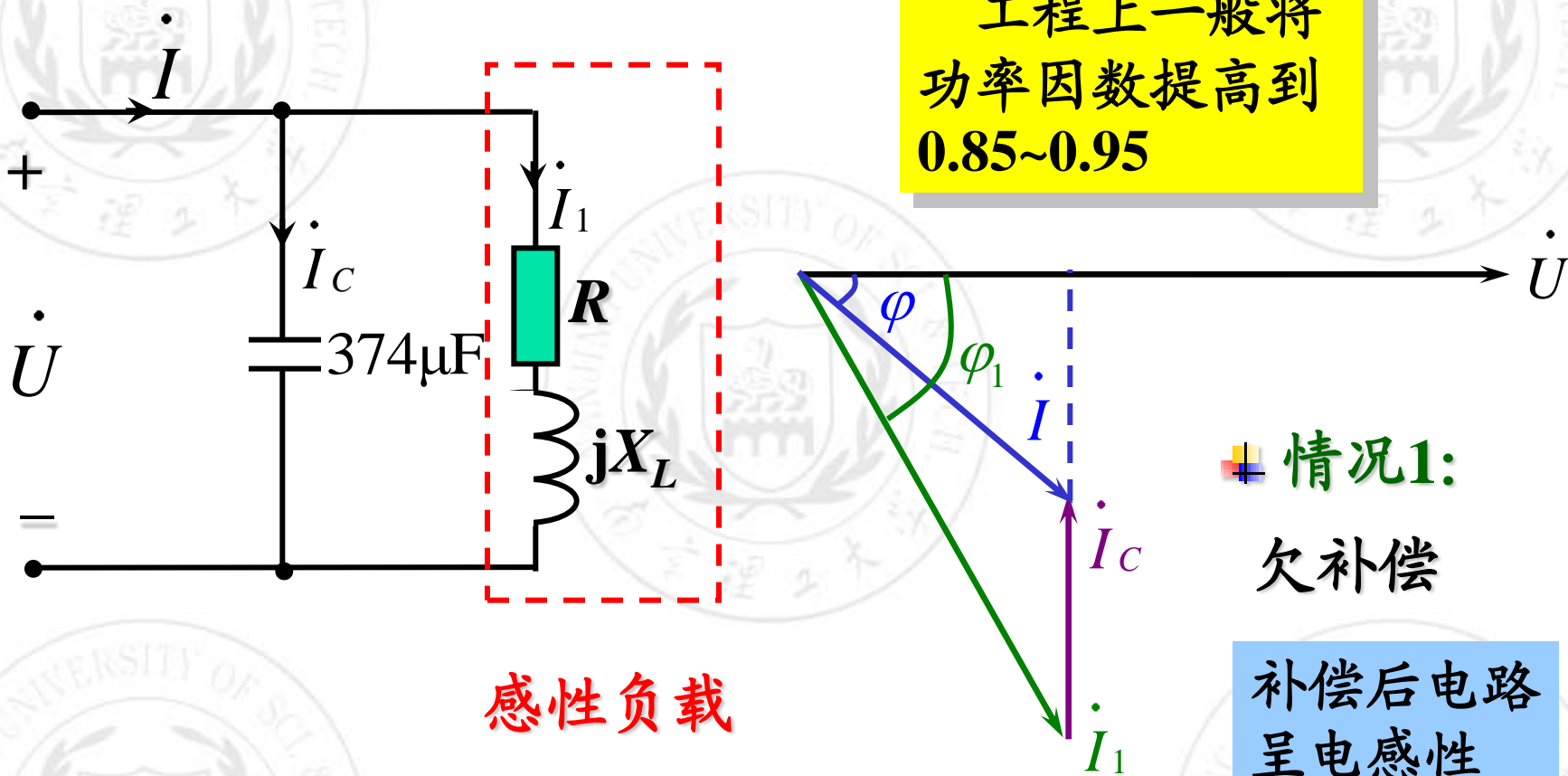
必须保证原负载的工作状态不变。即：加至负载上的电压和负载的平均功率不变

提高功率因数的措施：

并联电容

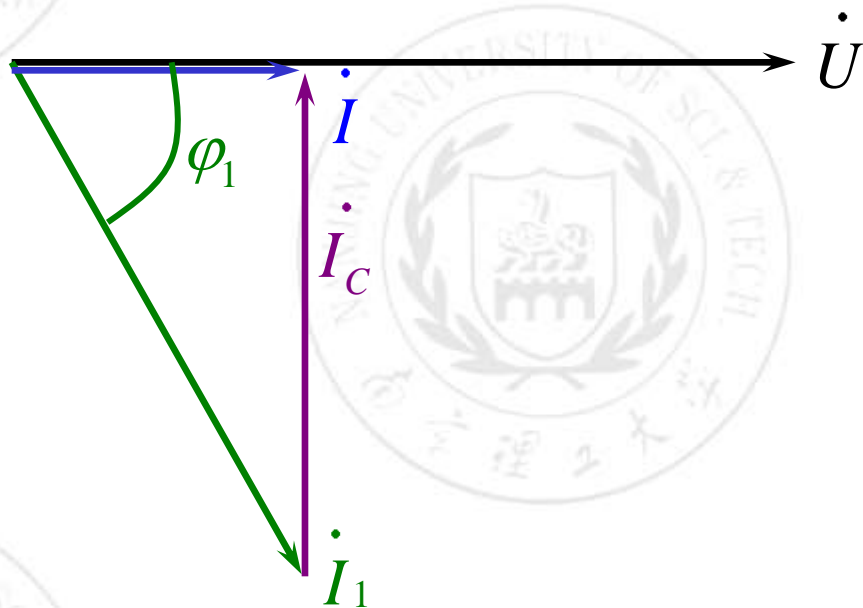


正弦稳态电路的功率因数



并联电容的作用：减小端口电流，提高功率因数

情况2

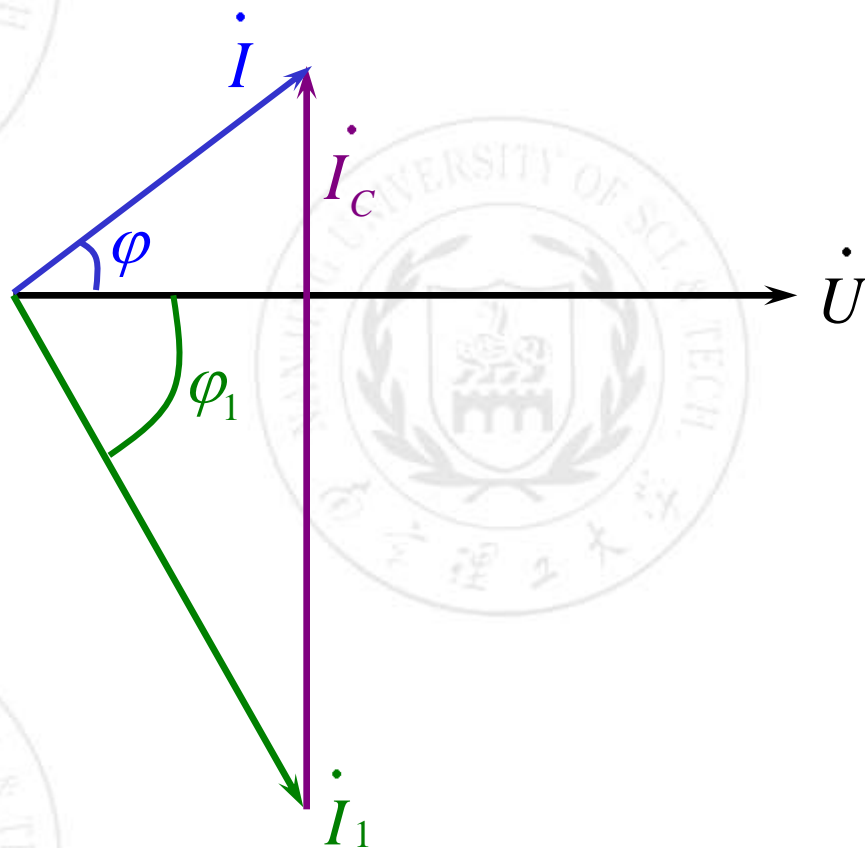


呈电阻性

$$\cos \varphi = 1$$

从经济方面考虑，工程上一般不要求补偿到1。

情况3：过补偿



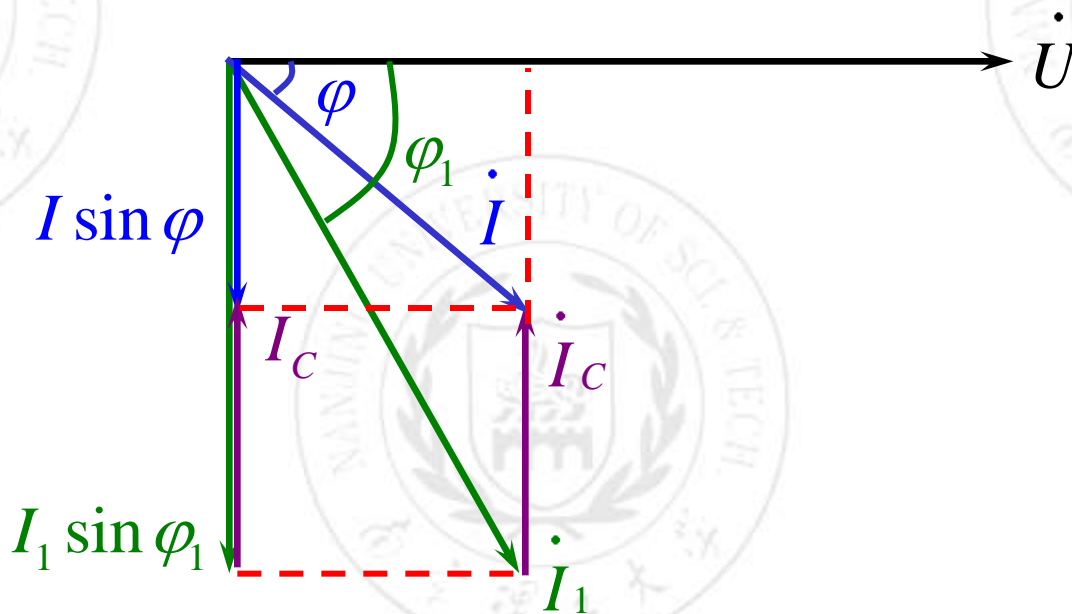
呈电容性

$$\cos \varphi < 1$$

补偿成容性要求使用的电容容量更大，经济上不合算

正弦稳态电路的功率因数

给定 P 、 $\cos \varphi_1$ ，要求将 $\cos \varphi_1$ 提高到 $\cos \varphi$ ，求 $C = ?$



$$I_C = I_1 \sin \varphi_1 - I \sin \varphi = \frac{P \sin \varphi_1}{U \cos \varphi_1} - \frac{P \sin \varphi}{U \cos \varphi} = \frac{P}{U} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi) = \omega C U$$

$$\therefore C = \frac{P}{\omega U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi)$$

■ 功率守恒情况

✚ 瞬时功率守恒: $p(t) = \sum p_k(t)$

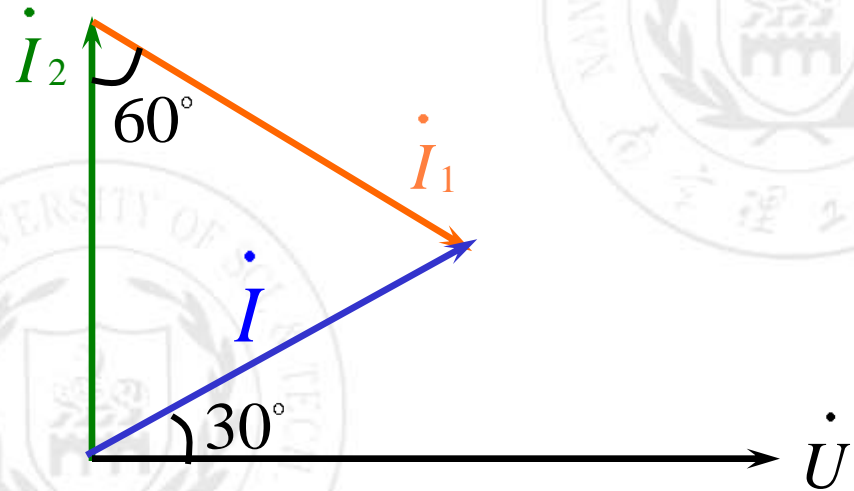
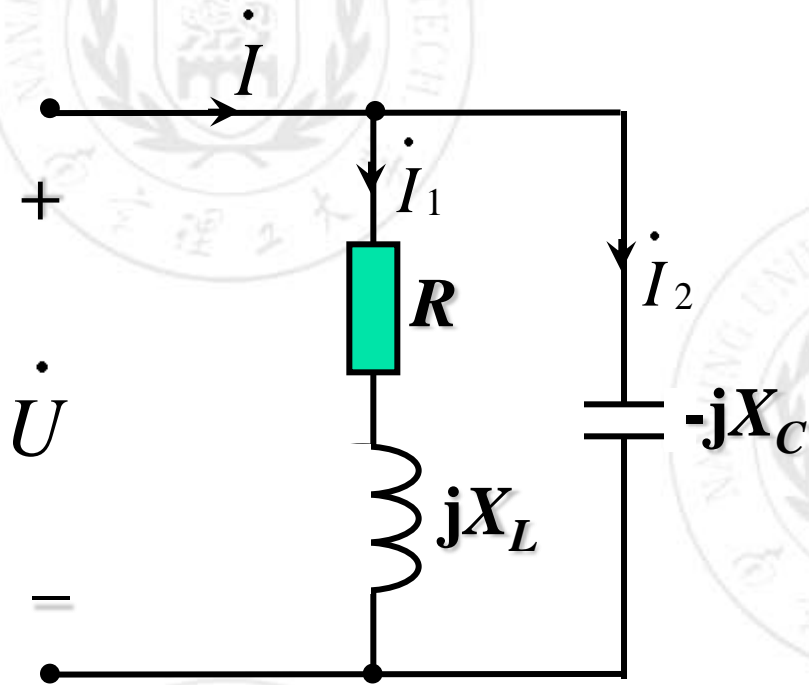
✚ 平均功率守恒: $P = \sum P_k = \sum R_k I_k^2$

✚ 无功功率守恒: $Q = \sum Q_k = \sum X_k I_k^2 = \sum (X_{Lk} - X_{Ck}) I_k^2$

✚ 视在功率不守恒: $S \neq \sum S_k$

习题

例：已知 $U=100\text{V}$, $P=86.6\text{W}$, $I=I_1=I_2$, 求 R, X_L, X_C



作出电路的相量图，
可见电流相量图为等边三角形

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{P}{U \cos(-30^\circ)} = 1\text{A}$$

则： $I = I_1 = I_2 = 1\text{A}$

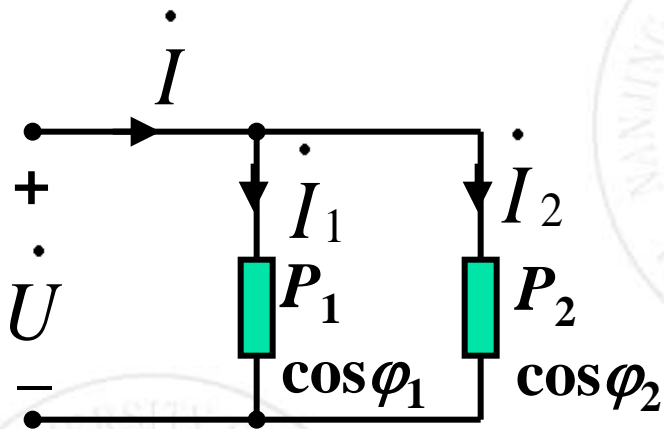
$$R = \frac{P}{I_1^2} = 86.6\Omega$$

$$X_C = \frac{U}{I_2} = 100\Omega$$

$$X_L = 50\Omega$$

习题

例：已知一个负载的 $P_1 = 70\text{kW}$, $\cos \varphi_1 = 0.7 (\varphi_1 < 0)$,
另一个负载的 $P_2 = 90\text{kW}$, $\cos \varphi_2 = 0.85 (\varphi_2 > 0)$,
求此电路的总功率因数



设电路总功率因数为 $\cos \varphi$

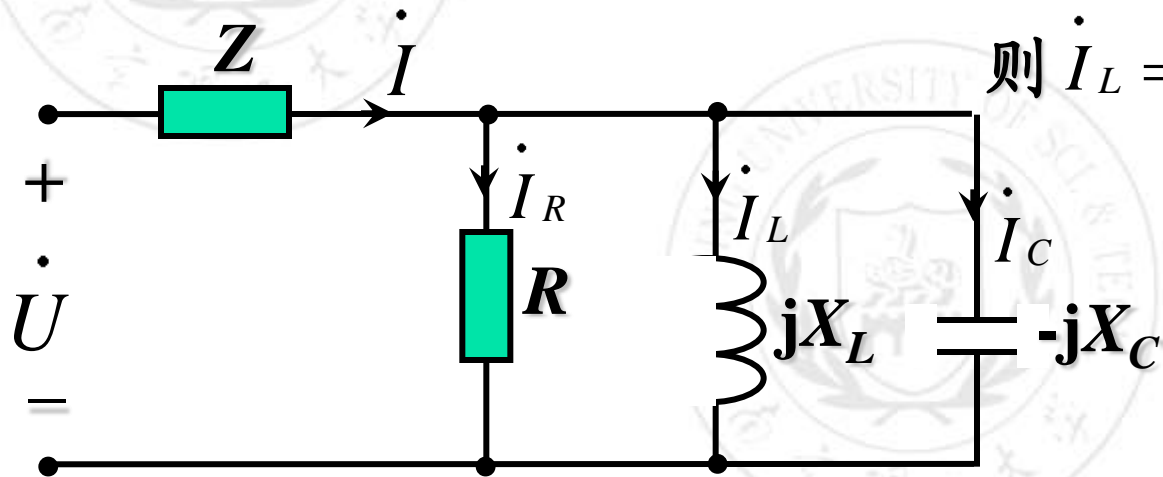
$$\begin{aligned} \text{则: } \tan \varphi &= \frac{Q_1 + Q_2}{P_1 + P_2} \\ &= \frac{P_1 \tan \varphi_1 + P_2 \tan \varphi_2}{P_1 + P_2} \\ &= -0.1 \end{aligned}$$

$$\therefore \varphi = -5.7^\circ, \cos \varphi = 0.9995$$

例：已知 $Z=2+j2\Omega$, $I_R=5\text{A}$, $I_L=3\text{A}$, $I_C=8\text{A}$, 且总平均功率 $P=200\text{W}$, 求 R , U

解：令 $\dot{I}_R = 5\angle 0^\circ \text{A}$

则 $\dot{I}_L = 3\angle -90^\circ \text{A}$, $\dot{I}_C = 8\angle 90^\circ \text{A}$



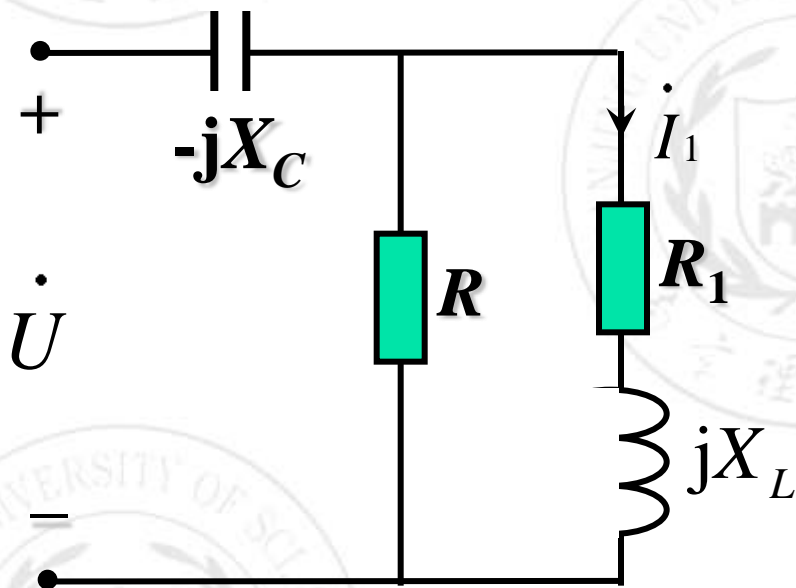
$$\begin{aligned}\dot{I} &= \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C \\ &= 5\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{A}\end{aligned}$$

$$P = \text{Re}[Z]I^2 + RI_R^2 \Rightarrow R = \frac{P - \text{Re}[Z]I^2}{I_R^2} = 4\Omega$$

$$\begin{aligned}\therefore \dot{U} &= Z \cdot \dot{I} + R \cdot \dot{I}_R = (2 + j2)5\sqrt{2}\angle 45^\circ + 4 \times 5\angle 0^\circ \\ &= 20 + j20\text{V} = 20\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{V}\end{aligned}$$

则 $U = 20\sqrt{2}\text{V}$

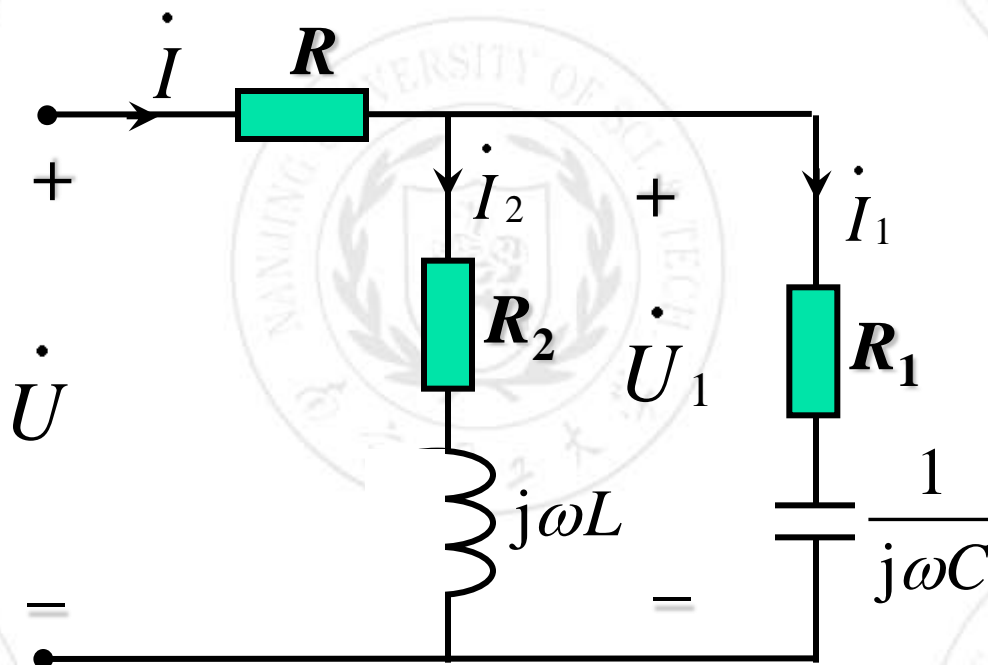
3.38: 已知 $\dot{I}_1 = 2\angle 0^\circ \text{ A}$, $R_1 = 5\Omega$, $X_L = 5\Omega$, 电路消耗的平均功率 $P = 40\text{W}$, 消耗的无功功率 $Q = -40\text{Var}$ 。试求电阻 R 、容抗 X_C 和电压 \dot{U} 。



$$R = 10\Omega, X_C = 6\Omega, \dot{U} = 17.9\angle -26.6^\circ \text{ V}$$

习题4

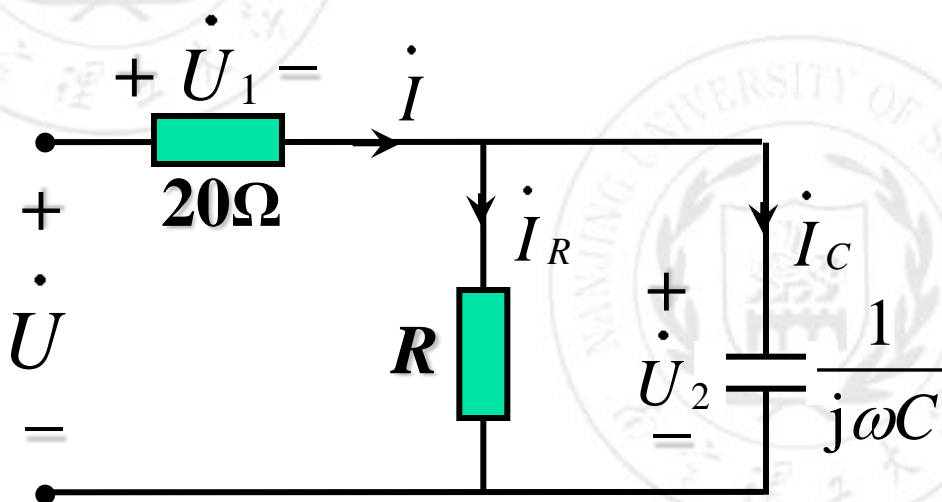
例：已知 $I_1 = I_2 = 10\text{A}$, $U = 200\text{V}$, $R = 10\Omega$, $f = 50\text{Hz}$, 电路消耗平均功率 2kW , 且 \dot{U} 与 \dot{I} 同相, 试求 R_1 、 R_2 、 L 、 C 。



$$R_1 = R_2 = 5\Omega, L = 27.6\text{mH}, C = 367.7\mu\text{F}$$

例题6

例：已知 $U_1=60\text{V}$, $U_2=180\text{V}$, $U=195\text{V}$, $f=50\text{Hz}$,
求 R 和 C



$$I = \frac{U_1}{20} = 3\text{A}$$

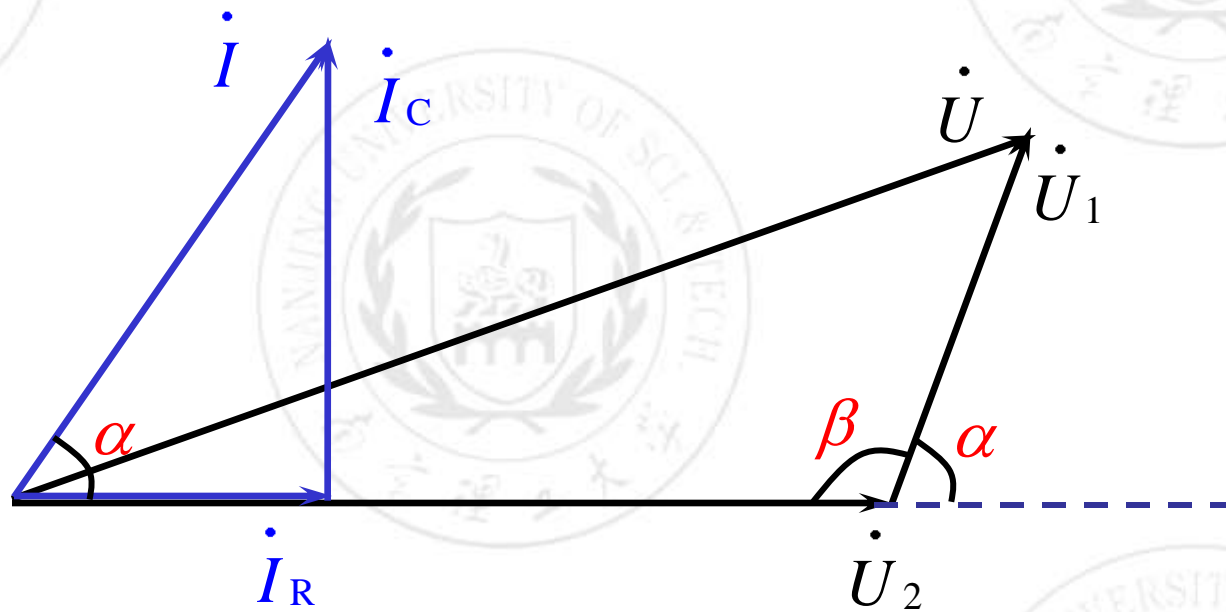
$$I_R = I \cos \alpha = 0.3\text{A}$$

$$I_C = I \sin \alpha = 2.98\text{A}, R = \frac{U_2}{I_R} = 640\Omega$$

$$\frac{1}{2\pi f C} = \frac{U_2}{I_C} = 60.3\Omega, C = 52.8\mu\text{F}$$

例题6

解：画出相量图



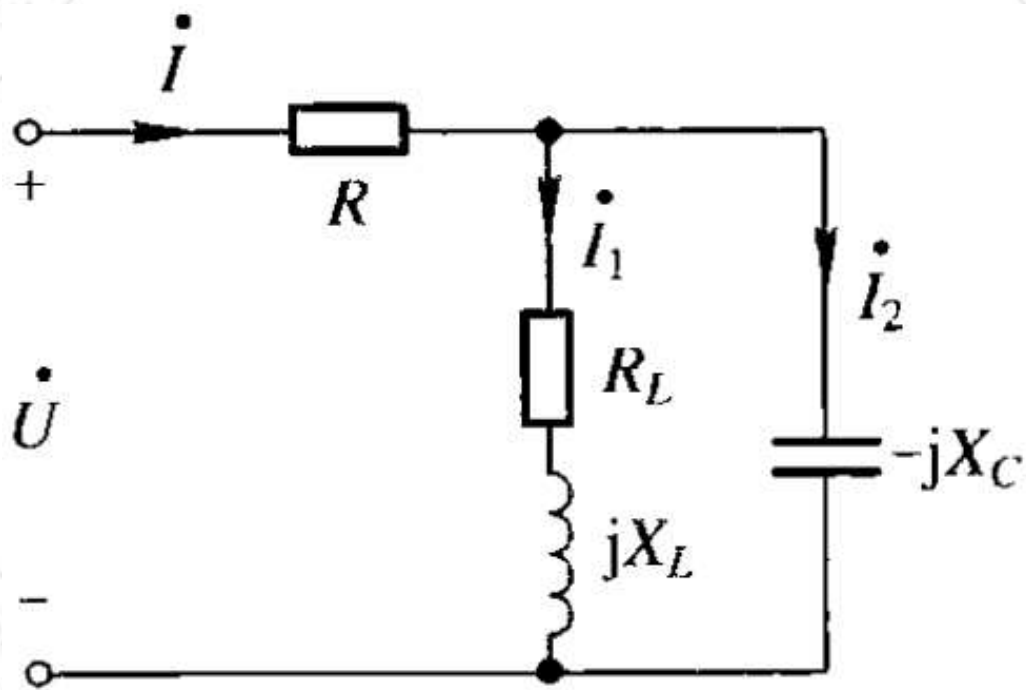
由余弦定理得：
$$\cos \beta = \frac{U_1^2 + U_2^2 - U^2}{2U_1 U_2} \Rightarrow \beta = 95.38^\circ$$

$$\therefore \alpha = 180^\circ - \beta = 84.62^\circ$$

■ 需要利用相量图分析的几种情况

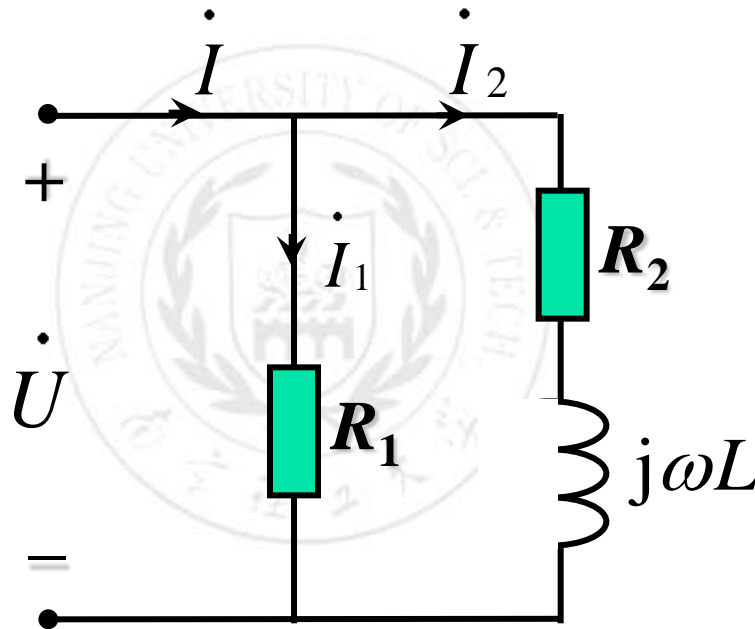
1. 相量之间存在超前或滞后的相位关系；
2. 构成相量三角形的响应有效值已知
或构成特殊三角形；
3. 求某个响应的极值。

- 3.25 电路如题 3.25 图所示, 已知 $U = 100\text{V}$, $I_1 = 5\text{A}$, $I_2 = 4\text{A}$, $X_C = 12.5\Omega$, 且 \dot{U} 与 \dot{i} 同相。试求 R 、 R_L 和 X_L 的值。



3.35: 已知 $I_1=22\text{A}$, $I_2=10\text{A}$, $I=30\text{A}$, $R_1=10\Omega$, $f=50\text{Hz}$ 。

试求电路参数 R_2 和 L ; 电路的功率因数 $\cos\varphi$ 及 P 、 Q 、 S 。



$$R_2 = 15.8\Omega, L = 48.8\text{mH}$$

$$P = 6.4\text{kW}, Q = 1.5\text{kVar}, S = 6.6\text{kVA}$$

本次课重点

◆ 正弦稳态电路的分析.