

Exercices supplémentaires : modélisation de suites

Exercice 1 .

Jon met 2000€ sur un compte en banque à intérêts composés de 2,5% par an.

1. Combien d'argent aura-t-il dans un an ?
2. Combien d'argent aura-t-il dans deux ans ?
3. On note u la suite modélisant la valeur du compte en banque en fonction de n le nombre d'années écoulées.
 - (a) Avec les questions 1 et 2, donner $u(0)$, $u(1)$, et $u(2)$.
 - (b) Calculer $u(3)$. Interpréter par une phrase.
 - (c) Donner une définition par récurrence de la suite u .

Exercice 2 .

Pour participer à un marathon, Hélène commence son entraînement en parcourant 10 kilomètres la première semaine, puis augmente cette distance de 2 kilomètres chaque semaine. On note $d(n)$ la distance parcourue par Hélène la $n^{\text{ième}}$ semaine d'entraînement.

1. Calculer $d(1)$ puis interpréter ce résultat par une phrase.
2. Donner une définition par récurrence de la suite d .
3. Déterminer dans combien de semaines Hélène parcourra plus de 55 kilomètres par semaine.

Exercice 3 .

Une tablette tactile affiche une autonomie de 8 heures. Une étude montre que l'autonomie de la batterie baisse de 15% chaque année d'utilisation. On modélise le nombre d'heures d'autonomie de cette tablette après n années d'utilisation à l'aide d'une suite.

1. Calculer l'autonomie de la batterie après 1 an, puis après 2 ans d'utilisation.
2. Donner une définition par récurrence de la suite u .
3. Calculer l'autonomie de la batterie après 10 ans d'utilisation.
4. Déterminer à partir de combien d'années d'utilisation la batterie aura moins qu'une demi-heure d'autonomie.

Exercice 4 .

Le salaire annuel d'embauche d'un employé est de 21600€. Son contrat prévoit une hausse annuelle de 2,5%.

1. Modéliser la situation par une suite.
2. Dans combien d'années l'employé aura-t-il un salaire supérieur à 25000€?

Exercice 5 .

En 2019, une ville comptait 40000 habitants. Une étude démographique, a permis d'établir que chaque année, 8% des habitants quittent la ville et 4000 nouvelles personnes emménagent. On note u le nombre de milliers d'habitants de cette ville l'année $2019 + n$; on a donc $u(0) = 40$.

1. Calculer $u(1)$. Interpréter par une phrase.
2. Estimer la population de la ville en 2021.
3. Justifier que $u(n+1) = 0,92 \times u(n) + 4$ pour tout n entier.

Exercice 6 .

Des algues prolifèrent dans un étang. En journée, la masse d'algues augmente de 2% puis, le soir, le propriétaire de l'étang actionne un système de filtration qui retire 100 kg d'algues. Le propriétaire estime que la masse d'algues dans l'étang au matin de l'installation du système de filtration est de 2000 kg.

On modélise par $u(n)$ la masse d'algues dans l'étang, exprimée en kg, après utilisation du système de filtration pendant n jours

1. Calculer $u(1)$ et $u(2)$. Interpréter par des phrases.
2. Donner une définition par récurrence de la suite u .
3. Dans combien de jours la masse d'algues aura-t-elle diminué de moitié ?

Exercice 7 . On respire un peu !

1. $u(n+1) = 1,5u(n) + 2$ et $u(3) = 16$. Calculer $u(4)$. Calculer $u(2)$.
2. $w(n+1) = 3w(n)$. Calculer $u(0)$ pour que $u(3) = 54$.
3. $t(n) = 3n - 10$. A partir de quel n les termes sont-ils supérieurs à 32 ?

Exercice 8 .

Une association caritative a constaté que, chaque année, 20% des donateurs de l'année précédente ne renouvelaient pas leur don mais que, chaque année, 300 nouveaux donateurs effectuaient un don. On étudie l'évolution du nombre de donateurs au fil des années. On note le nombre de donateurs lors de la $n^{\text{ième}}$ année. On suppose que la première année il y a 1000 donateurs.

1. Modéliser cette situation par une suite récurrente.
2. Dans combien d'années y aura-t-il plus de 1480 donateurs ?

Exercice 9 .

Le gazon d'un champ de 5000 m² est envahi par des pissenlits qui détruisent 20% de la surface en un an. Chaque automne, Salma arrache 250 m² de pissenlits afin de semer de la pelouse. On pose $p_0 = 5000$ la surface initiale en m² de pelouse et p_n la surface à la fin de n années où $n \in \mathbb{N}$.

1. Déterminer p_1 et interpréter par une phrase.
2. Donner une définition de la suite p sous forme récurrente.
3. Au bout de combien d'années la surface de gazon sera-t-elle inférieure à 1000 m² ?

Exercice 10 .

Samir place 8000€ sur un compte dont le taux d'intérêts cumulés est de 3,8%. Chaque année, 76€ de frais de gestion sont prélevés. Pour tout entier n , on note C_n le capital de l'année n . On suppose que l'année 0 est l'année du premier dépôt. Définir la suite C par une relation de récurrence.