# Exercices : la colinéarité

**Exercice 1.** Pour chacun des couples $\vec{u}$ et $\vec{v}$, déterminer $det(\vec{u}, \vec{v})$ :

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}$
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-6\end{pmatrix}$
3. $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$
4. $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$
5. $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{3}\\\frac{1}{3}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\2\sqrt{3}\end{pmatrix}$

Parmi ces vecteurs, lesquels sont colinéaires ?

**Exercice 2.** Pour chacun des couples de vecteurs suivants, déterminer, s'il existe, le réel $\lambda$ tel que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$ :

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\15\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}12\\-18\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$
3. $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\-10\end{pmatrix}$
4. $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}7\\14\end{pmatrix}$
5. $\vec{u}\begin{pmatrix}12\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}20\\5\end{pmatrix}$
6. $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\\sqrt{5}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\sqrt{5}\\15\end{pmatrix}$

**Exercice 3.**
Soient $A(5; -2)$, $B(-6; 8)$, $T(-12; 22)$, et $U(3; -1)$ quatre points dans un repère. Calculer le déterminant de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{TU}$. Que peut-on en déduire ?

*Méthode :*
1. Calculer les coordonnées de deux vecteurs.
2. Utiliser la formule du déterminant.
3. Conclure.

**Exercice 4.**
Soient $A(-3; 2)$, $B(1; 3)$, $C(-2; 0)$, et $D(0,5; 4)$ quatre points.
1) Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?
2) Les droites (AC) et (BD) sont-elles parallèles ?
3) Faire un dessin pour "vérifier".

**Exercice 5.**
Soient A, B, et C trois points. Dans chaque cas, dire s'ils sont alignés ou non. Justifier.

1. $A(5; 8)$, $B(-3; -1)$, $C(-1; 9)$
2. $A(3; 6)$, $B(-1; -4)$, $C(-5; 3)$

---

**Exercice 6.** Dans chaque cas, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. Déterminer la valeur du/des réel(s) $x$.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\x\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$
3. $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\x\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}7\\3\end{pmatrix}$
4. $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\x\end{pmatrix}$
5. $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\\frac{1}{6}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x\\\frac{-2}{3}\end{pmatrix}$
6. $\vec{u}\begin{pmatrix}7\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2x+5\\-3x+2\end{pmatrix}$

**Exercice 7.** Soient les points $A(2; 1)$, $B(-2; 3)$, $C(-1; -2)$, et $D(-3; -1)$.

1. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.
2. En déduire la nature du quadrilatère ABCD.
3. Soit $E(3; -4)$. Les points D, C, et E sont-ils alignés ? Justifier.

**Exercice 8.** Soient $B(6; 0)$ et $C(0; 4)$ dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. Déterminer les coordonnées du milieu M de [BC].
2. Vérifier que $MO = MB = MC$
3. En déduire que les points O, C, B appartiennent à un même cercle. Déterminer son centre et son rayon.
4. Déterminer les coordonnées du point G tel que $\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
5. Démontrer que O, M, et G sont alignés.

---

**Exercice 9.** Soient $A(\sqrt{3}; -1)$, $B(2; 1)$, $C(2; \sqrt{2})$.

1. Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
2. Calculer l'aire de ABCD.

**Exercice 10.** Soit ABCD un parallélogramme de centre O. Soit E tel que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB}$ et F tel que $\overrightarrow{CF} = -2\overrightarrow{AB} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$.

1. Démontrer, en utilisant la relation de Chasles, que $\overrightarrow{FE} = 4\overrightarrow{AB} - \frac{4}{5}\overrightarrow{AD}$.
2. De même, démontrer que $\overrightarrow{FO} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{10}\overrightarrow{AD}$.
3. En déduire que les points F, O, et E sont alignés.