**«Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики»   
Факультет информатики и вычислительной техники.**

**Математическое программирование**

Лабораторная работа№4

Вариант 8 (220153)

«Аппроксимация функций по методу наименьших квадратов*.*»

Выполнил студент ИВТ-23  
Ермишин М.В.

Проверил:  
Чуйкова Н.А

Самара, 2025 г.

1. Для экспериментально полученной зависимости найти приближающую функцию в виде линейной.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1.0 | 1.5 | 2.5 | 3.0 | 4.5 | 5.1 | 6.2 |
|  | 67 | 101 | 168 | 202 | 301 | 334 | 404 |

Предполагая, что между переменными и существует линейная зависимость, найти эмпирическую формулу вида , использую метод наименьших квадратов. Найти сумму квадратов уклонений полученной функции от экспериментальных данных.

Найдем необходимые для расчетов суммы

Промежуточные вычисления оформим в виде вспомогательной таблицы.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | xi | yi | xiyi | xi^2 |
|  | 1 | 67 | 67 | 1 |
|  | 1,5 | 101 | 151,5 | 2,25 |
|  | 2,5 | 168 | 420 | 6,25 |
|  | 3 | 202 | 606 | 9 |
|  | 4,5 | 301 | 1354,5 | 20,25 |
|  | 5,1 | 334 | 1703,4 | 26,01 |
|  | 6,2 | 404 | 2504,8 | 38,44 |
| СУММ | 23,8 | 1577 | 6807,2 | 103,2 |

Система нормальных уравнений имеет вид

Ее решение дает искомую зависимость:

1. Для экспериментально полученной зависимости найти приближающую функцию в виде квадратного трехчлена.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2.0 | 2.2 | 2.4 | 2.6 | 2.8 | 3.0 |
|  | 0.30 | 0.34 | 0.38 | 0.42 | 0.44 | 0.48 |

Найти приближающую функцию в виде квадратного трехчлена.

Найдем необходимые для расчетов суммы

Промежуточные вычисления оформим в виде вспомогательной таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | xi | yi | xi^2 | xi^3 | xi^4 | xiyi | xi^2yi |
|  | 2 | 0,3 | 4 | 8 | 16 | 0,6 | 1,2 |
|  | 2,2 | 0,34 | 4,84 | 10,648 | 23,4256 | 0,748 | 1,6456 |
|  | 2,4 | 0,38 | 5,76 | 13,824 | 33,1776 | 0,912 | 2,1888 |
|  | 2,6 | 0,42 | 6,76 | 17,576 | 45,6976 | 1,092 | 2,8392 |
|  | 2,8 | 0,44 | 7,84 | 21,952 | 61,4656 | 1,232 | 3,4496 |
|  | 3 | 0,48 | 9 | 27 | 81 | 1,44 | 4,32 |
| СУММА | 15 | 2,36 | 38,2 | 99 | 260,7664 | 6,024 | 15,6432 |

Получим систему уравнений

Решение данной системы имеет вид

Экспериментальная функция имеет вид

1. Для экспериментально полученной зависимости найти приближающую функцию в виде степенной функции .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1.1 | 1.7 | 2.4 | 3.0 | 3.7 | 4.5 | 5.1 | 5.8 |
|  | 0.3 | 0.6 | 1.1 | 1.7 | 2.3 | 3.0 | 3.8 | 4.6 |

Найти приближающую функцию в виде степенной функции.

1. Строим новую таблицу

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | U=lnX | G(U)=lnY | U^2 | UG(U) |
| 1,1 | 0,3 | 0,09531 | -1,20397 | 0,009084 | -0,11475 |
| 1,7 | 0,6 | 0,530628 | -0,51083 | 0,281566 | -0,27106 |
| 2,4 | 1,1 | 0,875469 | 0,09531 | 0,766446 | 0,083441 |
| 3 | 1,7 | 1,098612 | 0,530628 | 1,206949 | 0,582955 |
| 3,7 | 2,3 | 1,308333 | 0,832909 | 1,711735 | 1,089722 |
| 4,5 | 3 | 1,504077 | 1,098612 | 2,262249 | 1,652398 |
| 5,1 | 3,8 | 1,629241 | 1,335001 | 2,654425 | 2,175038 |
| 5,8 | 4,6 | 1,757858 | 1,526056 | 3,090064 | 2,68259 |
|  | СУММА | 8,799528 | 3,703719 | 11,98252 | 7,880335 |

1. Составляем систему уравнений и находим ее решение
2. По вычисленным и находим и

Окончательно,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | Y | F(X)=1,65X^(0,26) |
| 1,1 | 0,3 | 1,69 |
| 1,7 | 0,6 | 1,89 |
| 2,4 | 1,1 | 2,07 |
| 3 | 1,7 | 2,20 |
| 3,7 | 2,3 | 2,32 |
| 4,5 | 3 | 2,44 |
| 5,1 | 3,8 | 2,52 |
| 5,8 | 4,6 | 2,61 |

При построении графика приближающей функции, проходящей через эмпирические точки , значения аргумента берется из первого столбца, а значение функции – из последнего.

1. Для экспериментально полученной зависимости найти приближающую функцию используя метод наименьших квадратов, аппроксимируем ее многочленами первой и второй степени и найдем соответствующие средние квадратические уклонения и .

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 8 | x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| y | 2,0 | 2,5 | 2,8 | 4,3 | 6,0 | 7,9 |

Используя метод наименьших квадратов, аппроксимируем ее многочленами первой и второй степени и найдем соответствующие средние квадратические уклонения и .

Вычисления, которые нужно провести, расположим по схеме, приведенной в такой таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 |
| 1 | 2,00 | 4,00 | 8,00 | 16,00 | 2,50 | 5,00 | 10,00 |
| 1 | 3,00 | 9,00 | 27,00 | 81,00 | 2,80 | 8,40 | 25,20 |
| 1 | 4,00 | 16,00 | 64,00 | 256,00 | 4,30 | 17,20 | 68,80 |
| 1 | 5,00 | 25,00 | 125,00 | 625,00 | 6,00 | 30,00 | 150,00 |
| 1 | 6,00 | 36,00 | 216,00 | 1296,00 | 7,90 | 47,40 | 284,40 |
|  | 21,00 | 91,00 | 441,00 | 2275,00 | 25,50 | 110,00 | 540,40 |

1. Линейная модель

Таким образом, линейная модель имеет вид

Б) Квадратичная модель

Отсюда – вид квадратичной модели. Обе модели значительно отличаются друг от друга. Сравним исходные данные для с соответствующими значениями , полученными из обеих моделей, и вычислим и .

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1,00 | 2,00 | 0,960 | -1,040 | 1,082 | 1,290 | -0,710 | 0,504 |
| 2,00 | 2,50 | 0,630 | -1,870 | 3,497 | 2,180 | -0,320 | 0,102 |
| 3,00 | 2,80 | 0,300 | -2,500 | 6,250 | 3,270 | 0,470 | 0,221 |
| 4,00 | 4,30 | -0,030 | -4,330 | 18,749 | 4,560 | 0,260 | 0,068 |
| 5,00 | 6,00 | -0,360 | -6,360 | 40,450 | 6,050 | 0,050 | 0,002 |
| 6,00 | 7,90 | -0,690 | |  | | --- | | -8,590 | | 73,788 | 7,740 | |  | | --- | | -0,160 | | 0,026 |
|  |  |  |  | 143,815 |  |  | 0,923 |

Таким образом, Следовательно, данным для в исходной таблице лучше соответствует квадратичная модель. Линейная модель не адекватна исходным данным и должна быть отвергнута.