Universitetet i Bergen
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet
Eksamen i emnet INF 102 - Algoritmer, datastrukturer og programmering
Torsdag 17 desember 2009, kl 09:00 - 12:00
Bokmål

Ingen hjelpemidler er tillatt bortsett fra kalkulator.

Du trenger ikke å skrive java-kode for noen av oppgavene. Det holder med pesudokode eller en beskrivelse av algoritmen. **Alle kjøretider skal gis med O-notasjon og alle svar må begrunnes.** Det er totalt 4 oppgaver.

Oppgave 1

I denne oppgaven skal vi se på kjøretid.

Anta at n er et gitt heltall. Hva er kjøretiden i O-notasjon av følgende kodefragmenter? (Du skal gi så god kjøretid som mulig.)

a)

```
i = 1;
while(i < n) {
   i = i + 2;
}
```

b)

```
i = 1;
while(i < n) {
   i = i * 2;
}
```

c)

```
i = n;
while(i > 1) {
   j = 1;
   while(j < i) {
      j = j + 1;
   }
   i = i / 2;
}
```

Skriv O-notasjonsuttrykk for funksjonene nedenfor. Dine O-notasjonsfunksjoner skal være så forenklet og så saktevoksende som mulig:

d) $20n + 10 \log_2 n$

e) $n^2 + 50n \log_2 n$

f) $2^n + 100n^3$

g) $4n \log_2 n + 300 \log_2 n$

Vi har kommet frem til følgende rekursive funksjoner som beskriver kjøretiden til to rekursive algoritmer. Hva er kjøretiden i O-notasjon for hver av dem når $T(1) = 1$ i begge tilfeller?

h) $T(n) = 2 \cdot T(n/2)$

i) $T(n) = 2 \cdot T(n-1)$

Oppgave 2

I denne oppgaven skal vi se på binære søketrær.

a) Tegn det binære søketreet man får (uten rotasjoner eller balansering) ved å sette inn følgende tall i den rekkefølgen de kommer: 10, 5, 12, 2, 7, 8, 6, 14, 3, 1.

b) Tegn det treet man får etter sletting av 12 fra treet du tegnet i a).

c) Tegn et tre man kan få etter sletting av 5 fra treet du tegnet i b).

d) Skriv ut tallene i binære treet fra a) i inorden, preorden og postorden.

e) Hva er den største høyden et binært søketre med n elementer kan ha? Tegn et eksempel på et tre som har denne høyden.

f) Hva er den minste høyden et binært søketre med n elementer kan ha? Tegn et eksempel på et tre som har denne høyden.

Oppgave 3

I denne oppgaven skal vi se på sortering. Anta at vi er gitt n stykker heltall som vi må sortere.

a) Hva er en raskest måte vi kan sortere disse tallene på hvis vi vet at ingen av dem er større enn n? Beskriv en algoritme og gi kjøretiden.

b) Hva er en raskest måte vi kan sortere disse tallene på hvis vi vet at ingen av dem har mer enn 10 sifre? Beskriv en algoritme og gi kjøretiden.

c) Hva er en raskest måte vi kan sortere disse tallene på hvis vi ikke har noe informasjon om tallenes størrelse? Beskriv en algoritme og gi kjøretiden.

Oppgave 4

I denne oppgaven skal vi se på grafer. Anta at vi er gitt en urettet graf med n noder og m kanter.

a) Gi en raskest mulig algoritme som bestemmer om grafen inneholder en sykel eller ikke. Hva er kjøretiden?

b) Anta at grafen inneholder *ingen* sykler. Gi en raskest mulig algoritme som bestemmer lengden av korteste sti fra en gitt node v til alle andre noder. (Lengden av en sti her er antall kanter i stien.) Hva er kjøretiden?

c) Gi en raskest mulig algoritme for å finne de sammenhengende komponentene av grafen eller konkludere at hele grafen er sammenhengende. Algoritmen må nummerere de sammenhengende komponentene og tildele hver node en verdi som viser hvilken sammenhengende komponent noden tilhører. Hva er kjøretiden?

Lykke til!

Pinar Heggernes　　　　Martin Vatshelle