Universitetet i Bergen
Det matematisk-naturvitenskaplige fakultet
Eksamen i emnet Inf102 - Algoritmer, programmering og datastrukturer
Mandag 12. februar 2007, kl. 09-12

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator.

Du trenger ikke skrive Java-kode for noen av oppgavene. Det er tilstrekkelig med en skriftlig beskrivelse av algoritmene du lager, ev. kan du skrive pseudo-kode. Alle kjøretider skal gis med O-notasjon.

Oppgave 1
Forklar hva kjøretiden til Dijkstras algoritme er ved bruk av en usortert liste for prioritetskøen.

Oppgave 2
a) Beskriv og analyser en algoritme som avgjører om en graf G inneholder en sykel.

b) Forklar hvorfor din algoritme er korrekt.

Oppgave 3
Tegn hash-tabellen du får ved å sette inn elementer med nøkkelverdier $12, 44, 13, 41, 23, 14, 11, 29, 20, 16, 5$ i en hash-tabell dersom du bruker hash-funksjonen $h(i) = (3i + 7) \bmod 11$.

a) Dersom kollisjoner håndteres med linjær søk (eng. linear probing).

b) Dersom kollisjoner håndteres med kjedete lister (eng. chaining).

c) Hvorfor er det ikke så lurt å bruke $h(i) = (4i + 2) \bmod 10$ som hash-funksjon?

Oppgave 4
Gitt en min-heap T og en nøkkelverdi k. Beskriv og gi kjøretiden til en effektiv algoritme for å skrive ut alle verdier i T som har nøkkelverdi mindre enn k.

Oppgave 5
La $f(n), g(n), h(n)$ og $i(n)$ være funksjoner definert på heltall.

a) Vis at dersom $f(n)$ er $O(g(n))$ og $g(n)$ er $O(h(n))$ så er $f(n)$ også $O(h(n))$.

b) Vis at dersom $f(n)$ er $O(g(n))$ og $h(n)$ er $O(i(n))$ så er $f(n) \cdot h(n)$ også $O(g(n) \cdot i(n))$.

Oppgave 6
Gitt n elementer som skal sorteres der $n = 2^k$ for et heltall k (dvs. n er en toerpotens). La $T(n)$ være kostnaden for å sortere de n elementene ved bruk av flette-sortering.

a) Sett opp et rekursivt uttrykk for $T(n)$.

b) Vis at $T(n)$ er $O(n \log n)$.

c) Forklar hvorfor resultatet fra **b)** også gjelder dersom n ikke er en toerpotens.

Fredrik Manne