

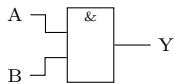
Digitaltechnik

Andrej Scheuer
ascheuer@student.ethz.ch
12. Oktober 2020

Gates

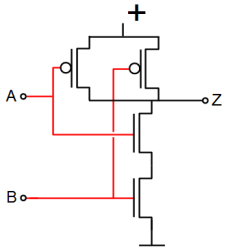
AND

$$Y = A \wedge B \quad Y = A \cdot B$$

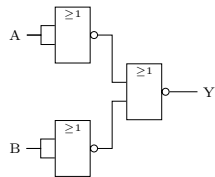


A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

NAND

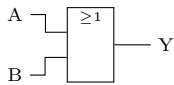


AND aus NOR



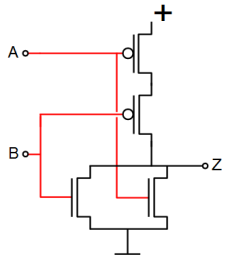
OR

$$Y = A \vee B \quad Y = A + B$$

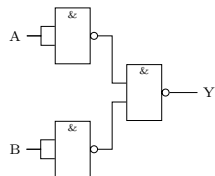


A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

NOR



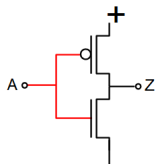
OR aus NAND



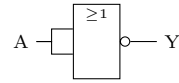
NOT

$$Y = \bar{A}$$

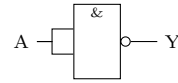
A	Y
0	1
1	0



NOT aus NOR



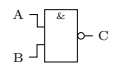
NOT aus NAND



Weitere Gates

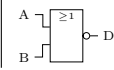
NAND

$$C = \overline{A \wedge B}$$



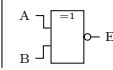
NOR

$$D = \overline{A \vee B}$$



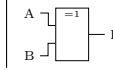
XNOR

$$E = \overline{A \oplus B}$$



XOR

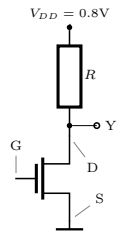
$$F = A \oplus B$$



A	B	NAND	NOR	XNOR	XOR
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0

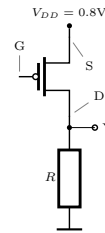
CMOS

NMOS



G	Schalter	Y
0	offen	1
1	zu	0

PMOS



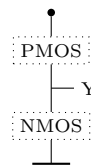
G	Schalter	Y
0	zu	1
1	offen	0

Konstruktion von CMOS-Gates

Regeln für CMOS-Schaltungen

- CMOS-Gates bestehen aus gleich vielen NMOS und PMOS.
- m Eingänge; m NMOS und m PMOS.
- NMOS in Serie \rightarrow PMOS parallel
- NMOS parallel \rightarrow PMOS Serie

Allg. Aufbau CMOS



Pull-up: PMOS
Pull-down: NMOS
sind komplementär (Serie \Leftrightarrow Parallel)

Umwandlung Pull-up zu Pull-down

- Teilbereiche (Blöcke) identifizieren.

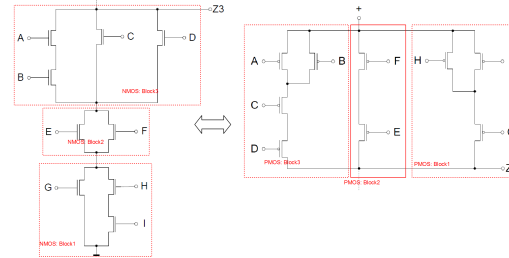
- Schritt 1 wiederholen, bis nur noch einzelne Transistoren vorkommen.

- Falls Pull-down:

- Von GND aus mit äusserstem Block beginnen.
- PMOS \rightarrow NMOS

- Falls Pull-up:

- Von V_{DD} aus mit äusserstem Block beginnen.
- NMOS \rightarrow PMOS.



Funktionsgleichung

PMOS Parallel \rightarrow NAND Serie \rightarrow NOR
NMOS Parallel \rightarrow NOR Serie \rightarrow NAND

Boolesche Algebra

Grundregeln

Kommutativität

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

Assoziativität

$$A \wedge (B \wedge C) = A \wedge (B \wedge C)$$

$$A \vee (B \vee C) = A \vee (B \vee C)$$

Distributivität

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge C) = A \wedge (B \vee C)$$

$$(A \vee B) \wedge (A \vee C) = A \vee (B \wedge C)$$

$$\text{Nicht} \quad \overline{\overline{A}} = A$$

$$\text{Null-Th.} \quad A \vee 0 = A \quad A \wedge 0 = 0$$

$$\text{Eins-Th.} \quad A \vee 1 = 1 \quad A \wedge 1 = A$$

$$\text{Idempotenz} \quad A \vee A = A \quad A \wedge A = A$$

$$\text{V. Komp.} \quad A \vee \overline{A} = 1 \quad A \wedge \overline{A} = 0$$

$$\text{Absorp.} \quad A \vee (\overline{A} \wedge B) = A \vee B$$

$$A \wedge (\overline{A} \vee B) = A \wedge B$$

$$\text{Absorp.} \quad A \vee (A \wedge B) = A$$

$$A \wedge (A \vee B) = A$$

$$\text{Nachbar.G.} \quad (A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge B) = B$$

$$(A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee B) = B$$

De Morgan

$$1. \text{ Regel} \quad \overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

$$2. \text{ Regel} \quad \overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$$

Regeln gelten auch für n verknüpfte Terme.

Normalformen

Minterm

AND-Ausdruck

Output: 1

n Schaltvar. $\rightarrow 2^n$ mögl. Minterme.

nicht-invertierte Var: 1

invertierte Var: 0

Maxterm

OR-Ausdruck

Output: 0

n Schaltvar. $\rightarrow 2^n$ mögl. Maxterme.

nicht-invertierte Var: 0

invertierte Var: 1

Disjunktive Normalform

- Identifiziere WT-Zeilen mit Output 1
- Minterme für diese Zeilen aufstellen
- Minterme mit OR verknüpfen

Konjunktive Normalform

- Identifiziere WT-Zeilen mit Output 0
- Maxterme für diese Zeilen aufstellen
- Maxterme mit OR verknüpfen

A	B	Y	Minterme	Maxterme
0	0	1	$\overline{A} \wedge \overline{B}$	
0	1	0		$A \vee \overline{B}$
1	0	0		$\overline{A} \vee B$
1	1	1	$A \wedge B$	

$$\text{DNF} \quad Y = (\overline{A} \wedge \overline{B}) \vee (A \wedge B) \quad 1 \text{ Mint. erf.} \rightarrow 1$$

$$\text{KNF} \quad Y = (A \vee \overline{B}) \wedge (\overline{A} \vee B) \quad 1 \text{ Maxt. erf.} \rightarrow 0$$