

# Digitaltechnik

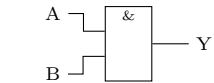
Andrej Scheuer  
ascheuer@student.ethz.ch  
22. Oktober 2020

## Gates

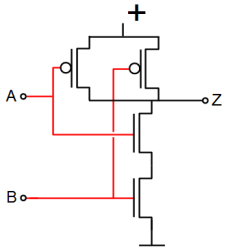
### AND

$$Y = A \wedge B \quad Y = A \cdot B$$

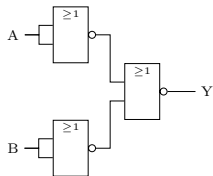
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



### NAND



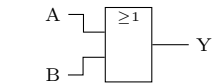
### AND aus NOR



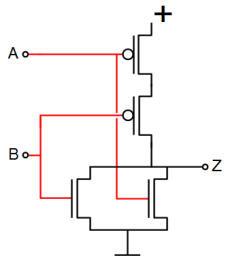
### OR

$$Y = A \vee B \quad Y = A + B$$

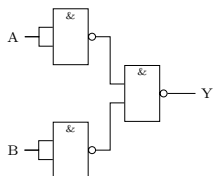
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



### NOR



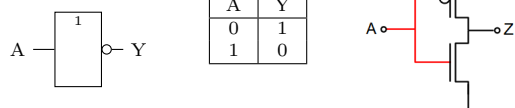
### OR aus NAND



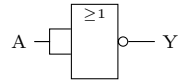
### NOT

$$Y = \bar{A}$$

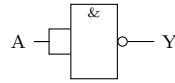
A	Y
0	1
1	0



### NOT aus NOR



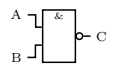
### NOT aus NAND



## Weitere Gates

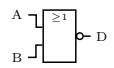
### NAND

$$C = \overline{A \wedge B}$$



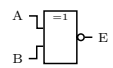
### NOR

$$D = \overline{A \vee B}$$



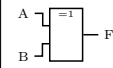
### XNOR

$$E = \overline{A \oplus B}$$



### XOR

$$F = A \oplus B$$

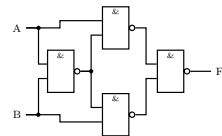


A	B	C	D	E	F
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0

$$XOR = (A \wedge \bar{B}) \vee (\bar{A} \wedge B)$$

$$XNOR = (A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$$

### XOR aus NAND



**XOR aus NOR:** Gleiches Schema wie NAND + 1 Inverter

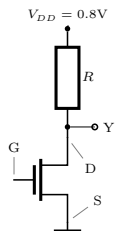
**XNOR aus NAND:** Gleiches Schema wie XOR aus NOR

**XNOR aus NOR:** Gleiches Schema wie XOR aus NAND

Es versteht sich natürlich, dass wenn von „Gleichem Schema wie...“ gesprochen wird, die Gates trotzdem getauscht werden müssen.

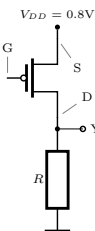
## CMOS

### NMOS



G	Schalter	Y
0	offen	1
1	zu	0

### PMOS



G	Schalter	Y
0	zu	1
1	offen	0

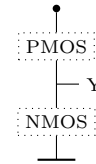
## Konstruktion von CMOS-Gates

Regeln für CMOS-Schaltungen

- CMOS-Gates bestehen aus gleich vielen NMOS und PMOS.

- $m$  Eingänge:  $m$  NMOS und  $m$  PMOS.
- NMOS in Serie  $\rightarrow$  PMOS parallel
- NMOS parallel  $\rightarrow$  PMOS Serie

## Allg. Aufbau CMOS

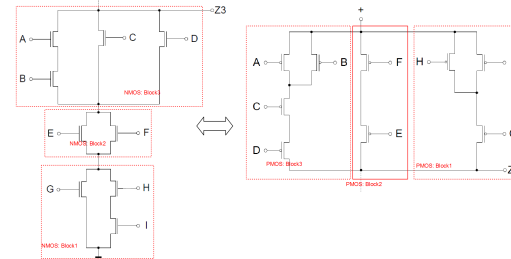


Pull-up: PMOS  
Pull-down: NMOS

Pfade sind komplementär  
(Serie  $\Leftrightarrow$  Parallel)

## Umwandlung Pull-up zu Pull-down

- Teilbereiche (Blöcke) identifizieren.
- Schritt 1 wiederholen, bis nur noch einzelne Transistoren vorkommen.
- Falls Pull-down:
  - Von GND aus mit äusserstem Block beginnen.
  - PMOS  $\rightarrow$  NMOS
- Falls Pull-up:
  - Von  $V_{DD}$  aus mit äusserstem Block beginnen.
  - NMOS  $\rightarrow$  PMOS.



## Funktionsgleichung

parallel:  $\vee$  | Pull-Up:  $y = 1$  | alle I : 0  $\rightarrow$  I invert.  
Serie:  $\wedge$  | Pull-Down:  $y = 0$  | alle I : 1  $\rightarrow$  Gl. invert.

## Boolesche Algebra

### Grundregeln

### Kommutativität

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

### Assoziativität

$$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$$

$$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$$

### Distributivität

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge C) = A \wedge (B \vee C)$$

$$(A \vee B) \wedge (A \vee C) = A \vee (B \wedge C)$$

$$\text{Nicht} \quad \bar{\bar{A}} = A$$

Null-Th.	$A \vee 0 = A$	$A \wedge 0 = 0$
Eins-Th.	$A \vee 1 = 1$	$A \wedge 1 = A$
Idempotenz	$A \vee A = A$	$A \wedge A = A$
V. Komp.	$A \vee \bar{A} = 1$	$A \wedge \bar{A} = 0$
Adsorp.	$A \vee (\bar{A} \wedge B) = A \vee B$	$A \wedge (\bar{A} \vee B) = A \wedge B$
Adsorp.	$A \vee (A \wedge B) = A$	$A \wedge (A \vee B) = A$
Nachbar.G.	$(A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge B) = B$	$(A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee B) = B$

## De Morgan

- Regel  $\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$
- Regel  $\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$

Regeln gelten auch für  $n$  verknüpfte Terme.

## Normalformen

Minterm	Maxterm
AND-Ausdruck	OR-Ausdruck
Output: 1	Output: 0
$n$ Schaltvar. $\rightarrow 2^n$ mögl. Minterme.	$n$ Schaltvar. $\rightarrow 2^n$ mögl. Maxterme.
nicht-invertierte Var: 1	nicht-invertierte Var: 0
invertierte Var: 0	invertierte Var: 0

## Disjunktive Normalform

- Identifiziere WT-Zeilen mit Output 1
- Minterme** für diese Zeilen aufstellen
- Minterme mit **OR** verknüpfen

## Konjunktive Normalform

- Identifiziere WT-Zeilen mit Output 0
- Maxterme** für diese Zeilen aufstellen
- Maxterme mit **AND** verknüpfen

A	B	Y	Minterme	Maxterme
0	0	1	$\bar{A} \wedge \bar{B}$	
0	1	0		$A \vee \bar{B}$
1	0	0		$\bar{A} \vee B$
1	1	1	$A \wedge B$	

**DNF**  $Y = (\bar{A} \wedge \bar{B}) \vee (A \wedge B)$  1 Mint. erf.  $\rightarrow 1$   
**KNF**  $Y = (A \vee \bar{B}) \wedge (\bar{A} \vee B)$  1 Maxt. erf.  $\rightarrow 0$

Schaltung nur aus:

- NOR: KNF  $\rightarrow$  De Morgan
- NAND: DNF  $\rightarrow$  De Morgan

Schaltung nur aus:

- NOR: KNF  $\rightarrow$  De Morgan
- XNOR: DNF  $\rightarrow$  De Morgan