<< Задача 1.2 .7 >>

Условие:

7. Проинтегрировать уравнения движения маятника Фуко $\ddot{x} = -kx + \Omega\dot{y}$, $\ddot{y} = -ky - \Omega\dot{x}$. Найти тангенциальные и нормальное ускорения.

Решение :

<< Распишем данные уравнения ускорений по координатам от времени >>

```
∂t,t x[t] = -κ x[t] + Ω ∂t y[t]
∂t,t y[t] = -κ y[t] - Ω ∂t x[t]
```

$-\kappa\, x[t] + \Omega\, y'[t]$

$-\kappa\, y[t] - \Omega\, x'[t]$

<< Для нахождения уравнения движения, проинтегрируем уравнения, записанные выше, тем самым происходит переход к решению дифуров >>

```
FullSimplify[DSolve[{∂t,t x[t] == -κ x[t] + Ω ∂t y[t], ∂t,t y[t] == -κ y[t] - Ω ∂t x[t],
  x[0] == x0, y[0] == 0, x'[0] == 0, y'[0] == v0}, {x[t], y[t]}, t]]
```

упростить в по⋯ решить дифференциальные уравнения

$$\left\{\left\{x[t] \to \frac{1}{2\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}\left(\left(-2\,v0\,\Omega + x0\left(-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right] + \left(2\,v0\,\Omega + x0\left(\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]\right),\ y[t] \to \right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{\dfrac{\left(-2\,x0\,\kappa\,\Omega+v0\left(\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Sinh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]}{\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}} + \dfrac{\left(2\,x0\,\kappa\,\Omega+v0\left(-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Sinh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]}{\sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}}{\sqrt{2}\ \sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}\right\}\right\}$$

```
DSolve[{True, True, x0 == x[0], y[0] == 0, x′[0] == 0, v0 == y′[0]},
решить⋯ ист⋯ истина
```

$$\left\{\frac{1}{2\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}\left(\left(-2\,v0\,\Omega+x0\left(-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]+\left(2\,v0\,\Omega+x0\left(\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]\right),\right.$$

гиперболический косинус
гиперболический косинус

$$\left.\frac{\frac{\left(-2\,x0\,\kappa\,\Omega+v0\left(\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Sinh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]}{\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}+\frac{\left(2\,x0\,\kappa\,\Omega+v0\left(-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Sinh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]}{\sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}}{\sqrt{2}\,\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}\right\},$$

```
t]
```

<< Получаем уравнения движения Маятника Фуко >>

$$\mathbf{x[t]} = \left(\left(-2\,v0\,\Omega + x0\left(-\Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}\right)\right)\operatorname{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\,\kappa - \Omega^2 - \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right] + \left(2\,v0\,\Omega + x0\left(\Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}\right)\right)\operatorname{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\,\kappa - \Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]\right) \Big/ \left(2\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}\right)$$

гиперболический косину

гиперболический косину

$$\mathbf{y[t]} = \left(\left(\left(-2\,x0\,\kappa\,\Omega + v0\left(\Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}\right)\right)\operatorname{Sinh}\left[\frac{t\sqrt{-2\,\kappa - \Omega^2 - \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]\right) \Big/ \left(\sqrt{-2\,\kappa - \Omega^2 - \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}}\right) + \left(\left(2\,x0\,\kappa\,\Omega + v0\left(-\Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}\right)\right)\operatorname{Sinh}\left[\frac{t\sqrt{-2\,\kappa - \Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]\right) \Big/ \left(\sqrt{-2\,\kappa - \Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}}\right)\right) \Big/ \left(\sqrt{2}\,\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}\right)$$

гиперболический синус

гиперболический синус

$$\left(\left(-2\,v0\,\Omega + x0\left(-\Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}\right)\right)\operatorname{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\,\kappa - \Omega^2 - \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right] + \left(2\,v0\,\Omega + x0\left(\Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}\right)\right)\operatorname{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\,\kappa - \Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]\right) \Big/ \left(2\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}\right)$$

$$\left(\left(\left(-2\,x0\,\kappa\,\Omega + v0\left(\Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}\right)\right)\operatorname{Sinh}\left[\frac{t\sqrt{-2\,\kappa - \Omega^2 - \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]\right) \Big/ \left(\sqrt{-2\,\kappa - \Omega^2 - \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}}\right) + \left(\left(2\,x0\,\kappa\,\Omega + v0\left(-\Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}\right)\right)\operatorname{Sinh}\left[\frac{t\sqrt{-2\,\kappa - \Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]\right) \Big/ \left(\sqrt{-2\,\kappa - \Omega^2 + \sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}}\right)\right) \Big/ \left(\sqrt{2}\,\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2 + \Omega^4}\right)$$

<< Корень из суммы квадратов скоростей по осям X и Y будет полной скоростью маятника Фуко. Найдем ее >>

```
V = FullSimplify[√((∂t x[t])^2 + (∂t y[t])^2)]
```

упростить в полном объёме

$$\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\left(\left(\left(-2\,x0\,\kappa\,\Omega+v0\left(\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\text{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]+\left(2\,x0\,\kappa\,\Omega+v0\left(-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\text{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]\right)^2+\frac{1}{2}\left(\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}\left(-2\,v0\,\Omega+x0\left(-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\text{Sinh}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\right]+\sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}\left(2\,v0\,\Omega+x0\left(\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\text{Sinh}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\right]\right)^2\right)\right)}$$

<< Для нахождения тангенциальное ускорения воспользуемся тем,
что оно равно производной модуля вектора скорости
(т. е. полной скорости) по времени,
поскольку оно отвечает за приращение скорости за промежуток времени,
то есть изменение величины скорости >>

```
Atan = FullSimplify[∂t V]
```

упростить в полном объё

$$\left(\Omega^2 \left(v0^2 - x0^2 \kappa + v0\, x0\, \Omega\right) \left(\sqrt{-2\kappa - \Omega^2 - \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}} \left(4\kappa + \Omega^2 - \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}\right) \mathrm{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa - \Omega^2 + \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right] \mathrm{Sinh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa - \Omega^2 - \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right] + \sqrt{-2\kappa - \Omega^2 + \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}} \left(4\kappa + \Omega^2 + \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}\right) \mathrm{Cosh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa - \Omega^2 - \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right] \mathrm{Sinh}\left[\frac{t\sqrt{-2\kappa - \Omega^2 + \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}}}{\sqrt{2}}\right]\right)\right) \Bigg/ \left(\sqrt{2}\left(4\kappa\Omega^2 + \Omega^4\right)\sqrt{\left(\frac{1}{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}\left(\left(\left(-2\, x0\, \kappa\,\Omega + v0\left(\Omega^2 + \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}\right)\right) \mathrm{Cosh}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} t \sqrt{\left(-2\kappa - \Omega^2 - \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}\right)}\right] + \left(2\, x0\, \kappa\,\Omega + v0\left(-\Omega^2 + \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}\right)\right) \mathrm{Cosh}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} t \sqrt{\left(-2\kappa - \Omega^2 + \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}\right)}\right]\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\sqrt{-2\kappa - \Omega^2 - \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}} \left(-2\, v0\,\Omega + x0\left(-\Omega^2 + \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}\right)\right) \mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} t \sqrt{\left(-2\kappa - \Omega^2 - \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}\right)}\right] + \sqrt{-2\kappa - \Omega^2 + \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}} \left(2\, v0\,\Omega + x0\left(\Omega^2 + \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}\right)\right) \mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} t \sqrt{\left(-2\kappa - \Omega^2 + \sqrt{4\kappa\Omega^2 + \Omega^4}\right)}\right]\right)^2\right)\right)}\right)$$

<< По аналогии с тем, что уже делали :
полное ускорение маятника Фуко – это корень из суммы квадратов ускорений по осям X и Y >>

```
Afull = FullSimplify[√((∂t,t x[t])^2 + (∂t,t y[t])^2)]
```
упростить в полном объёме

$$\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\left(\frac{1}{4}\left(\left(2\kappa+\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\left(-2\,v0\,\Omega+x0\left(-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\right.\right.\right.}$$
$$\mathrm{Cosh}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\right]-\left(-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)$$
$$\left.\left(2\,v0\,\Omega+x0\left(\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Cosh}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\right]\right)^2+$$
$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}\left(-2\,x0\,\kappa\,\Omega+v0\left(\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\right.$$
$$\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\right]+\sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}$$
$$\left.\left.\left.\left(2\,x0\,\kappa\,\Omega+v0\left(-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Sinh}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\right]\right)^2\right)\right)$$

<< Для построения ускорения можно воспользоваться теоремой Пифагора из курса школьной геометрии. Тогда тангенциальное и нормальное ускорение – это катеты, а полное ускорение – гипотенуза : Anorm^2 + Atan^2 = A^2 , таким образом находим нормальное ускорение >>

```
Anorm = √((Afull)^2 - (Atan)^2)
```

$$
\begin{aligned}
&\sqrt{\Bigg(\frac{1}{4\left(4\kappa\Omega^2+\Omega^4\right)}\Bigg(\frac{1}{4}\Bigg(\Big(\left(2\kappa+\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\left(-2\,v0\,\Omega+x0\left(-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)} \\
&\qquad \mathrm{Cosh}\Big[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\Big]-\left(-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right) \\
&\qquad \left(2\,v0\,\Omega+x0\left(\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Cosh}\Big[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\Big]\Big)^2+ \\
&\quad \frac{1}{2}\Big(\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}\left(-2\,x0\,\kappa\,\Omega+v0\left(\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right) \\
&\qquad \mathrm{Sinh}\Big[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\Big]+\sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}} \\
&\qquad \left(2\,x0\,\kappa\,\Omega+v0\left(-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Sinh}\Big[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\Big]\Big)^2\Bigg)- \\
&\ \Bigg(\Omega^4\left(v0^2-x0^2\,\kappa+v0\,x0\,\Omega\right)^2\Big(\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}\left(4\kappa+\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right) \\
&\qquad \mathrm{Cosh}\Big[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\Big]\,\mathrm{Sinh}\Big[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\Big]+ \\
&\quad \sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}\left(4\kappa+\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right) \\
&\qquad \mathrm{Cosh}\Big[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\Big] \\
&\qquad \mathrm{Sinh}\Big[\frac{t\sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\Big]\Big)^2\Bigg)\Bigg/\Bigg(2\left(4\kappa\Omega^2+\Omega^4\right) \\
&\quad \Bigg(\Big(\left(-2\,x0\,\kappa\,\Omega+v0\left(\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Cosh}\Big[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\Big]+ \\
&\qquad \left(2\,x0\,\kappa\,\Omega+v0\left(-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Cosh}\Big[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\Big]\Big)^2+ \\
&\quad \frac{1}{2}\Big(\sqrt{-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}}\left(-2\,v0\,\Omega+x0\left(-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right) \\
&\qquad \mathrm{Sinh}\Big[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\Big]+\sqrt{-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}} \\
&\qquad \left(2\,v0\,\Omega+x0\left(\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)\right)\mathrm{Sinh}\Big[\frac{1}{\sqrt{2}}t\sqrt{\left(-2\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\kappa\Omega^2+\Omega^4}\right)}\Big]\Big)^2\Bigg)\Bigg)\Bigg)
\end{aligned}
$$

<< Наконец-то построим траекторию нашего маятника >>

$$\text{ParametricPlot}\Big[\Big\{\Big(\big(-2\,v0\,\Omega + x0\,\big(-\Omega^2+\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2+\Omega^4}\big)\big)\,\text{Cosh}\Big[\frac{t\,\sqrt{-2\,\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\Big] +$$

$$\big(2\,v0\,\Omega + x0\,\big(\Omega^2+\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2+\Omega^4}\big)\big)\,\text{Cosh}\Big[\frac{t\,\sqrt{-2\,\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\Big]\Big)\Big/\Big(2\,\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2+\Omega^4}\Big),$$

$$\Big(\Big(\big(-2\,x0\,\kappa\,\Omega + v0\,\big(\Omega^2+\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2+\Omega^4}\big)\big)\,\text{Sinh}\Big[\frac{t\,\sqrt{-2\,\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\Big]\Big)\Big/$$

$$\Big(\sqrt{-2\,\kappa-\Omega^2-\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2+\Omega^4}}\Big) + \Big(\big(2\,x0\,\kappa\,\Omega + v0\,\big(-\Omega^2+\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2+\Omega^4}\big)\big)$$

$$\text{Sinh}\Big[\frac{t\,\sqrt{-2\,\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2+\Omega^4}}}{\sqrt{2}}\Big]\Big)\Big/\Big(\sqrt{-2\,\kappa-\Omega^2+\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2+\Omega^4}}\Big)\Big)\Big/$$

$$\Big(\sqrt{2}\,\sqrt{4\,\kappa\,\Omega^2+\Omega^4}\Big)\Big\}\ /.\ \{x0\to 1,\ \kappa\to 1,\ \Omega\to\pi,\ v0\to 1\},\ \{t,\ 0,\ 300\}\Big]$$

график параметрически заданной области на плоскости

гиперболический косинус

гиперболический синус