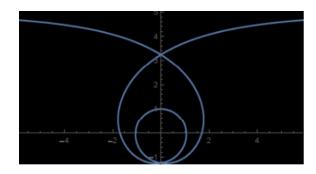
<< Задача 1.1.3 >>

Точка движется на плоскости по траектории



Условие:

Форма траектории задается параметрически $x=R\cos\left(5\varphi\right)/\sin\varphi$, $y=R\sin\left(5\varphi\right)/\sin\varphi$. Построить траекторию $x=R\cos\left(b\varphi\right)/\sin\varphi$, $y=R\sin\left(b\varphi\right)/\sin\varphi$. графически для нескольких значений $b\neq 5$. Найти кривизну траектории в зависимости от значения параметра φ . Предположив, что параметр пропорционален времени $\varphi=\pi/2+\omega t$, найти как функции времени: скорости по координатам, полную скорость, ускорение по координатам и полную скорение. Построить зависимости графически. Предположить, что скорость

движения по траектории постоянна. Найти единичный вектор вдоль траектории. Построить график зависимости проекции скорости на ось x и на осьy в зависимости от времени. Построить график зависимости ускорения от времени. Найти момент времени когда ускорение максимально.

Решение:

$$X = Cos \left[\sqrt{B} \ \psi \right] \ \frac{1}{Sin[\ \psi]};$$

$$Y = Sin \left[\sqrt{B} \ \psi \right] \ \frac{1}{Sin \left[\ \psi \right]};$$

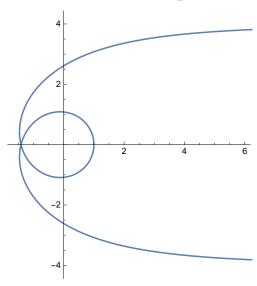
<< Построим графики траектории движения

точки (X[ψ], Y[ψ]) при нескольких значениях $\sqrt{B}=b \neq 5 >> << b=4:>>$

ParametricPlot $\left[\left\{ \text{Cos}\left[\sqrt{\text{B}}\ \psi\right]\ \frac{1}{\text{Sin}\left[\psi\right]}, \frac{\text{Sin}\left[\sqrt{\text{B}}\ \psi\right]}{\text{Sin}\left[\psi\right]} \right\} / \text{. B} \rightarrow 16,$ график параметри··· $\left[\text{косинус}\right]$

 $\{\psi, 0.0001, \pi - 0.00001\}, PlotPoints \rightarrow 300$

начальное число точек в графике

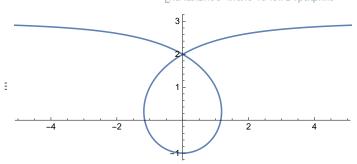


<< b = 3 : >>

$$\begin{split} & \text{:ParametricPlot}\left[\left\{\text{Cos}\left[\sqrt{\text{B}}\;\psi\right]\frac{1}{\text{Sin}\left[\;\psi\right]}, \text{Sin}\left[\sqrt{\text{B}}\;\psi\right]\frac{1}{\text{Sin}\left[\;\psi\right]}\right\} / . \text{B} \rightarrow 9 \text{,} \\ & \text{[график параметри} \cdots \text{[косинус]}\right. \end{split}$$

 $\{\psi, 0.0001, \pi-0.00001\}, PlotPoints \rightarrow 300\}$

_ начальное число точек в графике

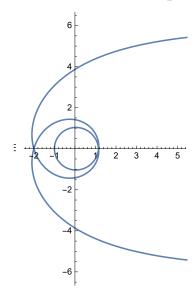


<< b = 6 : >>

EParametricPlot
$$\left[\left\{ \text{Cos}\left[\sqrt{\text{B}} \psi\right] \frac{1}{\text{Sin}\left[\psi\right]}, \text{Sin}\left[\sqrt{\text{B}} \psi\right] \frac{1}{\text{Sin}\left[\psi\right]} \right\}$$
 / .B→36,
 Γραφμκ παραμετρμ… $\left[\text{косинус}\right]$

 $\{\psi, 0.0001, \pi-0.0001\}, PlotPoints \rightarrow 300\}$

[начальное число точек в графике



<< Кривизна траектории высчитывается при помощи следующего соотношения : $K = \frac{[v \times a]}{|v|^3} \left([v \times a] = iv_x \, a_y - jv_y \, a_x, \ i, j = 1 \right) >>$

FullSimplify[

упростить в полном объёме

$$\left(\frac{1}{\sqrt{\mathsf{Csc}[\psi]^2\left(-1+\mathsf{B}+\mathsf{Csc}[\psi]^2\right)^3}}\right)\left(-\mathsf{Csc}[\psi]\left(\mathsf{Cos}\left[\sqrt{\mathsf{B}}\right.\psi\right]\mathsf{Cot}[\psi]+\sqrt{\mathsf{B}}\right.\mathsf{Sin}\left[\sqrt{\mathsf{B}}\right.\psi\right]\right)\right)$$

$$\left(\text{Csc}\left[\psi\right] \left(-2 \sqrt{\text{B}} \text{ Cos}\left[\sqrt{\text{B}} \text{ } \psi\right] \text{ Cot}\left[\psi\right] + \left(-\text{B} + \text{Cot}\left[\psi\right]^2 + \text{Csc}\left[\psi\right]^2 \right) \frac{\text{Sin}\left[\sqrt{\text{B}} \text{ } \psi\right] \right) \right) - \\ \text{ косеканс}$$

$$\left(\begin{array}{c} \mathsf{Csc} \left[\psi \right] \left(\sqrt{\mathsf{B}} \ \mathsf{Cos} \left[\sqrt{\mathsf{B}} \ \psi \right] - \mathsf{Cot} \left[\psi \right] \ \mathsf{Sin} \left[\sqrt{\mathsf{B}} \ \psi \right] \right) \right) \\ \mathsf{_{\left[\mathsf{KOCEKAHC} \right]}} \left[\mathsf{_{\left[\mathsf{KOCHYC} \right]}} \right] \\ \mathsf{_{\left[\mathsf{KOTAH} \cdots \right]}} \left[\mathsf{_{\left[\mathsf{CMHYC} \right]}} \right]$$

$$\left(\mathsf{Csc} \left[\psi \right] \left(\mathsf{Cos} \left[\sqrt{\mathsf{B}} \; \psi \right] \; \left(-\mathsf{B} + \mathsf{Cot} \left[\psi \right]^2 + \mathsf{Csc} \left[\psi \right]^2 \right) + 2 \; \sqrt{\mathsf{B}} \; \mathsf{Cot} \left[\psi \right] \; \mathsf{Sin} \left[\sqrt{\mathsf{B}} \; \psi \right] \right) \right) \right]$$

$$\left[\mathsf{KOCERANC} \; \left[\mathsf{KOCHHYC} \; \right] \; \left(-\mathsf{B} + \mathsf{Cot} \left[\psi \right]^2 + \mathsf{Csc} \left[\psi \right]^2 \right) + 2 \; \sqrt{\mathsf{B}} \; \mathsf{Cot} \left[\psi \right] \; \mathsf{Sin} \left[\sqrt{\mathsf{B}} \; \psi \right] \right) \right) \right]$$

$$\begin{split} & \operatorname{Csc}[\psi]^2 \left(- \left(\sqrt{\mathsf{B}} \ \operatorname{Cos}\left[\sqrt{\mathsf{B}} \ \psi \right] - \operatorname{Cot}[\psi] \ \operatorname{Sin}\left[\sqrt{\mathsf{B}} \ \psi \right] \right) \\ & \left(\operatorname{Cos}\left[\sqrt{\mathsf{B}} \ \psi \right] \ \left(-\mathsf{B} + \operatorname{Cot}[\psi]^2 + \operatorname{Csc}[\psi]^2 \right) + 2 \sqrt{\mathsf{B}} \ \operatorname{Cot}[\psi] \ \operatorname{Sin}\left[\sqrt{\mathsf{B}} \ \psi \right] \right) - \\ & \left(\left(\operatorname{Cos}\left[\sqrt{\mathsf{B}} \ \psi \right] \ \operatorname{Cot}[\psi] + \sqrt{\mathsf{B}} \ \operatorname{Sin}\left[\sqrt{\mathsf{B}} \ \psi \right] \right) \left(-2 \sqrt{\mathsf{B}} \ \operatorname{Cos}\left[\sqrt{\mathsf{B}} \ \psi \right] \operatorname{Cot}[\psi] + \\ & \left(-\mathsf{B} + \operatorname{Cot}[\psi]^2 + \operatorname{Csc}[\psi]^2 \right) \operatorname{Sin}\left[\sqrt{\mathsf{B}} \ \psi \right] \right) \right) \left/ \left(\operatorname{Csc}[\psi]^2 \left(-\mathbf{1} + \mathsf{B} + \operatorname{Csc}[\psi]^2 \right) \right)^{3/2} \right) \end{split}$$

<< Поскольку координаты зависят от времени,

то имеет место запись : (Причем положим, что φ [t_] = π / 2 + ω * t и ω = π / 3) >>

$$X[t_{-}] = Cos\left[\sqrt{B} \psi[t]\right] \frac{1}{Sin[\psi[t]]};$$

$$Y[t_{-}] = Sin\left[\sqrt{B} \ \psi[t]\right] \frac{1}{Sin[\psi[t]]};$$

$$ψ[t_{-}] := π/2 + ω * t;$$

 $ω := π/3$

$$\begin{aligned} & \text{FullSimplify} \left[\partial_{\mathsf{t}} \left\{ & \cos \left[\sqrt{\mathsf{B}} \; \psi[\mathsf{t}] \right] \right. \\ & \left. \frac{1}{\sin \left[\; \psi[\mathsf{t}] \right]} , \underbrace{\sin \left[\sqrt{\mathsf{B}} \; \psi[\mathsf{t}] \right]}_{\left. \text{Cuhyc}} \right. \\ & \left. \frac{1}{\sin \left[\; \psi[\mathsf{t}] \right]} \right\} \right] \end{aligned}$$

< Теперь выразим скорость как X_t ' = $v_x[t]$ и Y_t ' = $v_y[t]$ >>

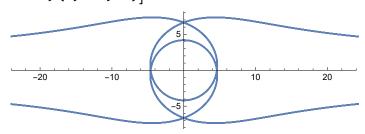
$$\begin{split} & \big\{ \frac{1}{3} \, \pi \, \mathsf{Sec} \big[\, \frac{\pi \, \mathsf{t}}{3} \, \big] \, \left(-\sqrt{\mathsf{B}} \, \, \mathsf{Sin} \big[\, \frac{1}{6} \, \sqrt{\mathsf{B}} \, \, \pi \, \left(\mathsf{3} + 2 \, \mathsf{t} \right) \, \big] \, + \mathsf{Cos} \big[\, \frac{1}{6} \, \sqrt{\mathsf{B}} \, \, \pi \, \left(\mathsf{3} + 2 \, \mathsf{t} \right) \, \big] \, \, \mathsf{Tan} \big[\, \frac{\pi \, \mathsf{t}}{3} \, \big] \, \right), \\ & \frac{1}{3} \, \pi \, \mathsf{Sec} \big[\, \frac{\pi \, \mathsf{t}}{3} \, \big] \, \left(\sqrt{\mathsf{B}} \, \, \mathsf{Cos} \big[\, \frac{1}{6} \, \sqrt{\mathsf{B}} \, \, \pi \, \left(\mathsf{3} + 2 \, \mathsf{t} \right) \, \big] \, + \mathsf{Sin} \big[\, \frac{1}{6} \, \sqrt{\mathsf{B}} \, \, \pi \, \left(\mathsf{3} + 2 \, \mathsf{t} \right) \, \big] \, \, \mathsf{Tan} \big[\, \frac{\pi \, \mathsf{t}}{3} \, \big] \, \right) \right\} \end{split}$$

<< Теперь рассмотрим график скорости от времени >>

ParametricPlot[

график параметрически заданной области на плоскости

$$\begin{split} &\left\{\frac{1}{3} \, \pi \, \text{Sec}\left[\frac{\pi \, t}{3}\right] \, \left(\sqrt{B} \, \frac{\sin\left[\frac{1}{6} \, \sqrt{B} \, \pi \, \left(3-2 \, t\right)\right] + \cos\left[\frac{1}{6} \, \sqrt{B} \, \pi \, \left(3-2 \, t\right)\right] \, \frac{\tan\left[\frac{\pi \, t}{3}\right]}{\left[\text{COKAHC}^3\right]} \right), \\ &-\frac{1}{3} \, \pi \, \text{Sec}\left[\frac{\pi \, t}{3}\right] \, \left(\sqrt{B} \, \cos\left[\frac{1}{6} \, \sqrt{B} \, \pi \, \left(-3+2 \, t\right)\right] + \sin\left[\frac{1}{6} \, \sqrt{B} \, \pi \, \left(-3+2 \, t\right)\right] \, \frac{\tan\left[\frac{\pi \, t}{3}\right]}{\left[\text{COKAHC}^3\right]} \right) \right\} \, / \, . \, \, \, B \to 0 \, \text{Compared to the properties of t$$



<< Поскольку абсолютная скорость $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} >>$

FullSimplify[

упростить в полном объёме

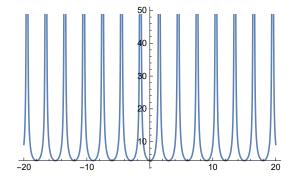
$$\sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\pi\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\left(\sqrt{B}\,\operatorname{Sin}\left[\frac{1}{6}\,\sqrt{B}\,\pi\left(3-2\,t\right)\right]+\operatorname{Cos}\left[\frac{1}{6}\,\sqrt{B}\,\pi\left(3-2\,t\right)\right]\operatorname{Tan}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\right)\right)^{2}}+\\ \left(-\frac{1}{3}\pi\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\left(\sqrt{B}\,\operatorname{Cos}\left[\frac{1}{6}\,\sqrt{B}\,\pi\left(-3+2\,t\right)\right]+\operatorname{Sin}\left[\frac{1}{6}\,\sqrt{B}\,\pi\left(-3+2\,t\right)\right]\operatorname{Tan}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\right)\right)^{2}\right)]$$

$$\frac{1}{3}\pi\sqrt{\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\left(-1+B+\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\right)}$$

<< Теперь получим график абсолютной скорости >>

+

Plot
$$\left[\frac{1}{3}\pi\sqrt{\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi t}{3}\right]^{2}\left(-1+B+\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi t}{3}\right]^{2}\right)}\right]$$
 /. $B \to 16$, $\{t, -20, 20\}$



<< Распишем ускорение как X_t '' = $a_x[t]$ и Y_t '' = $a_y[t]$ >>

FullSimplify
$$\left[\partial_{t,t}\left\{\cos\left[\sqrt{B}\ \psi[t]\right]\right] \frac{1}{\sin[\psi[t]]}$$
, $\sin\left[\sqrt{B}\ \psi[t]\right] \frac{1}{\sin[\psi[t]]}$ $\left[\sin[\psi[t]]\right]$

$$\begin{split} & \left\{\frac{1}{9}\,\pi^2\,\mathsf{Sec}\left[\frac{\pi\,\mathsf{t}}{3}\right] \\ & \left(-\mathsf{Cos}\left[\frac{1}{6}\,\sqrt{\mathsf{B}}\,\,\pi\,\left(3+2\,\mathsf{t}\right)\,\right]\,\left(1+\mathsf{B}-2\,\mathsf{Sec}\left[\frac{\pi\,\mathsf{t}}{3}\right]^2\right) - 2\,\sqrt{\mathsf{B}}\,\,\mathsf{Sin}\left[\frac{1}{6}\,\sqrt{\mathsf{B}}\,\,\pi\,\left(3+2\,\mathsf{t}\right)\,\right]\,\mathsf{Tan}\left[\frac{\pi\,\mathsf{t}}{3}\right]\right)\text{, }\frac{1}{9} \\ & \pi^2\,\mathsf{Sec}\left[\frac{\pi\,\mathsf{t}}{3}\right] \\ & \left(-\left(1+\mathsf{B}-2\,\mathsf{Sec}\left[\frac{\pi\,\mathsf{t}}{3}\right]^2\right)\mathsf{Sin}\left[\frac{1}{6}\,\sqrt{\mathsf{B}}\,\,\pi\,\left(3+2\,\mathsf{t}\right)\,\right] + 2\,\sqrt{\mathsf{B}}\,\,\mathsf{Cos}\left[\frac{1}{6}\,\sqrt{\mathsf{B}}\,\,\pi\,\left(3+2\,\mathsf{t}\right)\,\right]\,\mathsf{Tan}\left[\frac{\pi\,\mathsf{t}}{3}\right]\right)\right\} \end{split}$$

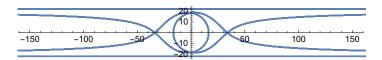
<< Получим график ускорения >>

ParametricPlot
$$\left[\left\{\frac{1}{2}\pi^2\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,\mathsf{t}}{\pi^2}\right]\right\}\right]$$
 график параметрическ π ... $\left[\operatorname{секанс}^3\right]$

$$\left(- \cos \left[\frac{1}{4} \sqrt{B} \pi \left(3 - 2 t \right) \right] \left(1 + B - 2 \operatorname{Sec} \left[\frac{\pi t}{3} \right]^2 \right) + 2 \sqrt{B} \operatorname{Sin} \left[\frac{1}{4} \sqrt{B} \pi \left(3 - 2 t \right) \right] \operatorname{Tan} \left[\frac{\pi t}{4} \right] \right),$$

$$- \frac{1}{9} \pi^2 \operatorname{Sec} \left[\frac{\pi t}{3} \right] \left(\left(1 + B - 2 \operatorname{Sec} \left[\frac{\pi t}{3} \right]^2 \right) \operatorname{Sin} \left[\frac{1}{4} \sqrt{B} \pi \left(3 - 2 t \right) \right] + \left(\operatorname{CHAHC} \left(3 - 2 t \right) \right) \operatorname{Sin} \left[\frac{\pi t}{4} \right] \right) \right)$$

$$2\sqrt{B} \cos\left[\frac{1}{6}\sqrt{B} \pi \left(-3+2t\right)\right] \tan\left[\frac{\pi t}{3}\right] \right) \right\} /. B \rightarrow 16, \{t, -20, 20\} \right]$$



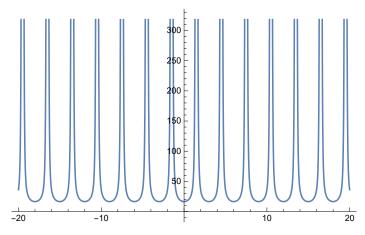
<< Поскольку абсолютное ускорение $a = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2} >>$

FullSimplify
$$\left[\sqrt{\left(\left(\frac{1}{9}\pi^2\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\right)\left(-\operatorname{Cos}\left[\frac{1}{6}\sqrt{B}\pi\left(3-2\,t\right)\right]\left(1+B-2\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2\right)}+\right]$$

$$\begin{split} 2\,\sqrt{B}\,\operatorname{Sin}\!\left[\frac{1}{6}\,\sqrt{B}\,\,\pi\,\left(3-2\,t\right)\,\right]\,\operatorname{Tan}\!\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\right)\right)^2 + \\ \left(-\frac{1}{9}\,\pi^2\operatorname{Sec}\!\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\,\left(\left(1+B-2\operatorname{Sec}\!\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2\right)\operatorname{Sin}\!\left[\frac{1}{6}\,\sqrt{B}\,\,\pi\,\left(3-2\,t\right)\,\right] + \\ 2\,\sqrt{B}\,\operatorname{Cos}\!\left[\frac{1}{6}\,\sqrt{B}\,\,\pi\,\left(-3+2\,t\right)\,\right]\operatorname{Tan}\!\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\right)\right)^2\right)\right] \\ \frac{1}{9}\,\pi^2\,\sqrt{\left(\operatorname{Sec}\!\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2\left(\left(-1+B\right)^2+4\operatorname{Sec}\!\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2\operatorname{Tan}\!\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2\right)\right)} \end{split}$$

<< Теперь рассмотрим график абсолютного ускорения >>

$$\text{Plot}\left[\frac{1}{3}\pi^2 \sqrt{\left(\text{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2\left(\left(-1+B\right)^2+4\,\text{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2\,\text{Tan}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2\right)\right)} \text{ /. } B \rightarrow 16, \text{ $\{t, -20, 20\}$} \right]$$



<< Единичный вектор вдоль траектории : $\left(\frac{v_x}{v}; \frac{v_y}{v}\right) >>$

FullSimplify
$$\frac{1}{3\pi \operatorname{Sec}\left[\frac{\pi t}{3}\right]^2 \left(-1 + B + \operatorname{Sec}\left[\frac{\pi t}{3}\right]^2\right)}$$

$$\left\{\frac{1}{3}\pi \operatorname{Sec}\left[\frac{\pi t}{3}\right] \left(\sqrt{B} \operatorname{Sin}\left[\frac{1}{6}\sqrt{B}\pi\left(3 - 2t\right)\right] + \operatorname{Cos}\left[\frac{1}{6}\sqrt{B}\pi\left(3 - 2t\right)\right] \operatorname{Tan}\left[\frac{\pi t}{3}\right]\right), \\ -\frac{1}{3}\pi \operatorname{Sec}\left[\frac{\pi t}{3}\right] \left(\sqrt{B} \operatorname{Cos}\left[\frac{1}{6}\sqrt{B}\pi\left(-3 + 2t\right)\right] + \operatorname{Sin}\left[\frac{1}{6}\sqrt{B}\pi\left(-3 + 2t\right)\right] \operatorname{Tan}\left[\frac{\pi t}{3}\right]\right)\right\} \right]$$

$$\left\{\left(\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi t}{3}\right] \left(\sqrt{B} \operatorname{Sin}\left[\frac{1}{6}\sqrt{B}\pi\left(3 - 2t\right)\right] + \operatorname{Cos}\left[\frac{1}{6}\sqrt{B}\pi\left(3 - 2t\right)\right] \operatorname{Tan}\left[\frac{\pi t}{3}\right]\right)\right\}\right\}$$

$$\left\{\left(\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi t}{3}\right] \left(\sqrt{B} \operatorname{Cos}\left[\frac{1}{6}\sqrt{B}\pi\left(3 - 2t\right)\right] + \operatorname{Cos}\left[\frac{1}{6}\sqrt{B}\pi\left(3 - 2t\right)\right] \operatorname{Tan}\left[\frac{\pi t}{3}\right]\right)\right)\right\}$$

$$-\left(\left(\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi t}{3}\right]^2 \left(-1 + B + \operatorname{Sec}\left[\frac{\pi t}{3}\right]^2\right)\right),$$

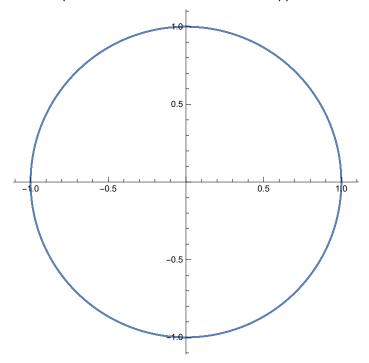
$$\left(\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi t}{3}\right] \left(\sqrt{B} \operatorname{Cos}\left[\frac{1}{6}\sqrt{B}\pi\left(-3 + 2t\right)\right] + \operatorname{Sin}\left[\frac{1}{6}\sqrt{B}\pi\left(-3 + 2t\right)\right] \operatorname{Tan}\left[\frac{\pi t}{3}\right]\right)\right)\right)\right\}$$

<< Запросим график единичного вектора вдоль траектории >>

$$\left(\sqrt{\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\left(-1+B+\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\right)}\right),$$

$$-\left(\left(\frac{\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\left(\sqrt{B}\,\operatorname{Cos}\left[\frac{1}{2}\,\sqrt{B}\,\pi\,\left(-3+2\,t\right)\right]+\operatorname{Sin}\left[\frac{1}{2}\,\sqrt{B}\,\pi\,\left(-3+2\,t\right)\right]\operatorname{Tan}\left[\frac{\pi\,t}{2}\right]\right)\right)\right/\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\pi\,t}{2}\right)^{2}\right)$$

$$\left(\sqrt{\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,\mathsf{t}}{3}\right]^2\left(-1+\mathsf{B}+\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,\mathsf{t}}{3}\right]^2\right)}\right)\right\}\,/\,.\,\,\mathsf{B}\to\mathsf{16},\,\,\{\mathsf{t},\,-20,\,20\}\,]$$



<< Получим график зависимости скорости на ось x и y >>

ParametricPlot[

график параметрически заданной области на плоскости

$$\left\{\frac{1}{3}\pi\sqrt{\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\left(-1+B+\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\right)}, \left(\frac{1}{\frac{1}{3}\pi\sqrt{\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\left(-1+B+\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\right)}}\right)$$

$$\left(\frac{1}{3}\pi\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\left(\sqrt{B}\operatorname{Sin}\left[\frac{1}{4}\sqrt{B}\pi\left(3-2\,t\right)\right]+\operatorname{Cos}\left[\frac{1}{4}\sqrt{B}\pi\left(3-2\,t\right)\right]\operatorname{Tan}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\right)\right)\right\} / \cdot B \to \left\{\frac{1}{3}\pi\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\left(-1+B+\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\right)\right\}$$

$$\left\{\frac{1}{3}\pi\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\left(\sqrt{B}\operatorname{Sin}\left[\frac{1}{4}\sqrt{B}\pi\left(3-2\,t\right)\right]+\operatorname{Cos}\left[\frac{1}{4}\sqrt{B}\pi\left(3-2\,t\right)\right]\operatorname{Tan}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\right)\right)\right\} / \cdot B \to \left\{\frac{1}{3}\pi\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\left(-1+B+\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\right)\right\}$$

$$\left\{\frac{1}{3}\pi\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\left(\sqrt{B}\operatorname{Sin}\left[\frac{1}{4}\sqrt{B}\pi\left(3-2\,t\right)\right]+\operatorname{Cos}\left[\frac{1}{4}\sqrt{B}\pi\left(3-2\,t\right)\right]\operatorname{Tan}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\right)\right\} / \cdot B \to \left\{\frac{1}{3}\pi\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\left(-1+B+\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\right)\right\}$$

ParametricPlot[

график параметрически заданной области на плоскости

$$\left\{ \frac{1}{3} \pi \sqrt{\operatorname{Sec} \left[\frac{\pi \, \mathsf{t}}{3} \right]^2 \left(-1 + \mathsf{B} + \operatorname{Sec} \left[\frac{\pi \, \mathsf{t}}{3} \right]^2 \right)} \,, \, \left(\frac{1}{\frac{1}{3} \pi \sqrt{\operatorname{Sec} \left[\frac{\pi \, \mathsf{t}}{3} \right]^2 \left(-1 + \mathsf{B} + \operatorname{Sec} \left[\frac{\pi \, \mathsf{t}}{3} \right]^2 \right)}} \right) \\ \left(-\frac{1}{3} \pi \operatorname{Sec} \left[\frac{\pi \, \mathsf{t}}{3} \right] \left(\sqrt{\mathsf{B}} \operatorname{Cos} \left[\frac{1}{9} \sqrt{\mathsf{B}} \pi \left(-3 + 2 \, \mathsf{t} \right) \right] + \operatorname{Sin} \left[\frac{1}{9} \sqrt{\mathsf{B}} \pi \left(-3 + 2 \, \mathsf{t} \right) \right] \operatorname{Tan} \left[\frac{\pi \, \mathsf{t}}{3} \right] \right) \right) \right\} / .$$

$$B \rightarrow 5$$
, {t, -2, 2}, PlotPoints $\rightarrow 300$]

начальное число точек в графике



<< Для нахождения единичного ускорения , воспользуемся тем, что оно равно еденичному вектору вдоль траектории (при $\omega = \pi/3$) >>

FullSimplify
$$\left[\frac{\partial_{t}}{\partial_{t}} \left\{ \left\{ \operatorname{Sec}\left[\frac{\pi \, t}{a^{3}}\right] \right] \left(\sqrt{B} \, \operatorname{Sin}\left[\frac{1}{a} \, \sqrt{B} \, \pi \, \left(3 - 2 \, t\right) \right] + \operatorname{Cos}\left[\frac{1}{a} \, \sqrt{B} \, \pi \, \left(3 - 2 \, t\right) \right] \operatorname{Tan}\left[\frac{\pi \, t}{a^{3}}\right] \right) \right) \right/ \left[\operatorname{Conhom}\left(\frac{\pi \, t}{a^{3}}\right) \left(\operatorname{Coh}\left(\frac{\pi \, t}{a^{3}}\right) \right) \right] \right) \right) \right/ \left[\operatorname{Coh}\left(\frac{\pi \, t}{a^{3}}\right) \left(\operatorname{Coh}\left(\frac{\pi \, t}{a^{3}}\right) \right) \right) \right/ \left[\operatorname{Coh}\left(\frac{\pi \, t}{a^{3}}\right) \left(\operatorname{Coh}\left(\frac{\pi \, t}{a^{3}}\right) \right) \right] \right) \right] \right) \right) \right)$$

$$\left(\sqrt{\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\left(-1+B+\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{2}\right)}\right),$$

$$-\left(\left(\frac{\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\left(\sqrt{B}\,\operatorname{Cos}\left[\frac{1}{6}\,\sqrt{B}\,\pi\,\left(-3+2\,t\right)\right]+\operatorname{Sin}\left[\frac{1}{6}\,\sqrt{B}\,\pi\,\left(-3+2\,t\right)\right]\operatorname{Tan}\left[\frac{\pi\,t}{1}\right]\right)\right)\right)}{\operatorname{Correction}}\right)$$

$$\left\{ \sqrt{\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2 \left(-1 + \mathsf{B} + \operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2\right)} \right\} \right\}$$

$$\left\{ -\left(\left(\left(-1 + \mathsf{B}\right) \sqrt{\mathsf{B}} \ \pi \operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^3 \right. \right. \\ \left. \left(\sqrt{\mathsf{B}} \ \operatorname{Cos}\left[\frac{1}{6} \sqrt{\mathsf{B}} \ \pi \left(3 - 2\,t\right)\right] - \operatorname{Sin}\left[\frac{1}{6} \sqrt{\mathsf{B}} \ \pi \left(3 - 2\,t\right)\right] \operatorname{Tan}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right] \right) \right) \right/ \\ \left. \left(3 \left(\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2 \left(-1 + \mathsf{B} + \operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2\right)\right)^{3/2}\right) \right), \\ -\left(\left(\left(-1 + \mathsf{B}\right) \sqrt{\mathsf{B}} \ \pi \operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^3 \left(\sqrt{\mathsf{B}} \ \operatorname{Sin}\left[\frac{1}{6} \sqrt{\mathsf{B}} \ \pi \left(3 - 2\,t\right)\right] + \right. \\ \left. \left. \operatorname{Cos}\left[\frac{1}{6} \sqrt{\mathsf{B}} \ \pi \left(3 - 2\,t\right)\right] \operatorname{Tan}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]\right) \right) \right/ \left(3 \left(\operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2 \left(-1 + \mathsf{B} + \operatorname{Sec}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^2\right)\right)^{3/2}\right) \right) \right\}$$

<< Далее, найдем полное ускорение >>

<< Пусть $(a[t_1])' = 0 = > t_1 - время,$

в момент которого ускорение максимально при данном В >>

B := 16:

FullSimplify
$$\left[\partial_{t}\left\{\frac{4\left(-1+B\right)^{2} B \pi^{2} Cos\left[\frac{\pi t}{3}\right]^{4}}{\left[ynpocтить в полном об9-е \left(1+B+\left(-1+B\right) Cos\left[\frac{2\pi t}{3}\right]\right)^{2}}\right\}\right]$$

$$\Big\{-\frac{12\,800\,\pi^3\,\text{Cos}\left[\frac{\pi\,\text{t}}{3}\right]^3\,\text{Sin}\left[\frac{\pi\,\text{t}}{3}\right]}{3\,\left(17+15\,\text{Cos}\left[\frac{2\,\pi\,\text{t}}{3}\right]\right)^3}\Big\}$$

$$\begin{aligned} & \text{Solve} \Big[-\frac{12\,800\,\pi^3\,\text{Cos}\left[\frac{\pi\,\text{t}}{3}\right]^3\,\text{Sin}\left[\frac{\pi\,\text{t}}{3}\right]}{\left\lfloor \text{решить уравн3H} \left(17+15\,\text{Cos}\left[\frac{2\,\pi\,\text{t}}{3}\right]\right)^3} == 0,\,\text{t} \Big] \end{aligned}$$

$$\left\{ \{ \mathsf{t} \to \mathsf{ConditionalExpression} \left[6\,\mathsf{C} \left[1 \right] \,,\, \mathsf{C} \left[1 \right] \in \mathsf{Integers} \right] \right\} , \\ \left\{ \mathsf{t} \to \mathsf{ConditionalExpression} \left[\frac{3\left(-\frac{\pi}{2} + 2\,\pi\,\mathsf{C} \left[1 \right] \right)}{\pi} \,,\, \mathsf{C} \left[1 \right] \in \mathsf{Integers} \right] \right\} , \\ \left\{ \mathsf{t} \to \mathsf{ConditionalExpression} \left[\frac{3\left(\frac{\pi}{2} + 2\,\pi\,\mathsf{C} \left[1 \right] \right)}{\pi} \,,\, \mathsf{C} \left[1 \right] \in \mathsf{Integers} \right] \right\} , \\ \left\{ \mathsf{t} \to \mathsf{ConditionalExpression} \left[\frac{3\left(\pi + 2\,\pi\,\mathsf{C} \left[1 \right] \right)}{\pi} \,,\, \mathsf{C} \left[1 \right] \in \mathsf{Integers} \right] \right\} \right\}$$

$$\begin{array}{l} \operatorname{Plot}\left[\left\{-\frac{12\,800\,\pi^{3}\,\operatorname{Cos}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]^{3}\,\operatorname{Sin}\left[\frac{\pi\,t}{3}\right]}{\operatorname{LFPadpik}}\right\},\;\left\{\mathsf{t,-20,20}\right\}\right] \\ \left[\operatorname{грadpik}\left(\mathsf{17+15}\,\operatorname{Cos}\left[\frac{2\,\pi\,t}{3}\right]\right)^{3} \end{array} \right]$$

