

# Differentiation of elementary functions of a real argument research

Grigory Grigorievich

December 2022

## 1 Введение

Сегодня мы обратим внимание на дифференцирование следующего представителя класса элементарных функций действительного аргумента:

$$f(x) = x^x$$

## 2 Упрощение функции

по методу Султанова,

$$f(x) = x^x$$

итак,

$$f(x) = x^x$$

## 3 Поиск производной

### 3.1 давайте найдем $f'(x)$

воспользуемся тем, что

$$f'(x) = x^x \cdot \alpha_0$$

$$\text{где } \alpha_0 = 1.000000 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1.000000}{x}$$

$$= x^x \cdot \left( \ln x + x \cdot \frac{1.000000}{x} \right)$$

итак,

$$f'(x) = x^x \cdot \left( \ln x + x \cdot \frac{1.000000}{x} \right)$$

## 4 Разложение в ряд тейлора

давайте найдем разложение в ряд тейлора функции  $f(x)$  в точке 1.000000 до  $o((x - 1.000000)^5)$

### 4.1 давайте найдем $f(1.000000)$

воспользуемся тем, что

$$\begin{aligned} f(1.000000) &= 1.000000^{1.000000} \\ &= 1.000000 \end{aligned}$$

итак,

$$f(1.000000) = 1.000000$$

### 4.2 давайте найдем $f'(1.000000)$

очевидно, что

$$\begin{aligned} f'(1.000000) &= 1.000000^{1.000000} \cdot \alpha_0 \\ \text{где } \alpha_0 &= \ln 1.000000 + 1.000000 \cdot \frac{1.000000}{1.000000} \\ &= 1.000000 \end{aligned}$$

итак,

$$f'(1.000000) = 1.000000$$

### 4.3 давайте найдем $f^{(2)}(1.000000)$

по методу Султанова,

$$\begin{aligned} f^{(2)}(1.000000) &= 1.000000^{1.000000} \cdot \alpha_0 \cdot \alpha_0 + \gamma_0 \\ \text{где } \alpha_0 &= \ln 1.000000 + 1.000000 \cdot \frac{1.000000}{1.000000} \\ \beta_0 &= 1.000000 \cdot \frac{(-1.000000)}{1.000000 \cdot 1.000000} \\ \gamma_0 &= 1.000000^{1.000000} \cdot \left( \frac{1.000000}{1.000000} + \frac{1.000000}{1.000000} + \beta_0 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 1.000000 + 1.000000 \\
&= 2.000000
\end{aligned}$$

итак,

$$f^{(2)}(1.000000) = 2.000000$$

**4.4 давайте найдем  $f^{(3)}(1.000000)$**

очевидно, что

$$f^{(3)}(1.000000) = \delta_0 \cdot \alpha_0 + \varepsilon_0 + \varepsilon_0 + 1.000000^{1.000000} \cdot \iota_0$$

$$\begin{aligned}
&\text{где } \alpha_0 = \ln 1.000000 + 1.000000 \cdot \frac{1.000000}{1.000000} \\
&\quad \beta_0 = 1.000000 \cdot \frac{(-1.000000)}{1.000000 \cdot 1.000000} \\
&\gamma_0 = 1.000000^{1.000000} \cdot \left( \frac{1.000000}{1.000000} + \frac{1.000000}{1.000000} + \beta_0 \right) \\
&\quad \delta_0 = 1.000000^{1.000000} \cdot \alpha_0 \cdot \alpha_0 + \gamma_0 \\
&\varepsilon_0 = 1.000000^{1.000000} \cdot \alpha_0 \cdot \left( \frac{1.000000}{1.000000} + \frac{1.000000}{1.000000} + \beta_0 \right) \\
&\quad \zeta_0 = (-1.000000) \cdot (1.000000 + 1.000000) \\
&\eta_0 = 1.000000 \cdot 1.000000 \cdot 1.000000 \cdot 1.000000 \\
&\quad \theta_0 = \frac{(-1.000000)}{1.000000 \cdot 1.000000} + 1.000000 \cdot \frac{-\zeta_0}{\eta_0} \\
&\iota_0 = \frac{(-1.000000)}{1.000000 \cdot 1.000000} + \frac{(-1.000000)}{1.000000 \cdot 1.000000} + \theta_0
\end{aligned}$$

$$= \alpha_0 + 1.000000 + (-1.000000)$$

$$\text{где } \alpha_0 = 1.000000 + 1.000000 + 1.000000$$

$$= 3.000000$$

итак,

$$f^{(3)}(1.000000) = 3.000000$$

#### 4.5 давайте найдем $f^{(4)}(1.000000)$

по методу Султанова,

$$f^{(4)}(1.000000) = \kappa_0 \cdot \alpha_0 + \lambda_0 + \mu_0 + \mu_0 + \sigma_0$$

$$\begin{aligned} \text{где } \alpha_0 &= \ln 1.000000 + 1.000000 \cdot \frac{1.000000}{1.000000} \\ \beta_0 &= 1.000000 \cdot \frac{(-1.000000)}{1.000000 \cdot 1.000000} \\ \gamma_0 &= 1.000000^{1.000000} \cdot \left( \frac{1.000000}{1.000000} + \frac{1.000000}{1.000000} + \beta_0 \right) \\ \delta_0 &= 1.000000^{1.000000} \cdot \alpha_0 \cdot \alpha_0 + \gamma_0 \\ \varepsilon_0 &= 1.000000^{1.000000} \cdot \alpha_0 \cdot \left( \frac{1.000000}{1.000000} + \frac{1.000000}{1.000000} + \beta_0 \right) \\ \zeta_0 &= (-1.000000) \cdot (1.000000 + 1.000000) \\ \eta_0 &= 1.000000 \cdot 1.000000 \cdot 1.000000 \cdot 1.000000 \\ \theta_0 &= \frac{(-1.000000)}{1.000000 \cdot 1.000000} + 1.000000 \cdot \frac{-\zeta_0}{\eta_0} \\ \iota_0 &= \frac{(-1.000000)}{1.000000 \cdot 1.000000} + \frac{(-1.000000)}{1.000000 \cdot 1.000000} + \theta_0 \\ \kappa_0 &= \delta_0 \cdot \alpha_0 + \varepsilon_0 + \varepsilon_0 + 1.000000^{1.000000} \cdot \iota_0 \\ \lambda_0 &= \delta_0 \cdot \left( \frac{1.000000}{1.000000} + \frac{1.000000}{1.000000} + \beta_0 \right) \\ \mu_0 &= \lambda_0 + 1.000000^{1.000000} \cdot \alpha_0 \cdot \iota_0 \\ \nu_0 &= (1.000000 + 1.000000) \cdot 1.000000 \cdot 1.000000 \\ \xi_0 &= 2.000000 \cdot \eta_0 - (-\zeta_0) \cdot (\nu_0 + \nu_0) \\ o_0 &= \frac{-\zeta_0}{\eta_0} + 1.000000 \cdot \frac{\xi_0}{\eta_0 \cdot \eta_0} \\ \pi_0 &= \frac{-\zeta_0}{\eta_0} + \frac{-\zeta_0}{\eta_0} + o_0 \\ \rho_0 &= 1.000000^{1.000000} \cdot \left( \frac{-\zeta_0}{\eta_0} + \pi_0 \right) \\ \sigma_0 &= 1.000000^{1.000000} \cdot \alpha_0 \cdot \iota_0 + \rho_0 \end{aligned}$$

$$= \beta_0 + \gamma_0 + \gamma_0 + (-1.000000) + 2.000000$$

$$\begin{aligned} \text{где } \alpha_0 &= 1.000000 + 1.000000 + 1.000000 \\ \beta_0 &= \alpha_0 + 1.000000 + (-1.000000) + 1.000000 + 1.000000 \\ \gamma_0 &= 1.000000 + 1.000000 + (-1.000000) \end{aligned}$$

$$= 8.000000$$

итак,

$$f^{(4)}(1.000000) = 8.000000$$

#### 4.6 давайте найдем $f^{(5)}(1.000000)$

легко видеть, что

$$f^{(5)}(1.000000) = \chi_0 + \eta_1$$

$$\begin{aligned} \text{где } \alpha_0 &= \ln 1.000000 + 1.000000 \cdot \frac{1.000000}{1.000000} \\ \beta_0 &= 1.000000 \cdot \frac{(-1.000000)}{1.000000 \cdot 1.000000} \\ \gamma_0 &= 1.000000^{1.000000} \cdot \left( \frac{1.000000}{1.000000} + \frac{1.000000}{1.000000} + \beta_0 \right) \\ \delta_0 &= 1.000000^{1.000000} \cdot \alpha_0 \cdot \alpha_0 + \gamma_0 \\ \varepsilon_0 &= 1.000000^{1.000000} \cdot \alpha_0 \cdot \left( \frac{1.000000}{1.000000} + \frac{1.000000}{1.000000} + \beta_0 \right) \\ \zeta_0 &= (-1.000000) \cdot (1.000000 + 1.000000) \\ \eta_0 &= 1.000000 \cdot 1.000000 \cdot 1.000000 \cdot 1.000000 \\ \theta_0 &= \frac{(-1.000000)}{1.000000 \cdot 1.000000} + 1.000000 \cdot \frac{-\zeta_0}{\eta_0} \\ \iota_0 &= \frac{(-1.000000)}{1.000000 \cdot 1.000000} + \frac{(-1.000000)}{1.000000 \cdot 1.000000} + \theta_0 \\ \kappa_0 &= \delta_0 \cdot \alpha_0 + \varepsilon_0 + \varepsilon_0 + 1.000000^{1.000000} \cdot \iota_0 \\ \lambda_0 &= \delta_0 \cdot \left( \frac{1.000000}{1.000000} + \frac{1.000000}{1.000000} + \beta_0 \right) \\ \mu_0 &= \lambda_0 + 1.000000^{1.000000} \cdot \alpha_0 \cdot \iota_0 \\ \nu_0 &= (1.000000 + 1.000000) \cdot 1.000000 \cdot 1.000000 \\ \xi_0 &= 2.000000 \cdot \eta_0 - (-\zeta_0) \cdot (\nu_0 + \nu_0) \\ o_0 &= \frac{-\zeta_0}{\eta_0} + 1.000000 \cdot \frac{\xi_0}{\eta_0 \cdot \eta_0} \\ \pi_0 &= \frac{-\zeta_0}{\eta_0} + \frac{-\zeta_0}{\eta_0} + o_0 \\ \rho_0 &= 1.000000^{1.000000} \cdot \left( \frac{-\zeta_0}{\eta_0} + \pi_0 \right) \\ \sigma_0 &= 1.000000^{1.000000} \cdot \alpha_0 \cdot \iota_0 + \rho_0 \\ \tau_0 &= (\kappa_0 \cdot \alpha_0 + \lambda_0 + \mu_0 + \mu_0 + \sigma_0) \cdot \alpha_0 \\ v_0 &= \kappa_0 \cdot \left( \frac{1.000000}{1.000000} + \frac{1.000000}{1.000000} + \beta_0 \right) \\ \phi_0 &= 1.000000^{1.000000} \cdot \alpha_0 \cdot \left( \frac{-\zeta_0}{\eta_0} + \pi_0 \right) \\ \chi_0 &= \tau_0 + v_0 + v_0 + \delta_0 \cdot \iota_0 + v_0 + \delta_0 \cdot \iota_0 + \delta_0 \cdot \iota_0 + \phi_0 \\ \psi_0 &= 2.000000 \cdot 1.000000 \cdot 1.000000 \\ \omega_0 &= (1.000000 + 1.000000) \cdot (1.000000 + 1.000000) \\ \alpha_1 &= (-\zeta_0) \cdot (\psi_0 + \omega_0 + \omega_0 + \psi_0) \\ \beta_1 &= 2.000000 \cdot (\nu_0 + \nu_0) - (2.000000 \cdot (\nu_0 + \nu_0) + \alpha_1) \\ \gamma_1 &= \xi_0 \cdot ((\nu_0 + \nu_0) \cdot \eta_0 + \eta_0 \cdot (\nu_0 + \nu_0)) \\ \delta_1 &= \frac{\xi_0}{\eta_0 \cdot \eta_0} + 1.000000 \cdot \frac{\beta_1 \cdot \eta_0 \cdot \eta_0 - \gamma_1}{\eta_0 \cdot \eta_0 \cdot \eta_0 \cdot \eta_0} \\ \varepsilon_1 &= \frac{\xi_0}{\eta_0 \cdot \eta_0} + \frac{\xi_0}{\eta_0 \cdot \eta_0} + \frac{\xi_0}{\eta_0 \cdot \eta_0} + \delta_1 \\ \zeta_1 &= 1.000000^{1.000000} \cdot \left( \frac{\xi_0}{\eta_0 \cdot \eta_0} + \varepsilon_1 \right) \\ \eta_1 &= v_0 + \delta_0 \cdot \iota_0 + \delta_0 \cdot \iota_0 + \phi_0 + \delta_0 \cdot \iota_0 + \phi_0 + \phi_0 + \zeta_1 \end{aligned}$$

$$= \varepsilon_0 + \eta_0 + \eta_0 + \zeta_0 + 2.000000 + \eta_0 + \zeta_0 + 2.000000 + \theta_0$$

$$\begin{aligned}
&\text{где } \alpha_0 = 1.000000 + 1.000000 + 1.000000 \\
\beta_0 &= \alpha_0 + 1.000000 + (-1.000000) + 1.000000 + 1.000000 \\
\gamma_0 &= 1.000000 + 1.000000 + (-1.000000) \\
\delta_0 &= \beta_0 + \gamma_0 + \gamma_0 + (-1.000000) + 2.000000 \\
\varepsilon_0 &= \delta_0 + \alpha_0 + 1.000000 + (-1.000000) \\
\zeta_0 &= (1.000000 + 1.000000) \cdot (-1.000000) \\
\eta_0 &= \alpha_0 + 1.000000 + (-1.000000) + \zeta_0 \\
\theta_0 &= \zeta_0 + 2.000000 + 2.000000 + (-6.000000)
\end{aligned}$$

$$= 10.000000$$

итак,

$$f^{(5)}(1.000000) = 10.000000$$

разложение функции  $f(x)$  в ряд тейлора в точке 1.000000:

$$\begin{aligned}
&1.000000 \\
&+1.000000 \cdot (x - 1.000000)^1 \\
&+1.000000 \cdot (x - 1.000000)^2 \\
&+0.500000 \cdot (x - 1.000000)^3 \\
&+0.333333 \cdot (x - 1.000000)^4 \\
&+0.083333 \cdot (x - 1.000000)^5 \\
&+o((x - 1.000000)^5)
\end{aligned}$$

## 5 график функции

