# Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

Добавить страницу в закладки

Этот элемент курса проверен как 'Homework'
вес: 1.0

## Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

6/6 points (graded)

Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

*Задача 1*

Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки Si - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие - $R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наислабейшее предусловие.

| P1:: | P2:: |
|---|---|
| **begin** | **begin** |
| S1: z:= x; | S1′: x:= x+y; |
| S2: x:=y; | S2′: y:=y-x; |
| S3: y:=z; | S3′: x:=x+y; |
| **end** | **end** |

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему T: $I \rightarrow wp([S1; S2; S3], R)$, где $wp([S1; S2; S3], R)$ - наислабейшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp([S1; S2; S3], R)$.

Наислабейшее предусловие $wp([S1; S2; S3], Q)$, где $Q$ некое постусловие, а $S1, S2, S3$ – некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp([S1; S2; S3], Q) = wp(S1, (wp(S2, wp(S3, Q))))$$

Вычисляется $wp([S1; S2; S3], Q)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения:

$$wp(S3, Q) = wp3$$
$$wp(S2, wp3) = wp2$$
$$wp(S1, wp2) = wp1$$

В ответах выберите наислабейшее предусловие, получающееся при построении $wp([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

- (●) $wp2 = \{y = Y \wedge z = X\}$
- ( ) $wp2' = \{y + x = X \wedge -y = Y\}$
- ( ) $wp2' = \{-x = X \wedge y + x = Y\}$
- ( ) $wp1' = \{x + y = X \wedge y = Y\}$
- ( ) $wp2' = \{y - x = X \wedge x + y = Y\}$

✔

*Задача 2*

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа $X$ в целую неотрицательную степень $N$. Проверьте корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наислабейшее предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант $A$, сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

$I = \{N > 0\}$

**begin**

S1: x:=X;

S2: n:=N;

S3: z:=1;

$A = \{?\}$

**while do**

[] B1: (n≠0 ^ odd(n)) $\to$

**begin**

S4: n:=n-1;

S5: z:=z*x;

**end**

[] B2: (n≠0 ^ ¬odd(n)) $\to$

**begin**

S6: n:=n / 2;

S7: x:=x*x;

**end**

**od**

$R = \{z = X^N\}$

**end**

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: Si – метка оператора, Bj – метка условия. Под odd(n) понимается операция вычисления нечетности n: если n – нечетное, то odd(n)=1, иначе odd(n)=0. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []$<$условие-предохранитель$>$ $\to$ $<$список операторов$>$ Если список оператров выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

T1: $I \to wp\left([S1; S2; S3], A\right)$

T2: $A \wedge \neg\left(B_1 \vee B_2\right) \to R$

T3: $A \wedge B_1 \to wp\left([S4; S5], A\right)$

T4: $A \wedge B_2 \to wp\left([S6; S7], A\right)$

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем $T1 - T4$. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

**Ответ**
Верно:
Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т1, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [x] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [x] $\{N > 0\} \to 1$
- [x] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [x] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

**Ответ**
Верно:
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.
Верно. Это собственно формулировка теоремы Т1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т2, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$

- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

**Ответ**
Верно:
Верно. Это собственно формулировка теоремы Т2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т3, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [x] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

**Ответ**
Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы Т3, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т4, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

- [ ] $\{N > 0\} \rightarrow 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**

Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы Т4, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp7.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp6 после упрощений.

Отправить Вы использовали 2 из 3 попыток

< Назад

Далее : Содержание модуля 13 >
1 min

# Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

Добавить страницу в закладки

**Этот элемент курса проверен как 'Homework'**
**вес: 1.0**

# Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

5/6 points (graded)

Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

*Задача 1*

Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки Si - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие - $R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наислабейшее предусловие.

| P1:: | P2:: |
|---|---|
| **begin** | **begin** |
| S1: z:= x; | S1′: x:= x+y; |
| S2: x:=y; | S2′: y:=y-x; |
| S3: y:=z; | S3′: x:=x+y; |
| **end** | **end** |

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему Т: $I \rightarrow wp([S1; S2; S3], R)$, где $wp([S1; S2; S3], R)$ - наислабейшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp([S1; S2; S3], R)$.

Наислабейшее предусловие $wp([S1; S2; S3], Q)$, где $Q$ некое постусловие, а $S1, S2, S3$ – некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp([S1; S2; S3], Q) = wp(S1, (wp(S2, wp(S3, Q)))$$

Вычисляется $wp([S1; S2; S3], Q)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения:

$wp(S3, Q) = wp3$

$wp(S2, wp3) = wp2$

$wp(S1, wp2) = wp1$

В ответах выберите наислабейшее предусловие, получающееся при построении $wp([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

- ( ) $wp1 = \{z = X \wedge y = Y\}$
- ( ) $wp2 = \{y = Y \wedge z = X\}$
- ( ) $wp1 = \{x = X \wedge y = Y \wedge z = y\}$
- ( ) $wp2' = \{y - x = X \wedge x + y = Y\}$
- (•) $wp2 = \{x = Y \wedge y = X \wedge y = z \wedge x = y\}$

✖

**Ответ**

Неверно:

Нарушено правило построения наислабейшего предусловия для оператора присваивания. Обратите внимание, что переменная заменяется.

*Задача 2*

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа $X$ в целую неотрицательную степень $N$. Проверьте

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа $X$ в целую неотрицательную степень $N$. Проверьте корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наислабейшее предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант $A$, сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

$I = \{N > 0\}$

**begin**

S1: x:=X;

S2: n:=N;

S3: z:=1;

$A = \{?\}$

**while do**

**[]** B1: (n ≠ 0 ^ odd(n)) →

**begin**

S4: n:=n-1;

S5: z:=z*x;

**end**

**[]** B2: (n ≠ 0 ^ ¬odd(n)) →

**begin**

S6: n:=n / 2;

S7: x:=x*x;

**end**

**od**

$R = \{z = X^N\}$

**end**

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: Si – метка оператора, Bj – метка условия. Под odd(n) понимается операция вычисления нечетности n: если n – нечетное, то odd(n)=1, иначе odd(n)=0. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: [] $<$ условие-предохранитель $>$ $\rightarrow$ $<$ список операторов $>$ Если список опeратров выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

T1: $I \rightarrow wp([S1; S2; S3], A)$

T2: $A \wedge \neg(B_1 \vee B_2) \rightarrow R$

T3: $A \wedge B_1 \rightarrow wp([S4; S5], A)$

T4: $A \wedge B_2 \rightarrow wp([S6; S7], A)$

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем $T1 - T4$. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \rightarrow 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$

- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$

**Ответ**
Верно:
Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T1, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [x] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [x] $\{N > 0\} \rightarrow 1$
- [x] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [x] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$

**Ответ**
Верно:
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.
Верно. Это собственно формулировка теоремы T1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T2, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это собственно формулировка теоремы Т2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т3, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [x] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы Т3, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т4, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$

- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \rightarrow 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**

Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы T4, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp7.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp6 после упрощений.

Отправить Вы использовали 2 из 3 попыток

< Назад

Далее : Содержание модуля 13 >
1 min

# Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

Этот элемент курса проверен как 'Homework'
вес: 1.0

## Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

6/6 points (graded)
Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

*Задача 1*
Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки Si - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие - $R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наислабейшее предусловие.

| P1:: | P2:: |
|---|---|
| **begin** | **begin** |
| S1: z:= x; | S1′: x:= x+y; |
| S2: x:=y; | S2′: y:=y-x; |
| S3: y:=z; | S3′: x:=x+y; |
| **end** | **end** |

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему T:
$I \rightarrow wp\left([S1; S2; S3], R\right)$, где $wp\left([S1; S2; S3], R\right)$ - наислабейшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp\left([S1; S2; S3], R\right)$.

Наислабейшее предусловие $wp\left([S1; S2; S3], Q\right)$, где $Q$ некое постусловие, а $S1, S2, S3$ – некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp\left([S1; S2; S3], Q\right) = wp(S1, (wp\left(S2, wp\left(S3, Q\right)\right)))$$

Вычисляется $wp\left([S1; S2; S3], Q\right)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp\left([S1; S2; S3], Q\right)$, введем следующие обозначения:

$$wp\left(S3, Q\right) = wp3$$
$$wp\left(S2, wp3\right) = wp2$$
$$wp\left(S1, wp2\right) = wp1$$

В ответах выберите наислабейшее предусловие, получающееся при построении $wp\left([S1; S2; S3], R\right)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

- ( ) $wp3' = \{y = X \wedge x - y = Y\}$
- ( ) $wp2' = \{-x = X \wedge y + x = Y\}$
- ( ) $wp1' = \{y = Y \wedge x = X\}$
- (•) $wp2' = \{y - x = X \wedge y = Y\}$
- ( ) $wp1' = \{2y - x = X \wedge y = Y\}$

✔

*Задача 2*
Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа $X$ в целую неотрицательную степень $N$. Проверьте корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наислабейшее предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант $A$, сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

$I = \{N > 0\}$

**begin**

S1: x:=X;

S2: n:=N;

S3: z:=1;

$A = \{?\}$

**while do**

[] B1: (n≠0 ^ odd(n)) $\rightarrow$

**begin**

S4: n:=n-1;

S5: z:=z*x;

**end**

[] B2: (n≠0 ^ ¬odd(n)) $\rightarrow$

**begin**

S6: n:=n / 2;

S7: x:=x*x;

**end**

**od**

$R = \{z = X^N\}$

**end**

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: Si – метка оператора, Bj – метка условия. Под odd(n) понимается операция вычисления нечетности n: если n – нечетное, то odd(n)=1, иначе odd(n)=0. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []$<$условие-предохранитель$>$ $\rightarrow$ $<$список операторов$>$ Если список опeратров выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

T1: $I \rightarrow wp\left([S1; S2; S3], A\right)$

T2: $A \wedge \neg\left(B_1 \vee B_2\right) \rightarrow R$

T3: $A \wedge B_1 \rightarrow wp\left([S4; S5], A\right)$

T4: $A \wedge B_2 \rightarrow wp\left([S6; S7], A\right)$

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем $T1 - T4$. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \rightarrow 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T1, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [x] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [x] $\{N > 0\} \to 1$
- [x] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [x] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.
Верно. Это собственно формулировка теоремы T1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T2, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$

- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это собственно формулировка теоремы T2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T3, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [x] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы T3, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T4, т.е. являющиеся наис /p>

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$

- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы T4, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp7.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp6 после упрощений.

Отправить Вы использовали 1 из 3 попыток

✔ Верно (6/6 баллов)

# Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

Этот элемент курса проверен как 'Homework'
вес: 1.0

## Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

5/6 points (graded)
Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

*Задача 1*
Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки Si - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие - $R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наислабейшее предусловие.

| P1:: | P2:: |
|---|---|
| **begin** | **begin** |
| S1: z:= x; | S1′: x:= x+y; |
| S2: x:=y; | S2′: y:=y-x; |
| S3: y:=z; | S3′: x:=x+y; |
| **end** | **end** |

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему T:
$I \rightarrow wp\left([S1; S2; S3], R\right)$, где $wp\left([S1; S2; S3], R\right)$ - наислабейшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp\left([S1; S2; S3], R\right)$.

Наислабейшее предусловие $wp\left([S1; S2; S3], Q\right)$, где $Q$ некое постусловие, а $S1, S2, S3$ – некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp\left([S1; S2; S3], Q\right) = wp(S1, (wp\left(S2, wp\left(S3, Q\right)\right)))$$

Вычисляется $wp\left([S1; S2; S3], Q\right)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp\left([S1; S2; S3], Q\right)$, введем следующие обозначения:

$$wp\left(S3, Q\right) = wp3$$
$$wp\left(S2, wp3\right) = wp2$$
$$wp\left(S1, wp2\right) = wp1$$

В ответах выберите наислабейшее предусловие, получающееся при построении $wp\left([S1; S2; S3], R\right)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

- (•) $wp2' = \{y - x = X \wedge x + y = Y\}$
- ( ) $wp1' = \{2y - x = X \wedge y = Y\}$
- ( ) $wp2 = \{y = Y \wedge z = X\}$
- ( ) $wp1' = \{x + y = X \wedge y = Y\}$
- ( ) $wp2' = \{y + x = X \wedge -y = Y\}$

✖

**Ответ**
Неверно:
Построение предусловия осуществляется последовательно. Нельзя одновременно подставлять переменные от нескольких операторов.

*Задача 2*

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа $X$ в целую неотрицательную степень $N$. Проверьте ко /p>

$I = \{N > 0\}$

**begin**

S1: x:=X;

S2: n:=N;

S3: z:=1;

$A = \{?\}$

**while do**

[] B1: (n≠0 ^ odd(n)) →

**begin**

S4: n:=n-1;

S5: z:=z*x;

**end**

[] B2: (n≠0 ^ ¬odd(n)) →

**begin**

S6: n:=n / 2;

S7: x:=x*x;

**end**

**od**

$R = \{z = X^N\}$

**end**

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: Si – метка оператора, Bj – метка условия. Под odd(n) понимается операция вычисления нечетности n: если n – нечетное, то odd(n)=1, иначе odd(n)=0. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []<условие-предохранитель> → <список операторов> Если список опратров выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

T1: $I \to wp\left([S1; S2; S3], A\right)$

T2: $A \wedge \neg\left(B_1 \vee B_2\right) \to R$

T3: $A \wedge B_1 \to wp\left([S4; S5], A\right)$

T4: $A \wedge B_2 \to wp\left([S6; S7], A\right)$

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем $T1 - T4$. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$

**Ответ**
Верно:
Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T1, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [x] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [x] $\{N > 0\} \rightarrow 1$
- [x] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [x] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$

**Ответ**
Верно:
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.
Верно. Это собственно формулировка теоремы T1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T2, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \rightarrow 1$

- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это собственно формулировка теоремы Т2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т3, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [x] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы Т3, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т4, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы T4, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp7.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp6 после упрощений.

Отправить Вы использовали 1 из 3 попыток

Курс Прогресс Даты Обсуждение Ю.Г. Карпов "Конспект к курсу математической логики"

Курс / Домашнее задание 9 / Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

Назад Далее

# Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

Добавить страницу в закладки

Этот элемент курса проверен как 'Homework'
вес: 1.0

# Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

6/6 points (graded)
Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

*Задача 1*
Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки Si - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие - $R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наислабейшее предусловие.

| P1:: | P2:: |
|---|---|
| **begin** | **begin** |
| S1: z:= x; | S1′: x:= x+y; |
| S2: x:=y; | S2′: y:=y-x; |
| S3: y:=z; | S3′: x:=x+y; |
| **end** | **end** |

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему T:
$I \to wp\left([S1; S2; S3], R\right)$, где $wp\left([S1; S2; S3], R\right)$ - наислабейшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp\left([S1; S2; S3], R\right)$.

Наислабейшее предусловие $wp\left([S1; S2; S3], Q\right)$, где $Q$ некое постусловие, а $S1, S2, S3$ – некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp\left([S1; S2; S3], Q\right) = wp(S1, (wp\left(S2, wp\left(S3, Q\right)\right))$$

Вычисляется $wp\left([S1; S2; S3], Q\right)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp\left([S1; S2; S3], Q\right)$, введем следующие обозначения:

$$wp\left(S3, Q\right) = wp3$$
$$wp\left(S2, wp3\right) = wp2$$
$$wp\left(S1, wp2\right) = wp1$$

В ответах выберите наислабейшее предусловие, получающееся при построении $wp\left([S1; S2; S3], R\right)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

- (•) $wp3' = \{y = X \wedge x + y = Y\}$
- ( ) $wp3' = \{y = X \wedge x - y = Y\}$
- ( ) $wp2' = \{y + x = X \wedge -y = Y\}$
- ( ) $wp1' = \{y = Y \wedge x = X\}$
- ( ) $wp1' = \{2y - x = X \wedge y = Y\}$

✔

*Задача 2*
Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа $X$ в целую неотрицательную степень $N$. Проверьте корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наислабейшее предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант $A$, сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

$I = \{N > 0\}$

**begin**

S1: x:=X;

S2: n:=N;

S3: z:=1;

$A = \{?\}$

**while do**

**[]** B1: (n≠0 ^ odd(n)) $\rightarrow$

**begin**

S4: n:=n-1;

S5: z:=z*x;

**end**

**[]** B2: (n≠0 ^ ¬odd(n)) $\rightarrow$

**begin**

S6: n:=n / 2;

S7: x:=x*x;

**end**

**od**

$R = \{z = X^N\}$

**end**

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: Si – метка оператора, Bj – метка условия. Под odd(n) понимается операция вычисления нечетности n: если n – нечетное, то odd(n)=1, иначе odd(n)=0. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []$<$условие-предохранитель$>$ $\rightarrow$ $<$список операторов$>$ Если список оператров выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

T1: $I \rightarrow wp\left([S1; S2; S3], A\right)$
T2: $A \wedge \neg\left(B_1 \vee B_2\right) \rightarrow R$
T3: $A \wedge B_1 \rightarrow wp\left([S4; S5], A\right)$
T4: $A \wedge B_2 \rightarrow wp\left([S6; S7], A\right)$

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем $T1 - T4$. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \rightarrow 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

**Ответ**
Верно:
Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T1, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [x] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [x] $\{N > 0\} \to 1$
- [x] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [x] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

**Ответ**
Верно:
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.
Верно. Это собственно формулировка теоремы T1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T2, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$

- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \land (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это собственно формулировка теоремы Т2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т3, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \land (n \neq 0) \land odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \land (n \neq 0) \land \neg odd\,(n)\}$
- [x] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \land (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы Т3, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т4, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \land (n \neq 0) \land odd\,(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \land (n \neq 0) \land \neg odd\,(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы T4, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp7.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp6 после упрощений.

Отправить Вы использовали 1 из 3 попыток

✔ Верно (6/6 баллов)

< Назад Далее >

- $wp3 = \{x = Y \wedge y = X \wedge y = z\}$
- $wp1' = \{2y - x = X \wedge y = Y\}$
- $wp1' = \{-x = X \wedge y = Y\}$
- $wp1 = \{z = X \wedge y = Y\}$ ✖
- $wp2' = \{-x = X \wedge y + x = Y\}$

Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения:

$$wp(S3, Q) = wp3$$

$$wp(S2, wp3) = wp2$$

$$wp(S1, wp2) = wp1$$

В ответах выберите наислабейшее предусловие, получающееся при построении $wp([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

- ○ $wp3 = \{x = Y \wedge y = X \wedge y = z\}$
- ○ $wp2 = \{x = Y \wedge y = X \wedge y = z \wedge x = y\}$
- ○ $wp1 = \{z = X \wedge y = Y\}$
- ● $wp3' = \{y = X \wedge x + y = Y\}$ ✔
- ○ $wp1' = \{y = Y \wedge x = X\}$

- (selected) $wp1' = \{-x = X \wedge y = Y\}$ ✔
- $wp1 = \{x = X \wedge y = Y \wedge z = y\}$
- $wp1' = \{y = Y \wedge x = X\}$
- $wp2 = \{x = Y \wedge y = X \wedge y = z \wedge x = y\}$
- $wp2' = \{-x = X \wedge y + x = Y\}$

- ○ $wp2 = \{z = X \land x = Y\}$
- ○ $wp1' = \{2y - x = X \land y = Y\}$
- ● $wp3' = \{y = X \land x + y = Y\}$ ✔
- ○ $wp1' = \{x + y = X \land y = Y\}$
- ○ $wp2' = \{y + x = X \land -y = Y\}$

- ○ $wp2 = \{z = X \wedge x = Y\}$
- ○ $wp1 = \{x = X \wedge y = Y \wedge z = y\}$
- ○ $wp1' = \{y = Y \wedge x = X\}$
- ◉ $wp3' = \{y = X \wedge x + y = Y\}$ ✔
- ○ $wp2 = \{x = Y \wedge y = X \wedge y = z \wedge x = y\}$

- ○ $wp1 = \{x = X \wedge y = Y \wedge z = y\}$
- ◉ $wp3' = \{y = X \wedge x + y = Y\}$ ✔
- ○ $wp1' = \{x + y = X \wedge y = Y\}$
- ○ $wp3' = \{y = X \wedge x - y = Y\}$
- ○ $wp2' = \{y + x = X \wedge -y = Y\}$

- ○ $wp1' = \{y = Y \land x = X\}$
- ◉ $wp3' = \{y = X \land x + y = Y\}$ ✔
- ○ $wp2 = \{x = Y \land y = X \land y = z \land x = y\}$
- ○ $wp1 = \{x = X \land y = Y \land z = y\}$
- ○ $wp3 = \{x = Y \land y = X \land y = z\}$

- [x] $wp3' = \{y = X \wedge x + y = Y\}$ ✔
- [ ] $wp3' = \{y = X \wedge x - y = Y\}$
- [ ] $wp2' = \{y + x = X \wedge -y = Y\}$
- [ ] $wp2 = \{z = X \wedge x = Y\}$
- [ ] $wp2' = \{-x = X \wedge y + x = Y\}$

- [x] $wp1' = \{-x = X \wedge y = Y\}$ ✔
- [ ] $wp3' = \{y = X \wedge x - y = Y\}$
- [ ] $wp1' = \{2y - x = X \wedge y = Y\}$
- [ ] $wp2' = \{y - x = X \wedge x + y = Y\}$
- [ ] $wp1' = \{x + y = X \wedge y = Y\}$

- ○ $wp1 = \{x = X \wedge y = Y \wedge z = y\}$
- ○ $wp1' = \{x + y = X \wedge y = Y\}$
- ○ $wp2 = \{y = Y \wedge z = X\}$
- ○ $wp1 = \{z = X \wedge y = Y\}$
- ◉ $wp2' = \{-x = X \wedge y + x = Y\}$ ✖

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем $T1 - T4$. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \land (n \neq 0) \land odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \land (n \neq 0) \land \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \land (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

2.1

**Answer**
Correct:
Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T1, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [x] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [x] $\{N > 0\} \to \mathbf{1}$
- [x] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [x] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

2.2

**Answer**

Correct:

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.

Верно. Это собственно формулировка теоремы T1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т2, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

2. 3

✔

**Answer**

Correct:

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т3, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = \mathbf{1}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [x] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

2.4

✔

**Answer**

Correct:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т3, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T4, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

2.5

**Answer**

Correct:

Верно. Это формулировка посылки теоремы T4, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp7.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp6 после упрощений.

# Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

Добавить страницу в закладки

Этот элемент курса проверен как 'Homework'
вес: 1.0

## Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

6/6 points (graded)

Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

*Задача 1*

Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки Si - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие - $R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наислабейшее предусловие.

| P1:: | P2:: |
|---|---|
| **begin** | **begin** |
| S1: z:= x; | S1′: x:= x+y; |
| S2: x:=y; | S2′: y:=y-x; |
| S3: y:=z; | S3′: x:=x+y; |
| **end** | **end** |

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему T: $I \to wp\left([S1; S2; S3], R\right)$, где $wp\left([S1; S2; S3], R\right)$ - наислабейшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp\left([S1; S2; S3], R\right)$.

Наислабейшее предусловие $wp\left([S1; S2; S3], Q\right)$, где $Q$ некое постусловие, а $S1, S2, S3$ – некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp\left([S1; S2; S3], Q\right) = wp(S1, (wp\left(S2, wp\left(S3, Q\right)\right)))$$

Вычисляется $wp\left([S1; S2; S3], Q\right)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp\left([S1; S2; S3], Q\right)$, введем следующие обозначения:

$wp\left(S3, Q\right) = wp3$
$wp\left(S2, wp3\right) = wp2$
$wp\left(S1, wp2\right) = wp1$

В ответах выберите наислабейшее предусловие, получающееся при построении $wp\left([S1; S2; S3], R\right)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

- (•) $wp1' = \{-x = X \wedge y = Y\}$
- ( ) $wp2 = \{z = X \wedge x = Y\}$
- ( ) $wp1 = \{z = X \wedge y = Y\}$
- ( ) $wp1' = \{x + y = X \wedge y = Y\}$
- ( ) $wp3' = \{y = X \wedge x - y = Y\}$

✔

*Задача 2*

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа $X$ в целую неотрицательную степень $N$. Проверьте корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наислабейшее предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант $A$, сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

$I = \{N > 0\}$
**begin**
S1: x:=X;
S2: n:=N;
S3: z:=1;
$A = \{?\}$
**while do**
  [] B1: (n≠0 ^ odd(n)) →
    **begin**
    S4: n:=n-1;
    S5: z:=z*x;
    **end**
  [] B2: (n≠0 ^ ¬odd(n)) →
    **begin**
    S6: n:=n / 2;
    S7: x:=x*x;
    **end**
**od**
$R = \{z = X^N\}$
**end**

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: Si – метка оператора, Bj – метка условия. Под odd(n) понимается операция вычисления нечетности n: если n – нечетное, то odd(n)=1, иначе odd(n)=0. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []$<$условие-предохранитель$>$ $\to$ $<$список операторов$>$ Если список операторов выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

T1: $I \to wp\left([S1; S2; S3], A\right)$
T2: $A \wedge \neg\left(B_1 \vee B_2\right) \to R$
T3: $A \wedge B_1 \to wp\left([S4; S5], A\right)$
T4: $A \wedge B_2 \to wp\left([S6; S7], A\right)$

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем $T1 - T4$. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\left(n\right)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\left(n\right)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T1, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\left(n\right)\}$
- [x] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\left(n\right)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [x] $\{N > 0\} \to 1$
- [x] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [x] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.
Верно. Это собственно формулировка теоремы T1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T2, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\left(n\right)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\left(n\right)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это собственно формулировка теоремы T2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T3, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\left(n\right)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\left(n\right)\}$
- [x] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы T3, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T4, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd\left(n\right)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd\left(n\right)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы T4, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp7.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp6 после упрощений.

Сбросить

Отправить | Вы использовали 1 из 3 попыток

# Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

ЭТОТ ЭЛЕМЕНТ КУРСА ОЦЕНИВАЕТСЯ КАК 'HOMEWORK'

ВЕС: 1.0

ДО 28 АПР. 2020 Г. 12:00 MSK



## Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

6 из 6 баллов (оценивается)

*Задача 1*

| P1:: | P2:: |
|---|---|
| **begin** | **begin** |
| S1: z:= x; | S1’: x:= x+y; |
| S2: x:=y; | S2’: y:=y-x; |
| S3: y:=z; | S3’: x:=x+y; |
| **end** | **end** |

$$wp(S3, Q) = wp3$$
$$wp(S2, wp3) = wp2$$
$$wp(S1, wp2) = wp1$$

Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки Si - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие -

$R = \{x = Y \land y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наислабейшее предусловие.

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему T: $I \to wp([S1; S2; S3], R)$, где $wp([S1; S2; S3], R)$ - наислабейшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp([S1; S2; S3], R)$.

Наислабейшее предусловие $wp([S1; S2; S3], Q)$, где $Q$ некое постусловие, а $S1, S2, S3$ – некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp([S1; S2; S3], Q) = wp(S1, (wp(S2, wp(S3, Q)))$$

Вычисляется $wp([S1; S2; S3], Q)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения:

В ответах выберите наислабейшее предусловие, получающееся при построении $wp([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

- ○ $wp2 = \{x = Y \land y = X \land y = z \land x = y\}$
- ○ $wp1' = \{y = Y \land x = X\}$
- ○ $wp1' = \{2y - x = X \land y = Y\}$
- ○ $wp2' = \{-x = X \land y + x = Y\}$
- ◉ $wp2 = \{y = Y \land z = X\}$ ✔

*Задача 2*

$I = \{N > 0\}$

**begin**

S1: x:=X;

S2: n:=N;

S3: z:=1;

$A = \{?\}$

**while do**

**[]** B1: (n≠0 ^ odd(n)) $\rightarrow$

**begin**

S4: n:=n-1;

S5: z:=z*x;

**end**

**[]** B2: (n≠0 ^ ¬odd(n)) $\rightarrow$

**begin**

S6: n:=n / 2;

S7: x:=x*x;

**end**

**od**

$R = \{z = X^N\}$

**end**

T1: $I \rightarrow wp([S1; S2; S3], A)$

T2: $A \wedge \neg(B_1 \vee B_2) \rightarrow R$

T3: $A \wedge B_1 \rightarrow wp([S4; S5], A)$

T4: $A \wedge B_2 \rightarrow wp([S6; S7], A)$

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа $X$ в целую неотрицательную степень $N$. Проверьте корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наислабейшее предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант $A$, сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: Si – метка оператора, Bj – метка условия. Под odd(n) понимается операция вычисления нечетности n: если n – нечетное, то odd(n)=1, иначе odd(n)=0. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []$<$условие-предохранитель$>$ $\rightarrow$ $<$список операторов$>$ Если список оператров выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем $T1 - T4$. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \rightarrow 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T1, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [x] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

- [x] $\{N > 0\} \to 1$
- [x] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [x] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.
Верно. Это собственно формулировка теоремы T1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T2, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$

- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это собственно формулировка теоремы Т2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т3, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [x] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы T3, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T4, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \rightarrow 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы T4, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp7.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp6 после упрощений.

Вы использовали 1 из 3 попыток

Отправить

✔ Верно (6/6 баллов)

# Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

ЭТОТ ЭЛЕМЕНТ КУРСА ОЦЕНИВАЕТСЯ КАК 'HOMEWORK'
ВЕС: 1.0
ДО 28 АПР. 2020 Г. 12:00 MSK

Добавить страницу в мои закладки

## Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

6 из 6 баллов (оценивается)

*Задача 1*

| P1:: | P2:: |
|---|---|
| **begin** | **begin** |
| S1: z:= x; | S1’: x:= x+y; |
| S2: x:=y; | S2’: y:=y-x; |
| S3: y:=z; | S3’: x:=x+y; |
| **end** | **end** |

$$wp(S3, Q) = wp3$$
$$wp(S2, wp3) = wp2$$
$$wp(S1, wp2) = wp1$$

Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки Si - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие -

$R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наислабейшее предусловие.

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему T: $I \rightarrow wp([S1; S2; S3], R)$, где $wp([S1; S2; S3], R)$ - наислабейшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp([S1; S2; S3], R)$.

Наислабейшее предусловие $wp([S1; S2; S3], Q)$, где $Q$ некое постусловие, а $S1, S2, S3$ – некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp([S1; S2; S3], Q) = wp(S1, (wp(S2, wp(S3, Q)))$$

Вычисляется $wp([S1; S2; S3], Q)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения:

В ответах выберите наислабейшее предусловие, получающееся при построении $wp([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

- ○ $wp1 = \{x = X \wedge y = Y \wedge z = y\}$
- ◉ $wp2 = \{y = Y \wedge z = X\}$ ✔
- ○ $wp1' = \{2y - x = X \wedge y = Y\}$
- ○ $wp3' = \{y = X \wedge x - y = Y\}$
- ○ $wp1 = \{z = X \wedge y = Y\}$

*Задача 2*

$I = \{N > 0\}$

**begin**

S1: x:=X;

S2: n:=N;

S3: z:=1;

$A = \{?\}$

**while do**

**[]** B1: (n$\neq$0 ^ odd(n)) $\rightarrow$

**begin**

S4: n:=n-1;

S5: z:=z*x;

**end**

**[]** B2: (n$\neq$0 ^ ¬odd(n)) $\rightarrow$

**begin**

S6: n:=n / 2;

S7: x:=x*x;

**end**

**od**

$R = \{z = X^N\}$

**end**

T1: $I \rightarrow wp([S1; S2; S3], A)$

T2: $A \wedge \neg(B_1 \vee B_2) \rightarrow R$

T3: $A \wedge B_1 \rightarrow wp([S4; S5], A)$

T4: $A \wedge B_2 \rightarrow wp([S6; S7], A)$

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа $X$ в целую неотрицательную степень $N$. Проверьте корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наислабейшее предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант $A$, сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: Si – метка оператора, Bj – метка условия. Под odd(n) понимается операция вычисления нечетности n: если n – нечетное, то odd(n)=1, иначе odd(n)=0. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []$<$условие-предохранитель$>$ $\rightarrow$ $<$список операторов$>$ Если список опратров выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем $T1 - T4$. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \rightarrow 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T1, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [x] $\{X^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

- [x] $\{N > 0\} \to 1$
- [x] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [x] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.
Верно. Это собственно формулировка теоремы T1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T2, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$

- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это собственно формулировка теоремы T2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T3, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [x] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \to 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \to \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы T3, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T4, т.е. являющиеся наислабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge odd(n)\}$
- [ ] $\{X^N = X^N\} = 1$
- [x] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg odd(n)\}$
- [ ] $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- [ ] $\{N > 0\} \rightarrow 1$
- [ ] $\{x^n = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- [x] $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- [ ] $\{x^N = X^N\}$
- [ ] $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$

✔

**Ответ**
Верно:
Верно. Это формулировка посылки теоремы T4, т.е. левая часть импликации.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp7.
Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp6 после упрощений.

Вы использовали 1 из 3 попыток

Отправить

✔ Верно (6/6 баллов)

Каталог курсов
Направления подготовки