



◀ Назад

Далее ▶

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

Добавить страницу в закладки

Этот элемент курса проверен как 'Homework'
вес: 1.0

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

6/6 points (graded)

Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

Задача 1

Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки S_i - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие - $R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наилнейшее предусловие.

P1::	P2::
begin	begin
$S1: z := x;$	$S1': x := x + y;$
$S2: x := y;$	$S2': y := y - x;$
$S3: y := z;$	$S3': x := x + y;$
end	end

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему Т:

$I \rightarrow wp([S1; S2; S3], R)$, где $wp([S1; S2; S3], R)$ - наилнейшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp([S1; S2; S3], R)$.

Наилнейшее предусловие $wp([S1; S2; S3], Q)$, где Q некое постусловие, а $S1, S2, S3$ – некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp([S1; S2; S3], Q) = wp(S1, (wp(S2, wp(S3, Q))))$$

Вычисляется $wp([S1; S2; S3], Q)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения:

$$wp(S3, Q) = wp3$$

$$wp(S2, wp3) = wp2$$

$$wp(S1, wp2) = wp1$$

В ответах выберите наилнейшее предусловие, получающееся при построении $wp([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

$wp2 = \{y = Y \wedge z = X\}$

$wp2' = \{y + x = X \wedge -y = Y\}$

$wp2' = \{-x = X \wedge y + x = Y\}$

$wp1' = \{x + y = X \wedge y = Y\}$

$wp2' = \{y - x = X \wedge x + y = Y\}$



Задача 2

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа X в целую неотрицательную степень N . Проверьте корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наилнейшее предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант A , сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

$$I = \{N > 0\}$$

begin

S1: $x := X;$

S2: $n := N;$

S3: $z := 1;$

$$A = \{?\}$$

while do

$$\Box B1: (n \neq 0 \wedge \text{odd}(n)) \rightarrow$$

begin

S4: $n := n - 1;$

S5: $z := z * x;$

end

$$\Box B2: (n \neq 0 \wedge \neg \text{odd}(n)) \rightarrow$$

begin

S6: $n := n / 2;$

S7: $x := x * x;$

end

od

$$R = \{z = X^N\}$$

end

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: Si – метка оператора, Bj – метка условия. Под odd(n) понимается операция вычисления нечетности n: если n – нечетное, то odd(n)=1, иначе odd(n)=0. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []<условие-предохранитель> → <список операторов> Если список операторов выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

$$T1: I \rightarrow wp([S1; S2; S3], A)$$

$$T2: A \wedge \neg(B_1 \vee B_2) \rightarrow R$$

$$T3: A \wedge B_1 \rightarrow wp([S4; S5], A)$$

$$T4: A \wedge B_2 \rightarrow wp([S6; S7], A)$$

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем **T1 – T4**. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Ответ

Верно:

Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т1, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Ответ

Верно:

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т2, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\} = 1$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это собственно формулировка теоремы T2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т3, т.е. являющиеся наи slabейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т3, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т4, т.е. являющиеся наи slabейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т4, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp7.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp6 после упрощений.

[Отправить](#)

Вы использовали 2 из 3 попыток

[◀ Назад](#)[Далее : Содержание модуля 13](#)

1 min

© Все права защищены

[Каталог курсов](#)[Каталог программ](#)[Направления подготовки](#)[О проекте](#)[Вопрос-ответ](#)[Задать вопрос](#)[Системные требования](#)[Пользовательское соглашение](#)[Контактная информация](#)[Контакты для СМИ](#)[Политика в отношении перс. данных](#)POWERED BY
OPENedX®  Ru | [En](#)Подписаться на новости
Открытого образования России[Подписаться](#)



[Курс](#) [Прогресс](#) [Даты](#) [Обсуждение](#) [Ю.Г. Карпов "Конспект к курсу математической логики"](#)

🏠 Курс / Домашнее задание 9 / Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"



< Назад

Далее >

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

Добавить страницу в закладки

Этот элемент курса проверен как 'Homework'

вес: 1.0

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

5/6 points (graded)

Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

Задача 1

Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки S_i - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие - $R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наименее слабое предусловие.

P1:: P2::

begin

S1: z:= x; S1': x:= x+y;
S2: x:=y; S2': y:=y-x;
S3: y:=z; S3': x:=x+y;

end **end**

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему $T: I \rightarrow wp([S1; S2; S3], R)$, где $wp([S1; S2; S3], R)$ - наименее слабое предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp([S1; S2; S3], R)$.

Наименее слабое предусловие $wp([S1; S2; S3], Q)$, где Q некое постусловие, а $S1, S2, S3$ – некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp([S1; S2; S3], Q) = wp(S1, (wp(S2, wp(S3, Q))))$$

Вычисляется $wp([S1; S2; S3], Q)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения:

$$wp(S3, Q) = wp3$$

$$wp(S2, wp3) = wp2$$

$$wp(S1, wp2) = wp1$$

В ответах выберите наименее слабое предусловие, получающееся при построении $wp([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

wp1 = {z = X \wedge y = Y}

wp2 = {y = Y \wedge z = X}

wp1 = {x = X \wedge y = Y \wedge z = y}

wp2' = {y - x = X \wedge x + y = Y}

wp2 = {x = Y \wedge y = X \wedge y = z \wedge x = y}

×

Ответ

Неверно:

Нарушено правило построения наименее слабого предусловия для оператора присваивания. Обратите внимание, что переменная заменяется.

Задача 2

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа X в неотрицательную степень N . Проверьте

корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наилучшее предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант A , сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

$$I = \{N > 0\}$$

begin

S1: $x := X;$

S2: $n := N;$

S3: $z := 1;$

$$A = \{\ ? \}$$

while do

$$[] B1: (n \neq 0 \wedge \text{odd}(n)) \rightarrow$$

begin

S4: $n := n - 1;$

S5: $z := z * x;$

end

$$[] B2: (n \neq 0 \wedge \neg \text{odd}(n)) \rightarrow$$

begin

S6: $n := n / 2;$

S7: $x := x * x;$

end

od

$$R = \{z = X^N\}$$

end

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: S_i – метка оператора, B_j – метка условия. Под $\text{odd}(n)$ понимается операция вычисления нечетности n : если n – нечетное, то $\text{odd}(n)=1$, иначе $\text{odd}(n)=0$. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: [] <условие-предохранитель> → <список операторов> Если список операторов выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

$$T1: I \rightarrow wp([S1; S2; S3], A)$$

$$T2: A \wedge \neg(B_1 \vee B_2) \rightarrow R$$

$$T3: A \wedge B_1 \rightarrow wp([S4; S5], A)$$

$$T4: A \wedge B_2 \rightarrow wp([S6; S7], A)$$

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем $T1 - T4$. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

$$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$$

$$\{X^N = X^N\}$$

$$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$$

$$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$$

$$\{N > 0\} \rightarrow 1$$

$$r \cdot n = r \cdot N$$

$\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т1, т.е. являющиеся наи slabейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg\text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т2, т.е. являющиеся наи slabейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg\text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т3, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg\text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т3, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т4, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg\text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы T4, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr7.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr6 после упрощений.

Отправить

Вы использовали 2 из 3 попыток

< Назад

Далее : Содержание модуля 13 >

1 min

© Все права защищены

[Каталог курсов](#)[Каталог программ](#)[Направления подготовки](#)[О проекте](#)[Вопрос-ответ](#)[Задать вопрос](#)[Системные требования](#)[Пользовательское соглашение](#)[Контактная информация](#)[Контакты для СМИ](#)[Политика в отношении перс. данных](#)

POWERED BY

Ru | En

Подписаться на новости
Открытого образования России

Введите ваш e-mail

Подписаться



◀ Назад



Далее ▶

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

Добавить страницу в закладки

Этот элемент курса проверен как 'Homework'
вес: 1.0

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

6/6 points (graded)

Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

Задача 1

Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки S_i - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие - $R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наилнейшее предусловие.

P1::	P2::
begin	begin
S1: z:= x;	S1': x:= x+y;
S2: x:=y;	S2': y:=y-x;
S3: y:=z;	S3': x:=x+y;
end	end

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему Т:

$I \rightarrow wp([S1; S2; S3], R)$, где $wp([S1; S2; S3], R)$ - наилнейшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp([S1; S2; S3], R)$.

Наилнейшее предусловие $wp([S1; S2; S3], Q)$, где Q некое постусловие, а $S1, S2, S3$ – некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp([S1; S2; S3], Q) = wp(S1, (wp(S2, wp(S3, Q))))$$

Вычисляется $wp([S1; S2; S3], Q)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения:

$$wp(S3, Q) = wp3$$

$$wp(S2, wp3) = wp2$$

$$wp(S1, wp2) = wp1$$

В ответах выберите наилнейшее предусловие, получающееся при построении $wp([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

$wp3' = \{y = X \wedge x - y = Y\}$

$wp2' = \{-x = X \wedge y + x = Y\}$

$wp1' = \{y = Y \wedge x = X\}$

$wp2' = \{y - x = X \wedge y = Y\}$

$wp1' = \{2y - x = X \wedge y = Y\}$



Задача 2

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа X в целую неотрицательную степень N . Проверьте корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наилнейшее предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант A , сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

$$I = \{N > 0\}$$

begin

S1: $x := X;$

S2: $n := N;$

S3: $z := 1;$

$$A = \{?\}$$

while do

$$\square B1: (n \neq 0 \wedge \text{odd}(n)) \rightarrow$$

begin

S4: $n := n - 1;$

S5: $z := z * x;$

end

$$\square B2: (n \neq 0 \wedge \neg \text{odd}(n)) \rightarrow$$

begin

S6: $n := n / 2;$

S7: $x := x * x;$

end

od

$$R = \{z = X^N\}$$

end

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: S_i – метка оператора, B_j – метка условия. Под $\text{odd}(n)$ понимается операция вычисления нечетности n : если n – нечетное, то $\text{odd}(n)=1$, иначе $\text{odd}(n)=0$. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []<условие-предохранитель> → <список операторов> Если список операторов выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

$$T1: I \rightarrow wp([S1; S2; S3], A)$$

$$T2: A \wedge \neg(B_1 \vee B_2) \rightarrow R$$

$$T3: A \wedge B_1 \rightarrow wp([S4; S5], A)$$

$$T4: A \wedge B_2 \rightarrow wp([S6; S7], A)$$

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем **T1 – T4**. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Ответ

Верно:

Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т1, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Ответ

Верно:

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т2, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\} = 1$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это собственно формулировка теоремы T2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т3, т.е. являющиеся наи slabейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулой самой теоремы или ее посылки.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т3, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т4, т.е. являющиеся наис /p>

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{x^n > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Ответ

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т4, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr7.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr6 после упрощений.

Отправить

Вы использовали 1 из 3 попыток

Верно (6/6 баллов)

◀ Назад

Далее ▶

© Все права защищены



[Каталог курсов](#)

[Каталог программ](#)

[Направления подготовки](#)

[О проекте](#)

[Вопрос-ответ](#)

[Задать вопрос](#)

[Системные требования](#)

[Пользовательское соглашение](#)

[Контактная информация](#)

[Контакты для СМИ](#)

[Политика в отношении перс. данных](#)

POWERED BY
OPENedX® Ru | [En](#)

Подписаться на новости
Открытого образования России

Введите ваш e-mail

Подписаться



◀ Назад

Далее ▶

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

Добавить страницу в закладки

Этот элемент курса проверен как 'Homework'
вес: 1.0

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

5/6 points (graded)

Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

Задача 1

Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки S_i - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие - $R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наилнейшее предусловие.

P1::	P2::
begin	begin
S1: z:= x;	S1': x:= x+y;
S2: x:=y;	S2': y:=y-x;
S3: y:=z;	S3': x:=x+y;
end	end

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему Т:

$I \rightarrow wp([S1; S2; S3], R)$, где $wp([S1; S2; S3], R)$ - наилнейшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp([S1; S2; S3], R)$.

Наилнейшее предусловие $wp([S1; S2; S3], Q)$, где Q некое постусловие, а $S1, S2, S3$ – некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp([S1; S2; S3], Q) = wp(S1, (wp(S2, wp(S3, Q))))$$

Вычисляется $wp([S1; S2; S3], Q)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения:

$$wp(S3, Q) = wp3$$

$$wp(S2, wp3) = wp2$$

$$wp(S1, wp2) = wp1$$

В ответах выберите наилнейшее предусловие, получающееся при построении $wp([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

$wp2' = \{y - x = X \wedge x + y = Y\}$

$wp1' = \{2y - x = X \wedge y = Y\}$

$wp2 = \{y = Y \wedge z = X\}$

$wp1' = \{x + y = X \wedge y = Y\}$

$wp2' = \{y + x = X \wedge -y = Y\}$

×

Ответ

Неверно:

Построение предусловия осуществляется последовательно. Нельзя одновременно подставлять переменные от нескольких операторов.

Задача 2

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа X в целую неотрицательную степень N . Проверьте ко /р>

$$I = \{N > 0\}$$

begin

S1: $x := X$;

S2: $n := N$;

S3: $z := 1$;

$$A = \{?\}$$

while do

$$\square B1: (n \neq 0 \wedge \text{odd}(n)) \rightarrow$$

begin

S4: $n := n - 1$;

S5: $z := z * x$;

end

$$\square B2: (n \neq 0 \wedge \neg \text{odd}(n)) \rightarrow$$

begin

S6: $n := n / 2$;

S7: $x := x * x$;

end

od

$$R = \{z = X^N\}$$

end

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: S_i – метка оператора, B_j – метка условия. Под $\text{odd}(n)$ понимается операция вычисления нечетности n : если n – нечетное, то $\text{odd}(n)=1$, иначе $\text{odd}(n)=0$. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []<условие-предохранитель> → <список операторов>. Если список операторов выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

$$T1: I \rightarrow wp([S1; S2; S3], A)$$

$$T2: A \wedge \neg(B_1 \vee B_2) \rightarrow R$$

$$T3: A \wedge B_1 \rightarrow wp([S4; S5], A)$$

$$T4: A \wedge B_2 \rightarrow wp([S6; S7], A)$$

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем **T1 – T4**. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Ответ

Верно:

Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т1, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg\text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Ответ

Верно:

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т2, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\} = 1$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg\text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т3, т.е. являющиеся наи slabейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т3, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т4, т.е. являющиеся наи slabейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т4, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr7.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr6 после упрощений.

Вы использовали 1 из 3 попыток

[◀ Назад](#)[Далее ▶](#)

© Все права защищены

[Каталог курсов](#)[Каталог программ](#)[Направления подготовки](#)[О проекте](#)[Вопрос-ответ](#)[Задать вопрос](#)[Системные требования](#)[Пользовательское соглашение](#)[Контактная информация](#)[Контакты для СМИ](#)[Политика в отношении перс. данных](#)

POWERED BY

 Ru | [En](#)Подписаться на новости
Открытого образования России



[Курс](#) [Прогресс](#) [Даты](#) [Обсуждение](#) [Ю.Г. Карпов "Конспект к курсу математической логики"](#)

[Курс](#) / [Домашнее задание 9](#) / [Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"](#)



[Назад](#)



[Далее >](#)

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

[Добавить страницу в закладки](#)

Этот элемент курса проверен как 'Homework'

вес: 1.0

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

6/6 points (graded)

Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

Задача 1

Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки S_i - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие - $R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наименее слабое предусловие.

P1::

begin

S1: z:= x;
S2: x:=y;
S3: y:=z;

end

P2::

begin

S1': x:= x+y;
S2': y:=y-x;
S3': x:=x+y;

end

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему Т:

$I \rightarrow wp([S1; S2; S3], R)$, где $wp([S1; S2; S3], R)$ - наименее слабое предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp([S1; S2; S3], R)$.

Наименее слабое предусловие $wp([S1; S2; S3], Q)$, где Q некое постусловие, а $S1, S2, S3$ – некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp([S1; S2; S3], Q) = wp(S1, (wp(S2, wp(S3, Q)))$$

Вычисляется $wp([S1; S2; S3], Q)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения:

$$wp(S3, Q) = wp3$$

$$wp(S2, wp3) = wp2$$

$$wp(S1, wp2) = wp1$$

В ответах выберите наименее слабое предусловие, получающееся при построении $wp([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

$wp3' = \{y = X \wedge x + y = Y\}$

$wp3' = \{y = X \wedge x - y = Y\}$

$wp2' = \{y + x = X \wedge -y = Y\}$

$wp1' = \{y = Y \wedge x = X\}$

$wp1' = \{2y - x = X \wedge y = Y\}$



Задача 2

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа X в целую неотрицательную степень N . Проверьте корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наименее слабое предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант A , сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

$I = \{N > 0\}$
beginS1: $x := X;$ S2: $n := N;$ S3: $z := 1;$ $A = \{?\}$ **while do** $\square B1: (n \neq 0 \wedge \text{odd}(n)) \rightarrow$ **begin**S4: $n := n - 1;$ S5: $z := z * x;$ **end** $\square B2: (n \neq 0 \wedge \neg \text{odd}(n)) \rightarrow$ **begin**S6: $n := n / 2;$ S7: $x := x * x;$ **end****od** $R = \{z = X^N\}$ **end**

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: Si – метка оператора, Bj – метка условия. Под odd(n) понимается операция вычисления нечетности n: если n – нечетное, то odd(n)=1, иначе odd(n)=0. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []<условие-предохранитель> → <список операторов> Если список операторов выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

T1: $I \rightarrow wp([S1; S2; S3], A)$

T2: $A \wedge \neg(B_1 \vee B_2) \rightarrow R$

T3: $A \wedge B_1 \rightarrow wp([S4; S5], A)$

T4: $A \wedge B_2 \rightarrow wp([S6; S7], A)$

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем T1 – T4. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

 $\{z \cdot x^n = X^N\}$  $\{x^N = X^N\}$  $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т1, т.е. являющиеся наи slabейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$  $\{X^N = X^N\}$  $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$  $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$  $\{N > 0\} \rightarrow 1$  $\{x^n = X^N\}$  $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$  $\{z \cdot x^n = X^N\}$  $\{x^N = X^N\}$  $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т2, т.е. являющиеся наи slabейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$  $\{X^N = X^N\} = 1$  $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$  $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$  $\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т3, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т3, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т4, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т4, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr7.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr6 после упрощений.

 Отправить

Вы использовали 1 из 3 попыток

 Верно (6/6 баллов)

< Назад

Далее >

© Все права защищены

[Каталог курсов](#)[Каталог программ](#)[Направления подготовки](#)[О проекте](#)[Вопрос-ответ](#)[Задать вопрос](#)[Системные требования](#)[Пользовательское соглашение](#)[Контактная информация](#)[Контакты для СМИ](#)[Политика в отношении перс. данных](#)POWERED BY
OPENedX® Ru | EnПодписаться на новости
Открытого образования России

Введите ваш e-mail

Подписаться

- $wp3 = \{x = Y \wedge y = X \wedge y = z\}$
- $wp1' = \{2y - x = X \wedge y = Y\}$
- $wp1' = \{-x = X \wedge y = Y\}$
- $wp1 = \{z = X \wedge y = Y\} \text{ ✗}$
- $wp2' = \{-x = X \wedge y + x = Y\}$

Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $\text{wp}([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения:

$$\text{wp}(S3, Q) = \text{wp3}$$

$$\text{wp}(S2, \text{wp3}) = \text{wp2}$$

$$\text{wp}(S1, \text{wp2}) = \text{wp1}$$

В ответах выберите наименее слабое предусловие, получающееся при построении $\text{wp}([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 – со штрихами.

$\text{wp3} = \{x = Y \wedge y = X \wedge y = z\}$

$\text{wp2} = \{x = Y \wedge y = X \wedge y = z \wedge x = y\}$

$\text{wp1} = \{z = X \wedge y = Y\}$

$\text{wp3}' = \{y = X \wedge x + y = Y\}$ ✓

$\text{wp1}' = \{y = Y \wedge x = X\}$

● $wp1' = \{-x = X \wedge y = Y\}$
○ $wp1 = \{x = X \wedge y = Y \wedge z = y\}$
○ $wp1' = \{y = Y \wedge x = X\}$
○ $wp2 = \{x = Y \wedge y = X \wedge y = z \wedge x = y\}$
○ $wp2' = \{-x = X \wedge y + x = Y\}$

○ $wp2 = \{z = X \wedge x = Y\}$

○ $wp1' = \{2y - x = X \wedge y = Y\}$

● $wp3' = \{y = X \wedge x + y = Y\}$ ✓

○ $wp1' = \{x + y = X \wedge y = Y\}$

○ $wp2' = \{y + x = X \wedge -y = Y\}$

- $wp2 = \{z = X \wedge x = Y\}$
- $wp1 = \{x = X \wedge y = Y \wedge z = y\}$
- $wpl' = \{y = Y \wedge x = X\}$
- $wp3' = \{y = X \wedge x + y = Y\}$ ✓
- $wp2 = \{x = Y \wedge y = X \wedge y = z \wedge x = y\}$

$\bigcirc wp1 = \{x = X \wedge y = Y \wedge z = y\}$

$\bullet wp3' = \{y = X \wedge x + y = Y\}$ ✓

$\bigcirc wp1' = \{x + y = X \wedge y = Y\}$

$\bigcirc wp3' = \{y = X \wedge x - y = Y\}$

$\bigcirc wp2' = \{y + x = X \wedge -y = Y\}$

$$\{z = \hbar \vee X = \hbar \vee A = x\} = \text{Edn } \bigcirc$$

$$\{\hbar = z \vee A = \hbar \vee X = x\} = \text{Idn } \bigcirc$$

$$\{\hbar = x \vee z = \hbar \vee X = \hbar \vee A = x\} = \text{Zdn } \bigcirc$$

$$\blacktriangleleft \{A = \hbar + x \vee X = \hbar\} = ,\text{Edn } \bullet$$

$$\{X = x \vee A = \hbar\} = ,\text{Idn } \bigcirc$$

- wp3' = { $y = X \wedge x + y = Y$ } ✓
- wp3' = { $y = X \wedge x - y = Y$ }
- wp2' = { $y + x = X \wedge -y = Y$ }
- wp2 = { $z = X \wedge x = Y$ }
- wp2' = { $-x = X \wedge y + x = Y$ }

$$\{X = \hat{n} \vee X = \hat{n} + x\} = {}_J Idm \bigcirc$$

$$\{X = \hat{n} + x \vee X = x - \hat{n}\} = {}_J Gdm \bigcirc$$

$$\{X = \hat{n} \vee X = x - \hat{n}\} = {}_J Gdm \bigcirc$$

$$\textcolor{red}{\checkmark} \quad \{X = \hat{n} \vee X = x - \hat{n}\} = {}_J Idm \bigcirc$$

$wp1 = \{x = X \wedge y = Y \wedge z = y\}$

$wp1' = \{x + y = X \wedge y = Y\}$

$wp2 = \{y = Y \wedge z = X\}$

$wp1 = \{z = X \wedge y = Y\}$

$wp2' = \{-x = X \wedge y + x = Y\} \text{ ✗}$

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем $T1 - T4$. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\}$

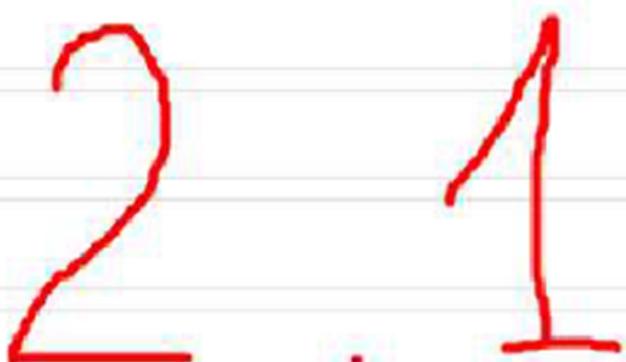
$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$



$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Answer

Correct:

Верно. Это инвариант цикла.

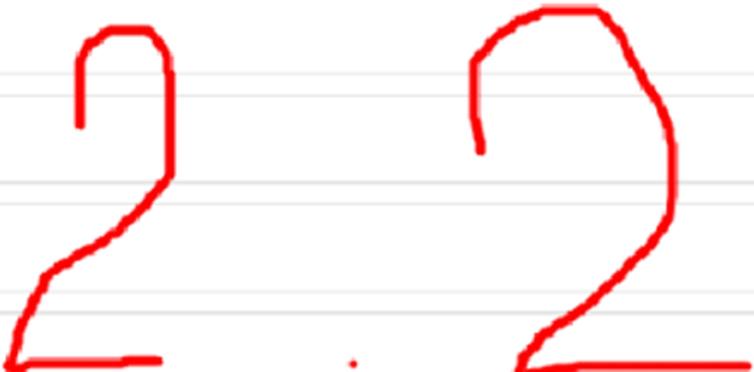
Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т1, т.е. являющиеся наилнейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$



$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Answer

Correct:

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr1. Заметьте, он тождественно истинен.

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т1: в посылке записано предусловие, в следствии wr1.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr3.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т2, т.е. являющиеся наилабейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\} = 1$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Answer

Correct:

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т2.

2 . 3

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству ТЗ, т.е. являющиеся наи slabейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\} = 1$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$



$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Answer

Correct:

Верно. Это формулировка посылки теоремы ТЗ, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т4, т.е. являющиеся наи slabейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\} = 1$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Answer

Correct:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т4, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr7.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr6 после упрощений.

< Назад

 Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ" Добавить страницу в закладки

Этот элемент курса проверен как 'Homework'

вес: 1.0

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

6/6 points (graded)

Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

Задача 1Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки Si - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие - $R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наилучшее предусловие.

P1::
begin
S1: z:= x;
S2: x:=y;
S3: y:=z;
end

P2::
begin
S1': x:= x+y;
S2': y:=y-x;
S3': y:=x+y;
end

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему $T: I \rightarrow wp([S1; S2; S3], R)$, где $wp([S1; S2; S3], R)$ - наилучшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp([S1; S2; S3], R)$.Наилучшее предусловие $wp([S1; S2; S3], Q) = wp(S1, (wp(S2, wp(S3, Q)))$ Вычисляется $wp([S1; S2; S3], Q)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения: $wp(S3, Q) = wp3$
 $wp(S2, wp3) = wp2$
 $wp(S1, wp2) = wp1$ В ответах выберите наилучшее предусловие, получающееся при построении $wp([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 - со штрихами. $wp1' = \{ -x = X \wedge y = Y \}$ $wp2 = \{z = X \wedge x = Y\}$ $wp1 = \{z = X \wedge y = Y\}$ $wp1' = \{x + y = X \wedge y = Y\}$ $wp3' = \{y = X \wedge x - y = Y\}$ **Задача 2**Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа X в целую неотрицательную степень N . Проверьте корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наилучшее предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант A , сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

$I = \{N > 0\}$
begin
S1: x:=X;
S2: n:=N;
S3: z:=1;
 $A = \{?\}$
while do
 □ B1: ($n \neq 0 \wedge \text{odd}(n)$) →
 begin
 S4: n:=n-1;
 S5: z:=z*x;
 end
 □ B2: ($n \neq 0 \wedge \neg \text{odd}(n)$) →
 begin
 S6: n:=n / 2;
 S7: x:=x*x;
 end
 od
 $R = \{z = X^N\}$
end

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: Si - метка оператора, Bj - метка условия. Под $\text{odd}(n)$ понимается операция вычисления нечетности n: если n – нечетное, то $\text{odd}(n)=1$, иначе $\text{odd}(n)=0$. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []<условие-предохранитель> → <список операторов>. Если список операторов выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

T1: $I \rightarrow wp([S1; S2; S3], A)$
T2: $A \wedge \neg(B_1 \vee B_2) \rightarrow R$
T3: $A \wedge B_1 \rightarrow wp([S4; S5], A)$
T4: $A \wedge B_2 \rightarrow wp([S6; S7], A)$

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем T1 – T4. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T1, т.е. являющиеся наилучшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы T1, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T2, т.е. являющиеся наилучшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы T2, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T3, т.е. являющиеся наилучшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы T3, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T4, т.е. являющиеся наилучшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы T4, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T5, т.е. являющиеся наилучшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы T5, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.



≡ Меню курсов

Закладки

Домашнее задание 9 > Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ" > Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

ЭТОТ ЭЛЕМЕНТ КУРСА ОЦЕНИВАЕТСЯ КАК 'HOMEWORK'

BEC: 1.0

ДО 28 АПР. 2020 Г. 12:00 МСК

 Добавить страницу в мои закладки

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

6 из 6 баллов (оценивается)

Задача 1

P1::

P2..

begin

begin

S1: z:= x;

S1': $x := x + y;$

S2: x:=y;

S2': y:=y-x;

S3: y:=z;

S3': $x := x + y;$

end

end

$$wp(S3, Q) = wp3$$

$$wp(S2, wp3) = wp2$$

$$wp(S1, wp2) = wp1$$

Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки S_i - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие -

$R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наислабейшее предусловие.

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему $T: I \rightarrow wp([S1; S2; S3], R)$, где $wp([S1; S2; S3], R)$ - наислабейшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp([S1; S2; S3], R)$.

Наислабейшее предусловие $wp([S1; S2; S3], Q)$, где Q некое постусловие, а $S1, S2, S3$ - некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp([S1; S2; S3], Q) = wp(S1, (wp(S2, wp(S3, Q))))$$

Вычисляется $wp([S1; S2; S3], Q)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения:

В ответах выберите наислабейшее предусловие, получающееся при построении $wp([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 - со штрихами.

$wp2 = \{x = Y \wedge y = X \wedge y = z \wedge x = y\}$

$wp1' = \{y = Y \wedge x = X\}$

$wp1' = \{2y - x = X \wedge y = Y\}$

$wp2' = \{-x = X \wedge y + x = Y\}$

$wp2 = \{y = Y \wedge z = X\} \checkmark$

Задача 2

$$I = \{N > 0\}$$

begin

S1: x:=X;

S2: n:=N;

S3: z:=1;

$$A = \{?\}$$

while do

[] B1: ($n \neq 0 \wedge \text{odd}(n)$) \rightarrow

begin

S4: $n := n - 1;$

S5: $z := z * x;$

end

[] B2: ($n \neq 0 \wedge \neg \text{odd}(n)$) \rightarrow

begin

S6: $n := n / 2;$

S7: $x := x * x;$

end

od

$$R = \{z = X^N\}$$

end

T1: $I \rightarrow wp([S1; S2; S3], A)$

T2: $A \wedge \neg(B_1 \vee B_2) \rightarrow R$

T3: $A \wedge B_1 \rightarrow wp([S4; S5], A)$

T4: $A \wedge B_2 \rightarrow wp([S6; S7], A)$

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа X в целую неотрицательную степень N . Проверьте корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наилучшее предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант A , сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: Si – метка оператора, Bj – метка условия. Под odd(n) понимается операция вычисления нечетности n: если n – нечетное, то odd(n)=1, иначе odd(n)=0. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []<условие-предохранитель> \rightarrow <список операторов> Если список операторов выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем **T1 – T4**. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Ответ

Верно:

Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т1, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Ответ

Верно:

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr1. Заметьте, он тождественно истинен.

Верно. Это собственно формулировка теоремы T1: в посылке записано предусловие, в следствии wr1.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr3.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству T2, т.е. являющиеся наилнейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\} = 1$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т3, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ 

Ответ

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т3, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т4, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$
- $\{X^N = X^N\} = 1$
- $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$
- $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- $\{N > 0\} \rightarrow 1$
- $\{x^n = X^N\}$
- $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- $\{x^N = X^N\}$
- $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$

**Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т4, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr7.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr6 после упрощений.

Вы использовали 1 из 3 попыток

Отправить

✓ Верно (6/6 баллов)



[Каталог курсов](#)

[Направления подготовки](#)

© 2018 Открытое Образование





≡ Меню курсов

Закладки

Домашнее задание 9 > Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ" > Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

ЭТОТ ЭЛЕМЕНТ КУРСА ОЦЕНИВАЕТСЯ КАК 'HOMEWORK'

BEC: 1.0

ДО 28 АПР. 2020 Г. 12:00 МСК

 Добавить страницу в мои закладки

Задачи к разделу "Дедуктивная верификация программ"

6 из 6 баллов (оценивается)

Задача 1

P1::

P2..

begin

begin

S1: z:= x;

S1': $x := x + y;$

S2: x:=y;

S2': $y := y - x;$

S3: y:=z;

S3': $x := x + y;$

end

end

$$wp(S3, Q) = wp3$$

$$wp(S2, wp3) = wp2$$

$$wp(S1, wp2) = wp1$$

Для каждой задачи необходимо выбрать один правильный ответ. За каждый правильный ответ засчитывается 1 балл.

Для решения задач используйте алгоритмы из лекций.

Рассмотрим программы, которые должны переставлять значения двух целочисленных переменных. Метки S_i - это метки операторов программы. Пусть предусловие для каждой программы определено как $I = \{x = X \wedge y = Y\}$, а постусловие -

$R = \{x = Y \wedge y = X\}$. Проверьте корректность этих программ, построив наислабейшее предусловие.

Чтобы доказать корректность последовательной программы, необходимо проверить теорему $T: I \rightarrow wp([S1; S2; S3], R)$, где $wp([S1; S2; S3], R)$ - наислабейшее предусловие последовательной композиции операторов программы. Эта задача посвящена построению $wp([S1; S2; S3], R)$.

Наислабейшее предусловие $wp([S1; S2; S3], Q)$, где Q некое постусловие, а $S1, S2, S3$ - некоторые последовательные операторы в программе, определяется так:

$$wp([S1; S2; S3], Q) = wp(S1, (wp(S2, wp(S3, Q))))$$

Вычисляется $wp([S1; S2; S3], Q)$ последовательно, начиная с самого внутреннего предусловия. Чтобы обращаться к любому предусловию из формулы $wp([S1; S2; S3], Q)$, введем следующие обозначения:

В ответах выберите наислабейшее предусловие, получающееся при построении $wp([S1; S2; S3], R)$. Предусловия для программы P1 даны без штрихов, для программы P2 - со штрихами.

$wp1 = \{x = X \wedge y = Y \wedge z = y\}$

$wp2 = \{y = Y \wedge z = X\} \checkmark$

$wp1' = \{2y - x = X \wedge y = Y\}$

$wp3' = \{y = X \wedge x - y = Y\}$

$wp1 = \{z = X \wedge y = Y\}$

Задача 2

$$I = \{N > 0\}$$

begin

S1: x:=X;

S2: n:=N;

S3: z:=1;

$$A = \{?\}$$

while do

[] B1: ($n \neq 0 \wedge \text{odd}(n)$) →

begin

S4: $n := n - 1;$

S5: $z := z * x;$

end

[] B2: ($n \neq 0 \wedge \neg \text{odd}(n)$) →

begin

S6: $n := n / 2;$

S7: $x := x * x;$

end

od

$$R = \{z = X^N\}$$

end

T1: $I \rightarrow wp([S1; S2; S3], A)$

T2: $A \wedge \neg(B_1 \vee B_2) \rightarrow R$

T3: $A \wedge B_1 \rightarrow wp([S4; S5], A)$

T4: $A \wedge B_2 \rightarrow wp([S6; S7], A)$

Рассмотрим программу возведения неотрицательного числа X в целую неотрицательную степень N . Проверьте корректность этой программы относительно предусловия $I = \{N > 0\}$ и постусловия $R = \{z = X^N\}$, построив наилучшее предусловие. Для этого необходимо сформулировать инвариант A , сформулировать четыре теоремы и доказать их. Рекомендуем сделать эти действия самостоятельно. Далее приводится наше решение этой проблемы.

Замечание о принятых обозначениях. Программа размечена следующим образом: Si – метка оператора, Bj – метка условия. Под $\text{odd}(n)$ понимается операция вычисления нечетности n: если n – нечетное, то $\text{odd}(n)=1$, иначе $\text{odd}(n)=0$. Цикл приводится с охраняемыми командами [] Дейкстры. Синтаксис охраняемых команд таков: []<условие-предохранитель> → <список операторов> Если список операторов выполняется, то условие-предохранитель было истинным. Если в цикле все условия-предохранители ложны, то цикл завершает работу.

Для доказательства корректности сформулируем следующие четыре теоремы:

Ниже приведен список формул, входящих в доказательство теорем **T1 – T4**. Сначала найдите в нем инвариант цикла.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Ответ

Верно:

Верно. Это инвариант цикла.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т1, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$

$\{z \cdot x^n = X^N\}$

$\{x^N = X^N\}$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$



Ответ

Верно:

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp1. Заметьте, он тождественно истинен.

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т1: в посылке записано предусловие, в следствии wp1.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp3.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wp2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т2, т.е. являющиеся наилнейшими предусловиями, которые строятся для этой теоремы, или формулировкой самой теоремы.

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$

$\{X^N = X^N\} = 1$

$\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$

$\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$

$\{N > 0\} \rightarrow 1$

$\{x^n = X^N\}$

$\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ **Ответ**

Верно:

Верно. Это собственно формулировка теоремы Т2.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т3, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

 $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$ $\{X^N = X^N\} = 1$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$ $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$ $\{N > 0\} \rightarrow 1$ $\{x^n = X^N\}$ $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$ $\{z \cdot x^n = X^N\}$ $\{x^N = X^N\}$ $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$ 

Ответ

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т3, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr5.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr4 после упрощений.

Найдите в списке все формулы, относящиеся к доказательству Т4, т.е. являющиеся наименее слабыми предусловиями, которые строятся для этой теоремы, формулировкой самой теоремы или ее посылки.

- $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \text{odd}(n)\}$
- $\{X^N = X^N\} = 1$
- $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n \neq 0) \wedge \neg \text{odd}(n)\}$
- $\{z \cdot x^{n+1} = X^N\}$
- $\{N > 0\} \rightarrow 1$
- $\{x^n = X^N\}$
- $\{z \cdot x^{2n} = X^N\}$
- $\{z \cdot x^n = X^N\}$
- $\{x^N = X^N\}$
- $\{(z \cdot x^n = X^N) \wedge (n = 0)\} \rightarrow \{z = X^N\}$

**Ответ**

Верно:

Верно. Это формулировка посылки теоремы Т4, т.е. левая часть импликации.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr7.

Верно. Если воспользоваться обозначениями предыдущей задачи, то это wr6 после упрощений.

Вы использовали 1 из 3 попыток

Отправить

✓ Верно (6/6 баллов)



[Каталог курсов](#)

[Направления подготовки](#)

© 2018 Открытое Образование

