

# 最小表示法

最小表示法是用于解决字符串最小表示问题的方法（废话

## 字符串的最小表示

### 循环同构

当字符串  $S$  中可以选定一个位置  $i$  满足

$$S[i \cdots n] + S[1 \cdots n - i] = T$$

则称  $S$  与  $T$  循环同构

### 最小表示

字符串  $S$  的最小表示为与  $S$  循环同构的所有字符串中字典序最小的字符串

## simple的暴力

我们直接比较与  $S$  同构的所有字符串，共  $n$  个。

每次保留当前字典序最小的字符串与剩余的字符串比较。

```
1  int k=0,i=0,j=1;  
2  for(;j<n;j++)
```

```

3  {
4      if(sec[(i+k)%n]==sec[(j+k)%n])
5      {
6          k++;
7      }
8      else
9      {
10         if(sec[(i+k)%n]>sec[(j+k)%n])
11         {
12             i=j;
13         }
14         k=0;
15     }
16 }

```

随机数据下表现良好，但是可以构造特殊数据卡掉。

例如：对于  $aaa \cdots aaa$ ，不难发现这个算法的复杂度退化为  $O(n^2)$

我们发现，当字符串中出现多个连续重复子串时，此算法效率降低，我们考虑优化这个过程。

## 最小表示法

### 算法核心

考虑对于一对字符串  $A, B$ ，它们在原字符串  $S$  中的起始位置分别为  $i, j$ ，且它们的前  $k$  个字符均相同，即

$$A[i \cdots i + k - 1] = B[j \cdots j + k - 1]$$

不妨先考虑  $A[i + k] > B[j + k]$  的情况，我们发现起始位置下标  $l$  满足  $i \leq l \leq i + k$  的字符串均不能成为答案。因为对于任意一个字符串  $S_{i+p}$ （表示以  $i + p$  为起始位置的字符串）一定存在字符串  $S_{j+p}$  比它更优。

所以我们比较时可以跳过下标  $l \in [i, i + k]$ ，直接比较  $S_{i+k+1}$

这样，我们就完成了对于上文暴力的优化。

## 时间复杂度

$O(n)$

证明：显然

## 算法流程

1. 初始化指针  $i$  为 0,  $j$  为 1; 初始化匹配长度  $k$  为 0
2. 比较第  $k$  位的大小, 根据比较结果跳转相应指针。若跳转后两个指针相同, 则随意选一个加一以保证比较的两个字符串不同
3. 重复上述过程, 直到比较结束
4. 答案为  $i, j$  中较小的一个

## 代码

```
1  int k=0,i=0,j=1;
2  while(k<n&& i<n&&j<n)
3  {
4      if(sec[(i+k)%n]==sec[(j+k)%n])
5      {
6          k++;
7      }
8      else
9      {
10         sec[(i+k)%n]>sec[(j+k)%n]?i=i+k+1:j=j+k+1;
11         if(i==j) i++;
12         k=0;
13     }
14 }
15 i=min(i,j);
```