高等數位訊號處理(Advanced Digital Signal Processing)
Homework 02 – 2017/04/28

R05546030 **彭新翔**

1. If the z-transform of $h[n]$ is

$$H(z) = \frac{2z^3+5z^2+6z+2}{z^2-0.8z+0.15}$$

(a) Determine the cepstrum of $h[n]$.

(b) Convert the IIR filter into the minimum phase filter.

(a)

整理得 $H(z) = \frac{2z^3+5z^2+6z+2}{z^2-0.8z+0.15} = \frac{2z^{-1}[1-(-0.5)z^{-1}][1-(\frac{-1}{2}+\frac{1}{2}j)z][1-(\frac{-1}{2}-\frac{1}{2}j)z]}{(1-0.3^{-1})(1-0.5z^{-1})}$

故可知：

$$\hat{x}[n] = \begin{cases} \log 2 & , n=0 \\ \frac{-(-0.5)^n}{n} + \frac{(0.3)^n}{n} + \frac{(0.5)^n}{n} & , n>0 \\ \frac{(\frac{-1}{2}+\frac{1}{2}j)^{-n}}{n} + \frac{(\frac{-1}{2}-\frac{1}{2}j)^{-n}}{n} & , n<0 \end{cases}$$

(b)

先將 $H(z) = \sum_{-\infty}^{\infty} h[n]z^{-n} = \frac{2z^3+5z^2+6z+2}{z^2-0.8z+0.15}$ 整理為以下形式：

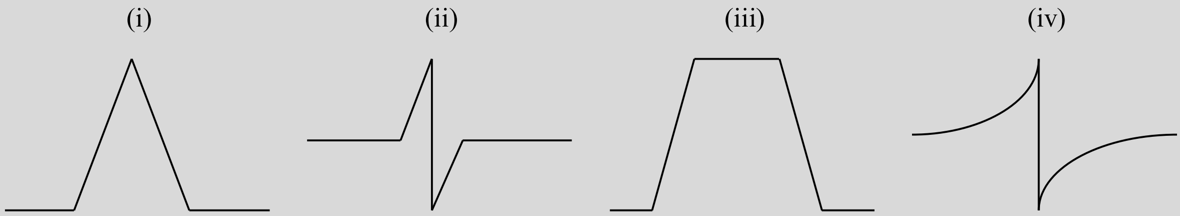
$$H(z) = \frac{2z^3+5z^2+6z+2}{z^2-0.8z+0.15} = \frac{2z(1+0.5z^{-1})(1+2z^{-1}+2z^{-2})}{(1-0.3^{-1})(1-0.5z^{-1})}$$

上式中可得一 All-Pass Filter (Amplitude Response 恆為 1 者)：$H_{ap}(z) = \frac{1+2z^{-1}+2z^{-2}}{z^{-2}+2z^{-1}+2}$

則由 $H(z) = H_{mp}(z) \cdot H_{ap}(z)$ 可得：

$$H_{mp}(z) = \frac{4z^3+6z^2+4z+3}{z^2-0.8z+0.15}$$

2. The following figures are the impulse responses of some filters. Which one is suitable for <u>edge detection</u> when (a) the SNR is high and (b) the SNR is low? Also <u>illustrate the reasons</u>.



應用在邊緣偵測的濾波器必須具備以下兩個特性：

[1] $h[n] = -h[-n]$

[2] $|h[n_1]| \leq |h[n_2]|$, if $|n_1| > |n_2|$

亦即任何能量隨 $|n|$ 遞減的奇函數，皆可以作為邊緣偵測的濾波器設計，因此：

(a) <u>**High SNR**</u>

僅有(ii)和(iv)為奇函數，考慮條件二性質較為顯著者，故選(ii)

(b) <u>**Low SNR**</u>

僅有(ii)和(iv)為奇函數，考慮條件二性質較不顯著者，故選(iv)

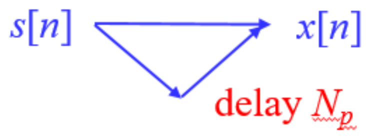
3. (a) Why the cepstrum is more suitable for dealing with the multipath problem than the equalizer?
   (b) Why the Mel-frequency cepstrum is more suitable for dealing with the acoustic signal than the original cepstrum?

(a) Equalizer 在處理 Multipath Problem（如聲波的回音、電磁波的折返⋯）時，其傳遞訊號函數將表示為：

$$H(z) = \frac{1}{\alpha_1 z^{-\tau_1} + \alpha_2 z^{-\tau_2} + \alpha_3 z^{-\tau_3} + \cdots}$$

主要有兩個缺點分別為 ① 上述 $H(z)$ 可能不穩定 ② 上述 $H(z)$ 通常為一個動態響應（由於延遲時間難以決定），因此並不建議將之用於多路徑問題的處理。

而 Cepstrum 在處理 Multipath Problem 時若將其他路徑干擾視為雜訊，可以藉由採用倒頻譜的方式來濾除雜訊，亦即不需要測量不同路徑的延遲時間，利用傳送多次訊號，觀察其他路徑在倒頻譜上的效果，並且加以濾除。



(b) 使用 Mel-Frequency Cepstrum 時主要採用了傅立葉餘弦轉換取代了逆傅立葉轉換，可以大大地減少計算量，此外其 $B_m[k]$ 也較為接近人耳對語音的區別性（對於聲音區別主要是根據頻率間的比值而非差值，僅只需要使用到 $c_x[1], c_x[2], \cdots, c_x[13]$ 便足以描述語音特徵）。而由於 $\sum |X[k]|^2 B_m[k]$ 較小，也沒有相位模糊的問題。

4. What are the <u>most important applications</u> of (a) the matched filter and (b) the Kalman filter in signal processing?

(a) **<u>The Matched Filter</u>**

最常見與重要的應用為：

- ✓ 解調變(Demodulation)
- ✓ 相似性度量(Similarity Measurement)
- ✓ 模式識別(Pattern recognition)

其中邊緣偵測(Edge Detections)與角落偵測(Corner Detections)即為模式識別的特例之一，當訊躁比 SNR 越大時效果越好，而 Matched Filter 可以使輸出訊號產生較大的 SNR。

(b) **<u>The Kalman Filter</u>**

Kalman Filter 為 Particle Filter 中映射函數 $f()$ 為線性且 $m[n]$ 為高斯雜訊時的特例，其主要目標並不在於去除雜訊，因此其最主要的應用在於：系統化模型(system modeling)與預測(prediction)。

5. Suppose that the cepstrum of a signal $x[n]$ is

$$\hat{x}[2] = 0.6,\ \hat{x}[n] = 0 \text{ otherwise}$$

Determine $x[n]$ using the Z transform and $\exp(\ )$.

已知：

$$\hat{x}[n] = \begin{cases} 0.6 & , n = 2 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases}$$

觀察並比較係數可得 $X(z)$ 再由以下公式計算：

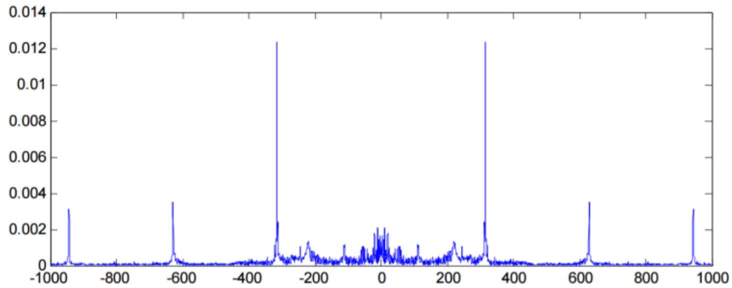
$$x[n] = Z^{-1}\{X(z)\} = \frac{1}{2\pi j} \oint_c X(z) z^{n-1}\, dz$$

（好吧我這題真的算不出來 QQ）

6. What is the difference between the spectrums of a music signal and a speech signal?

✓ **音樂訊號(Music Signal)**

音樂每增加八度音，其頻率會增加為兩倍，而根據樂理的概念可以由多個不同的音組成一個和弦(Chord)，亦即在其頻譜中，除了基頻 f_0Hz 之外，也會出現基頻 f_0Hz 的整數倍頻率如：$2f_0$Hz, $3f_0$Hz, $\cdots$



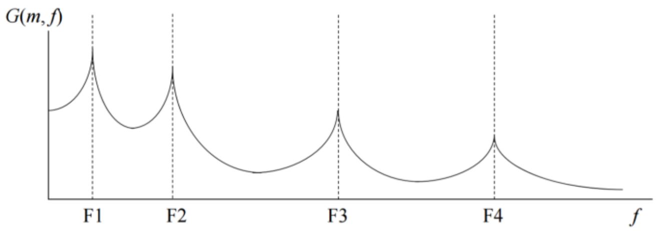
✓ **語音訊號(Speech Signal)**

人類說話時，不同語言有著不同的發音方式，以中文與英文為例可以分為子音與母音的部分，前者由唇形決定，後者發聲於鼻腔控制氣流決定。而文字與字節則由母音與子音構成，兩者在頻譜上有著不同的表現方式：

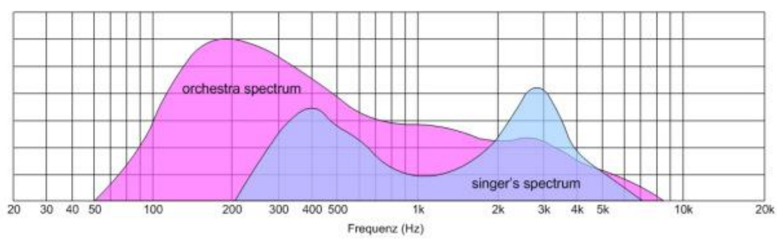
[1] 子音能量小，頻率偏高，時間較短，出現在母音之前。

[2] 母音能量大，頻率偏低，時間較長，出現在子音之後或獨立出現。

根據上述的特徵，典型的聲音頻譜如下圖所示，大多數的部分並不為零，且存在多個峰值（一般來說可以由峰值出現的位置來辨別母音）：



除上述特性之外，通常當人們說話時由於必須經過思考、換氣…等，且不同語言的特性有所差異，在表達語句和詞彙時往往會有停頓和抑揚頓挫的高低音起伏；而一段有著多種樂器所演奏的音樂訊號是相當連續的（或者說由於間隔時間分布地較為密集，通常其變化會接近於固定速度間隔的倍數）。此外，如下圖所示，人聲和樂音訊號的共同特點皆是存在有共振峰，而若是對於語音訊號來說，其範圍會要更小！



7. Write a Matlab program that uses <u>the frequency sampling method</u> to design a $(2k+1)$-point discrete differentiation filter $H(F) = j2\pi F$ (k is an input parameter and can be any integer).

The <u>transition band can be assigned</u> to reduce the error (unnecessary to optimize). The <u>frequency response</u> (DTFT of $r[n]$, see pages 103 and 104) and the <u>impulse response</u> of the designed filter should be shown.

以下圖形採用 $k = 15$ 所得：