

時頻分析與小波轉換期末報告

Time-Frequency Analysis and Wavelet Transform Final Project

小波轉換於心律變動性(HRV)上的應用

學號：R05546030

姓名：彭新翔

Content Table

一、	摘要.....	3
二、	介紹.....	3
	1. 心律變動性(Heart Rate Variability, HRV).....	3
	2. 小波轉換(The wavelet transform).....	5
三、	分析.....	7
四、	結果.....	9
五、	結論.....	10
六、	參考文獻.....	10

圖目錄

Figure 1	心律變異性(HRV)定義	4
Figure 2	二階層分解與重構.....	6
Figure 3	小波包分解流程樹.....	7
Figure 4	演算過程	7
Figure 5	利用快速傅立葉轉換(FFT)所得能量分布與整體能量分布	9
Figure 6	6 級小波包(WP)分解在所考慮頻率範圍的能量分量	9

表目錄

Table 1	心律變動性時域分析指標.....	4
Table 2	心律變動性頻域分析指標.....	5
Table 3	第六級小波包分解對應頻帶	8
Table 4	不同訊號所得 LF / HF 指標	10

一、摘要

所謂心律變動性(HRV, Heart Rate Variability)是一種利用連續的心臟跳動變化，量化其變化的量度數據結果藉以評估自主神經系統功能的重要方法之一。由於心跳不論在運動或是休息的狀態下，也有相當程度的差異，藉由心電圖進行分析後仍需採用時域分析(Time Domain)和頻域分析(Frequency Domain)。

傳統的時頻分析多採用傅立葉轉換進行分析，隨著這些年小波轉換領域的蓬勃發展與其特性，已有相關研究進行討論與比較，這份報告主要作為基於小波變換的 HRV 特徵提取方法進行文獻檢索與介紹探討。

二、介紹

1. 心律變動性(Heart Rate Variability, HRV)

心律變動性分析(heart rate variability)或稱為心率變異度分析，是一種量測連續心跳速率變化程度的方法。其計算方式主要是分析來自心電圖或脈搏量測所得到的心跳與心跳間隔的時間序列。

由於心臟除了本身節律性放電引發的跳動之外，也會受到自律神經系統(autonomic nervous system, ANS)所調控，其中自律神經系統可分為交感神經系統和副交感神經系統。交感神經系統可使心跳加快、瞳孔放大、腸胃蠕動變慢、排汗增加和肌肉更有力以應付緊急狀況；副交感神經系統則使心跳變慢、瞳孔縮小、腸胃蠕動加快、排汗減少、和肌肉放鬆並讓人體呈放鬆狀態；兩者相互拮抗保持平衡。

在過去三十年內已有不少現代相關醫療研究機構的文獻顯示自律神經系統的調控與心血管疾病相關的死亡率有顯著的關係，他們亦發現並證明了所偵測到 HRV 的異常變化可以廣泛作為生命威脅疾病的預測，如：心因性猝死^[1]、高血壓^[2]、出血性休克^[3]、敗血性休克^[4]...等。

心律變動可利用心電圖進行分析，心律變動可以利用心電圖進行分析，於心電圖上 R 波是較為顯著的波形容易被偵測，因此一般定義從心電圖時間序列拍到搏動間隔的量度連續的 R 波為局部極大值對應的心室去極化。如下圖所示，其中 R 波的間距代表了心臟的速率，因此在臨床實驗上最常以 RR 間距來代表心跳間期。

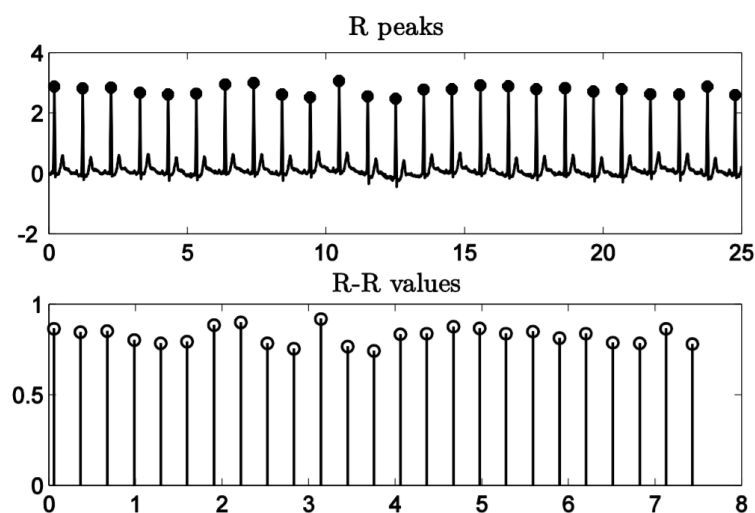


Figure 1 心律變異性(HRV)定義

心律變動性(HRV)可以在時域或頻域中進行測量，因此也主要分為時域分析和頻域分析兩大部分：

I. 時域分析法

利用 24 小時心電圖記錄做為基準資料，將連續心電圖中的每一個 QRS 複合波間隔都偵測出，以相鄰的 R 波代表心跳週期，期此間距即為 R-R interval，再由連續的 R-R interval 所構成的連續間距則代表著心律變動性，定義為 Normal-to-Normal (NN) interval。常用分析指標如下表所示：

Table 1 心律變動性時域分析指標

指標	單位	說明
SDNN	ms	正常心跳間期的標準偏差。
SDANN	ms	計算短時間的平均正常心跳間期，通常是 5 分鐘，然後再計算全程的平均標準偏差。
index		
SDNN	ms	計算每 5 分鐘正常心跳間期的標準偏差，再計算全程的平均標準偏差。
index		
R-MSSD	ms	正常心跳間期差值平方和的均方根。
NN50	%	正常心跳間期差值超過 50 毫秒的個數。
PNN50	None	相鄰正常心跳間期差值超過 50 毫秒的比例。

II. 頻域分析法

目前計算方法中，最常用使用者為快速傅立葉轉換(fast Fourier transformation, FFT)，是分析變異數在各種不同頻率時的分佈情形，常用指標如下所示：

Table 2 心律變動性頻域分析指標

指標	單位	說明
TP	ms ²	截取之頻率為<0.4Hz。
HF	ms ²	截取之頻率為 0.15-0.4Hz，指高頻範圍的正常心跳間期的變異數。
LF	ms ²	截取之頻率為 0.04-0.15Hz，指低頻範圍的正常心跳間期的變異數。
VLF	ms ²	截取頻率為 0.003-0.04Hz，指極低頻範圍的正常心跳間期的變異數。
ULF	ms ²	截取頻率為<0.003Hz，指超極低頻範圍的正常心跳間期的變異數。
nLF	None	指低頻功率/(總功率-極低頻功率)*100，代表交感神經活性的指標。
nHF	None	指高頻功率/(總功率-極低頻功率)*100，代表副交感神經活性的指標
LF/HF	None	反應交感/副交感神經平衡的指標或代表交感神經調控的指標。

2. 小波轉換(The wavelet transform)

小波轉換是指利用有限長或快速衰減母小波（mother wavelet）的振盪波形來表示訊號，將該波形被縮放和平移以匹配輸入的訊號，主要可分為兩個大類：離散小波轉換(Discrete Wavelet Transform, DWT) 和連續小波轉換(Continuous Wavelet Transform, CWT)：

I. 連續小波轉換(Continuous Wavelet Transform, CWT)

連續小波轉換是一種用來分解一個連續時間函數，將之拆分為數個小波(wavelet)所組成的方式。其中與傅立葉變換(Fourier Transform)不一樣的是連續小波轉換可以建構一個具有良好時域和頻域局部化的時頻訊號。對於一個有連續時間性質且可積分訊號函數 $x(t)$ 的連續小波轉換可以下述積分式表示：

$$X_{\omega}(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|(b)|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-a}{b}\right) dt$$

II. 離散小波轉換(Discrete Wavelet Transform, DWT)

離散小波轉換是母小波函數的離散次數擴張與轉換，將離散的訊號輸入並以離散的方式輸出，目前並沒有確切的公式來表示輸入及輸出的關係，最常見的形式中採用了階層式架構來表示。

$$\psi_{(s,l)}(x) = 2^{-\frac{s}{2}} \psi(2^{-s}x - l)$$

其中變數 s 和 l 為整數，作為生成母小波函數的縮放(scaling)和位置(location)指標，根據這樣的狀況可得一個二進式的階層式架構，可經由連續的高通和低通濾波所得到，如下圖所示：

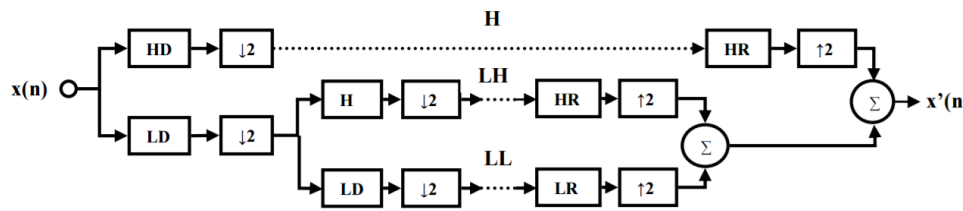


Figure 2 二階層分解與重構

小波包的分解簡而言之即提供小波分析對冗餘子項進行分解，主要利用下述方程完成：

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \sqrt{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k \varphi(2t + k) \\ \psi(t) &= \sqrt{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_k \varphi(2t + k) \end{aligned}$$

若給定一個訊號通過上述低通與高通濾波可以得到兩個序列，而根據 Nyquist Theorem 可知在已經完成一個半帶過濾，可以將所得新序列透過子取樣，重複進行低通過濾直到得到所要結果，其過程如下圖所示：

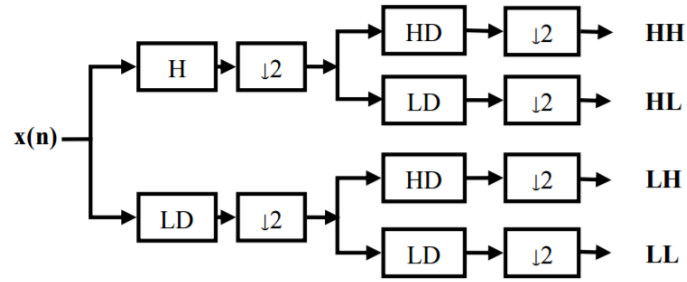


Figure 3 小波包分解流程樹

三、分析

心律變動性(HRV)的光譜分析由於其特性會存在兩個相當不同的峰值必須識別，分別為：

I. 高(0.15-0.5Hz)頻帶

心率波動若發生在此範圍稱為高頻(HF)波段，反映了副交感神經的活動。

II. 低(0.05-0.15Hz)頻帶

心率波動若發生在此頻譜頻帶稱為低頻 (LF)，反映了交感調製的資訊，當然也包括一些副交感神經影響（交感神經迷走神經影響）。

根據不同的頻譜會對應有不同的生理行為與物理特性，以下研究數據中採用 PhysioBank 數據庫中的《長期心電圖數據庫》(Long Term ECG Database)，演算過程如下所示：



Figure 4 演算過程

其中穩定訊號的同樣能量水平下，先對 R-R interval 的時間序列進行內插並重新取樣，使其具有較為方便的取樣率。而小波包(WP)在第 j 級進行分解，以提供 2^j 集合中長度為 $N/2^j$ 的子寬帶係數。若取樣頻率為 5Hz，則第 6 級小波包分解後提供節點 $N(6, i)$ ，其中 $i = 0, 1, \dots, 63$ 。每完成內差之後必須完成重新採樣以保持信號的主要特性以及能量。主要取樣頻率以訊號最小捨入速率的兩倍數值計算，而在內插和重新採樣階段期間的主要任務是保持欲分析訊號的能量而不被修改更動。

第 6 級 WP 分解提供了 64 個頻率範圍高分辨率，由於數值相當接近故足以定義的低頻(LF)和高頻(HF)頻帶。末端的最後分辨率為 $N(6, r)$ ，其中 $r = 0, 2, \dots, 63$ ；而低頻(LF)頻帶位於節點 $N(6, 1)$ 、 $N(6, 2)$ 和 $N(6, 3)$ 中，分別對應頻率 0.039Hz 到 0.156Hz；同樣地，高頻(HF)頻帶位於節點 $N(6, 4)$ 、 $N(6, 5)$ 、 $N(6, 6)$ 、 $N(6, 7)$ 、 $N(6, 8)$ 、 $N(6, 9)$ 、 $N(6, 10)$ 、 $N(6, 11)$ 、 $N(6, 12)$ 、 $N(6, 13)$ 、 $N(6, 14)$ 、 $N(6, 15)$ 、 $N(6, 16)$ 、 $N(6, 17)$ 、 $N(6, 18)$ 、 $N(6, 19)$ 、 $N(6, 20)$ 、 $N(6, 21)$ 、 $N(6, 22)$ 、 $N(6, 23)$ 、 $N(6, 24)$ 、 $N(6, 25)$ 、 $N(6, 26)$ 、 $N(6, 27)$ 、 $N(6, 28)$ 、 $N(6, 29)$ 、 $N(6, 30)$ 、 $N(6, 31)$ 、 $N(6, 32)$ 、 $N(6, 33)$ 、 $N(6, 34)$ 、 $N(6, 35)$ 、 $N(6, 36)$ 、 $N(6, 37)$ 、 $N(6, 38)$ 、 $N(6, 39)$ 、 $N(6, 40)$ 、 $N(6, 41)$ 、 $N(6, 42)$ 、 $N(6, 43)$ 、 $N(6, 44)$ 、 $N(6, 45)$ 、 $N(6, 46)$ 、 $N(6, 47)$ 、 $N(6, 48)$ 、 $N(6, 49)$ 、 $N(6, 50)$ 、 $N(6, 51)$ 、 $N(6, 52)$ 、 $N(6, 53)$ 、 $N(6, 54)$ 、 $N(6, 55)$ 、 $N(6, 56)$ 、 $N(6, 57)$ 、 $N(6, 58)$ 、 $N(6, 59)$ 、 $N(6, 60)$ 、 $N(6, 61)$ 、 $N(6, 62)$ 、 $N(6, 63)$ 、 $N(6, 64)$ 、 $N(6, 65)$ 、 $N(6, 66)$ 、 $N(6, 67)$ 、 $N(6, 68)$ 、 $N(6, 69)$ 、 $N(6, 70)$ 、 $N(6, 71)$ 、 $N(6, 72)$ 、 $N(6, 73)$ 、 $N(6, 74)$ 、 $N(6, 75)$ 、 $N(6, 76)$ 、 $N(6, 77)$ 、 $N(6, 78)$ 、 $N(6, 79)$ 、 $N(6, 80)$ 、 $N(6, 81)$ 、 $N(6, 82)$ 、 $N(6, 83)$ 、 $N(6, 84)$ 、 $N(6, 85)$ 、 $N(6, 86)$ 、 $N(6, 87)$ 、 $N(6, 88)$ 、 $N(6, 89)$ 、 $N(6, 90)$ 、 $N(6, 91)$ 、 $N(6, 92)$ 、 $N(6, 93)$ 、 $N(6, 94)$ 、 $N(6, 95)$ 、 $N(6, 96)$ 、 $N(6, 97)$ 、 $N(6, 98)$ 、 $N(6, 99)$ 、 $N(6, 100)$ 、 $N(6, 101)$ 、 $N(6, 102)$ 、 $N(6, 103)$ 、 $N(6, 104)$ 、 $N(6, 105)$ 、 $N(6, 106)$ 、 $N(6, 107)$ 、 $N(6, 108)$ 、 $N(6, 109)$ 、 $N(6, 110)$ 、 $N(6, 111)$ 、 $N(6, 112)$ 、 $N(6, 113)$ 、 $N(6, 114)$ 、 $N(6, 115)$ 、 $N(6, 116)$ 、 $N(6, 117)$ 、 $N(6, 118)$ 、 $N(6, 119)$ 、 $N(6, 120)$ 、 $N(6, 121)$ 、 $N(6, 122)$ 、 $N(6, 123)$ 、 $N(6, 124)$ 、 $N(6, 125)$ 、 $N(6, 126)$ 、 $N(6, 127)$ 、 $N(6, 128)$ 、 $N(6, 129)$ 、 $N(6, 130)$ 、 $N(6, 131)$ 、 $N(6, 132)$ 、 $N(6, 133)$ 、 $N(6, 134)$ 、 $N(6, 135)$ 、 $N(6, 136)$ 、 $N(6, 137)$ 、 $N(6, 138)$ 、 $N(6, 139)$ 、 $N(6, 140)$ 、 $N(6, 141)$ 、 $N(6, 142)$ 、 $N(6, 143)$ 、 $N(6, 144)$ 、 $N(6, 145)$ 、 $N(6, 146)$ 、 $N(6, 147)$ 、 $N(6, 148)$ 、 $N(6, 149)$ 、 $N(6, 150)$ 、 $N(6, 151)$ 、 $N(6, 152)$ 、 $N(6, 153)$ 、 $N(6, 154)$ 、 $N(6, 155)$ 、 $N(6, 156)$ 、 $N(6, 157)$ 、 $N(6, 158)$ 、 $N(6, 159)$ 、 $N(6, 160)$ 、 $N(6, 161)$ 、 $N(6, 162)$ 、 $N(6, 163)$ 、 $N(6, 164)$ 、 $N(6, 165)$ 、 $N(6, 166)$ 、 $N(6, 167)$ 、 $N(6, 168)$ 、 $N(6, 169)$ 、 $N(6, 170)$ 、 $N(6, 171)$ 、 $N(6, 172)$ 、 $N(6, 173)$ 、 $N(6, 174)$ 、 $N(6, 175)$ 、 $N(6, 176)$ 、 $N(6, 177)$ 、 $N(6, 178)$ 、 $N(6, 179)$ 、 $N(6, 180)$ 、 $N(6, 181)$ 、 $N(6, 182)$ 、 $N(6, 183)$ 、 $N(6, 184)$ 、 $N(6, 185)$ 、 $N(6, 186)$ 、 $N(6, 187)$ 、 $N(6, 188)$ 、 $N(6, 189)$ 、 $N(6, 190)$ 、 $N(6, 191)$ 、 $N(6, 192)$ 、 $N(6, 193)$ 、 $N(6, 194)$ 、 $N(6, 195)$ 、 $N(6, 196)$ 、 $N(6, 197)$ 、 $N(6, 198)$ 、 $N(6, 199)$ 、 $N(6, 200)$ 、 $N(6, 201)$ 、 $N(6, 202)$ 、 $N(6, 203)$ 、 $N(6, 204)$ 、 $N(6, 205)$ 、 $N(6, 206)$ 、 $N(6, 207)$ 、 $N(6, 208)$ 、 $N(6, 209)$ 、 $N(6, 210)$ 、 $N(6, 211)$ 、 $N(6, 212)$ 、 $N(6, 213)$ 、 $N(6, 214)$ 、 $N(6, 215)$ 、 $N(6, 216)$ 、 $N(6, 217)$ 、 $N(6, 218)$ 、 $N(6, 219)$ 、 $N(6, 220)$ 、 $N(6, 221)$ 、 $N(6, 222)$ 、 $N(6, 223)$ 、 $N(6, 224)$ 、 $N(6, 225)$ 、 $N(6, 226)$ 、 $N(6, 227)$ 、 $N(6, 228)$ 、 $N(6, 229)$ 、 $N(6, 230)$ 、 $N(6, 231)$ 、 $N(6, 232)$ 、 $N(6, 233)$ 、 $N(6, 234)$ 、 $N(6, 235)$ 、 $N(6, 236)$ 、 $N(6, 237)$ 、 $N(6, 238)$ 、 $N(6, 239)$ 、 $N(6, 240)$ 、 $N(6, 241)$ 、 $N(6, 242)$ 、 $N(6, 243)$ 、 $N(6, 244)$ 、 $N(6, 245)$ 、 $N(6, 246)$ 、 $N(6, 247)$ 、 $N(6, 248)$ 、 $N(6, 249)$ 、 $N(6, 250)$ 、 $N(6, 251)$ 、 $N(6, 252)$ 、 $N(6, 253)$ 、 $N(6, 254)$ 、 $N(6, 255)$ 、 $N(6, 256)$ 、 $N(6, 257)$ 、 $N(6, 258)$ 、 $N(6, 259)$ 、 $N(6, 260)$ 、 $N(6, 261)$ 、 $N(6, 262)$ 、 $N(6, 263)$ 、 $N(6, 264)$ 、 $N(6, 265)$ 、 $N(6, 266)$ 、 $N(6, 267)$ 、 $N(6, 268)$ 、 $N(6, 269)$ 、 $N(6, 270)$ 、 $N(6, 271)$ 、 $N(6, 272)$ 、 $N(6, 273)$ 、 $N(6, 274)$ 、 $N(6, 275)$ 、 $N(6, 276)$ 、 $N(6, 277)$ 、 $N(6, 278)$ 、 $N(6, 279)$ 、 $N(6, 280)$ 、 $N(6, 281)$ 、 $N(6, 282)$ 、 $N(6, 283)$ 、 $N(6, 284)$ 、 $N(6, 285)$ 、 $N(6, 286)$ 、 $N(6, 287)$ 、 $N(6, 288)$ 、 $N(6, 289)$ 、 $N(6, 290)$ 、 $N(6, 291)$ 、 N

Table 3 第六級小波包分解對應頻帶

HRV frequency bands	WPT Nodes	Correspondent frequency band
	N(6,0)	0 - 0.0390625 Hz
LF (0.4 – 0.15)Hz	N(6,1)	0.0390625 – 0.078125 Hz
	N(6,2)	0.078125 – 0.117189 Hz
	N(6,3)	0.117189 – 0.156252 Hz
	N(6,4)	0.156252 – 0.195315 Hz
HF (0.15 – 0.5 Hz)	N(6,5)	0.195315 – 0.234378 Hz
	N(6,6)	0.234378 – 0.312504 Hz
	N(6,7)	0.312504 – 0.351567 Hz
	N(6,8)	0.351567 – 0.390630 Hz
	N(6,9)	0.390630 – 0.429643 Hz
	N(6,9)	0.429643 – 0.468756 Hz
	N(6,10)	0.468756 – 0.507819 Hz
	N(6,11)	0.507819 – 0.546882 Hz

	N(6,63)	2.490937 – 2.5 Hz

交感神經平衡指數(LF / HF)則由小波係數計算如下：

$$\text{LF/HF} = \frac{E(6,1) + E(6,2) + E(6,3)}{E(6,4) + E(6,5) + E(6,6) + E(6,7) + E(6,8) + E(6,9) + E(6,10)}$$

其中相對應的能量位階由下式計算：

$$E(n, j) = \sum |w_{n,j}|^2$$

下圖則為通過快速傅立葉轉換(Fast Fourier Transform, FFT)分析心律變化性(HRV)所獲得在相關頻率範圍上的能量分佈序列相較於整個頻譜的差異。據此可以計算各個子分帶的能量分佈，並透過比較得以獲得 LF / HF 比。

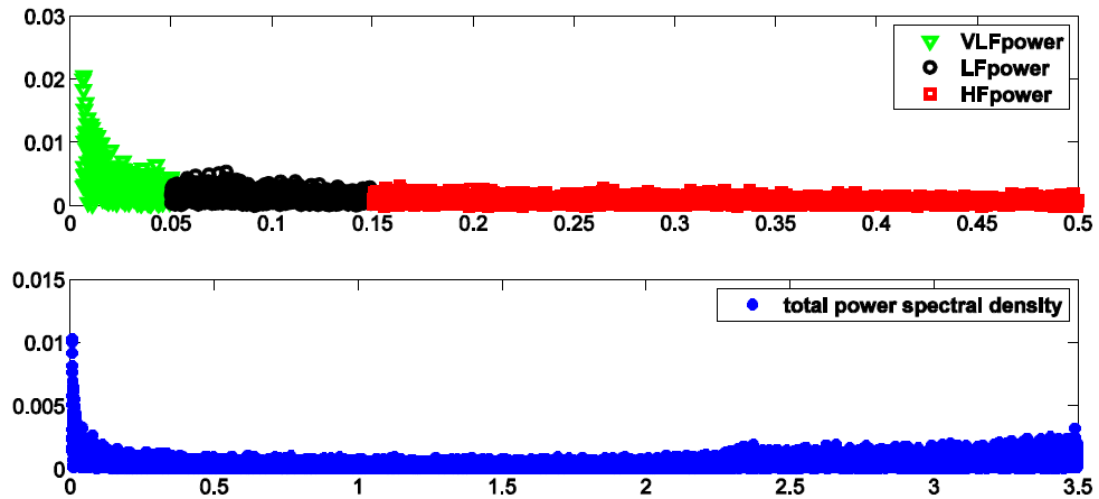


Figure 5 利用快速傅立葉轉換(FFT)所得能量分布與整體能量分布

四、結果

小波包的分解使得某些特定頻帶得以有精確局部化，且不依賴於訊號的長度。下圖表示了 6 級小波包(WP)分解在所考慮頻率範圍的能量分量值：

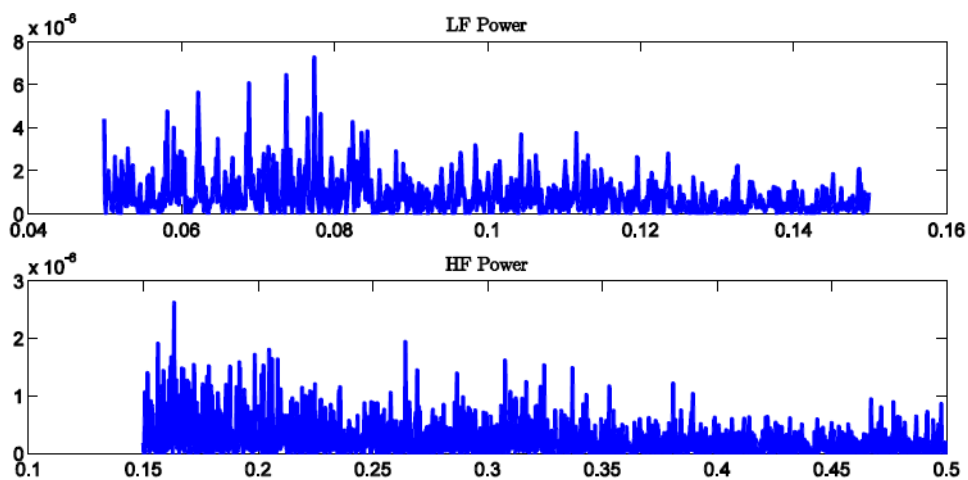


Figure 6 6 級小波包(WP)分解在所考慮頻率範圍的能量分量

基於小波分解與基於快速傅立葉轉換(FFT)分別計算 LF / HF 指數，其中訊號具有不同的長度和分辨率，從上述所提到的數據庫中可獲得其結果合成表如下：

Table 4 不同訊號所得 LF / HF 指標

signal	length	LF/HF by FFT	LF/HF by WP
14046	115278	0.868	0.787
14046_1	100000	0.657	0.604
14046_2	65536	0.871	0.731
14046_3	32818	0.902	0.788

五、結論

心電圖的特性，使其分析方法可為時域分析法與頻域分析法，而目前用於分析心律變動性(HRV)最常見的數學分析方法是採用傅立葉轉換，但由於其本身數學上的限制，使得輸入應多為穩定信號，然而現實生活中許多訊號並不是穩定的，且其中參雜躁聲雜訊…等。

最適合用於信號擴展的變換方式，是將給定訊號基於時間和頻率進行局部化。然而傅立葉轉換下，若訊號函數在局部頻域下有驟增驟減時，並不能夠有效地去作擬合，再者僅能夠處理標示確切的頻率而無法給出時間定位。

而小波轉換得以為 HRV 的變數提供了更具體的資訊，根據文獻討論中檢視發現 WPT 方法具有良好的時頻分辨率，相較於傅立葉轉換更能給出合理的分類結果。

六、參考文獻

- [1] 2008, Politano L, Palladino A, Nigro G, Scutifero M, Cozza V., Usefulness of heart rate variability as a predictor of sudden cardiac death in muscular dystrophies.
- [2] 2009, Palatini P, Julius S., The role of cardiac autonomic function in hypertension and cardiovascular disease.
- [3] 2000, Kawase M, Komatsu T, Nishiwaki K, Kimura T, Fujiwara Y, Takahashi T, Shimada Y, Heart rate variability during massive hemorrhage and progressive hemorrhagic shock in dogs.

- [4] 2004, Chen WL, Kuo CD., Characteristics of heart rate variability can predict impending septic shock in emergency department patients with sepsis.
- [5] 2005, 楊雅筑, 以複合式小波轉換方法偵測 R 波之研究
- [6] 2009, 翁根本、何慈育、歐善福、林竹川、謝凱生, 心律變動性分析
- [7] 2014, S.V. Bozhokina, I.B. Suslova, Analysis of non-stationary HRV as a frequency modulated signal by double continuous wavelet transformation method
- [8] 2014, Zoltan German-Sallo, Wavelet Transform based HRV Analysis
- [9] 2014, Reza Tafreshi, Abdul Jaleel, Jongil Lim, Leyla Tafreshi, Automated analysis of ECG waveforms with atypical QRS complex morphologies