

形式语言与自动机 第六次作业

4.1.1

d) 对任何正整数 m , 取 $w = 0^m 1^m 2^m$, $w \in L$ 且 $|w| \geq m$

设 $w = xyz$, 其中 $|xy| \leq m, |y| \geq 1$

$$w = \underbrace{0 \dots 0}_{|x| \uparrow} \underbrace{0 \dots 0}_{|y| \uparrow} \underbrace{1 \dots 1}_{m \uparrow} \underbrace{2 \dots 2}_{m \uparrow}$$

设 $y = 0^k (k \geq 1)$ 则 $xy^2z = 0^{m+k} 1^m 2^m \notin L$

因此 $\{0^n 1^m 2^n \mid m, n \in \mathbb{Z}\}$ 不是正则的

e) 对任何正整数 m , 取 $w = 0^m 1^m$, $w \in L$ 且 $|w| \geq m$

设 $w = xyz$, 其中 $|xy| \leq m, |y| \geq 1$

$$w = \underbrace{0 \dots 0}_{|x| \uparrow} \underbrace{0 \dots 0}_{|y| \uparrow} \underbrace{1 \dots 1}_{m \uparrow}$$

设 $y = 0^k (k \geq 1)$ 则 $xy^2z = 0^{m+k} 1^m$

考虑到 $k \geq 1$ 则 $m+k > m$, $xy^2z \notin L$

因此 $\{0^n 1^m \mid n \leq m\}$ 不是正则的

4.1.2

e) 对任何正整数 m , 取 $w = 0^m 1^m 0^m 1^m$, $w \in L$ 且 $|w| \geq m$

设 $w = xyz$, 其中 $|xy| \leq m, |y| \geq 1$

$$w = \underbrace{0 \dots 0}_{|x| \uparrow} \underbrace{0 \dots 0}_{|y| \uparrow} \underbrace{1^m 0^m 1^m}_{m \uparrow}$$

设 $y = 0^k (k \geq 1)$ 则 $xy^2z = 0^{m+k} 1^m 0^m 1^m \notin L$

因此 L 不是正则的

→ $\begin{cases} k \text{ 奇数则 } |xy^2z| \text{ 为奇, 显然 } xy^2z \notin L \\ k \text{ 偶数则两个子串开头一个为 } 0 \text{ 一个为 } 1, xy^2z \notin L \end{cases}$

f) 对任何正整数 m , 取 $w = 0^m 1^m 1^m 0^m$, $w \in L$ 且 $|w| \geq m$

设 $w = xyz$, 其中 $|xy| \leq m, |y| \geq 1$

$$w = \underbrace{0 \dots 0}_{|x| \uparrow} \underbrace{0 \dots 0}_{|y| \uparrow} \underbrace{1^m 1^m 0^m}_{m \uparrow}$$

设 $y = 0^k (k \geq 1)$ 则 $xy^2z = 0^{m+k} 1^m 1^m 0^m \notin L$

因此 L 不是正则的

→ $\begin{cases} \text{从前数第 } (m+1) \text{ 个字符为 } 0 \\ \text{后 } \dots \text{ 字符为 } 1. \\ \text{故 } xy^2z \notin L \end{cases}$

g) 对任何正整数 m , 取 $w = 0^m 1^m 1^m 0^m$, $w \in L$ 且 $|w| \geq m$

设 $w = xyz$, 其中 $|xy| \leq m, |y| \geq 1$

设 $y = 0^k$ 则 $xy^2z = 0^{m+k} 1^m 1^m 0^m$

k 为奇数, $|xy^2z|$ 为奇, $xy^2z \notin L$ 显然成立.

k 为偶数, 反证. 设 $xy^2z = v\bar{v}$

i) 若 $k \leq 2m$ 则 $v = 0^{m+k} 1^{m-\frac{k}{2}}, \bar{v} = 1^{m+\frac{k}{2}} 0^m$, $(m+\frac{k}{2}+1)$ 位 v, \bar{v} 均是 0, 矛盾

ii) 若 $k > 2m$ 则 $v = 0^{2m+\frac{k}{2}}, \bar{v} = 0^{\frac{k}{2}-m} 1^m 0^m$, 第 1 位 v, \bar{v} 均是 0, 矛盾

综上: $xy^2z \notin L$, 因此 L 不是正则的