离散数学 第六次作业

1. (1) $\neg(\exists x)(\exists y)(P(x)\wedge P(y)\wedge Q(x)\wedge Q(y)\wedge R(x,y))$

$=(\forall x)(\forall y)(\neg(P(x)\wedge P(y)\wedge Q(x)\wedge Q(y)\wedge R(x,y)))$

$=(\forall x)(\forall y)(\neg(P(x)\wedge P(y)\wedge Q(x)\wedge Q(y))\vee\neg R(x,y))$

$=(\forall x)(\forall y)((P(x)\wedge P(y)\wedge Q(x)\wedge Q(y))\rightarrow\neg R(x,y))$

(2) $\neg(\forall x)(\exists y)((P(x,y)\vee Q(x,y))\wedge(R(x,y)\vee S(x,y)))$

$=(\exists x)(\forall y)\neg((P(x,y)\vee Q(x,y))\wedge(R(x,y)\vee S(x,y)))$

$=(\exists x)(\forall y)(\neg(P(x,y)\vee Q(x,y))\vee\neg(R(x,y)\vee S(x,y)))$

$=(\exists x)(\forall y)((P(x,y)\vee Q(x,y))\rightarrow\neg(R(x,y)\vee S(x,y)))$

$=(\exists x)(\forall y)((P(x,y)\vee Q(x,y))\rightarrow(\neg R(x,y)\wedge\neg S(x,y)))$

(3) $(\forall x)(P(x)\vee q)\rightarrow(\exists x)(P(x)\wedge q)$

$=\neg(\forall x)(P(x)\vee q)\vee(\exists x)(P(x)\wedge q)$

$=(\exists x)\neg(P(x)\vee q)\vee(\exists x)(P(x)\wedge q)$

$=(\exists x)(\neg P(x)\wedge\neg q)\vee(\exists x)(P(x)\wedge q)$

2. (6) 不是普遍有效的，在{0,1}域内

原式 $=((P(1)\vee Q(1))\wedge(P(2)\vee Q(2)))\rightarrow((P(1)\wedge P(2))\vee(Q(1)\wedge Q(2)))$

令 $Q(1)=P(2)=T$，$Q(2)=P(1)=F$ 则

$(P(1)\vee Q(1))\wedge(P(2)\vee Q(2))=T\wedge T=T$

$(P(1)\wedge P(2))\vee(Q(1)\wedge Q(2))=F\vee F=F$

故原式=F，于是公式不是普遍有效的

(7) 不是普遍有效的，在{0,1}域内

原式 $=((P(1)\vee P(2))\wedge(Q(1)\vee Q(2)))\rightarrow((P(1)\wedge Q(1))\vee(P(2)\wedge Q(2)))$

令 $P(1)=Q(2)=T$，$P(2)=Q(1)=F$ 则

$(P(1)\vee P(2))\wedge(Q(1)\vee Q(2))=T\wedge T=T$

$(P(1)\wedge Q(1))\vee(P(2)\wedge Q(2))=F\vee F=F$ 故原式=F，于是公式不是普遍有效的

(8) 不是普遍有效的，在{0,1}域内

原式 $=(P(1,1)\vee P(1,2))\wedge(P(2,1)\vee P(2,2))\rightarrow((P(1,1)\wedge P(2,1))\vee(P(1,2)\wedge P(2,2)))$

令 $P(1,1)=P(2,2)=T$，$P(2,1)=P(1,2)=F$ 则

$(P(1,1)\vee P(1,2))\wedge(P(2,1)\vee P(2,2))=T\wedge T=T$

$(P(1,1)\wedge P(2,1))\vee(P(1,2)\wedge P(2,2))=F\vee F=F$

故原式=F，于是公式不是普遍有效的