

用途3： 解决实际问题



例7： 在某次研讨会的中间休息时间，3名与会者根据王教授的口音对他是哪个省市的人判断如下：

甲： 王教授不是苏州人， 是上海人。

乙： 王教授不是上海人， 是苏州人。

丙： 王教授既不是上海人， 也不是杭州人。

听完这3人的判断后，王教授笑着说，你们3人中**有一人说得全对，有一人说对了一半，另一人说得全不对。**

试用逻辑演算分析王教授到底是哪里人。

甲：王教授不是苏州人，是上海人。

乙：王教授不是上海人，是苏州人。

丙：王教授既不是上海人，也不是杭州人



解 设命题

P : 王教授是苏州人.

Q : 王教授是上海人.

R : 王教授是杭州人.

P, Q, R 中必有一个真命题，两个假命题.

甲的判断为 $\neg P \wedge Q$

乙的判断为 $P \wedge \neg Q$

丙的判断为 $\neg Q \wedge \neg R$

甲：王教授不是苏州人，是上海人。
乙：王教授不是上海人，是苏州人。
丙：王教授既不是上海人，也不是杭州人

甲的判断为 $\neg P \wedge Q$
乙的判断为 $P \wedge \neg Q$
丙的判断为 $\neg Q \wedge \neg R$



甲的判断全对为

$$B_1 = \neg P \wedge Q$$

甲的判断对一半为

$$B_2 = (\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q)$$

甲的判断全错为

$$B_3 = P \wedge \neg Q$$

乙的判断全对为

$$C_1 = P \wedge \neg Q$$

乙的判断对一半为

$$C_2 = (\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q)$$

乙的判断全错为

$$C_3 = \neg P \wedge Q$$

丙的判断全对为

$$D_1 = \neg Q \wedge \neg R$$

丙的判断对一半为

$$D_2 = (\neg Q \wedge R) \vee (Q \wedge \neg R)$$

丙的判断全错为

$$D_3 = Q \wedge R$$

一人说得全对，有一人说对了一半，另一人说得全不对

$(B\ C\ D)_1$:说得全对； $(B\ C\ D)_2$: 说对一半；

$(B\ C\ D)_3$:说得全不对



由王教授所说：下面的命题为真命题

$$\begin{aligned} E = & (B_1 \wedge C_2 \wedge D_3) \vee (B_1 \wedge C_3 \wedge D_2) \vee \\ & (B_2 \wedge C_1 \wedge D_3) \vee (B_2 \wedge C_3 \wedge D_1) \vee \\ & (B_3 \wedge C_1 \wedge D_2) \vee (B_3 \wedge C_2 \wedge D_1) \end{aligned}$$

$$\text{又 } B_1 \wedge C_2 \wedge D_3 = (\neg P \wedge Q) \wedge ((\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q)) \wedge (Q \wedge R)$$

$$= (\neg P \wedge Q) \wedge ((\neg P \wedge \neg Q \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge Q \wedge R))$$

$$= (\neg P \wedge Q) \wedge (P \wedge Q \wedge Q \wedge R)$$

$$= F$$

$$B_1 \wedge C_3 \wedge D_2 = \neg P \wedge Q \wedge \neg R$$

$$B_2 \wedge C_1 \wedge D_3 = F$$

$$B_2 \wedge C_3 \wedge D_1 = F$$

$$B_3 \wedge C_1 \wedge D_2 = P \wedge \neg Q \wedge R$$

$$B_3 \wedge C_2 \wedge D_1 = F$$

P : 王教授是苏州人.

Q : 王教授是上海人.

R : 王教授是杭州人.

故

$$E = (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R)$$

因为王教授不能既是上海人，又是杭州人，所以 P, R 必有一个假命题，即 $P \wedge R \Leftrightarrow 0$. 于是

$E = \neg P \wedge Q \wedge \neg R$ 为真命题，即

王教授是上海人，甲说得全对，丙说对了一半，而乙全说错了。



例8：推导比赛名次

- 例8 A, B, C, D 4人做百米竞赛，观众甲、乙、丙预报比赛的名次为：

甲：C第一，B第二；

乙：C第二，D第三；

丙：A第二，D第四

比赛结束后发现甲、乙、丙每人报告的情况都是各对一半，试问实际名次如何（无并列者）？

甲：C第一，B第二
乙：C第二，D第三
丙：A第二，D第四

解： A_i, B_i, C_i, D_i 表示A,B,C,D第*i*名， $i=1,2,3,4$

$$\textcircled{1} (C_1 \wedge \neg B_2) \vee (\neg C_1 \wedge B_2) = T$$

$$\textcircled{2} (C_2 \wedge \neg D_3) \vee (\neg C_2 \wedge D_3) = T$$

$$\textcircled{3} (A_2 \wedge \neg D_4) \vee (\neg A_2 \wedge D_4) = T$$

$\textcircled{1} \wedge \textcircled{2} = T$ 由于C不能既第一又第二，B和C不能都第二，所以

$$\textcircled{4} (C_1 \wedge \neg B_2 \wedge \neg C_2 \wedge D_3) \vee (\neg C_1 \wedge B_2 \wedge \neg C_2 \wedge D_3) = T$$

$\textcircled{3} \wedge \textcircled{4} = T$ 由于A，B不能同时第二，D不能第三又第四，所以 $A_2 \wedge \neg D_4 \wedge C_1 \wedge \neg B_2 \wedge \neg C_2 \wedge D_3 = T$

所以C第一，A第二，D第三，B第四。