离散数学2 第四次作业

8. Pf: 设度数最小的点为v_1，$deg(v_1)=n_1$

$\sum_{v_i\in V} deg(v_i) = 2m \geq (n-1)(n-2)+4 = n^2-3n+6$.

则 $\sum_{v_i\in V-v_1} deg(v_i) = \sum_{v_i\in V} deg(v_i) - 2deg(v_1) \geq n^2-3n+6-2n_1$, ①

对 $G_1=G-v_1$ 分析　设度数最小的点为v_2.

对于 $G_2=G-v_1-v_2$ 分析　G_2内每点除了自身与v_1、v_2，最大度数$(n-3)$

则 $\sum_{v_i\in V-v_2-v_1} deg(v_i) \leq (n-2)(n-3)$ ②.

i) 假设 v_1、v_2 间无边则

$deg(v_2) = \frac{1}{2}\left(\sum_{v_i\in V-v_1} deg(v_i) - \sum_{v_i\in V-v_1-v_2} deg(v_i)\right) \geq \frac{1}{2}\left(n^2-3n+6-2n_1-(n-2)(n-3)\right)$

$= n-n_1$

ii) 假设 v_1、v_2 间有边则

$deg(v_2) > \frac{1}{2}\left(\sum_{v_i\in V-v_1} deg(v_i) - \sum_{v_i\in V-v_1-v_2} deg(v_i)\right) \geq n-n_1$

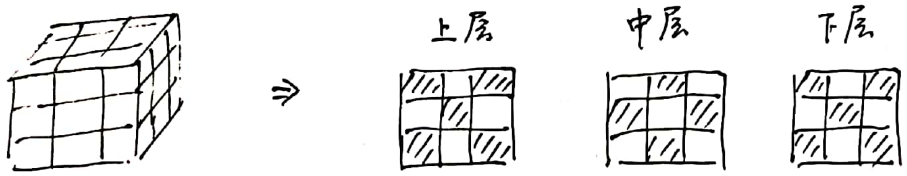
综上 $deg(v_1)+deg(v_2)\geq n$ 此说明图中度数最小二点度数之和大于等于n

则 $\forall v_i,v_j\in V$ 有 $deg(v_i)+deg(v_j)\geq n$ 、⇒ G中有H回路

12、不能

理由：将27个立方体看成结点，相邻立方体间连边

此图为二分图，分析如下



阴影共14结点，设点集为V_1

空白共13结点，设点集为V_2

一个角$\in V_1$，而中心$\in V_2$　如此则需寻找一条V_1中的点起V_2中的点终的H-道路

这显然不可能，因为遍历V_1需偶数边，而遍历V_2需奇数边

综上：不存在如题所述路径