

## 作业 1

授课老师: 贺飞

你的姓名 (你的学号)

助教: 韩志磊、徐志杰、谢兴宇

在开始完成作业前, 请仔细阅读以下说明:

- 我们提供作业的 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 源码, 你可以在其中直接填充你的答案并编译 PDF (请使用 xelatex)。当然, 你也可以使用别的方式完成作业 (例如撰写纸质作业后扫描到 PDF 文件之中)。但是请注意, 最终的提交一定只是 PDF 文件。提交时请务必再次核对, 防止提交错误。
- 在你的作业中, 请务必填写你的姓名和学号, 并检查是否有题目遗漏。请重点关注每次作业的截止时间。截止时间之后你仍可以联系助教补交作业, 但是我们会按照如下公式进行分数的折扣:

$$\text{作业分数} = \text{满分} \times (1 - 10\% \times \min(\lceil \text{迟交周数} \rceil, 10)) \times \text{正确率}.$$

- 本次作业为独立作业, 禁止抄袭等一切不诚信行为。作业中, 如果涉及参考资料, 请引用注明。

## Problem 1: 判断题

给定下列陈述, 请判断其是否正确。如果错误, 请给出反例或解释原因。

1-1 给定任意的命题逻辑公式, 它是否可满足一定是可判定的。

Solution ■

1-2 给定命题逻辑公式  $F$  和  $G$ , 如果  $F$  是有效的且  $G$  不是有效的, 则  $F \rightarrow G$  一定不可满足。

Solution ■

1-3 给定命题逻辑公式  $F$  和  $G$ , 如果  $F$  是可满足的且  $\neg G$  是不可满足的, 则  $F \wedge G$  一定可满足。

Solution ■

1-4 任意给定一个一阶逻辑公式, 一定可以在有限时间内判定其是否可满足。

Solution ■

## Problem 2: 解答题

2-1 考虑下列公式 (记作  $F$ ):

$$(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((\neg P \vee Q) \rightarrow (\neg P \vee R))$$

请列出它的真值表, 并判断它是否有效。若有效, 请使用  $\mathcal{S}_{PL}$  证明其有效性, 即给出  $\vdash F$  的证明。

**Solution ■**

2-2 证明  $\mathcal{S}_{PL}$  的右蕴含规则是可靠的：

$$\frac{\Gamma, P \vdash Q, \Delta}{\Gamma \vdash P \rightarrow Q, \Delta} \text{ (右蕴涵)}$$

**Solution ■**

2-3 考虑论域  $\mathcal{D} = \{\circ, \bullet\}$  以及下面的解释函数

- $\mathcal{I}(f) = \{(\circ, \circ) \mapsto \circ, (\circ, \bullet) \mapsto \bullet, (\bullet, \circ) \mapsto \bullet, (\bullet, \bullet) \mapsto \bullet\}$
- $\mathcal{I}(g) = \{\circ \mapsto \bullet, \bullet \mapsto \circ\}$
- $\mathcal{I}(p) = \{(\bullet, \circ), (\bullet, \bullet)\}$

求公式  $\forall x.p(f(g(x), x), x)$  的取值。

**Solution ■**

2-4 请使用  $\mathcal{S}_{FOL}$  (包含命题逻辑中的 10 条规则和 4 条量词消去规则) 构建推导树证明下列两个相继式：

1.  $\exists x.p(x) \rightarrow q(x) \vdash (\forall y.p(y)) \rightarrow \exists z.q(z)$
2.  $(\forall y.p(y)) \rightarrow \exists z.q(z) \vdash \exists x.p(x) \rightarrow q(x)$

**Solution ■**