

# 离散数学 第一次作业

1. (1) "火星上有生命存在"是命题 无法确定真值  
 (2) "12是质数"是命题 F  
 (3) "青山比华山高"是命题 F  
 (4) " $x+y=2$ "不是命题

2. (1)  $Q \rightarrow P$   $P \leftrightarrow Q$   $Q \rightarrow P$   
 (2)  $\neg(P \wedge Q)$ : 今天不是既很冷又下雪.  
 $\neg P \vee \neg Q$ : 今天不很冷或者不下雪.  
 $P \rightarrow Q$ : 只要今天很冷, 就下雪.  
 $\neg P \vee Q$ : 今天不很冷或正在下雪.  
 $\neg \neg P$ : 今天不是不很冷  
 $\neg P \leftrightarrow Q$  今天不很冷当且仅当正在下雪.

3. (1)  $\neg(P \vee Q)$ : P与Q均为F时公式才为真  
 $\neg P \wedge \neg Q$ : P与Q均为F时公式才为真  
 $\neg(P \wedge Q)$ : P与Q只要有一个为F公式就为真

P	Q	$\neg(P \vee Q)$	$\neg P \wedge \neg Q$	$\neg(P \wedge Q)$
T	T	F	F	F
T	F	F	F	T
F	T	F	F	T
F	F	T	T	T

- (3)  $(P \leftrightarrow Q) \wedge \neg(P \leftrightarrow Q)$ : 始终为F

P	Q	$(P \leftrightarrow Q) \wedge \neg(P \leftrightarrow Q)$
T	T	F
T	F	F
F	T	F
F	F	F

- (5)  $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ : 除了P, Q为真而R为假, 其它条件下公式均为真  
 $P \wedge Q \rightarrow R$ : 除了P, Q为真而R为假, 其它条件下公式均为真

P	Q	R	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	$P \wedge Q \rightarrow R$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	F
T	F	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T
F	F	F	T	T

4. (1)  $P \rightarrow P$  重言式

P	$P \rightarrow P$
T	T
F	T

- (3)  $(Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee R))$   
 重言式

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= (Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee R)) \\
 &= (Q \rightarrow R) \rightarrow ((\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \vee R)) \\
 &= (Q \rightarrow R) \rightarrow ((\neg P \vee P) \wedge (\neg Q \vee R)) \\
 &= \neg(\neg Q \vee R) \vee ((\neg Q \vee P \vee R)) \\
 &= \neg(\neg Q \vee R) \vee (\neg Q \vee R \vee P) = T \vee P = T
 \end{aligned}$$

$$(5) (P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P) \text{ 重言式} \quad \text{原式} = \neg(\neg P \vee Q) \vee (\neg \neg Q \vee \neg P) \\ = \neg(\neg P \vee Q) \vee (\neg P \vee Q) = T$$

5.

(6)  $P$ : 他个子矮  $Q$ : 他很胖  
 $\neg(P \vee Q)$

(7)  $P$ : 水是清的  $Q$ : 张三能看到池底  $R$ : 张三是近视眼  
 $P \rightarrow (Q \wedge R)$

(8)  $P$ : 嫦娥是虚构的  $Q$ : 圣诞老人是虚构的  $R$ : 许多孩子被骗了  
 $(P \wedge Q) \rightarrow R$