



第13届亚洲物理奥林匹克竞赛实验试题简介

基础教育研究

杨景, 荀坤, 陈晓林

(北京大学物理学院, 北京 100871)

摘要:第13届亚洲物理奥林匹克竞赛的2道实验试题为“摩擦系数”和“电磁感应”. 本文较全面地介绍了试题内容并给出了解答.

关键词:亚洲物理奥林匹克; 摩擦系数; 电磁感应; 涡流效应

中图分类号: G633.7

文献标识码: A

文章编号: 1005-4642(2012)12-0015-11

1 引言

第13届亚洲物理奥林匹克竞赛于2012年5月1日至5月8日在印度首都新德里举行. 代表中国参赛的8名中学生全部都获得了金牌, 并且包揽了总分前三名. 其中姚文杰同学还获得了总分第一和实验第一的好成绩, 而刘尚同学则获得了理论第一的好成绩.

本届竞赛的2道实验题分别是“摩擦系数”和“电磁感应”. 因原题较长, 我们不得不作缩略, 但会尽可能保留原貌. 试题解答采用赛会提供的标准答案, 并在必要时作简短评论.

2 试题

2.1 试题1: 摩擦系数

由于摩擦力的作用, 绕过圆柱的细绳的两端张力会不同(见图1). 要拉住细绳一端悬挂的物体, 在细绳另一端加的力可以比物体所受的重力小. 随着细绳在圆柱上缠绕圈数的增多另一端所

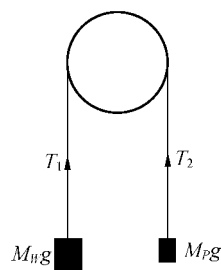


图1 摩擦系数实验示意图

需加的最小力会以令人吃惊的速度减小. 基于此, 水手在固定船只时会将缆绳在泊桩上绕很多圈. 本实验拟系统地探究负载 $W(=M_wg)$ 、最小平衡力 $P(=M_pg)$ 及缠绕角 θ 三者之间的关系.

2.1.1 实验装置

实验装置如图2所示. 在平台的中间竖立一钢管, 在其四周各平置一钢管. 在其中一平置钢管前, 放一有机玻璃刻线板(间距为1.5 mm), 用于检测细绳是否移动. 用来缠绕钢管的绳子有花色和粉色2种. 在绳子的两端可分别悬挂塑料秤盘和重物. 放大镜上的蓝色滑块用于开关照明灯. 含挂架的塑料秤盘的质量 M_{pan} 标在秤盘的侧面, 秤盘内可放置不同质量的砝码, 计有500.0, 200.0, 100.0, 50.0, 20.0, 10.0, 5.0, 2.0, 1.0 g等规格. 1个质量未知的物体, 其质量用 M_u 表示. 1个带挂钩的重物串, 每件质量均为100 g, 总质量为800 g.



图2 摩擦系数实验装置图

2.1.2 实验任务

1) 研究负载 W 、最小平衡力 P 以及缠绕角 θ

收稿日期: 2012-10-22

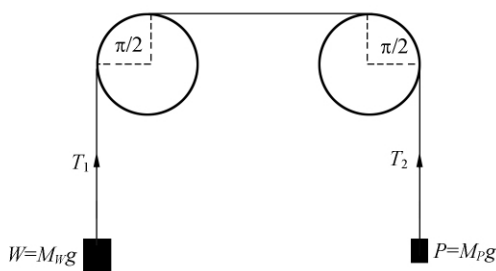
作者简介: 杨景(1983—), 男, 江苏南京人, 北京大学物理学院讲师, 博士, 研究方向为纳米光学.

之间的关系(注:在此部分使用花色绳)。

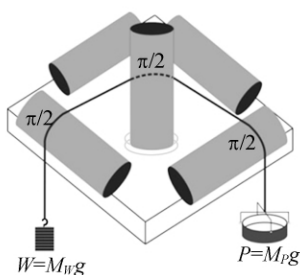
以带挂钩的重物串作负载 M_W , 将其系在所给花色绳(其质量可忽略)一端, 并在绳的另一端系上秤盘(质量已知)。通过使细绳跨过或绕过 2 个或多个钢管可以改变缠绕角 θ (见图 3)。平衡力由秤盘和加在其中的砝码提供。

当细绳不接触竖直钢管横跨在 2 个平行钢管上时得到的缠绕角 θ 最小(见图 3)。通过使细绳绕过竖直钢管, 及将秤盘和砝码挂放在不同的水平管上, 可使缠绕角 θ 以 $\pi/2$ 的步长变化。负载应放置在装有刻线板的水平管一侧。

理论上, 可以通过观察 M_W 相对于刻线板移动的临界状态来确定 M_P (克服静摩擦力)。但实际上只能确定该值所处的区间 $[M_{P-}, M_{P+}]$ 。测量时应使该区间尽可能小。



(a) 缠绕角为 π



(b) 缠绕角为 $3\pi/2$

图 3 缠绕角分别为 π 和 $3\pi/2$ 的示意图

a. 固定 θ 角, 研究 M_P 与 M_W 的关系。(2.2 分)

在 $\theta = \pi$ 时, 改变负载, 测量不同负载时 M_P 的大小。要利用所给砝码使测量范围尽可能宽。要估算测量值包含因子为 2 的扩展不确定度。画图确定 M_P 与 M_W 之间的关系。

b. 固定负载 M_W , 研究 M_P 与 θ 之间的关系。

(5.2 分)

改变 θ 角度, 测量平衡时 M_P 的值。画出必要的图线, 综合各图线得到 M_P 与 θ 之间的关系。

c. 综合各图线得到所需的方程。(0.6 分)

分析所得数据, 将 P 用 W 和 θ 表达出来。 P 的表达式中还会含有与钢管和细绳间的摩擦有关的项。从 P 的表达式中找出此项, 令其等于系统的摩擦系数 μ , 并估算此系数的扩展不确定度。

2) 测量未知物体质量 M_u 和粉色绳与钢管之间的摩擦系数 μ_u 。(2 分)

写出用以求得 M_u 和 μ_u 的方程。利用任务 1) 中得到的关系式, 在 $\theta = \pi$ 时作必要的测量来确定未知重物的质量 M_u 以及粉色绳与钢管之间的摩擦系数 μ_u , 并估算它们的扩展不确定度。

2.2 试题 2: 电磁感应

2.2.1 引言

在 1 个耦合线圈系统中(2 个线圈), 通过线圈 1 磁通量为 $\phi_1 = L_1 i_1 + M_{12} i_2$, 式中, i_1 和 i_2 分别为流过线圈 1 和线圈 2 的电流, L_1 是线圈 1 的自感系数, M_{12} 是互感系数。当线圈 2 通有电流时, 磁通量与上式类似, 并有 $M_{21} = M_{12} = M$ 。

当角频率为 ω 的交流电流过串联的电阻 R 和电感 L 时, 会有电压降。设电流 $i = I_0 \sin \omega t$, 则电阻和电感上的电压降分别等于 $I_0 R \sin \omega t$ 和 $I_0 \omega L \cos \omega t$, ωL 称为感抗, 用符号 X 表示。称

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (1)$$

为总阻抗。可以将 R 和 L 上的总压降表示为 $I_0 Z \sin(\omega t + \theta)$, 其中

$$\theta = \arctan\left(\frac{X}{R}\right), \quad (2)$$

交流电压和交流电流的有效值 V 和 I 满足类似于欧姆定律的表达式: $V = IZ$ 。由此有

$$V^2 = (IR)^2 + (IX)^2. \quad (3)$$

不同于直流电路中电阻由欧姆定律来决定, 交流电路中电阻的概念是与电磁能的耗散相联系的。

若电路中还有其他电阻或电感与 L 和 R 组合串联, 回路中的总电压降等于总电阻上的电压降和总电感上的电压降平方和的平方根。

由式(2)和(3)可以得到:

$$V \cos \theta = IR, \quad (4)$$

$$V \sin \theta = IX. \quad (5)$$

如果在 1 个含有线圈和 1 个已知电阻 R' 的组合回路上, 加上电压 V_A (如图 4 所示), 那么电压 V_A 和 R' 上的电压降 $V_{R'}$, 线圈上的电压 V 和角度 θ 的关系为

$$V_A^2 = V_{R'}^2 + V^2 + 2V_{R'} V \cos \theta, \quad (6)$$

式(6)中除 θ 外的所有量都能够测量得到.

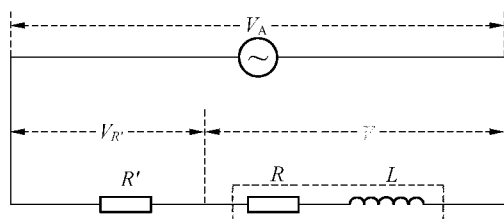


图 4 测量线圈感抗和电阻的电路图

因此,测量出 3 个电压 V_A , $V_{R'}$ 和 V , 并利用式(4)~(6), θ , R , Z 和 X 就能够被确定:

$$R = \left(\frac{R'}{2}\right) \left(\frac{V_A^2 - V^2}{V_{R'}^2} - 1\right), \quad (7)$$

$$Z = \frac{V}{V_{R'}} R', \quad (8)$$

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2}. \quad (9)$$

若知道交流电的频率,则还能够计算出 L .

对于由 2 个线圈组成的耦合回路,电源供给初级线圈的能量,部分消耗在初级线圈中,部分消耗在与之耦合的次级线圈中. 当不存在机械功时,能量仅消耗在电阻上. 电感不耗能,只是将电能以磁能的形式储存起来. 对于自感系数为 L 的电感,当电流为 I 时,其平均储能等于 $LI^2/2$.

当电流流经次级线圈时,其在初级线圈中感应出的电动势会导致初级线圈中的电流变化. 可以将次级线圈的影响包含在初级线圈的等效电阻和等效感抗中,使初级和次级线圈中消耗的总能量就好像是消耗在初级线圈的有效电阻上一样.

初级线圈等效电阻 R_{PE} 和等效电感 L_{PE} 与从次级线圈“反射”的电阻 R_R 和“反射”的电感 L_R 有关. 在初级线圈中,反射的电阻 R_R 所消耗的(平均)功率必须等于次级回路中电阻 R_S 消耗的功率,即

$$I_P^2 R_R = I_S^2 R_S. \quad (10)$$

类似地,反射的电感 L_R 和次级回路中电感 L_S 满足:

$$\frac{1}{2} L_R I_P^2 = \frac{1}{2} L_S I_S^2. \quad (11)$$

由于初级线圈中交变电流 I_P 的改变,而在次级线圈中感应电动势的大小等于 $\omega M I_P$. 根据基尔霍夫回路方程,可以写出初级和次级线圈中电流满足的方程

$$\omega M I_P = I_S Z_S. \quad (12)$$

式中 Z_S 是次级回路中的总阻抗. 当次级回路中阻抗为无限大时,感应电动势就好像作用于开路的次级线圈上.

2.2.2 实验装置

实验装置如图 5 所示. 频率 1 000 Hz 时输出为 10 V (有效值) 的正弦波发生器; 数字万用表; 2 组绕在同一个无磁性非导体圆柱状中空绕线筒上的同轴耦合线圈; 能够插入中空绕线筒的铝棒; 安装在绝缘板上的电阻排 (每排 10 个电阻; 其中一排的电阻值均为 100 Ω , 另一排的则均为 10 Ω , 都含有香蕉插孔); 所需要的负载电阻 R_L 或者取样电阻 R' 可以用电阻排和导线连接来进行选取, 当电阻排用作负载电阻时, 还有另一个 300 Ω 的电阻可用作取样电阻; 带香蕉插头的 5 根黑线和 5 根红线.

频率为 1 000 Hz 的正弦波发生器可用于产生交流电压. 使用万用表的 20 V 量程测量交流电压的有效值. 若有需要, 可以从测量到的初级回路中 R' 上的电压和次级回路中 R_L 上的电压, 计算得到电流 I_P 和 I_S .

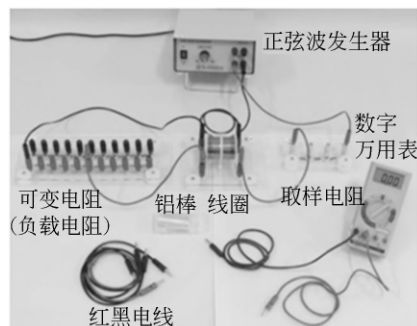


图 5 电磁感应实验装置图

2.2.3 实验任务

1) 测量无芯(空气芯)线圈和铝芯线圈的电阻和电感. (3.4 分)

如图 6 所示, 将线圈 1 (接线柱为蓝色) 和电阻 R' (从电阻排上取) 串联, 并连接到正弦信号发生器的两端.

交换连接数字万用表的“V/ Ω ”和“com”插口的表笔得到的读数会有些许不同, 每次测量时都要交换万用表的表笔, 并取 2 次测量值的平均.

请选适合的 R' , 使 V_R 和 V 值大致相等. 这样, 电压测量的系统误差对阻抗 Z 的影响可忽略.

a. 测量 V_A , $V_{R'}$ 和 V , 以及另一线圈两端的电

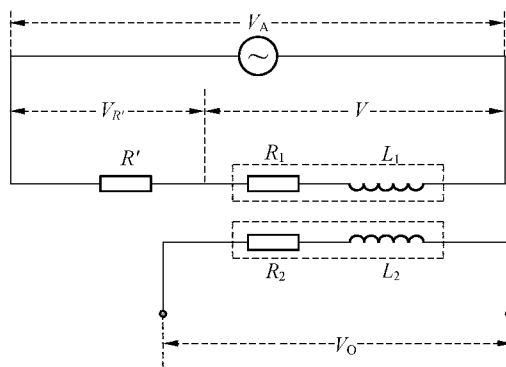


图6 测量线圈电阻和电感的电路图

压 V_O , 得到线圈 1 (蓝色端点) 的电阻 R_1 和电感 L_1 , 并估算测量值的不确定度. (0.9 分)

b. 连接线圈 2 (接线柱为绿色), 通过测量确定 R_2 和 L_2 . 估算测得值的不确定度. (0.9 分)

c. 将铝棒插入线圈中, 重复 a., 找出线圈 1 的电感 L_1^* 和电阻 R_1^* 及相应的不确定度. (0.8 分)

d. 重复 b., 得到带铝芯的线圈 2 的电感 L_2^* 和电阻 R_2^* , 并估算不确定度. (0.8 分)

下面第 2), 3), 4) 部分, 不需计算不确定度.

2) 互感和耦合常数. (3 分)

e. 互感 M 可以从 V_R 和 V_O [在 1) 部分中已测量] 中得到. 分别给出不带和带铝芯的线圈 1 和线圈 2 的互感的平均值. 耦合线圈的互感和自感之间的关系由 $M = k(L_1 L_2)^{1/2}$ 给出. 确定耦合常数 k 的值. (0.4 分)

f. 如图 7 所示, 用线圈 1 (蓝色接线柱) 作初级线圈, 线圈 2 (绿色接线柱) 作次级线圈. 将初级线圈与取样电阻 $R' = 300 \Omega$ 串联, 并接于信号发生器的输出端. 将次级线圈与可变电阻 R_L 相联. 测量 R_L 两端的电压以得到输出电压 V_O . 改变 R_L , 测量每个 R_L 时的 V_A, V_R, V 和 V_O . (0.8 分)

g. 将式 (12) 重写成展开式, 可作出线性图. 其斜率可用来获得互感 M , 截距可用来获得次级线圈的感抗 X_S . 给出线性图的表达式. (0.2 分)

h. 使用 f. 中的数据, 算出一些必要的物理量, 并画出对应于 g. 中表达式的图. (0.9 分)

i. 作图, 并得到 M 和 X_S 的值. (0.7 分)

3) 初级线圈的等效阻抗和次级线圈的反射物理量之间的关系. (2.4 分)

j. 使用 2) 中得到的数据, 找出对应次级回路中各个 R_L 取值时, 初级线圈的等效电阻 R_{PE} 和等

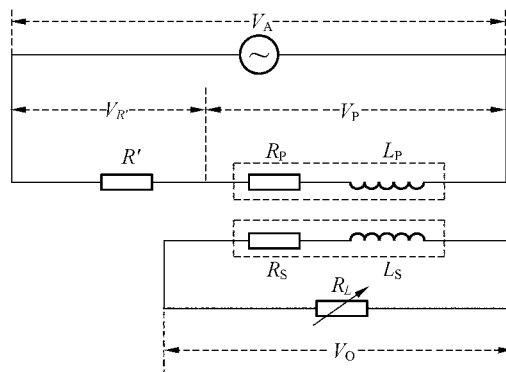


图7 测量线圈互感的电路图

效感抗 X_{PE} . (0.6 分)

k. 使用 2) 中得到的数据, 对所有 R_L , 计算式 (10) 中所定义的反电阻 R_R 和反电抗 X_R [参见式 (11)]. (0.6 分)

l. 作出 X_{PE} 随 X_R 变化的曲线. 请考虑作图所绘各量的不确定度, 写出初级线圈的等效感抗和反电抗之间关系的表达式. (0.6 分)

m. 在所研究的取值范围内, 用图像表示出 R_R 和 R_L 的关系, 并找出反电阻达到最大时 R_L 的取值. 如有需要, 可进一步测量得到更多数据, 以便更加精确地找出上述最大值. (0.6 分)

4) 涡流效应. (1.2 分)

n. 通过分析 3) 中得到的数据, 可以使用一种模型来估算金属芯中的涡流所感受到的电感和电阻的比值. 通过分析 2) 中 h. 和 i. 的数据, 可以得到 $R_{PE} = R_P + R_R$. 而 X_{PE} 和 X_R 之间的关系从 3) 中 l. 得到. 参照 1) 中 c. 得到的数据, 分别对线圈 1 和线圈 2 接上电源的情形, 估算铝芯中涡流所感受到的电感和电阻的比值. (0.8 分)

o. 按照 2) 中图 3 所示连接线圈, 并插入铝芯. 给出铝芯的功率损耗 ΔP 的表达式. 取 $R' = 300 \Omega, R_L = 1000 \Omega$, 将 V_A 调到 9.0 V. 通过测量, 得出铝芯中涡流引起的功率损耗. (0.4 分)

3 试题解答

3.1 试题 1 解答

3.1.1 研究负载 W 、最小平衡力 P 以及缠绕角 θ 之间的关系

a. 按图 3(a) 的方式固定 $\theta = \pi$, 测量在不同的负载 M_W 下, 达到平衡时所需的 M_P 值, 测量数据见表 1.

表 1 M_P 与 M_W 的关系测量数据 ($\theta=\pi$)

M_W/g	M_{P-}'/g	M_{P+}'/g	$\overline{M_P}'/\text{g}$	$\overline{M_P}=(\overline{M_P}'+M_{\text{pan}})/\text{g}$	$\Delta M_P=\frac{M_{P+}'-M_{P-}'}{2}/\text{g}$
800.0	566	574	570	598.6	4
700.0	486	494	490	518.6	4
600.0	417	423	420	448.6	3
500.0	337	343	340	368.6	3
400.0	267	273	270	298.6	3
300.0	188	192	190	218.6	2
200.0	113	117	115	143.6	2
100.0	41	43	42	70.6	1

表 1 中的测量数据点如有 4 个得 0.4 分,每多测 1 个数据点多得 0.1 分,测满 8 个数据点得 0.8 分. 如有 5 个数据点的不确定度 $\Delta M_P < 5\text{ g}$ 得 0.4 分,每增加 1 个不确定度 $\Delta M_P < 5\text{ g}$ 的数据点多得 0.1 分,全部数据点的不确定度 $< 5\text{ g}$ 得 0.7 分. 在 $M_W > 500\text{ g}$ 时,若 $\Delta M_P < 1\text{ g}$,不得分.

作 $\overline{M_P}-M_W$ 图得图 8. 由图可看出 $\overline{M_P}$ 与 M_W , 亦即最小平衡力 P 与负载 W 成正比关系

$$P \propto W. \tag{13}$$

作图区域占据作图纸的 70% 以上得 0.1 分. 如有 3 个点在直线上得 0.1 分;如有 4 个点在直线上得 0.2 分. 2 个坐标轴单位标注正确得 0.1 分. 图 8 中的直线斜率在 0.6~0.8 之间得 0.3 分,在 0.5~0.6 或者 0.8~0.9 之间只得 0.1 分.

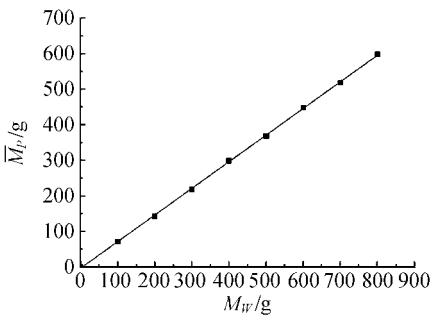


图 8 $\overline{M_P}$ 与 M_W 间关系图

b. 固定负载 M_W , 研究 M_P 与 θ 之间的关系.

取负载 $M_W=800.0\text{ g}$. 通过使细绳绕过竖直钢管,可使缠绕角 θ 以 $\pi/2$ 的步长变化. 改变 θ 角,测量平衡时 M_P 的值,测量数据见表 2.

表 2 M_P 与 θ 的关系测量数据 ($M_W=800.0\text{ g}$)

θ/rad	M_{P-}'/g	M_{P+}'/g	$\overline{M_P}'/\text{g}$	$\overline{M_P}=(\overline{M_P}'+M_{\text{pan}})/\text{g}$	$\Delta M_P=\frac{M_{P+}'-M_{P-}'}{2}/\text{g}$
π	565	575	570	598.6	5
$3\pi/2$	455	465	460	488.6	5
2π	396	404	400	428.6	4
$5\pi/2$	316	324	320	348.6	4
3π	276	284	280	308.6	4
$7\pi/2$	236	244	240	268.6	4
4π	182	188	185	213.6	3
$9\pi/2$	147	153	150	178.6	3
5π	133	137	135	163.6	2
$11\pi/2$	104	110	107	135.6	3
6π	88	92	90	118.6	2
$13\pi/2$	68	72	70	98.6	2
7π	54	56	55	83.6	1
$15\pi/2$	39	41	40	68.6	1
8π	29	31	30	58.6	1
$17\pi/2$	18	20	19	47.6	1

表2中测量数据点有6个或7个得0.5分;如有8个数据点得1分,在此基础上每增加1个数据点多得0.1分,直至得满1.4分.如有8个数据点的不确定度 $\Delta M_P < 5\text{ g}$ 得0.8分,每增加1个不确定度 $\Delta M_P < 5\text{ g}$ 的数据点多得0.1分,直至得满1.2分.但不确定度 $\Delta M_P < 1\text{ g}$ 不得分.

作 $\overline{M_P}$ 与 θ 的关系图,得图9.由图9可知, M_P 与 θ 的关系成一条曲线.其函数关系看上去像是 $1/\theta$, $1/\theta^2$ 或 $e^{-k\theta}$.考虑到前2种函数关系在 $\theta=0$ 时 M_P 会变成无穷大,所以不成立.由简单的理论分析也可以得到, M_P 和 θ 成指数衰减关系 $M_P \propto e^{-k\theta}$.

作图区域占满作图纸的70%以上得0.2分.2个坐标轴单位标注正确得0.2分.曲线平滑得0.6分;如曲线大体平滑(至少有一半数据点在曲线上)得0.4分.

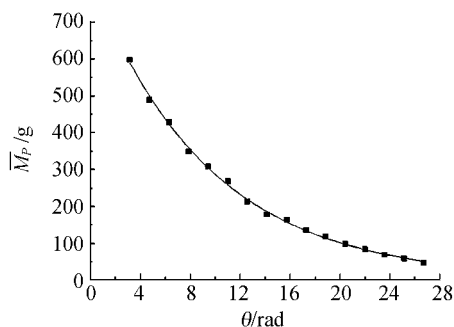


图9 M_P 与 θ 间关系图

c. 综合所得实验结果,得到 P , W 和 θ 的关系表达式.为了验证上述指数衰减关系,可以作 $\ln M_P - \theta$ 或者 $\ln (M_P/M_W) - \theta$ 图.如果二者成线性关系,就表明

$$M_P \propto e^{-k\theta},$$

或者

$$P \propto e^{-k\theta}. \quad (14)$$

结合所得的关系(13)和(14),可得到

$$P \propto W e^{-k\theta}, \quad (15)$$

常数 k 可以定义为摩擦系数 μ ,

$$P = C W e^{-\mu\theta}. \quad (16)$$

考虑到 $\theta=0$ 时, $P=W$,常数 C 为1.因此可以得到 P , W 和 θ 之间的关系:

$$P = W e^{-\mu\theta}. \quad (17)$$

作 $\ln (M_P/M_W) - \theta$ 图,如图10所示.由图10的斜率得到 $\mu = 0.106$.根据 ΔM_P 可得到 $\Delta \mu = 0.011$,换算成标准差 $u_c(\mu) = 0.0062$.扩展不确

定度 $U(\mu) = 0.012 \approx 0.01$.因此 $\mu = 0.11 \pm 0.01$.

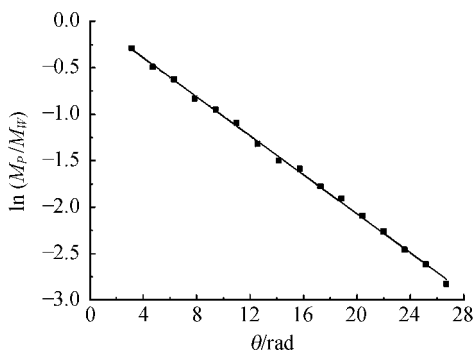


图10 $\ln (M_P/M_W)$ 与 θ 间的关系曲线图

图10中作图区域占满作图纸的70%以上得0.2分.坐标轴单位标注均正确得0.1分.有4个点在直线上得0.4分,5个点得0.5分,6个点得0.6分.图10中的斜率在 $0.09 \sim 0.13$ 之间得0.5分,在 $0.08 \sim 0.09$ 或者 $0.13 \sim 0.14$ 之间只得0.4分.斜率的不确定度计算方法有0.1分,扩展不确定度小于等于0.02再得0.1分.能将式(17)中 θ 前的系数确定为摩擦系数 μ 得0.1分.式(17)正确得0.5分.式(17)中将重量 P 和 W 混淆成质量 M_P 和 M_W 只能得0.2分;常数 C 没有判断为1的也只能得0.2分.

3.1.2 测量未知物体质量 M_u 和粉色绳与钢管之间的摩擦系数 μ_u

将未知重物 M_u 和秤盘 M_P 分别悬挂于粉色绳的两端(缠绕角 $\theta = \pi$),在秤盘内加入砝码使粉色绳静止.当秤盘达到向上运动和静止间的临界状态时,摩擦力阻碍未知重物下落,

$$M_{P1} = M_u e^{-\mu\theta}. \quad (18)$$

当秤盘达到向下运动和静止间的临界状态时,摩擦力阻碍秤盘下落,

$$M_{P2} = M_u e^{\mu\theta}. \quad (19)$$

分别测量秤盘向上和向下2种临界状态时的质量 M_P .秤盘处于向上临界状态时, M_{P1} 的范围为 $73.6 \sim 77.6\text{ g}$.秤盘处于向下临界状态时, M_{P2} 的范围为 $184.6 \sim 192.6\text{ g}$.

将(18)和(19)式相乘 $M_u = \sqrt{M_{P1} M_{P2}}$,可得到 $M_u = 119.41\text{ g}$.

将(18)和(19)式相除 $\frac{M_{P1}}{M_{P2}} = e^{-2\mu\theta}$, $\mu = \frac{1}{2\theta} \ln \left(\frac{M_{P1}}{M_{P2}} \right)$,取 $\theta = \pi$, $\mu = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{M_{P1}}{M_{P2}} \right)$,可得到

$$\mu=0.145\ 6.$$

M_u 的不确定度计算为

$$\frac{\Delta M_u}{M_u} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{\Delta M_{P1}}{M_{P1}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta M_{P2}}{M_{P2}}\right)^2},$$

$$\Delta M_u = 2.018\ \text{g},$$

$$u_c(M_u) = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 2.018\ \text{g} \approx 1.2\ \text{g},$$

$$U(M_u) = 2u_c(M_u) = 2.4\ \text{g} \approx 2\ \text{g},$$

$$M_u = (119 \pm 2)\ \text{g}.$$

μ_u 的不确定度计算为

$$u_c(\mu_u) = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \Delta\mu_u =$$

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{3}} \sqrt{\left(\frac{\Delta M_{P1}}{M_{P1}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta M_{P2}}{M_{P2}}\right)^2} = 0.003\ 1,$$

$$U(\mu_u) = 2u_c(\mu_u) \approx 0.006,$$

$$\mu_u = 0.146 \pm 0.006.$$

求解式(18)和(19)正确得 0.4 分,测量 M_u 和 μ_u 的方法正确得 0.6 分. 测量 $[M_{P1-}, M_{P1+}]$ 和 $[M_{P2-}, M_{P2+}]$ 得 0.4 分. M_u 的值在 115~121 g 之间得 0.2 分,如在 113~115 g 或 121~123 g 之间只能得 0.1 分. M_u 的扩展不确定度 $\leq 4\ \text{g}$ 得 0.1 分. μ_u 的值在 0.13~0.20 之间得 0.2 分, μ_u 的扩展不确定度 ≤ 0.01 得 0.1 分.

3.2 试题 2 解答

3.2.1 测量无芯(空气芯)线圈和铝芯线圈的电阻和电感

按照图 6,分别测量 V_A, V_R' 和 V ,根据式(7)和(9),得到线圈的电阻和电感. 分别对 a. 线圈 1 空气芯、b. 线圈 2 空气芯、c. 线圈 1 铝芯和 d. 线圈 2 铝芯共 4 种情况进行测量,测量数据见表 3.

表 3 电压测量数据

实验条件	测量方式	R'/Ω	V_A/V	$\Delta V_A/\text{V}$	V/V	$\Delta V/\text{V}$	V_R'/V	$\Delta V_R'/\text{V}$	V_O/V
线圈 1(空气芯)	V_+	450	10.090		6.770		6.760		4.940
	V_-	450	10.060		6.740		6.700		4.910
	\bar{V}	450	10.075	0.14	6.755	0.11	6.730	0.11	4.925
线圈 2(空气芯)	V_+	350	9.960		6.610		6.690		6.390
	V_-	350	9.980		6.680		6.630		6.410
	\bar{V}	350	9.970	0.14	6.645	0.11	6.660	0.11	6.400
线圈 1(铝芯)	V_+	290	9.900		6.010		5.940		4.450
	V_-	290	9.880		6.050		5.890		4.410
	\bar{V}	290	9.890	0.14	6.030	0.10	5.915	0.10	4.430
线圈 2(铝芯)	V_+	280	9.860		6.170		6.280		4.840
	V_-	280	9.830		6.130		6.230		4.860
	\bar{V}	280	9.845	0.14	6.150	0.10	6.255	0.10	4.850

根据前面的公式计算出线圈参量,得到表 4.

表 4 线圈参量数据

实验条件	Z/Ω	R/Ω	X/Ω	L/mH
线圈 1(空气芯)	451.67	52.57	448.60	71.43
线圈 2(空气芯)	349.21	42.96	346.56	55.18
线圈 1(铝芯)	295.64	109.68	274.54	43.72
线圈 2(铝芯)	275.30	71.48	265.86	42.33

这一部分实验内容要求计算不确定度. 此处实验的测量过程是用数字万用表对电压进行测量,因此系统误差由万用表说明书给出. 在 20 V 量程范围内,万用表电压挡的系统误差 $\Delta V =$

$\pm(1.0\% \times \text{读数} + 4\ \text{个字})$. 表 1 中 $\Delta V_A, \Delta V$ 和 $\Delta V_R'$ 的数值即据此得到. ΔV 看作是极限误差,按照均匀分布规律换算成标准差 $u_s(V) = \Delta V/\sqrt{3}$. 除此之外,还要求考虑数字万用表的分辨率误差,即读数最后一位的半值. 由于测量在 20 V 量程范围内,最小分度为 10 mV. 因此分辨率带来的标准误差为 $u_r(V) = 0.005/\sqrt{3} = 0.002\ 9\ \text{V}$. 由式(7)及(8)可以进行误差计算,得到 R 的系统误差 $u_s(R)$ 和分辨率误差 $u_r(R)$ 及 Z 的系统误差 $u_s(Z)$ 、分辨率误差 $u_r(Z)$. 最后得到的合成误差为 $u_c(R) = \sqrt{u_r^2(R) + u_s^2(R)}$ 和 $u_c(Z) = \sqrt{u_r^2(Z) + u_s^2(Z)}$. 通过公式 $X^2 = Z^2 - R^2$ 可以得

到感抗误差 $u_c(X)$ 和电感误差 $u_c(L)$. 最后的误差结果要求用包含因子为 2 的扩展不确定度来表

达, 即 $U(R) = 2u_c(R)$ 和 $U(L) = 2u_c(L)$. 误差计算结果见表 5.

表 5 误差计算结果

实验条件	$u_s(Z)/\Omega$	$u_s(R)/\Omega$	$u_r(Z)/\Omega$	$u_r(R)/\Omega$	$u_c(Z)/\Omega$	$u_c(R)/\Omega$	$u_c(X)/\Omega$	$u_c(L)/\text{mH}$	$U(R)/\Omega$	$U(L)/\text{mH}$
线圈 1(空气芯)	0.005 7	1.1	0.27	0.42	0.27	1.2	0.31	0.050	3	0.2
线圈 2(空气芯)	0.002 7	0.91	0.22	0.33	0.22	0.97	0.25	0.039	2	0.1
线圈 1(铝芯)	0.022	1.2	0.20	0.37	0.20	1.3	0.57	0.090	3	0.2
线圈 2(铝芯)	0.017	0.95	0.18	0.31	0.18	1.0	0.33	0.052	3	0.2

对上述 4 种情况的测量, 即: a. 线圈 1 空气芯、b. 线圈 2 空气芯、c. 线圈 1 铝芯、d. 线圈 2 铝芯, 评分标准基本一样. 首先要求选择适当的 R' , 使得 $|V - V_{R'}| \leq 0.15 \text{ V}$. 这样可以减少电压测量给阻抗 Z 带来的系统误差. 满足上面的要求, a~d 每一种情况各得 0.1 分, 共 0.4 分.

其次对于空气芯线圈的测量 a. 和 b., 交换电表探头测量电压 2 次, a. 和 b. 各得 0.2 分; 只测量 1 次各得 0.1 分. Z_1 在 $435 \sim 465 \Omega$, 得 0.1 分; R_1 在 $40 \sim 47 \Omega$, 得 0.1 分, L_1 在 $69 \sim 73 \text{ mH}$, 得 0.1 分. $u_s(R_1)$ 在 $1.1 \sim 1.2 \Omega$ 之间得 0.1 分; $U(R_1)$ 为 $\pm 3 \Omega$, 得 0.1 分; $U(L_1)$ 为 $\pm 0.2 \text{ mH}$, 得 0.1 分. Z_2 在 $335 \sim 365 \Omega$, 得 0.1 分; R_2 在 $40 \sim 47 \Omega$, 得 0.1 分, L_2 在 $52 \sim 59 \text{ mH}$, 得 0.1 分. $u_s(R_2)$ 在 $0.85 \sim 0.97 \Omega$ 之间得 0.1 分; $U(R_2)$ 为 $\pm 3 \Omega$, 得 0.1 分; $U(L_2)$ 为 $\pm 0.1 \text{ mH}$ 或者 $\pm 0.2 \text{ mH}$, 得 0.1 分.

对于铝芯线圈的测量 c. 和 d., 评分标准与 a. 和 b. 略有不同. 交换电表探头测量 2 次, c. 和 d. 中各得 0.1 分, 若只测量 1 次, 则不得分. Z_1^* 在 $280 \sim 310 \Omega$, 得 0.1 分; R_1^* 在 $100 \sim 110 \Omega$, 得 0.1 分, L_1^* 在 $42 \sim 46 \text{ mH}$, 得 0.1 分. $u_s(R_1^*)$ 在 $1.1 \sim 1.4 \Omega$ 之间, 得 0.1 分; $U(R_1^*)$ 为 $\pm 3 \Omega$, 得 0.1 分; $U(L_1^*)$ 为 $\pm 0.2 \text{ mH}$, 得 0.1 分. Z_2^* 在 $275 \sim 285 \Omega$, 得 0.1 分; R_2^* 在 $64 \sim 76 \Omega$, 得 0.1 分, L_2^* 在 $40 \sim 44 \text{ mH}$, 得 0.1 分. $u_s(R_2^*)$ 在 $0.91 \sim 1.2 \Omega$ 之间, 得 0.1 分; 若 $U(R_2^*)$ 为 $\pm 2 \Omega$ 或者 $\pm 3 \Omega$, 得 0.1 分; $U(L_2^*)$ 为 $\pm 0.2 \text{ mH}$, 得 0.1 分.

3.2.2 测量互感和耦合常数

2 个耦合线圈的互感可以通过公式 $\omega M = R' \frac{V_0}{V_{R'}}$ 计算得到. 耦合常数可以通过耦合线圈互

感与自感之间的关系 $M = k \sqrt{L_1 L_2}$ 得到. 根据 3.2.1 部分中的实验数据, 可得对于空气芯, 互感 $\bar{M}(\text{air}) = 53.00 \text{ mH}$, 耦合常数 $k_{\text{air}} = 0.844$; 对于铝芯, 互感 $\bar{M}(\text{Al}) = 34.58 \text{ mH}$, 耦合常数 $k_{\text{Al}} = 0.804$. 评分标准: $\bar{M}(\text{air}) = (52 \pm 2) \text{ mH}$, $\bar{M}(\text{Al}) = (34 \pm 1) \text{ mH}$, $k_{\text{air}} = 0.84 \pm 0.02$, $k_{\text{Al}} = 0.80 \pm 0.02$. 以上每满足一点得 0.1 分.

按照图 7 连接电路图, 注意此处实验要求使用的是线圈 1 作为初级线圈, 线圈 2 作为次级线圈, 并且是空气芯的情况. 改变可变电阻 R_L , 测量 $V_A, V_{R'}, V$ 和 V_0 . 将式(12)展开,

$$(R_s + R_L)^2 = (\omega M)^2 \left(\frac{I_p}{I_s} \right)^2 - X_s^2,$$

对 $(R_s + R_L)^2$ 和 $\left(\frac{I_p}{I_s} \right)^2$ 作图, 二者成线性关系, 从斜率可以得到互感 M , 从截距可以得到次级线圈的感抗 X_s . 上式中 I_p 和 I_s 分别为初级线圈和次级线圈中流过的电流, $I_p = \frac{V_{R'}}{R'}$, $I_s = \frac{V_0}{R_L}$.

实验数据如表 6 所示.

测量 5 组数据点得 0.4 分, 6 组数据得 0.5 分, 7 组数据得 0.6 分. 如果超过 7 组数据并且 R_L 是按 100Ω 步长递增, 再得 0.1 分. 交换电表极性测量电压 2 次得 0.1 分.

根据表 6 中电压测量数据计算出作图所用的参量 $(R_s + R_L)^2$ 和 $\left(\frac{I_p}{I_s} \right)^2$ (见表 7), 并作图 (如图 11 所示). 根据图中直线的斜率和截距可得 $M = 52.08 \text{ mH}$, $X_s = 350.94 \Omega$.

作图所依据的公式即式(12)的展开式正确,

得 0.2 分. 计算作图参量 $(R_s + R_L)^2$ 和 $\left(\frac{I_p}{I_s} \right)^2$ 有 4 个数据点得 0.2 分; 5 个数据点得 0.4 分; 6 个数据点得 0.6 分. I_p 和 I_s 计算正确各得 0.1 分,

$(R_s+R_L)^2$ 计算正确,特别是 R_s 应选为线圈 2 空气芯的电阻,得 0.1 分。

表 6 改变可变电阻 R_L 测量电压数据

	R_L/Ω	V_A/V	$V_{R'}/V$	V/V	V_O/V
V_+	100	10.19	5.99	4.97	1.73
V_-	100	10.15	6.03	4.94	1.72
\bar{V}	100	10.17	6.01	4.96	1.73
V_+	200	10.12	5.39	5.67	2.77
V_-	200	10.09	5.44	5.70	2.79
\bar{V}	200	10.11	5.42	5.69	2.78
V_+	300	10.13	5.17	6.17	3.44
V_-	300	10.15	5.11	6.19	3.43
\bar{V}	300	10.14	5.14	6.18	3.44
V_+	400	10.11	5.00	6.51	3.88
V_-	400	10.14	5.05	6.53	3.87
\bar{V}	400	10.13	5.03	6.52	3.88
V_+	500	10.15	4.93	6.74	4.20
V_-	500	10.12	4.99	6.77	4.17
\bar{V}	500	10.14	4.96	6.76	4.19
V_+	600	10.10	4.98	6.91	4.42
V_-	600	10.13	4.91	6.93	4.40
\bar{V}	600	10.12	4.95	6.92	4.41
V_+	700	10.14	4.97	7.05	4.58
V_-	700	10.11	4.91	7.07	4.60
\bar{V}	700	10.13	4.94	7.06	4.59
V_+	800	10.09	4.91	7.17	4.74
V_-	800	10.12	4.98	7.15	4.72
\bar{V}	800	10.11	4.95	7.16	4.73

表 7 $(R_s+R_L)^2$ 和 $\left(\frac{I_P}{I_S}\right)^2$ 作图所用参量数据

R_L/Ω	I_P/A	I_S/A	$(I_P/I_S)^2$	$(R_s+R_L)^2/\Omega^2$
100	0.020 0	0.017	1.35	20 438.25
200	0.018 1	0.014	1.69	59 030.73
300	0.017 1	0.011	2.24	117 623.21
400	0.016 8	0.010	2.99	196 215.69
500	0.016 5	0.008	3.90	294 808.17
600	0.016 5	0.007	5.03	413 400.65
700	0.016 5	0.007	6.31	551 993.13
800	0.016 5	0.006	7.77	710 585.61

作图区域占满作图纸的 70% 以上得 0.1 分。
恰当地选取原点坐标得到截距,得 0.1 分。从斜率中计算得到的 M 在 50~54 mH 范围内,得 0.1

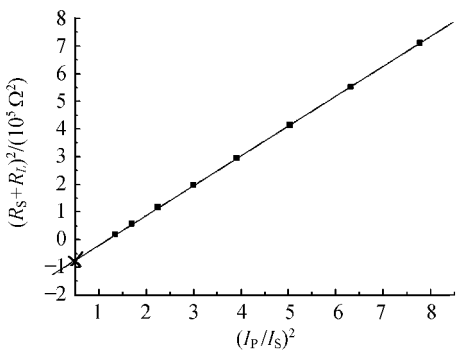


图 11 $(R_s+R_L)^2$ 和 $\left(\frac{I_P}{I_S}\right)^2$ 的关系图

分;如更精确地处在 51~52 mH 范围内得 0.2 分。从截距计算得到的 X_s 在 320~385 Ω 范围内得 0.1 分;如更精确地处在 335~360 Ω 得 0.2 分。如有 5 个点以上在直线上得 0.1 分。

3.2.3 初级线圈的等效阻抗和次级线圈的反射物理量之间的关系

首先要计算等效阻抗和反射阻抗,再研究二者之间的关系。对于等效阻抗,是从初级线圈的角度出发,将次级线圈在初级线圈中产生的感应电动势等效为初级线圈阻抗的变化对电流的影响。反射阻抗是从次级回路的角度出发,将次级回路上的能量损耗根据能量守恒定律等效为初级回路中的反射阻抗。具体计算公式如(10)和(11)所示。因此直接利用 3.2.2 部分的电压测量数据,代入线圈阻抗计算式(7)和(9)即可得到等效电阻和等效感抗,而代入定义公式(10)和(11)即可得到反射电阻和反射感抗。注意在代入公式(10)的过程中,次级回路的电阻应为线圈的电阻 R_s 和串联的可变电阻 R_L 之和,即式(10)应为

$$R_R = \left(\frac{I_P}{I_S}\right)^2 (R_s + R_L).$$
 具体数据见表 8。

表 8 等效阻抗和反射阻抗随 R_L 的变化数据

R_L/Ω	R_{PE}/Ω	X_{PE}/Ω	R_R/Ω	X_R/Ω
100	177.56	172.19	106.00	256.95
200	207.03	237.36	144.08	205.52
300	216.93	288.18	153.17	154.78
400	206.46	329.99	148.17	115.92
500	198.08	357.14	139.16	88.82
600	183.87	377.41	127.84	68.91
700	173.76	391.96	117.81	54.95
800	161.90	403.08	108.46	44.59

等效电阻的计算公式正确得 0.1 分. 计算 5 个数据点得 0.1 分; 计算 6 个及以上得 0.2 分. 等效感抗、反射电阻和反射感抗的评分标准均与等效电阻相同.

作 X_{PE} 随 X_R 的变化曲线, 得到二者成线性关系, 如图 12 所示. 观察图中直线的斜率和截距, 可得斜率为 -1, 截距为线圈 1 空气芯的感抗 X_P . 因此有关系式 $X_P - X_R = X_{PE}$.

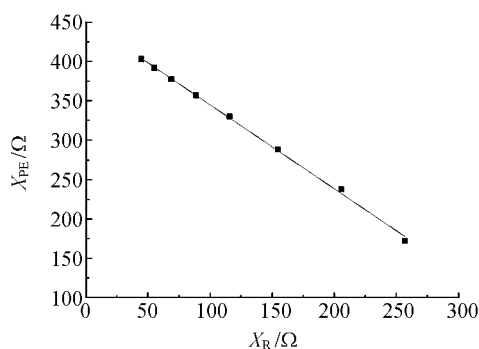


图 12 X_{PE} 和 X_R 关系图

作图区域占满作图纸的 70% 以上得 0.1 分. 恰当地选取原点坐标得到截距, 得 0.1 分. 斜率在 -0.9 ~ -1.1 范围内, 得 0.1 分; 截距等于第 (1) 部分中所测得的线圈 2 空气芯的感抗, 误差在 $\pm 20 \Omega$ 范围内, 得 0.1 分. 如有 5 个点以上在直线上得 0.1 分. 推导出关系式 $X_P - X_R = X_{PE}$ 得 0.1 分.

试题还要求研究 R_R 和 R_L 的关系. 观察前面的测量数据, 可以发现当 $R_L = 300 \Omega$ 左右时 R_R 有最大值. 进一步在 $R_L = 300 \Omega$ 附近进行细致测量, 可得到反射电阻有最大值时的 R_L 取值. 此处要求作图, 数据如表 9 所示, 关系图见图 13.

根据图 13 可知当 $R_L = 300 \Omega$ 时, R_R 有最大值. 其实 R_R 和 R_L 之间的关系也可以通过推导得到. 将式 (12) 代入 (10), 可得当 $R_L = X_S - R_S$ 时, R_R 有最大值.

作图区域占满作图纸的 70% 以上得 0.1 分. 曲线光滑得 0.1 分. 有明显的峰得 0.1 分. R_L 在

理论值 $(X_S - R_S)$ 附近 $\pm 20 \Omega$ 范围内, 得 0.1 分; 如更精确地处在 $\pm 5 \Omega$ 范围内得 0.3 分.

表 9 反射电阻 R_R 随可变电阻 R_L 的变化

R_L/Ω	R_R/Ω	R_L/Ω	R_R/Ω
100	106.00	400	148.17
200	144.08	500	139.16
280	152.65	600	127.84
300	153.17	700	117.81
320	153.07	800	108.46

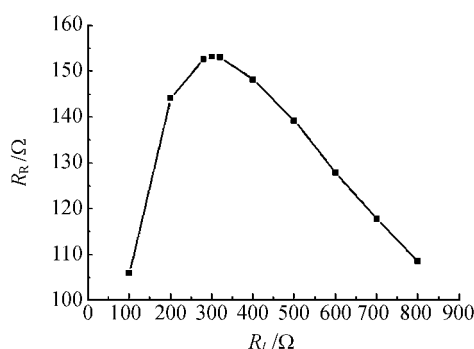


图 13 R_R 和 R_L 的关系图

3.2.4 涡流效应

此部分研究线圈中插入金属芯产生的涡流效应, 测量数据见表 10. 首先要求估算铝芯中涡流受到的电感和电阻的比值. 由式 (10) 和 (11) 之比值看出: 铝芯中涡流受到的电感和电阻之比等于反射电感和反射电阻之比. 根据前面得到的反射阻抗和等效阻抗的关系, 有 $\frac{L_{core}}{R_{core}} = \frac{1}{2\pi f} \frac{(X_P - X_{PE})}{(R_{PE} - R_P)}$, 分别代入线圈 1 和线圈 2 的相关参量, 可得到比值 $4.85 \times 10^{-4} \text{ s}$ 和 $4.50 \times 10^{-4} \text{ s}$.

从等效阻抗和反射阻抗的讨论可得出, 初级线圈中反射电阻消耗的功率等于铝芯损耗功率与次级线圈电阻消耗的功率之和, 即 $\Delta P = I_P^2 (R_{PE} - R_P) - I_S^2 (R_S + R_L)$. 取 $R' = 300 \Omega$, $R_L = 1000 \Omega$, $V_A = 9.0 \text{ V}$, 通过相应的测量计算可以得到铝芯中涡流引起的功率损耗为 $1.65 \times 10^{-2} \text{ W}$.

表 10 铝芯功率损耗电压测量数据

	R_L/Ω	V_+/V	V_g/V	V/V	V_g/V	I_P/A	I_S/A	R_{PE}/Ω
V_+	1 000	9.00	5.32	5.08	3.45			
V_-	1 000	9.01	5.27	5.10	3.43			
\bar{V}	1 000	9.01	5.30	5.09	3.44	0.017 7	0.003	145.23

评分标准对物理概念、公式和数据都有要求. 估算涡流所感受到的电阻和电感比值时,物理概念清晰,公式正确得 0.4 分,2 个比值计算正确各得 0.2 分. 计算涡流功率损耗时,交换万用表探头极性各测 1 次得 0.1 分,功率损耗物理概念正确得 0.2 分,计算值正确,误差在 $\pm 0.001\text{ W}$ 范围内再得 0.1 分.

4 结束语

本次亚赛的实验考题总体风格与前几届相同,都是让考生按给定的方法完成任务. 本次实验注重对基本实验素养的考察,如误差的计算、作图中的各种细节;注重对基本物理实验技能的考察,如第 1 题中通过物理量的测量推导函数关系;注重考察物理概念和物理图像的理解,如第 2 题中等效阻抗、反射阻抗以及损耗功率的计算等问题. 与 12 届以色列亚赛实验题目相比,难度有所减小,但题量增加不少. 特别是第 2 题需要进行多次的电压测量,这导致时间严重不够,学生最多只能做到第 2 题的第 3 部分. 这就要求学生除了具有扎实的实验素养和实验技能外,还要求具有较快的解题速度. 中国学生在此次比赛中也出现了一些本可以避免的问题导致失分,如第 1 题中改变角度的测量和第 2 题中改变可变电阻 R_L 的测量,不少同学测量数据点个数偏少;第 2 题中测量线圈的电阻和电感中, R' 没有仔细调节使得 V 和 $V_{R'}$ 差值足够小,等等. 然而总体来说,本次亚赛中国学生体现了扎实的基本功和较高的实验素养,临场发挥出色,取得了近几年来在亚赛赛场上的

的最好成绩.

本次竞赛中要求用包含因子为 2 的扩展不确定度来作不确定度的估计,我们认为不必要. 其实,只要给出了标准差,任何置信度下的不确定度都可以通过由标准差乘以相应的包含因子得到. 其次,在第 2 题中计算用万用电表测量电压的不确定度时,除了万用表说明书给出的系统误差外,出题者还要求考虑万用表电压挡分辨率带来的误差,即最小分度引起的误差(最小分度的半值). 万用表说明书给出的系统误差 $\Delta V = \pm (1.0\% \times \text{读数} + 4 \text{ 个字})$ 已经包含了某一挡末位的误差(4 个字),此时再另外考虑电压挡 0.5 个字的分辨率误差显然没有必要.

参考文献:

- [1] 吕斯骅,段家骝. 新编基础物理实验[J]. 北京:高等教育出版社,2006.
- [2] 马秀芳,沈元华. 第八届亚洲物理奥林匹克竞赛中实验考题的分析[J]. 物理实验,2007,27(12):29-33.
- [3] 廖慧敏,荀坤,陈晓林. 第 12 届亚洲物理奥林匹克竞赛试题介绍与解答[J]. 物理实验,2011,31(10):16-25.
- [4] 荀坤,王若鹏,陈晓林,等. 第 41 届国际物理奥林匹克竞赛试题介绍与解答[J]. 物理实验,2010,30(11):26-33.
- [5] 荀坤,张朝晖,刘树新,等. 第 42 届国际物理奥林匹克竞赛试题介绍与解答[J]. 物理实验,2012,32(4):19-23.

Problem and solution of the 13th Asia Physics Olympiad experimental test

YANG Jing, XUN Kun, CHEN Xiao-lin

(School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: This paper introduced the 13th Asia Physics Olympiad experiment test which consisted of two independent tasks: friction and electromagnetic induction. The texts and the solutions in Chinese for the two problems were given.

Key words: Asia Physics Olympiad; friction; electromagnetic induction; eddy current effect

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net [责任编辑:尹冬梅]