

# 离散数学第十一次作业

13.  $R(0) = \{1, 2, 3, 4\}$   $R(1) = \{2, 3, 4\}$   
 $S(0) = \{0, 1\}$   $S(-1) = \{-1, 0\}$   
 $T(0) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$   $T(-1) = \{1, 2, 3, 4\}$
14.  $R$  对称  $\Leftrightarrow (\forall x)(\forall y)((x \in A \wedge y \in A \wedge xRy) \rightarrow yRx)$   
 $R$  传递  $\Leftrightarrow (\forall x)(\forall y)(\forall z)((x \in A \wedge y \in A \wedge z \in A \wedge xRy \wedge yRz) \rightarrow xRz)$   
 $R$  对称, 传递  $\Leftrightarrow (\forall x)(\forall y)((x \in A \wedge y \in A \wedge xRy) \rightarrow xRx)$   
 $R$  自反的定义是  $(\forall x)(x \in A \rightarrow xRx)$  与之不符  
构造  $R = \{\langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$  不自反, 但对称, 传递

15.  $R_1$  无性质  
 $R_2$  反对称, 传递  
 $R_3$  自反, 对称, 传递  
 $R_4$  自反, 传递  
 $R_5$  无性质  
 $R_6$  反自反, 对称  
 $R_7$  反自反, 反对称  
 $R_8$  自反, 对称

16.  $R$  对称  
 $S$  自反, 对称, 传递

17. (1) 证明: 证充分性

$$\forall \langle x, y \rangle \quad \langle x, y \rangle \in I_A$$

$$\Rightarrow x = y$$

$$\Rightarrow \langle x, y \rangle \in R$$

$$\text{故 } R \text{ 自反} \Rightarrow I_A \subseteq R$$

证必要性

$$\forall x \quad x \in A$$

$$\Rightarrow \langle x, x \rangle \in I_A$$

$$\Rightarrow \langle x, x \rangle \in R$$

$$\text{故 } I_A \subseteq R \Rightarrow R \text{ 自反}$$

$$\text{综上: } R \text{ 自反} \Leftrightarrow I_A \subseteq R$$

18. (3) 假, 反例  $A = \{1, 2\}$   
 $R_1 = \{\langle 1, 1 \rangle\}$   $R_2 = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle\}$   
 $R_1 \circ R_2 = \{\langle 2, 1 \rangle\}$  不是对称的

- (4) 假 反例  $A = \{1, 2, 3\}$   
 $R_1 = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$   $R_2 = \{\langle 3, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$   
 $R_1 \circ R_2 = \{\langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 1, 3 \rangle\}$   
有  $\langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle \in R_1 \circ R_2$  但  $\langle 1, 2 \rangle \notin R_1 \circ R_2$   
故  $R_1 \circ R_2$  不是传递的

19. (1)  $R = \emptyset$

$$(2) R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$$

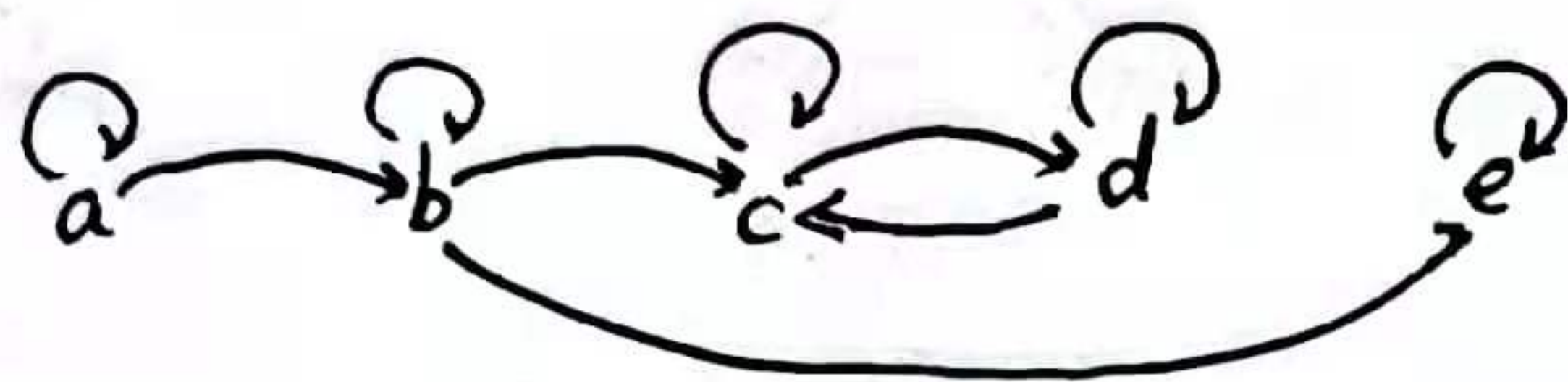
20.  $\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle \in R$  但  $\langle 1, 1 \rangle \notin R$  故  $R$  不是传递的

$$R_1 = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 4, 1 \rangle\}$$

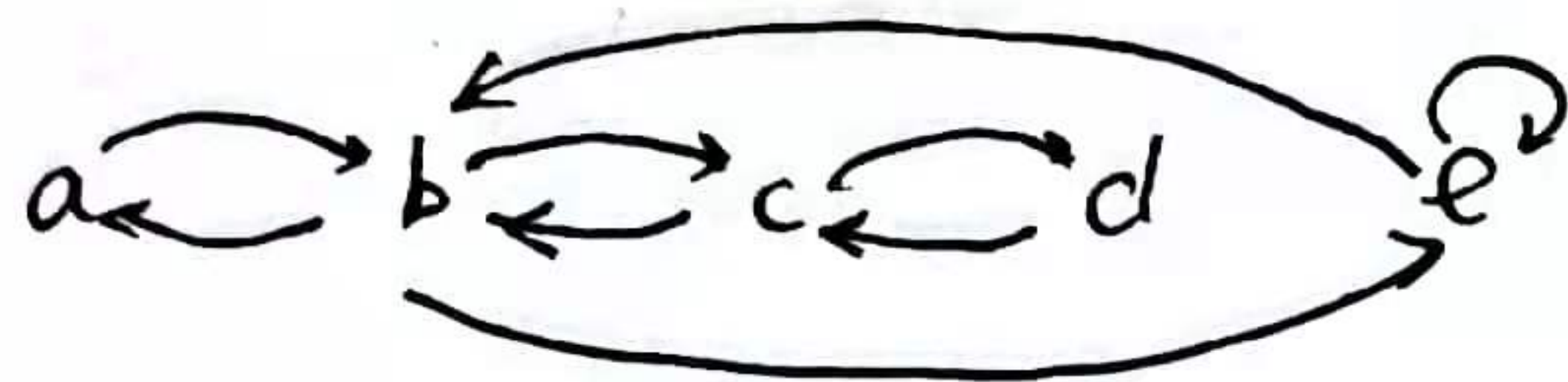


22.  $R_1 \circ R_2 = \{ \langle c, d \rangle \}$   
 $R_2 \circ R_1 = \{ \langle a, d \rangle, \langle a, c \rangle \}$   
 $R_1^2 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, d \rangle, \langle a, b \rangle \}$   
 $R_2^2 = \{ \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle c, d \rangle \}$

24.  $r(R)$



$s(R)$



$t(R)$

