

形式语言与自动机 作业 2

2.2.2

用数学归纳法, 对 $|y|$ 进行归纳, 以下均对任意状态 q 与串 x 讨论

$|y|=0$ 时 $\hat{\delta}(q, xy) = \hat{\delta}(q, x\varepsilon) = \hat{\delta}(q, x) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), \varepsilon) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y)$ 成立

假设 $|y| \leq k$ 时 $\hat{\delta}(q, xy) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y)$ 也成立

当 $|y| = k+1$ 时, 设 $y = y'a$, 即 y 的结尾符号是 a , 则有 $|y'| = k$.

那么有 $\hat{\delta}(q, xy) \stackrel{y=y'a}{=} \hat{\delta}(q, xy'a)$

$\stackrel{\text{定义}}{=} \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, xy'), a)$

$\stackrel{\text{归纳假设}}{=} \hat{\delta}(\hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y'), a)$

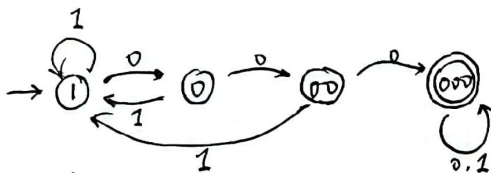
$\stackrel{\text{定义}}{=} \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y'a)$

$\stackrel{y=y'a}{=} \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y)$

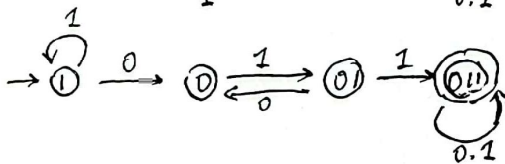
即 $|y| = k+1$ 时 归纳假设也成立

综上: 对于任意状态 q , 以及串 x, y 均有 $\hat{\delta}(q, xy) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y)$

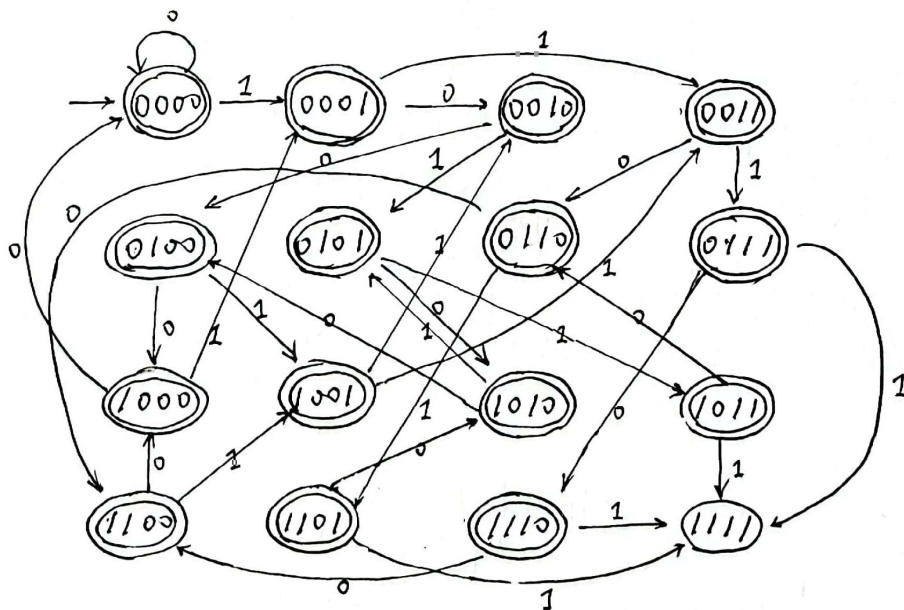
2.2.4 (b)



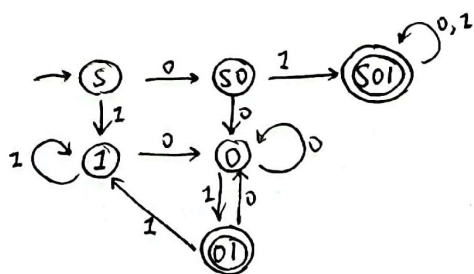
(c)



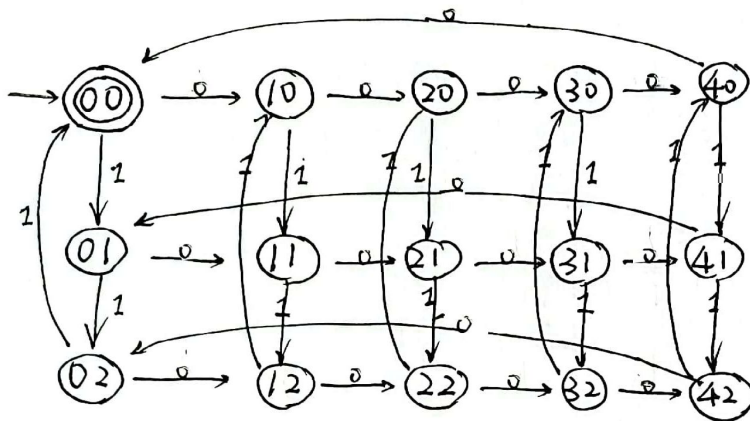
2.2.5 (a)



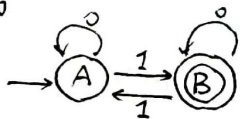
(c)



(d)



2.2.10



DFA接受所有由01构成且“1”数目为奇数的字符串
(当输入01串中“1”数目为偶数时, DFA位于A状态,
为奇数时, DFA位于B状态,
DFA接受后一种情况)

我们用数学归纳法证明描述正确, 对于任一个输入的01串 w (w 可为空)

i) 首先, $|w|=1$ 时, $w=0$ (“1”数目为偶数), $\hat{\delta}(A, w) = \hat{\delta}(A, 0) = A$

$w=1$ (“1”数目为奇数), $\hat{\delta}(A, w) = \hat{\delta}(A, 1) = B$

ii) 我们假设对于任何 $1 \leq |w| \leq k$, w 中“1”数目为偶数则 $\hat{\delta}(A, w) = A$, 否则 $\hat{\delta}(A, w) = B$

iii) $|w|=k+1$ 时, 我们设 $w=w'a$, 即 w 最后一个字符为 a

$|w|=k$, 满足ii)条件

① w' 中有偶数个“1”, 则 $\hat{\delta}(A, w') = A$

$$\hat{\delta}(A, w) = \hat{\delta}(A, w'a) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(A, w'), a) = \hat{\delta}(A, a)$$

当 $a=0$, w 有偶数个“1” $\hat{\delta}(A, w) = \hat{\delta}(A, a) = A$

当 $a=1$, w 有奇数个“1” $\hat{\delta}(A, w) = \hat{\delta}(A, a) = B$

② w' 中有奇数个“1”, 则 $\hat{\delta}(A, w') = B$

与①同理 当 $a=0$, w 有奇数个“1”

当 $a=1$, w 有偶数个“1”

$$\hat{\delta}(A, w) = \hat{\delta}(B, a) = B$$

$$\hat{\delta}(A, w) = \hat{\delta}(B, a) = A$$

综合①② $|w|=k+1$ 时也满足归纳假设

综合i) - iii), 我们给出的描述是正确的

5.

