# 形式语言与自动机 第十五周

习题 9.1.1

(b) $(100)_2 = 1100100$

$w_{100} = 100100$

习题 9.1.2

将图灵机状态进行调换

$q_0 - 0$  $q_4 - 00$  $q_1 - 000$  $q_2 - 0000$  $q_3 - 00000$

$\Gamma$进行如下编码

$0 - 0$  $1 - 00$  $B - 000$  $X - 0000$  $Y - 00000$ ; 方向 $L - 0$, $R - 00$

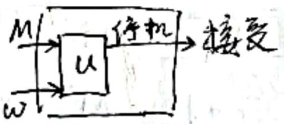
| | |
|---|---|
| $\delta(q_0, 0) = (q_1, X, R)$ | 010100010000100 |
| $\delta(q_0, Y) = (q_3, Y, R)$ | 0100000100000100000100 |
| $\delta(q_1, 0) = (q_1, 0, R)$ | 00010100010100 |
| $\delta(q_1, 1) = (q_2, Y, L)$ | 0001001000010000010 |
| $\delta(q_1, Y) = (q_1, Y, R)$ | 0001000001000100000100 |
| $\delta(q_2, 0) = (q_2, 0, L)$ | 000010100001010 |
| $\delta(q_2, X) = (q_0, X, R)$ | 0000100001010000100 |
| $\delta(q_2, Y) = (q_2, Y, L)$ | 00001000001000010000010 |
| $\delta(q_3, Y) = (q_3, Y, R)$ | 00000100000100000100000100 |
| $\delta(q_3, B) = (q_4, B, R)$ | 0000010001001000100 |

M 写作
11010100010000100 110100000100000100000100
1100010100010100 110001001000010000010
110001000001000100000100 11000010100001010
110000100001010000100 1100001000001000010000010
1100000100000100000100000100 110000010001001000100

习题 9.2.1

pf: 1) 证 $L_H$ 是 RE.

构造 TM M:




将 M.w 输入 M 的子程序—通用 TM 中,
若通用接受或拒绝(即停机), 则 M 输出接受
则 $L_H = L(M)$, $L_H$ 是 RE.

2) 证 $L_H$ 是非递归的
我们假设 $L_H$ 是递归的, 建立 $M'$, $L_H$ 是递归的, 则 ∃ TM 机 $M_H$, 对输入 $(M, w)$ 可判断是否能停机, 对任意 $(M, w)$ 输入, 先运行 $M_H$ 子程序, 判断 $(M, w)$ 是否被 $M_H$ 接受
若接受则输出不接受, 若接受则用通用 TM 子程序判断是否被通用 TM 接受,
若接受则输出接受, 否则输出不接受
即对于任意 M, 输入任意 w, 均可在接受或拒绝时停机, 因此 $L(M)$ 是递归的
而取 M 为通用图灵机 $L(M)$ 不是递归的, 矛盾
故 $L_H$ 不是递归的

## 习题9.2.3

b) 使用三带TM，

带1：枚举整数 带2：草稿 带3：输出

带1开始为00，每次加一个0用以枚举整数

输出带带3上是全部质数，对每个带1上的整数$x$

带3也要从头枚举每一个带上的数$p_i$，将带1 $x$ copy 至带2并用带3上当前数连续减，若有余数则说明 $p_i \nmid x$，枚举带3上下一个数$p_{i+1}$

若无余数说明 $p_i \mid x$，带3带头归原位，带1枚举下一个数

若带3上每一个p均枚举完而均不能整除$x$，则在带3上写下1并将p抄至带3上。

## 习题9.3.1

先证接受所有是回文的输入的TM语言是非平凡性质

显然接受$\Sigma^*$的TM是存在的，$\Sigma^*$是RE，且满足该性质

接受$\phi$的TM是存在的，$\phi$是RE，且不满足该性质

因此性质非空也非所有RE的语言

由Rice定理，该性质不可判定。

## 习题9.3.3

性质：当M从空白带开始时最终在带上某处写下1的TM M对应的语言

TM $M_1$：输入任何$w$只在$w$末尾写1个1后停止，则$L(M_1)$属于该性质且$L(M_1)$是RE.

TM $M_2$：输入任何$w$只在$w$末尾写1个0后停止，则$L(M_2)$不属于该性质且$L(M_2)$是RE.

因此性质非平凡 $\Rightarrow$ 该性质不可判定.

## 习题9.3.4

(b) 对任意TM M，构建TM M'，

M'运行如下程序：运行非确定性通用TM 判断M

若M接受某$w$则M'接受全集$\Sigma^*$

那么假设L(M)是有多的吗："是RE的，则$\exists$TM $M''$ s.t. $L(M'')$与其相等

则 $M \in L_e \Rightarrow M$不接受任何$w$

$\Rightarrow M'$不接受任何$x$

$\Rightarrow M' \in L(M'')$

$M' \in L(M'') \Rightarrow L(M')$是有多的

$\Rightarrow$ 假设$\exists w$ s.t. M接受$w$，则M'接受$\Sigma^*$，无多

因此 $\forall w$，M不接受$w$

$\Rightarrow M \in L_e$

即 $M \in L_e \Leftrightarrow M' \in L(M'')$

$\therefore$ 将L(M)是否为空 归约到 L(M)是有多的吗

即 $L_e \leq_{TM} L(M'')$，$L_e$是非RE $\Rightarrow$ L(M)非RE，与L(M)是RE矛盾

$\therefore$ L(M)是有多的吗是非RE的