

推理演算举例



P81 例5:

1. 有的病人喜欢所有的医生,
2. 没有病人喜欢庸医,
3. 所以没有医生是庸医。

(1) 形式化

$P(x)$ 表示 x 是病人, $Q(x)$ 表示 x 是庸医,
 $D(x)$ 表示 x 是医生, $L(x,y)$ 表示 x 喜欢 y 。

1. $(\exists x) (P(x) \wedge (\forall y) (D(y) \rightarrow L(x, y)))$
2. $(\forall x) (P(x) \rightarrow (\forall y) (Q(y) \rightarrow \neg L(x, y)))$ or
 $\neg(\exists x) (P(x) \wedge (\exists y) (Q(y) \wedge L(x, y)))$
1. $\neg(\exists x) (D(x) \wedge Q(x))$ or
 $(\forall x) (D(x) \rightarrow \neg Q(x))$

$$\begin{aligned}
 &(\exists x) (P(x) \wedge (\forall y)(D(y) \rightarrow L(x, y))) \\
 &(\forall x) (P(x) \rightarrow (\forall y)(Q(y) \rightarrow \neg L(x, y))) \\
 &(\forall x)(D(x) \rightarrow \neg Q(x))
 \end{aligned}$$



(2) 证明

- | | |
|---|--------|
| ① $(\exists x) (P(x) \wedge (\forall y)(D(y) \rightarrow L(x, y)))$ | 前提 |
| ② $P(c) \wedge (\forall y)(D(y) \rightarrow L(c, y))$ | 存在量词消去 |
| ③ $(\forall x) (P(x) \rightarrow (\forall y)(Q(y) \rightarrow \neg L(x, y)))$ | 前提 |
| ④ $P(c) \rightarrow (\forall y)(Q(y) \rightarrow \neg L(c, y))$ | 全称量词消去 |
| ⑤ $P(c)$ | ② |
| ⑥ $(\forall y)(D(y) \rightarrow L(c, y))$ | ② |
| ⑦ $D(y) \rightarrow L(c, y)$ | 全称量词消去 |
| ⑧ $(\forall y)(Q(y) \rightarrow \neg L(c, y))$ | ④⑤分离 |
| ⑨ $Q(y) \rightarrow \neg L(c, y)$ | 全称量词消去 |
| ⑩ $L(c, y) \rightarrow \neg Q(y)$ | ⑨置换 |
| ⑪ $D(y) \rightarrow \neg Q(y)$ | ⑦⑩三段论 |
| ⑫ $(\forall y)(D(y) \rightarrow \neg Q(y))$ | 全称量词引入 |
| ⑬ $(\forall x)(D(x) \rightarrow \neg Q(x))$ | ⑫置换 |

量词消去：先
存在再任意

证明举例补充



前提:任何人如果他喜欢步行则他就不喜欢乘汽车;

每个人喜欢乘汽车或者喜欢骑自行车;

有的人不喜欢骑自行车。

结论: 因此有的人不喜欢步行。

设定: $W(x)$: x 喜欢步行, $B(x)$: x 喜欢乘汽车

$K(x)$: x 喜欢骑自行车;

形式化如下:

$(\forall x) (W(x) \rightarrow \neg B(x)); (\forall x) (B(x) \vee K(x)); (\exists x) \neg K(x);$

结论: $(\exists x) \neg W(x)$

$(\forall x) (W(x) \rightarrow \neg B(x)); (\forall x) (B(x) \vee K(x)); (\exists x) \neg K(x);$
结论: $(\exists x) \neg W(x)$



1. $(\exists x) \neg K(x)$ (p)
2. $\neg K(c)$ (EI)
3. $(\forall x)(B(x) \vee K(x))$ (p)
4. $B(c) \vee K(c)$ (UI)
5. $B(c)$
6. $(\forall x)(W(x) \rightarrow \neg B(x))$ (p)
7. $W(c) \rightarrow \neg B(c)$ (UI)
8. $B(c) \rightarrow \neg W(c)$ (置换)
9. $\neg W(c)$ 5、8分离
10. $(\exists x) \neg W(x)$ (EG)