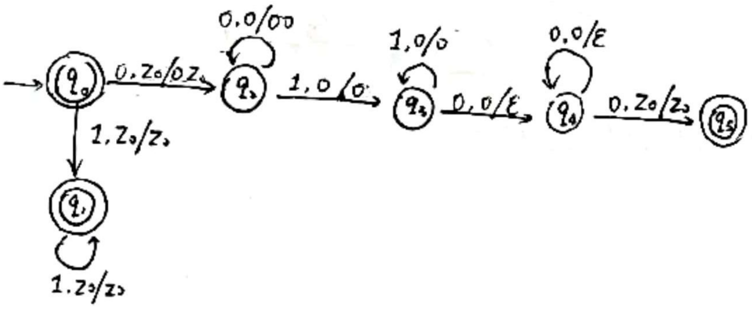
形式语言与自动机 第十次作业

习题6.4.2

c)



$Q=\{q_0,q_1,\dots q_5\}$

$\Sigma=\{0,1\}$

$\Gamma=\{0,Z_0\}$

$F=\{q_0,q_1,q_5\}$

因此 $M=(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,Z_0,F)$ 的DPDA即为所求

习题6.4.3

a) 我们采用反证法，设L不具有前缀性质。

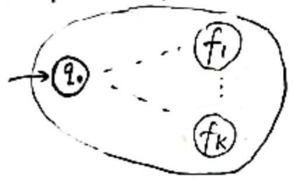
即 $\exists u,v\in L$，$u\neq v$ 且u是v的前缀

因此有 $w\neq\varepsilon$ s.t. $uw=v$，设w的首字符为a，$w=aw'$ 即 $uaw'=v$

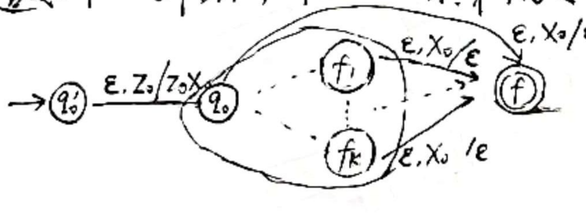
$u\in L$ 则KDPDA读入u时，栈已空(设状态为f)，由DPDA转移函数定义，不存在栈顶符号为空的转移，因此 $\delta(f,a,\varepsilon)=\phi$，也即a无法被读入，与 $uaw'=v$ 可被接受矛盾

因此L一定具有前缀性质

b) 对于KDPDA，$P=(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,Z_0\ \ )$



构造如下 DPDA，P' 其中X_0是Γ中未出现的符号



① $P'=(Q\cup\{q_0',f\},\Sigma,\Gamma\cup\{X_0\},\delta',q_0',Z_0)$ 是KPDA

其中δ'与δ相比增加了 $\delta'(q_0',\varepsilon,Z_0)=(q_0,Z_0X_0)$

$\delta'(q,\varepsilon,X_0)=(f,\varepsilon)$ $\forall q\in Q$，这两项均不与DPDA定义矛盾

② $N(P)\subseteq L(P)$，这是因为q_0'转移到q_0，使栈底换成X_0，而X_0在P中无法被弹出，只能在f_i处被弹出，转移状态到f，因此被$N(P')$接受的w，一定可以到达f_i且通过f_i转移到f，考虑到转移时栈内元素只能有且必有X_0，而P中无法弹出X_0转移，因此对应P中，q_0转移到f_i时栈为空，读入的字符也被读完，因此$w\in L(P)$

③ $L(P)\subseteq N(P')$，设$w\in L(P)$ 则 $(q_0,w,Z_0)\vdash_P^*(f_i,\varepsilon,\varepsilon)$

因此 $(q_0',w,Z_0)\vdash_{P'}(q_0,w,Z_0X_0)\vdash_{P'}^*(f_i,\varepsilon,X_0)\vdash_{P'}(f,\varepsilon,\varepsilon)$

则 $w\in N(P')$

综上：存在DPDA P' 满足 $L=L(P')$

习题7.1.3

a) 去除ε产生式，寻找可空符号

以下是历次遍历得到的可空符号 ① $\{C\}$

② $\{A, C\}$

③ $\{B, A, C\}$

④ $\{S, B, A, C\}$

去除可空符号后： $S \to 00 \mid 0A0 \mid 11 \mid 1B1 \mid B \mid BB$

$A \to C$

$B \to S \mid A$

$C \to S$

b) 单位表达式，寻找单一偶对

考虑到 $S \to B \to A \to C \to S$，因此它们互为单一偶对

$S \to 00 \mid 11 \mid 0A0 \mid 1B1 \mid BB$

$A \to 00 \mid 11 \mid 0A0 \mid 1B1 \mid BB$

$B \to 00 \mid 11 \mid 0A0 \mid 1B1 \mid BB$

$C \to 00 \mid 11 \mid 0A0 \mid 1B1 \mid BB$

c) 无用符号

① 产生符号 S、A、B、C均为产生符号

② 可达符号 C是不可达符号，去除C

$S \to 00 \mid 11 \mid 0A0 \mid 1B1 \mid BB$

$A \to 00 \mid 11 \mid 0A0 \mid 1B1 \mid BB$

$B \to 00 \mid 11 \mid 0A0 \mid 1B1 \mid BB$

d) $S \to PP \mid QQ \mid PR \mid QT \mid BB$

$A \to PP \mid QQ \mid PR \mid QT \mid BB$

$B \to PP \mid QQ \mid PR \mid QT \mid BB$

$P \to 0$

$Q \to 1$

$R \to AP$

$T \to BQ$

习题7.1.9

b) 先证所有可达符号均能被找出

$\forall$可达符号X $\exists \alpha, \beta$ s.t $S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha X \beta$，设需要n步推出

根据算法，每推出一步均需要用产生式左边替换右边，初始时S是可达符，

第1步S推出的也均是可达符，设第n-1步推出的是可达符，则第n步利用的

产生式左边是可达符，右边也肯定是可达符，因此第n步也推出可达符，所以X是可达符

再证找出的所有符号均可达

假设X第n步被算法找出，之前第1~n步的前驱分别为 $S, S_2, S_3 \dots S_{n-1}$

则有 $S \to \alpha_2 S_2 \beta_2$，$S_2 \to \alpha_3 S_3 \beta_3 \cdots$ $S_{n-1} \to \alpha_n X \beta_n$.

因此 $S \to \alpha_2 S_2 \beta_2 \to \alpha_2 \alpha_3 S_3 \beta_3 \beta_2 \to \cdots \to \alpha_2 \cdots \alpha_n X \beta_n \cdots \beta_2$

即 $S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha X \beta$ 其中 $\alpha = \alpha_2 \cdots \alpha_n$，$\beta = \beta_n \cdots \beta_2$

X显然是可达符

综上：检测可达符号算法正确