第三章习题

3，9（1，3，5），10，16，17，21（提示，两边均等于$2\pi i f'(z_0)$)，27（1，3），31。

附加题。利用Cauchy积分公式证明：

若$f(z)$处处可导（解析），$C_r = \{z : |z| = r\}$, $M(r) = \max_{z \in C_r} |f(z)|$, 则有不等式：

$$|f^{(n)}(0)| \leq \frac{n! M(r)}{r^n}, \quad n \in N.$$

并由此和Taylor级数公式证明：

(a). 若$f(z)$有界，则$f(z)$是常数（Liouville定理）。

(b). 若存在常数$M_0 > 0$, $m \in N$, $R_0 > 0$ 使当$|z| \geq R_0$ 时有不等式

$$|f(z)| \leq M_0 \sum_{k=0}^{m} |z|^k.$$

则$f(z)$为一多项式且次数不超过m.