

离散数学 第二次作业

6. (1)

$$\begin{array}{l} P \rightarrow QVRVS \\ \quad \downarrow^1 \\ \quad VQR \\ \quad \quad \downarrow^2 \\ \quad \quad VVQRS \\ \quad \quad \quad \downarrow^3 \\ \rightarrow P V V Q R S \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P \rightarrow QVRVS \\ \quad \downarrow^1 \\ \quad QRV \\ \quad \quad \downarrow^2 \\ \quad \quad QRVSV \\ \quad \quad \quad \downarrow^3 \\ P Q R V S V \rightarrow \end{array}$$

波兰式: $\rightarrow P V V Q R S$

逆波兰式: $P Q R V S V \rightarrow$

(2)

$$\begin{array}{l} P \wedge \neg R \leftrightarrow P V Q \\ \quad \downarrow^1 \quad \quad \downarrow^2 \\ \quad \wedge P \neg R \quad V P Q \\ \quad \quad \quad \downarrow^3 \\ \leftrightarrow \wedge P \neg R V P Q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P \wedge \neg R \leftrightarrow P V Q \\ \quad \downarrow^1 \quad \quad \downarrow^2 \\ \quad P R \neg \wedge \quad P Q V \\ \quad \quad \quad \downarrow^3 \\ P R \neg \wedge P Q V \leftrightarrow \end{array}$$

波兰式: $\leftrightarrow \wedge P \neg R V P Q$

逆波兰式: $P R \neg \wedge P Q V \leftrightarrow$

(3)

$$\begin{array}{l} \neg \neg P V (W \wedge R) V \neg Q \\ \quad \quad \quad \downarrow^1 \\ \quad \quad \quad \wedge W R \\ \quad \quad \quad \downarrow^2 \\ V \neg \neg P \wedge W R \\ \quad \quad \quad \downarrow^3 \\ V V \neg \neg P \wedge W R \neg Q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \neg \neg P V (W \wedge R) V \neg Q \\ \quad \quad \quad \downarrow^1 \\ \quad \quad \quad \wedge W R \\ \quad \quad \quad \downarrow^2 \\ P \neg \neg W R \wedge V \\ \quad \quad \quad \downarrow^3 \\ P \neg \neg W R \wedge V \neg Q \end{array}$$

波兰式: $V V \neg \neg P \wedge W R \neg Q$

逆波兰式: $P \neg \neg W R \wedge V \neg Q$

1. (1)

$$\begin{aligned} P \rightarrow (Q \wedge R) &= \neg P V (Q \wedge R) \\ &= (\neg P V Q) \wedge (\neg P V R) \\ &= (P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R) \end{aligned}$$

$$(2) \quad P \rightarrow Q = \neg P V Q = Q V \neg P = \neg \neg Q V \neg P = \neg Q \rightarrow \neg P$$

$$\begin{aligned} (3) \quad ((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)) \wedge R &= (\neg(\neg P V \neg Q) V (\neg Q V \neg P)) \wedge R \\ &= ((P \wedge Q) V \neg Q V \neg P) \wedge R \\ &= (P V \neg Q V \neg P) \wedge R \\ &= (T V \neg Q) \wedge R = T \wedge R = R \end{aligned}$$

2. 由T写: $A = (\neg P \wedge \neg Q) V (\neg P \wedge Q) V (P \wedge \neg Q) = m_0 V m_1 V m_2$

$B = (\neg P \wedge \neg Q) V (P \wedge Q) = m_0 V m_3$

$C = \neg P \wedge \neg Q = m_0$

由F写: $A = \neg P V \neg Q = M_0$

$B = (P V \neg Q) \wedge (\neg P V Q) = M_1 \wedge M_2$

$C = (P V \neg Q) \wedge (\neg P V Q) \wedge (\neg P V \neg Q) = M_0 \wedge M_1 \wedge M_2$

3. ① 已知 $P \uparrow Q = \neg(P \wedge Q) = \neg P V \neg Q$

故 $\neg P = \neg P V \neg P = P \uparrow P$

$P V Q = \neg(\neg P) V \neg(\neg Q) = \neg P \uparrow \neg Q = (P \uparrow P) \uparrow (Q \uparrow Q)$

$P \wedge Q = \neg(P \uparrow Q) = (P \uparrow Q) \uparrow (P \uparrow Q)$

$P \rightarrow Q = \neg P V Q = \neg P V \neg \neg Q = P \uparrow (\neg Q) = P \uparrow (Q \uparrow Q)$

$P \leftrightarrow Q = (P \wedge Q) V (\neg P \wedge \neg Q) = (\neg(P \wedge Q)) \uparrow (\neg(\neg P \wedge \neg Q))$

$= (\neg P V \neg Q) \uparrow (\neg \neg P V \neg \neg Q)$

$= (P \uparrow Q) \uparrow ((\neg P) \uparrow (\neg Q))$

$= (P \uparrow Q) \uparrow ((P \uparrow P) \uparrow (Q \uparrow Q))$

$$\textcircled{2} \text{ 已知 } P \downarrow Q = \neg(P \vee Q) = \neg P \wedge \neg Q$$

$$\neg P = \neg P \wedge \neg P = P \downarrow P$$

$$P \vee Q = \neg(P \downarrow Q) = (P \downarrow Q) \downarrow (P \downarrow Q)$$

$$P \wedge Q = \neg \neg P \wedge \neg \neg Q = (\neg P) \downarrow (\neg Q) = (P \downarrow P) \downarrow (Q \downarrow Q)$$

$$P \rightarrow Q = \neg P \vee Q = \neg(P \downarrow Q) = \neg((P \downarrow P) \downarrow Q) = ((P \downarrow P) \downarrow Q) \downarrow ((P \downarrow P) \downarrow Q)$$

$$P \leftrightarrow Q = (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$$

$$= (P \downarrow P) \downarrow (Q \downarrow Q)$$

$$= \neg((\neg P \downarrow \neg Q) \downarrow (P \downarrow Q))$$

$$= \neg(((P \downarrow P) \downarrow (Q \downarrow Q)) \downarrow (P \downarrow Q))$$

$$= (((P \downarrow P) \downarrow (Q \downarrow Q)) \downarrow (P \downarrow Q)) \downarrow (((P \downarrow P) \downarrow (Q \downarrow Q)) \downarrow (P \downarrow Q))$$