

解决实际问题：例1



范式在逻辑设计方面有广泛的应用.

- 例1. 某科研所要从3名科研骨干A, B, C中挑选1~2名出国进修。由于工作需要, 选派是要满足以下条件.

- (1) 若A去, 则C同去。
- (2) 若B去, 则C不能去。
- (3) 若C不去, 则A或B可以去。

解: 令 P 、 Q 、 R 分别表示派A、B、或C去.

由已知条件可得公式

$$(P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow \neg R) \wedge (\neg R \rightarrow (P \vee Q))$$



- $(P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow \neg R) \wedge (\neg R \rightarrow (P \vee Q))$

该公式的成真赋值就是可行的选派方案

$$\begin{aligned} & (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow \neg R) \wedge (\neg R \rightarrow (P \vee Q)) \\ &= (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee \neg R) \wedge (R \vee P \vee Q) \\ &= (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee \\ & \quad (P \wedge \neg Q \wedge R) \\ &= \bigvee_{1, 2, 5} \quad \text{因而有3种选派方案} \end{aligned}$$

(1) C去, A, B都不去

(1) B去, A, C都不去

(1) A, C同去, B不去

解决实际问题：例2



范式在逻辑设计方面有广泛的应用.

- 例2. 安排课表, 教语言课的教师希望将课程安排在第一或第三节; 教数学课的教师希望将课程安排在第二或第三节; 教原理课的教师希望将课程安排在第一或第二节. 如何安排课表, 使得三位教师都满意.

解: 令 l_1 、 l_2 、 l_3 分别表示语言课排在第一、第二、第三节.

m_1 、 m_2 、 m_3 分别表示数学课排在第一、第二、第三节.

p_1 、 p_2 、 p_3 分别表示原理课排在第一、第二、第三节.

三位教师都满意的条件是:

$(l_1 \vee l_3) \wedge (m_2 \vee m_3) \wedge (p_1 \vee p_2)$ 为真.



三位教师都满意的条件是：

$(l_1 \vee l_3) \wedge (m_2 \vee m_3) \wedge (p_1 \vee p_2)$ 为真.

将上式写成析取范式(用分配律)得：

$$((l_1 \wedge m_2) \vee (l_1 \wedge m_3) \vee (l_3 \wedge m_2) \vee (l_3 \wedge m_3)) \wedge (p_1 \vee p_2)$$

$$\Leftrightarrow \cancel{(l_1 \wedge m_2 \wedge p_1)} \vee \cancel{(l_1 \wedge m_3 \wedge p_1)} \vee$$

$$(l_3 \wedge m_2 \wedge p_1) \vee \cancel{(l_3 \wedge m_3 \wedge p_1)} \vee$$

$$\cancel{(l_1 \wedge m_2 \wedge p_2)} \vee (l_1 \wedge m_3 \wedge p_2) \vee$$

$$\cancel{(l_3 \wedge m_2 \wedge p_2)} \vee \cancel{(l_3 \wedge m_3 \wedge p_2)}$$

$$\Leftrightarrow (l_3 \wedge m_2 \wedge p_1) \vee (l_1 \wedge m_3 \wedge p_2)$$

可以取 $(l_3 \wedge m_2 \wedge p_1)$ 、 $(l_1 \wedge m_3 \wedge p_2)$ 为1，得到两种排法.

练习1：谁是说谎者



张三说李四在说谎, 李四说王五在说谎, 王五说张三、李四都在说谎, 请问三人到底谁说真话, 谁说假话?

设P: 张三说真话; Q: 李四说真话; R: 王五说真话.

由题意有

$$\begin{aligned} E &= (P \leftrightarrow \neg Q) \wedge (Q \leftrightarrow \neg R) \wedge (R \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)) \\ &= \neg P \wedge Q \wedge \neg R \end{aligned}$$

即E的成真赋值为010, 故张三说假话, 李四说真话, 王五说假话.