

2020 年春季学期概率论与数理统计课程考试要求

2020 年 5 月 20 日

概率论部分

一、随机现象的数学描述和概率论的基本思想

1. 随机事件之间的关系和事件的基本运算。
2. 理解条件概率的直观含义和数学定义，掌握条件概率在概率计算中的应用（乘法公式、全概率公式、Bayes 公式）。
3. 理解事件的独立性的定义和有关性质。
4. 理解古典概型、几何概型的基本原理。【复杂的排列组合技巧不做要求】

二、随机变量的概率分布

1. 理解随机变量及其概率分布函数的定义，理解随机变量概率分布函数的性质，掌握概率分布函数的计算。
2. 理解离散型随机变量、连续型随机变量的定义，掌握概率分布列、概率密度函数及概率分布函数的关系，掌握有关的计算。
3. 理解多维随机变量的定义，理解联合概率分布（分布函数、分布列、概率密度）与边缘分布（分布函数、分布列、概率密度），掌握有关计算。
4. 理解随机变量的独立性的定义和性质，掌握判断独立和不独立的方法。
5. 掌握计算随机变量的函数的概率分布的方法：
 - a) 利用概率分布函数计算随机变量函数的分布；
 - b) 直接计算概率密度的方法（Jacobi）：一对一（可逆变换）情形，多对一（分段可逆变换）情形；**特别注意成立条件，对函数优良性质的要求。**
 - c) 独立和的概率分布。
 - d) 最大值与最小值的概率分布。【其他次序统计量的概率分布不作为考试要求】。
6. 理解条件概率分布（分布函数、分布列、概率密度）的定义和相关计算。

什么意思？

三、随机变量的数字特征

1. 单个随机变量的数字特征
 - a) 数学期望和方差：
 - i. 理解数学期望的定义，理解数学期望的存在性，掌握数学期望的性质和计算。
 - ii. 理解方差的定义和直观含义，掌握方差的性质和计算。
 - iii. 理解如何线性变换对随机变量进行期望=0，方差=1 的标准化。
 - iv. 理解期望、方差的下述性质：

$$Var(X) = E(X - EX)^2 \leq E(X - c)^2, \quad \forall c \in R$$

- b) 原点矩和中心矩。
 - c) 切比雪夫（Chebyshev）不等式。
 2. 涉及多个随机变量的数字特征
 - a) 协方差：理解协方差的定义和性质，掌握协方差的计算。
 - b) 相关系数：理解相关系数的定义和性质，掌握有关计算。正确理解不相关和独立的联系与区别。知道线性相关系数为 1 或-1 时的概率含义。
 - c) 条件数学期望：理解定义和有关计算，掌握全（重）期望公式，包括随机和（指求和的随机变量的个数为某随机变量）的期望。

四、常见的概率分布

1. 离散型分布
 - a) 二项分布：分布列，期望、方差。
 - b) 几何分布：分布列，期望、方差，无记忆性。
 - c) 泊松分布：分布列，期望、方差，泊松定理（特殊二项分布的泊松近似）。
 - d) 了解负二项分布。
2. 连续型分布
 - a) 均匀分布：一维均匀分布的分布函数、概率密度、期望和方差；多维均匀分布与几何概型的关系。
 - b) 指数分布：分布函数、概率密度、期望、方差，无记忆性。
 - c) 正态分布：一维正态分布的概率密度、期望、方差、标准化；二维正态分布的概率密度及参数的概率含义。正态分布的独立可加性，二元正态分布随机变量相互独立和不相关等价的性质。

$(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$ ，则 $(aX + bY, cX + dY)$ 也服从二元正态分布。

五、 极限定理

1. （伯努利、切比雪夫）（弱）大数定律，依概率收敛的定义，利用切比雪夫不等式验证依概率收敛。
2. 中心极限定理（掌握独立同分布情形 De Moivre-Laplace，林德伯格-勒维）及应用。

统计部分

六、 数理统计的基本概念

1. 总体、抽样、简单随机样本、统计量
2. 重要的统计量：最大最小统计量、样本均值、样本方差、样本标准差、样本矩
3. 正态总体的重要统计量及其性质，与正态总体有关的重要抽样分布： χ^2 分布，t-分布，F-分布，理解三种分布的构造定义。【概率密度不作为考试要求】
4. 理解分布的（下侧）分位数的定义，以及它们在概率密度函数图像上的直观含义。

七、 参数的点估计

1. 点估计的常用方法：矩估计、极大似然估计（似然函数、对数似然函数）。
2. 点估计优良性评判：无偏性，有偏估计的无偏校正，（无偏估计的）有效性。

八、 参数的区间估计

1. 理解置信区间和置信水平（或“置信度”），正确理解区间估计的意义。
2. 了解构造参数区间估计的方法和原理。
3. 掌握单个正态总体的均值和方差的区间估计。
4. 大样本区间估计。

?

九、 参数的假设检验

1. 假设检验的一般原理，原假设与备择假设的功能，假设检验的显著性水平，能够确定拒绝域的范围，掌握第一类错误（弃真）和第二类错误（存伪）和 p 值的计算。
2. 单个正态总体均值和方差的假设检验（含双侧和单侧的情形）。