

# 2021 春

## 基础物理实验 A(1)

<b>I</b>	<b>课程须知</b>	
I-1	基本信息-----	2
I-2	课程安排-----	3
I-3	课程要求-----	5
I-4	课程成绩-----	6
<b>II</b>	<b>实验讲义</b>	
II-1	弦振动实验-----	7
II-2	三线摆和扭摆-----	12
II-3	阻尼振动和受迫振动-----	16
II-4	声速测量系列实验-----	23
II-5	几何光学系列实验-----	31
II-6	迈克耳孙干涉仪的搭建和空气折射率的测量-----	42
II-7	光栅衍射实验-----	46
II-8	全息照相-----	52

# I 课程须知

## I-1 基本信息

### 教师联系:

杨迎春: 15822029202, yyc18@mails.tsinghua.edu.cn

邓泽贤: 13262622165, dengzx20@mails.tsinghua.edu.cn

朱 群: 15252003014, zhuq20@mails.tsinghua.edu.cn

胡晓凡: 18801005396, hxf20@mails.tsinghua.edu.cn

李 妍: 18811311072, liy17@mails.tsinghua.edu.cn

李威挺: 13132280710, li-wt20@mails.tsinghua.edu.cn

夏钰婷: 18981833706, xyt20@mails.tsinghua.edu.cn

刘亦谦: 18811163718, yiqian-l20@mails.tsinghua.edu.cn

李 晶: 13936266530, lj02041988@163.com

陈 崇: 18302939223, chenc20@mails.tsinghua.edu.cn

刘元锋: 18811308782, lyf\_student@126.com

刘滢滢: 13671088293, liuyingying@tsinghua.edu.cn

梁昌林: 62784866, 18901292502, liangcl@tsinghua.edu.cn,

郭旭波: 13611191523, guoxb@tsinghua.edu.cn

常 纓: 62784866, 13520001495, changy@mail.tsinghua.edu.cn

朱美红, 理科楼C315, 13810369451, mhzhu@tsinghua.edu.cn

**实验管理教师:** 常 纓、梁昌林、刘滢滢、丁小冬、傅德永、王长江

### 值班:

每周周一至周五上午8:30-11:50, 下午1:30-5:00

有预习需要, 课后补测、重做实验或深入研究, 可在上述时间到6教6B501找值班老师登记后进行。  
补测重做实验者, 原始数据需找值班老师签字。

### 答疑:

双周四下午3:00-5:00, 地点: 理科楼C315。

## I-2 课程安排

1次绪论课，8个实验。

**绪论课：**第2周，具体时间、地点，关注网络学堂通知。

	实验题目	简称	房间(六教)	报告类型	上课教师
1	弦振动实验	弦振动	6B508	完整	李威挺/陈崇/李晶/朱美红
2	三线摆和扭摆	摆	6B506	简要	朱群/刘滢滢
3	阻尼振动和受迫振动	波耳	6B602	完整	邓泽贤/刘亦谦/李晶
4	声速测量系列实验	声速	6A503	简要	常纓
5	几何光学系列实验	焦距	6B606	完整	常纓
6	迈克耳孙干涉仪的搭建和空气折射率的测量	迈	6B705	简要	杨迎春/夏玉婷
7	光栅衍射实验	光栅	6B604 内	完整	胡晓凡/李妍/朱美红
8	全息照相	全息	6B504	简要	刘滢滢

### 实验循环

循环	3 周	4 周	5 周	6 周	7 周	8 周	9 周	10 周
e	弦振动	摆	波耳	声速	焦距	迈	光栅	全息
f	声速	弦振动	摆	波耳	全息	焦距	迈	光栅
g	波耳	声速	弦振动	摆	光栅	全息	焦距	迈
h	摆	波耳	声速	弦振动	迈	光栅	全息	焦距

**注意：**第 10 周：针对学校的放假调课安排，周五时段调整到第 11 周。

### 实验课表

**实验时段：**周二下午 3:20—7:05，周三下午 3:20—7:05，周五下午 1:30-5:15。

分组(时间)	3 周	4 周	5 周	6 周	7 周	8 周	9 周	10 周	11 周(5.7)
24e(周二下)	弦振动	摆	波耳	声速	焦距	迈	光栅	全息	/
24f(周二下)	声速	弦振动	摆	波耳	全息	焦距	迈	光栅	/
24g(周二下)	波耳	声速	弦振动	摆	光栅	全息	焦距	迈	/
24h(周二下)	摆	波耳	声速	弦振动	迈	光栅	全息	焦距	/
34h(周三下)	摆	波耳	声速	弦振动	迈	光栅	全息	焦距	/
53e(周五下)	弦振动	摆	波耳	声速	焦距	迈	光栅	/	全息
53f(周五下)	声速	弦振动	摆	波耳	全息	焦距	迈	/	光栅
53g(周五下)	波耳	声速	弦振动	摆	光栅	全息	焦距	/	迈
53h(周五下)	摆	波耳	声速	弦振动	迈	光栅	全息	/	焦距

**注意：**红色加亮(11 周五)的为针对学校的放假调课安排调整后的日期。

## I-3 课程要求

### 一、基本要求

1. 课程的重要信息（通知、课件等）会发布在网络学堂，随时关注。
2. 因病（要有医生证明）、因事（要有系教务科证明）而缺课，应提前找常缨老师请假，及时商量补课事宜。未请假缺课后补做实验，当次实验成绩满分由100分降为80分。无故迟到，教师有权作出如扣分等处罚。
3. 课上不得用铅笔记录数据，记错的数据划掉后重写，不要涂改，不要用涂改液等。切忌先记数据草稿、重誊后再签字(确保数据的原始性)。实验做完后，原始数据必须由教师签字。
4. 实验结束，整理摆放好仪器，带走自己的物品。
5. 课内实验未完成或写报告时发现问题需补测重做的同学，及时告知上课教师，并在实验课后1周内及时补测重做，而且在其后7天内交报告。补测重做实验的不影响成绩。
6. **报告递交：**实验课后1周内递交。手写版和电子版报告都可以，鼓励电子版。  
手写版，拍照(注意清晰度)，然后整理成一个 pdf 或 word 文档(打开就能比较清晰地判)。  
教师签字的原始数据，拍照放在报告最后一页。  
网络学堂在线递交到相应实验题目名下。逾期交报告，酌减报告分或按未交报告处理。

**注意：**网络学堂各实验报告递交期限设置，是因为循环实验等考虑。**对于个人：实验后的1周内递交。**

### 二、预习

预习的目的在于了解实验，带着自己的理解和问题来实验，能在课上顺利完成实验，达到各实验的教学目的。进实验室前，应了解实验原理、实验仪器、方法，明确实验任务等，准备好“原始数据记录表格”和必要的实验原理图。

关注网络学堂上课教师对各实验的具体要求。

### 三、实验报告

**1.完整报告：**应让本班未做过此实验的同学只看报告就能基本看懂。应包括以下内容：

- a) 实验名称
- b) 摘要：用自己的语言归纳、提炼出“本实验的意图、内容(做了什么)、结果等”，并附上关键词。
- c) 主要的实验仪器
- d) 实验内容
  - 实验原理：实验后，依你对实验的认识、体会，用自己的语言归纳、提炼。
  - 简要的实验步骤
  - 数据处理：包括实验数据整理、数据处理过程、所求量的计算公式、实验结果。有画图要求的，要递交规范清楚的图。
- e) 讨论：实验中发现的问题、建议等
- f) 教师签了字的原始测量数据

**2.简要报告：**

- a)实验名称
- b)摘要：用自己的语言归纳、提炼出“本实验的意图、内容(做了什么)、结果等”，并附上关键词。
- c)实验内容
  - 数据处理：包括实验数据整理、数据处理过程、所求量的计算公式、实验结果。有画图要求的，要递交规范清楚的图。
- d)讨论：实验中发现的问题、建议等
- e)教师签了字的原始测量数据

3.关注网络学堂上课教师对各实验报告的具体要求。

## **I-4 课程成绩**

### **一、实验成绩**

每个实验成绩由“预习、课堂表现、报告”3部分组成，这3部分成绩的综合评定结果即为该实验的成绩(教师在报告上给的成绩)。

“完整报告”实验：满分为100分。实验报告中有抄袭行为或未做的实验，成绩为0分；实验后没交报告的，最高55分。

“简要报告”实验：合格的为90分。实验报告中有抄袭行为或未做的实验，成绩为0分；做了实验但报告不合格的:最高55分。

### **二、课程总成绩**

完整报告实验成绩平均值 $\times 0.7$ +简要报告实验平均值 $\times 0.3$ 。

## II 实验讲义

### II-1 弦振动实验

#### 1. 实验目的

了解振动在弦线上的传播现象，学习弦振动方程。

分析弦末端固定时的边界条件以及振动的反射特性。

观察和测试弦线在周期性正弦激励下的受迫振动特别是共振（或称为驻波）现象。

测量不同实验参数下的共振频率，用直线拟合方法处理数据、确定共振频率与实验参数的关系。

#### 2. 实验原理

##### A) 弦振动方程

设有一根半无限长、沿正 $x$ 轴放置的柔软均匀的弦线被拉紧，弦线中的张力为 $T$ （暂不考虑如何在半无限长的弦上施加张力）。在弦线的始端 $x = 0$ 处加以垂直方向的振动激励之后，由于弦线中的张力作用，始端弦线的振动将带动它的邻段，而邻段又带动它自己的邻段……这样，一小段弦的振动必然传播到整根弦。

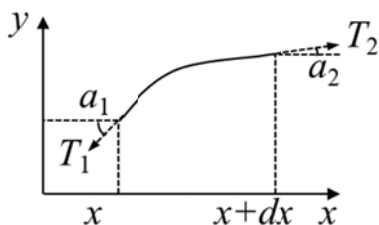


图 1 一小段弦线的受力分析

将弦线分为很多长为 $dx$ 的小段，分析位于 $(x, x + dx)$ 之间一小段弦的受力情况，如图 1 所示。设弦的每一小段仅有 $y$ 方向的位移、没有 $x$ 方向的位移。设弦的线密度为 $\rho$ 。则这一小段弦满足以下方程：

$$T_2 \cos \alpha_2 - T_1 \cos \alpha_1 = 0 \quad (1)$$

$$T_2 \sin \alpha_2 - T_1 \sin \alpha_1 = (\rho dx) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2)$$

在小振动条件下， $\alpha_1 \approx 0$ ， $\alpha_2 \approx 0$ 。则 $\cos \alpha_1 \approx 1$ ， $\cos \alpha_2 \approx 1$ ； $\sin \alpha_1 \approx \tan \alpha_1 \approx \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_x$ ， $\sin \alpha_2 \approx \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x+dx}$ 。

代入上两式可得：

$$T_2 \approx T_1 \approx T \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{T}{\rho} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (4)$$

记 $v = \sqrt{T/\rho}$ ，则（4）式的通解为 $y = f(vt \pm x)$ ，其中 $y = f(vt - x)$ 为沿正 $x$ 方向传播的振动。这是因为在 $x = 0$ 、 $t = 0$ 时的波形 $f(0)$ 在 $t$ 时刻将传播至 $x = vt$ 处， $f(vt - x) = f(0)$ ，其传播速度为 $v = x/t$ 。而 $y = f(vt + x)$ 为沿负 $x$ 方向传播的振动。

又由 $v = \sqrt{T/\rho}$ 可知，振动在弦上传播的速率 $v$ 仅与弦参数 $T$ 和 $\rho$ 有关。

##### B) 弦线末端固定时的边界条件、振动的反射现象

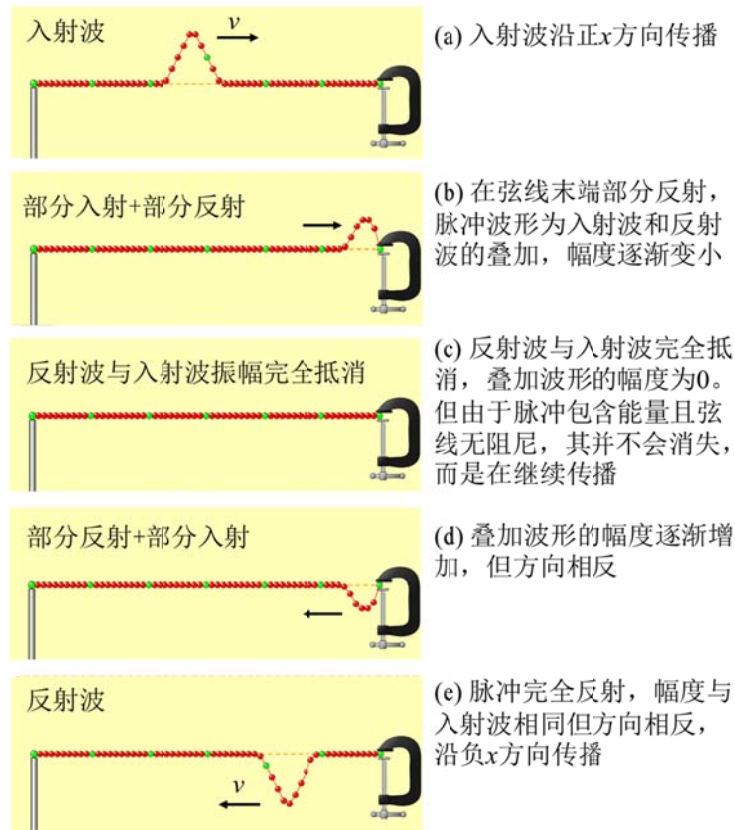


图2 弦末端固定时脉冲的反射及其与入射波的干涉（叠加）现象

当弦线的末端固定时，振动脉冲在弦线上向末端的传播以及在末端的反射现象如图2所示。

对上述现象特别是图2(c)反射波与入射波振幅完全抵消现象的解释如下。设图2(c)所处时刻为 $t = t_0$ 、弦线末端位置为 $L(x = L)$ 。已知入射波为沿正 $x$ 方向传播的波，波形为 $y^+ = f(vt - x)$ 。为了不失一般性， $f$ 为任意函数。反射波为负 $x$ 方向传播的波，波形为 $y^- = f(vt + x)$ 。在图2(c)所处时刻和位置的波形为入射波和反射波的叠加， $y(t, x) = y^+ + y^-$ 。由于弦线末端固定，边界条件为 $y(t, x)|_{x=L} = 0$ ，由此可得 $y^-|_L = -y^+|_L$ ，即弦线末端处 $t = t_0$ 时刻反射波的幅度与入射波大小相同、方向相反，二者完全抵消。

### C) 弦线在周期性正弦激励下的受迫振动和共振（或驻波）现象

以下分析周期性正弦激励下弦线的共振条件，即形成驻波的条件。设弦线上沿正 $x$ 方向传播的波为 $y^+ = A^+ e^{i(\omega t - kx + \varphi^+)}$ ，沿负 $x$ 方向传播的波为 $y^- = A^- e^{i(\omega t + kx + \varphi^-)}$ 。则弦线上的合振动 $y$ 为沿两个方向传播的波动的叠加：

$$y = A^+ e^{i(\omega t - kx + \varphi^+)} + A^- e^{i(\omega t + kx + \varphi^-)} \quad (5)$$

设边界条件为弦线的两端固定， $y(t, x = 0) = 0$ 且 $y(t, x = L) = 0$ 。首先将 $y(t, x = 0) = 0$ 代入上式可得：

$$A^+ e^{i(\omega t + \varphi^+)} + A^- e^{i(\omega t + \varphi^-)} = 0 \Rightarrow A^- = -A^+ e^{i(\varphi^+ - \varphi^-)} \quad (6)$$

将其代入(5)式可得：

$$y = -2A^+ e^{i\varphi^+} \sin(kx) e^{i\omega t}$$

为简便起见，设 $\varphi^+ = 0$ 并取上式的实部可得：

$$y = -2A^+ \sin(kx) \cos(\omega t) \quad (7)$$

此时弦线上的波动不再是沿两个方向传播的行波。弦上每个位置 $x$ 处都在作简谐振动，振幅为 $|2A^+ \sin(kx)|$ 。

再将边界条件 $y(t, x = L) = 0$ 代入(7)式，可得弦振动的驻波条件为 $\sin(kL) = 0$ ，即 $(2\pi/\lambda)L = n\pi$ ，或



$L = n\lambda/2$ ，其中 $n$ 为自然数。也就是说，当弦长度 $L$ 为半波长 $\lambda/2$ 的整数倍时，弦上可形成驻波。

$n$ 为 1—3 时弦振动的驻波波形如图 3 所示，波形中振幅最大的位置为驻波波腹，振幅为零的位置为驻波波节。 $n$ 次谐频有 $n$ 个波腹和 $n - 1$ 个波节。 $n = 1$ 对应的频率称为基频频率。

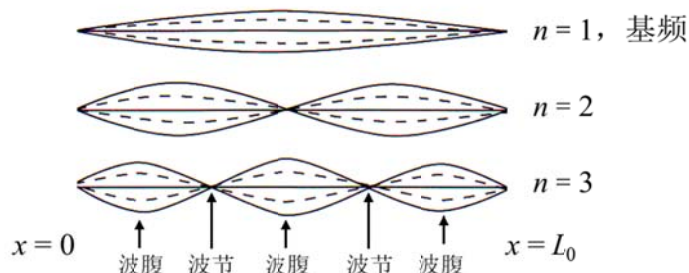


图 3 两端固定的弦的驻波波形示意图

由 $v = f\lambda$ ，还可得到驻波频率与弦线参数的关系为：

$$f = \frac{n}{2L}v = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (8)$$

### 3. 实验仪器

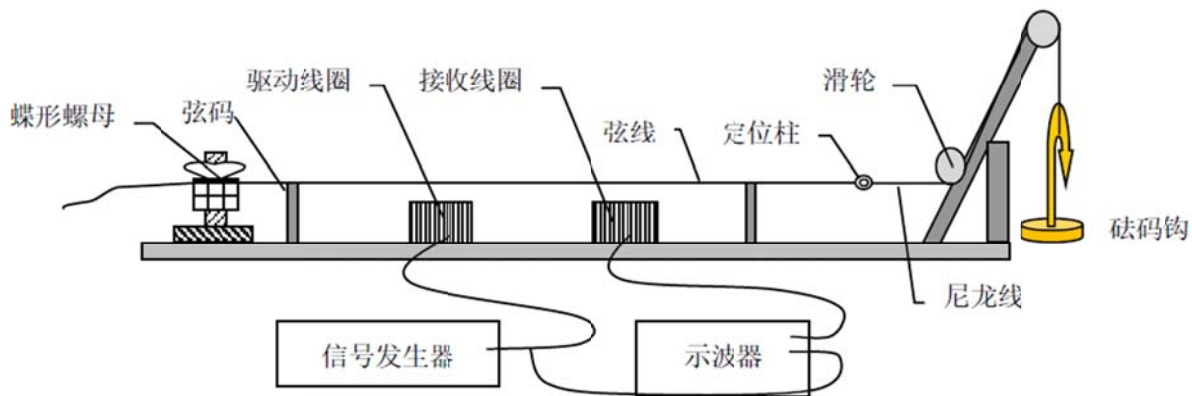


图 4 弦振动实验仪器

实验提供 6 根不同直径的弦（见表 1）。弦线一端由仪器左侧的蝶形螺母固定，另一端通过仪器右侧的尼龙线和滑轮组与砝码相连，对弦线施加张力。砝码包括 1 个 200 g 的砝码钩和 5 个 200 g 的砝码。两个位置可移动的弦码作为弦线的两个固定端。弦码之间的距离为弦线长度，可通过固定在基座上的标尺测量。驱动线圈与信号发生器相连，对弦线施加激励信号，使弦线振动。双通道示波器对施加在驱动线圈上的激励信号和接收线圈接收到的信号进行测试，以观察振动和共振现象。驱动线圈，接收线圈和

弦码均通过磁性固定在基座上。

改变弦的张力（砝码质量）、长度（弦码位置）和粗细（更换不同的弦线），调整驱动频率，使弦发生振动，用示波器观测激励信号波形和接收线圈接收到的波形，就可对弦振动现象进行定量测量。

表 1 弦线编号与定位柱颜色的对应关系以及线密度值

弦线编号及对应定位柱颜色	线密度 (kg/m)
6# (银)	0.00936
5# (金)	0.00578
4# (绿)	0.00350
3# (黑)	0.00191
2# (蓝)	0.00098
1# (红)	0.00055

仪器使用说明：

(1) 选择合适的弦，弦上带有颜色的定位柱端放在仪器右侧靠近滑轮处，弦的直头端穿过左侧蝶形螺母上的小孔，调整好弦的长度后拧紧螺母将其固定。尼龙细绳的挂钩与弦线定位柱相连，细绳绕过两个滑轮后挂上砝码钩以施加适当的张力。

(2) 调整两个弦码至合适的位置、并用标尺测量两个弦码之间的距离作为弦的长度。

(3) 根据张力大小的需要可以增减放在砝码钩上的砝码的数量，砝码钩以及每个砝码的质量均为 200g。

(4) 驱动线圈和接收线圈分别与函数信号发生器、示波器连接。实验室已经连好，**实验前，检查信号发生器(驱动线圈)和接收线圈连接到示波器的端口号，检查信号发生器输出端 3 通接头是否连接到位(拧紧状态，见图 5b)。**驱动线圈和接收线圈与弦码最小距离大约 5 cm。信号发生器正弦信号峰峰值  $V_{pp}$  设置成 5V 左右。**注意：根据测量的需要调整驱动线圈、接收线圈的位置以及信号发生器信号峰峰值  $V_{pp}$ 。**

(5) 缓慢调整信号发生器的输出频率（10~200 Hz），当达到共振频率时，示波器上接收到的波形为清晰的正弦信号且幅度最大。**注意：驱动线圈与接收线圈需至少保持 10 cm 的距离，以避免两个线圈之间的互相干扰。**还可改变接收线圈的位置，用示波器观察弦上驻波各处振幅的变化。

(6) 安全注意事项：加减砝码时一定要轻拿轻放，防止弦线中张力过大，产生滑线、断裂等情况。

实验完毕后取下砝码与砝码钩，整理弦线并分类挂回存放处。

**附：BNC 接头连接方法和本实验的拧紧状态**

见图 5a，将 BNC 阴头上的 2 个凸起对准 BNC 阳头的凹槽，插入后旋转到头(约旋转 90°)，将其拧紧。



图 5a BNC 接头



图 5b 本实验拧紧状态

#### 4. 实验内容

从公式  $f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$  可知，弦振动频率与  $n$ 、 $L$ 、 $T$ 、 $\rho$  等因素有关。可以采取单变量变化的方法分别进行研究。本实验重力加速度  $g$  取  $9.80\text{m/s}^2$ 。

(1) 观察弦的振动，分析  $f \sim n$  关系

选用粗弦（如 5#、6# 弦），在弦长  $L = 50.0\text{ cm}$ 、张力  $T = 9.80\text{ N}$  的条件下，用信号发生器对弦进行激励，观察弦振动现象，在形成  $n = 1、2、3\dots$  的驻波的情况，测量共振频率  $f$ 。（至少测量 5 组）

用最小二乘法对  $f$ 、 $n$  进行直线拟合，算出斜率及其不确定度。与斜率的理论值进行比较。

(2) 分析  $f \sim L$  关系

选用中粗弦（如 3#、4# 弦），在张力  $T = 9.80\text{ N}$  的条件下，用信号发生器对弦进行激励，在形成  $n = 1$  的驻波的情况下，在  $30.0\text{ cm}$  到  $55.0\text{ cm}$  范围内每间隔  $5.0\text{ cm}$  改变弦长  $L$ ，测量相应的共振频率  $f$ 。

用最小二乘法对  $f$ 、 $1/L$  进行直线拟合，算出斜率及其不确定度。与斜率的理论值进行比较。

(3) 分析  $f \sim T$  关系

选用细弦（如 1#、2# 弦），保持  $L$  不变，在  $1.96\text{ N}$  到  $11.76\text{ N}$  之间改变弦上所加张力  $T$ ，测量相对应的基频频率  $f$ 。

用最小二乘法对  $\ln(f)$ 、 $\ln(T)$  进行直线拟合，算出斜率及其不确定度。与斜率的理论值进行比较。

(4) 分析  $f \sim \rho$  关系

保持  $n$ 、 $L$ 、 $T$  不变，分别测量 1#—6# 弦的基频共振频率  $f$ 。

用最小二乘法对  $\ln(f)$ 、 $\ln(\rho)$  进行直线拟合，算出斜率及其不确定度。与斜率的理论值进行比较。

(5) 分析弦的线密度、弦长、张力、基频与波速的关系

选取(1) —(4)部分得到的部分实验数据，计算弦上振动的传播速度实验值  $v = f\lambda = \frac{2L}{n}f$  及理论值  $v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$ ，并比较两者的相对偏差。

(6) 为了方便地激发和测量弦振动现象，激励线圈和探测线圈应如何放置？

(7) 如何快速找到一定实验条件下弦振动的共振频率？总结一下你在实验中采用的方法。

#### 参考文献

1. 朱鹤年. 新概念基础物理实验讲义. 清华大学出版社. 2013.
2. 梁昆淼. 数学物理方法. 高等教育出版社. 1978.7.[图书馆有电子书]

## II-2 三线摆和扭摆

转动惯量是刚体转动惯性的量度，它与刚体的质量分布和转轴的位置有关。对于形状简单的均匀刚体，测出其外形尺寸和质量，就可以计算其转动惯量。对于形状复杂、质量分布不均匀的刚体，通常利用转动实验来测定其转动惯量。三线摆法和扭摆法是其中的两种办法。为了便于与理论计算值比较，实验中的被测刚体均采用形状规则的刚体。

### 1. 实验目的

- (1) 加深对转动惯量概念和平行轴定理等的理解；
- (2) 了解用三线摆和扭摆测转动惯量的原理和方法；
- (3) 学习电子天平、游标高度尺和多功能数字测量仪等仪器的使用，掌握质量和周期等量的测量方法。

### 2. 实验装置和原理

#### (1) 三线摆

图 1 是三线摆示意图。上、下圆盘均处于水平，悬挂在横梁上。横梁由立柱和底座（图中未画出）支承着。三根对称分布的等长悬线将两圆盘相连。上圆盘可以固定不动。拧动旋钮就可以使下圆盘绕中心轴  $OO'$  作扭摆运动。当下圆盘的摆角很小并且忽略空气摩擦阻力和悬线扭力的影响时，根据能量守恒定律或者刚体转动定律都可以推出下圆盘绕中心轴  $OO'$  的转动惯量  $J_0$  为

$$J_0 = \frac{m_0 g R r}{4\pi^2 H} T_0^2 \quad (1)$$

式中， $m_0$  为下圆盘的质量； $r$  和  $R$  分别为上下悬点离各自圆盘中心的距离，本实验中就是上下圆盘的半径； $H$  为平衡时上下圆盘间的垂直距离； $T_0$  为下圆盘的摆动周期； $g$  为重力加速度。北京地区重力加速度为  $9.80 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ 。

将质量为  $m$  的待测刚体放在下圆盘上，并使它的质心位于中心轴  $OO'$  上。测出此时的摆动周期  $T$  和上下圆盘间的垂直距离  $H_1$ ，则待测刚体和下圆盘对中心轴的总转动惯量  $J_1$  为

$$J_1 = \frac{(m_0 + m) g R r}{4\pi^2 H_1} T^2 \quad (2)$$

待测刚体对中心轴的转动惯量  $J$  与  $J_0$  和  $J_1$  的关系为

$$J = J_1 - J_0 \quad (3)$$

利用三线摆可以验证平行轴定理。平行轴定理指出：如果一刚体对通过质心的某一转轴的转动惯量为  $J_c$ ，则这刚体对平行于该轴、且相距为  $d$  的另一转轴的转动惯量  $J_x$  为

$$J_x = J_c + m d^2 \quad (4)$$

式中， $m$  为刚体的质量。

实验时，将三个同样大小的钢球放置在均匀分布于半径为  $R_1$  的圆周上的三个孔上，如图 2 所示。测出三个球对中心轴  $OO'$  的转动惯量  $J_x$ 。如果测得的  $J_x$  值与由 (4) 式右边计算得的结果比较时的相对误差  $\leq 5\%$ ，则平行轴定理得到验证。

在实验中，质量用电子天平测量，两圆盘间的垂直距离用游标高度尺测量，摆动周期用配有光电接收装置的多功能数字测量仪测量。

#### (2) 扭摆

将一金属丝上端固定，下端悬挂一刚体就构成扭摆。图 3 所示扭摆的悬挂物为三爪盘。在三爪盘上施加一外力矩，使之扭转一角度  $\theta$ 。由于悬线上端是固定的，悬线因扭转而产生弹性恢复力矩。外力矩撤去后，在弹性恢复力矩  $M$  作用下盘作往复扭动。忽略空气阻尼力矩的作用，根

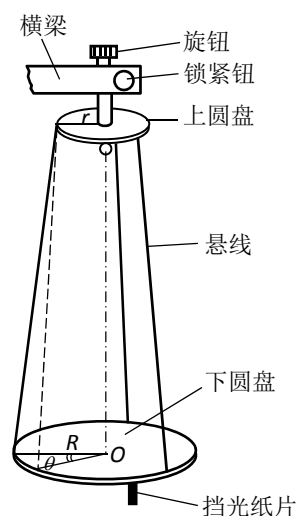


图 1 三线摆示意图

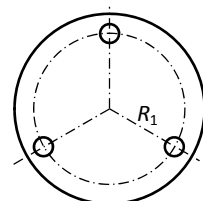


图 2 三孔均匀分布

据刚体转动定理有

$$M = J_0 \ddot{\theta} \quad (5)$$

式中,  $J_0$  为刚体对悬线轴的转动惯量,  $\ddot{\theta}$  为角加速度。弹性恢复力矩  $M$  与转角  $\theta$  的关系为

$$M = -K\theta \quad (6)$$

式中,  $K$  称为扭转模量。它与悬线长度  $L$ , 悬线直径  $d$  及悬线材料的切变模量  $G$  有如下关系:

$$K = \frac{\pi G d^4}{32L} \quad (7)$$

扭摆的运动微分方程为

$$\ddot{\theta} = -\frac{K}{J_0} \theta \quad (8)$$

可见, 圆盘作简谐振动。其周期  $T_0$  为

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{K}} \quad (9)$$

若悬线的扭转模量  $K$  已知, 则测出盘的摆动周期  $T_0$  后, 由 (9) 式就可计算出盘的转动惯量。若  $K$  未知, 可利用一个对其质心轴的转动惯量  $J_1$  已知的附加物体加到盘上, 并使其质心位于扭摆悬线上, 组成复合体。此复合体对以悬线为轴的转动惯量为  $J_0 + J_1$ , 复合体的摆动周期  $T$  为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + J_1}{K}} \quad (10)$$

由 (9) 式和 (10) 式可得

$$J_0 = \frac{T_0^2}{T^2 - T_0^2} J_1 \quad (11)$$

$$K = \frac{4\pi^2}{T^2 - T_0^2} J_1 \quad (12)$$

测出  $T_0$  和  $T$  后就可以计算盘的转动惯量  $J_0$  和悬线的扭转模量  $K$ , 进而可以计算出悬线的切变模量  $G$ 。

本实验中的附加物为一组直径不同的金属圆环, 可以嵌套在三爪盘的台阶上。圆环对悬线轴的转动惯量  $J_1$  由下式计算:

$$J_1 = \frac{m_1}{8} (D_1^2 + D_2^2) \quad (13)$$

式中,  $m_1$  为圆环的质量;  $D_1$  和  $D_2$  分别为圆环的内直径和外直径。

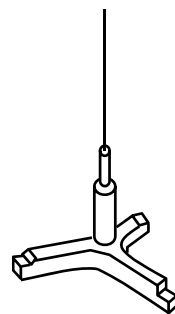


图3 三爪盘扭摆

### 3. 实验任务

(1) 用三线摆测定下圆盘对中心轴  $OO'$  的转动惯量和大钢球对其质心轴的转动惯量。要求测得的大钢球的转动惯量值与理论计算值 ( $J = \frac{2}{5}mr_1^2$ ,  $r_1$  为球半径) 之间的相对误差不大于 5%。

(2) 用三线摆验证平行轴定理。

(3) 用扭摆测定三爪盘的转动惯量和切变模量。

### 4. 实验注意事项

(1) 课上先阅读电子天平和多功能数字测量仪的使用说明书, 了解它们的结构及使用方法。

(2) 测量前, 根据水平仪的指示, 调整三线摆底座台面的水平, 凭借高度尺调整三线摆下圆盘的水平。测量时, 摆角  $\theta$  尽可能小些, 以满足小角度近似。防止三线摆和扭摆在摆动时发生晃动, 以免影响测量结果。

(3) 测量周期时应合理选取摆动次数。对于三线摆, 测得  $R$ 、 $r$ 、 $m_0$  和  $H$  后, 由 (1) 式推出  $J_0$  的相对不确定公式。粗略测量三线摆周期, 利用相对不确定公式, 使周期不确定度分量 ( $2U_{T_0}/T_0$ ) 成为微小分量 (小于最大分量的 1/3), 以此来确定所需摆动次数。

## 5. 思考题

(1) 三线摆在摆动过程中要受到空气的阻尼, 振幅会越来越小, 它的周期是否会随时间而变?

(2) 在三线摆下圆盘上加上待测物体后的摆动周期是否一定比不加时的周期大?

(3) 证明三线摆的机械能为  $\frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \frac{m_0 g R r}{H} \theta^2$ , 并求出运动的微分方程, 从而导出转动惯量公式 (1)。

## 6. 附录:

三线摆转动惯量公式  $J = \frac{mgRr}{4\pi^2 H} T^2$  的证明

如附图 1 所示。当质量为  $m$  的悬盘偏离平衡位置向某一方向转动一角度  $\theta$  时, 整个圆盘的质心位置将沿  $OO'$  升高  $h$ 。设圆盘在平衡位置时的势能为 0, 则由于圆盘升高而增加的势能  $E_p$  为

$$E_p = mgh$$

当圆盘转回平衡位置时,  $E_p = 0$ , 而其转动动能

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega_0^2$$

式中  $J$  为悬盘转动惯量,  $\omega_0$  为平衡位置上的瞬时角速度。

如果不考虑运动过程中的阻力, 按机械能守恒定律可得

$$mgh = \frac{1}{2} J \omega_0^2 \quad (\text{附 1})$$

当扭转的角度足够小时, 可把圆盘的扭转摆动当作准简谐振动, 则圆盘的最大角速度为

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \theta_0 \quad (\text{附 2})$$

$\theta_0$  为悬盘的最大角位移,  $T$  为悬盘的运动周期。

从三线摆附图 1 可看出, 摆盘转动  $\theta_0$  角后, 摆盘中心从  $O$  升高到  $O_1$ , 摆盘边上  $A$  点升高至  $A_1$ 。在悬线  $L$  很长且转角  $\theta_0$  很小时, 由几何关系可知:

$$L^2 = H^2 + (R-r)^2 = (H-h)^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta_0 + r^2$$

略去  $h^2/2$ , 且当  $\theta_0$  较小时, 取  $1 - \cos \theta_0 \approx \theta_0^2/2$  得

$$h = \frac{Rr\theta_0^2}{2H} \quad (\text{附 3})$$

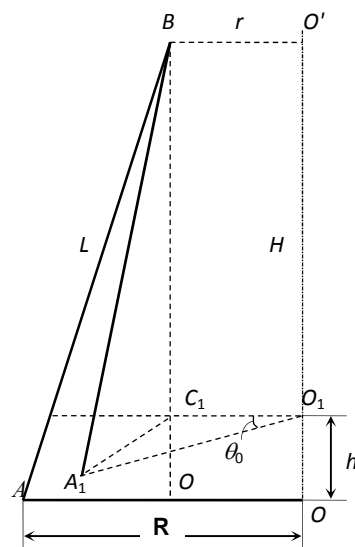
将式(附 2)、式(附 3)代入式(附 1), 得到

$$J = \frac{mgRr}{4\pi^2 H} T^2 \quad (\text{附 4})$$

或

$$J = \frac{g}{4\pi^2} \frac{mRr}{H} T^2$$

式中  $g/4\pi^2$  为常量, 其中  $g$  为当地的重力加速度;  $Rr/H$  为恒量, 其中  $R$  为下圆盘悬线中心与圆心的距离 (下圆盘半径),  $r$  为上圆盘悬线中心与盘心的距离 (上圆盘有效半径),  $H$  为上下两盘间距离, 此三量为仪器的三个参数, 测量过程中不变。 $m$  为摆动系统质量,  $T$  为三线摆周期。若测得  $m$ 、 $R$ 、 $r$ 、 $H$ 、



附图 1 三线摆的转角

及  $T$ ，就可求得悬盘或置于悬盘上的物体的转动惯量。

## (2) 扭摆扭转模量 $K = G \frac{\pi d^2}{32L}$ 的证明

将扭摆的悬丝看作长为  $L$ ，半径为  $r$  的圆柱形弹性固体，上端固定，下端可绕轴扭转。设在切向外力矩的作用下，该弹性体底面相对上平面转过  $\theta$  角。根据胡克定律，当切向力  $F$  作用在一面积  $S$  上时，切向应力  $F/S$  与切变角  $\alpha$  成正比，其比值称为切变模量  $G$ ，

$$G = \frac{F/S}{\alpha} \quad (\text{附 5})$$

弹性体发生形变后，内部出现弹性力  $F'$ ，与外力平衡，则

$$F' = -F = -G \cdot \alpha \cdot S$$

现在我们讨论悬丝的扭转系数和切变模量的关系。假定我们在悬丝中切出一个半径为  $r$ ，厚为  $dr$ ，长度与悬丝相同为  $L$  的圆筒形体积元，如附图 2。该体积元下端面的恢复力矩即为

$$dM' = -G\alpha(2\pi r dr) \cdot r$$

在  $\theta$  较小的情况下，可以认为

$$r\theta = L\alpha$$

$$\text{因而} \quad \alpha = \frac{\theta}{L} r$$

故

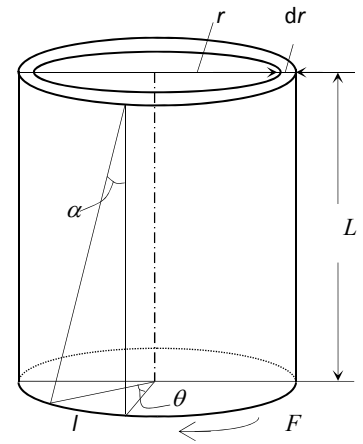
$$dM' = -G\left(\frac{\theta}{L} r\right)(2\pi r dr) \cdot r \quad (\text{附 6})$$

将上式积分即可得出悬丝下端产生的总的恢复力矩

$$M' = \int_0^r \left(-G \frac{\theta}{L} \cdot 2\pi r^3\right) dr = -G \frac{\pi r^4}{2L} \theta = -G \frac{\pi d^4}{32L} \theta$$

因  $M' = -K\theta$ ，故

$$K = G \frac{\pi d^4}{32L} \quad (\text{附 7})$$



附图 2 切变模量计算示意图

## II-3 阻尼振动和受迫振动

### 1. 实验目的

振动是自然界的普遍运动形式。机械简谐振动——物体（质点）在平衡位置附近做往复的运动，其位移按余(正)弦规律随时间变化，是最简单、最基本的振动。相应地，电流、电压、电场强度和磁场强度围绕某一平衡值做周期性变化，称为电磁振动或电磁振荡。

各种振动的物理机制可能不同，但它们具有共同的特征。本实验借助波耳共振仪探究阻尼振动、受迫振动以及共振的基本规律。实验的主要目的为：

1. 观测不同阻尼对简谐振动的影响，了解阻尼振动。
2. 分析受迫振动的基本规律，测试幅度—频率特性和相位—频率特性。
3. 探究受迫振动的瞬态过程：振动系统在共振频率信号激励下从静止到稳态的过程。

### 2. 实验仪器

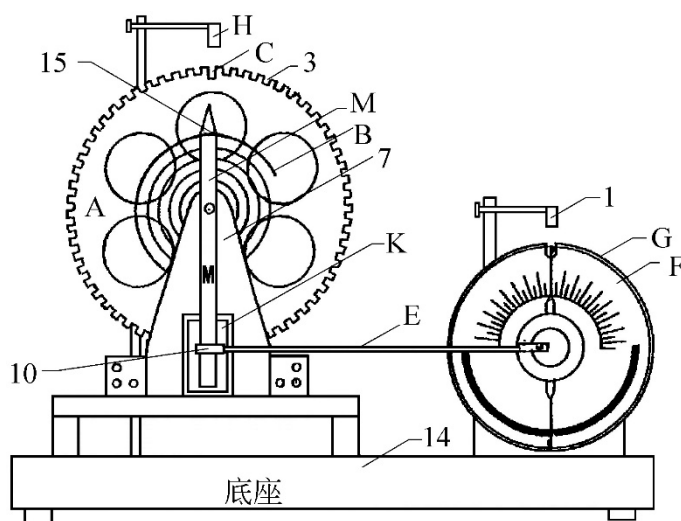


图 1 波耳共振仪

本实验所用仪器是专门研究振动的波耳共振仪，仪器结构如图 1 所示。

圆形摆轮 A 与弹簧 B 连接，构成待测振动系统。弹簧的另一端固定在摇杆 M 上的点 15 位置。

摆轮边沿有一圈周期为 2 度的槽形缺口，光电门 H 通过测定缺口移动的个数来记录(测量)振动的幅度。摆轮有一长缺口 C，在摆轮完全不受外激励时，摆轮静止时，它位于竖直位置(平衡位置的标志)，它是摆轮振动周期和振幅测量的参考点，也是控制受迫振动时闪光灯开关、并测量受迫振动与激励信号之间相位差的参考点。

在无阻尼的情况下，用手拨动摆轮使其偏离平衡位置后松手，由摆轮和弹簧构成的振动系统即开始自由振动。

阻尼的产生方式：阻尼是由线圈 K 产生的、作用于摆轮的电磁阻尼力矩。调整流经线圈的电流可改变电磁铁气隙中的磁场，从而改变阻尼力矩。当波耳共振仪控制器的阻尼选择旋钮置于“0”时，线圈中无电流，是阻尼最小的状态。调节阻尼选择旋钮可改变线圈中的电流并改变阻尼。

摆轮转角 $\theta$ 和振动周期的测试方法：长缺口 C 通过光电门 H 时，仪器开始测定缺口移动的个数，当长缺口 C 又 1 次通过光电门 H 时，停止计数，振幅显示窗口：指示刚才测量到的振幅(单位：度)。摆轮振动周期测量也是这个原理。周期和振幅测量(计数)启动是 2 套电路，它们不一定同时启动。

外激励的施加方式：外激励由转速稳定且可调的步进电机的偏心轴通过连杆 E 和摇杆 M 加到振动系统上。由于连杆 E 的长度和摇杆 M 的长度远大于偏心轮的偏心半径，电机匀速转动时对系统的作用



可近似为简谐激励。改变电机转速就改变了外激励周期。

摆轮转角与外激励源相位差的测试方法：带有标志电机位置刻线（“0”位标志线）的有机玻璃转盘 F 同电机一同转动。当摆轮 A 的长缺口 C 通过光电门 H(摆轮的平衡位置)时，闪光灯点亮，照亮有机玻璃盘 F 的“0”位标志线，此刻“0”位标志线指示的角度即外激励超前摆轮振动的角度，或摆轮滞后于外激励的角度。闪光灯在长缺口 C 来回通过光电门 H 时都要闪亮，因此每周期闪两次。在摆轮完全不受外激励且光电门 H 正好处于平衡位置时，闪光灯照亮“0”位标志线的两次示值应完全一致。但由于整体结构的一致性差，这一点并不能处处保证。实际上两次角度示值可能有少许偏差，我们可取其平均值作为外激励与摆轮振动的相位差。

闪光灯只有在测量受迫振动的相位差时才允许使用，尽量减小使用次数，以延长其寿命。

#### 波耳共振仪控制箱的说明：



1) 周期测量对象选择开关：选择“摆轮”或“强迫力”(电机激励周期)。

2) 周期测量方式选择开关：选择“1”或“10”。

置于“1”位置，测量 1 次即显示，不断测量，不断显示。

置于“10”位置，测量 10 次后，计时自动停止并显示。按“复位”钮启动周期测量。

3) 电机开关：开启/停止电机激励。

4) “闪光灯”开关：需要测量受迫振动相位差时，才开启。向下按住开关即开启(1 个周期闪 2 次)，一放手，即关闭。

**注意：**开启时，不要直视闪光灯，按图示放置，靠反射光看清刻度线。

因此，开启前，需要按右图示方式，正确放置闪光灯。

5) “振幅显示”和“周期显示”：相应显示窗分别指示振幅和周期的测量结果。

6) “强迫力周期”(电机激励周期)调节钮：顺时针，周期增加。

7) “阻尼选择”钮：选择阻尼挡位。

8) 电源开关。



### 3. 实验原理与实验内容

#### A) 观测有粘滞阻尼时的阻尼振动规律

我们知道，无阻尼自由振动时，摆轮受到弹簧的恢复力矩与摆轮偏离平衡位置的角度 $\theta$ 成正比、方向与 $\theta$ 相反， $M = -k\theta$ 。设摆轮的转动惯量为 $J$ ，弹簧劲度系数为 $k$ ，忽略弹簧的等效转动惯量。则摆轮转角 $\theta$ 的运动方程为：

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = -k\theta \quad (1)$$

其解为简谐振动形式：

$$\theta = \theta_0 e^{i(\omega_0 t + \varphi_0)} \quad (2)$$

其中 $\theta_0$ 为摆轮的初始振幅， $\omega_0 = \sqrt{k/J}$ 为无阻尼自由振动的固有角频率， $\varphi_0$ 为初始相位。振动系统总的机械能为摆轮动能和弹簧弹性势能之和：

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} k \theta^2 = \frac{1}{2} k \theta_0^2 \quad (3)$$

总能量 $E$ 与初始振幅的平方成正比，且无阻尼时总机械能守恒。

阻尼作用是与速度成正比的电磁阻尼，其大小等于摆轮角速度 $\dot{\theta}$ 与阻尼力矩系数 $\gamma$ 的乘积、方向与速度相反， $M_r = -\gamma \dot{\theta} = -\gamma d\theta/dt$ 。有粘滞阻尼时摆轮的运动方程为：

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = -k\theta - \gamma \frac{d\theta}{dt} \quad (4)$$

设阻尼系数 $\beta = \gamma/2J$ ，整理可得：

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\beta \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = 0 \quad (5)$$

设上式的通解为 $\theta = A e^{i(\omega t + \varphi)}$ ，带入(5)式并整理可得：

$$\omega^2 - 2i\beta\omega - \omega_0^2 = 0$$

其解为：

$$\omega = i\beta \pm \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

根据 $\omega_0$ 和 $\beta$ 之间的大小关系，(5)式的解可分为三种情况：

$$(1) \text{ 欠阻尼, } \beta < \omega_0: \quad \theta = \theta_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_d t + \varphi_0) \quad (6)$$

其中 $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ 为欠阻尼振动的角频率， $T_d = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ 为振动的周期。

$$(2) \text{ 临界阻尼, } \beta = \omega_0: \quad \theta = \theta_0 e^{-\omega_0 t} \quad (7)$$

$$(3) \text{ 过阻尼, } \beta > \omega_0: \quad \theta = e^{-\beta t} \left( \theta_2 e^{\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} + \theta_3 e^{-\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} \right) \quad (8)$$

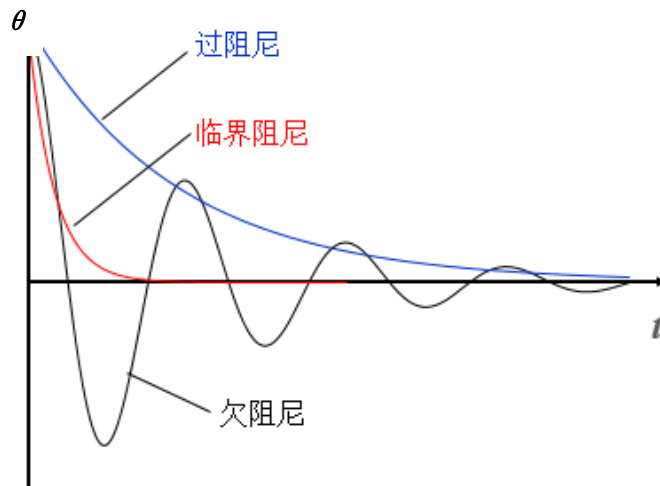


图 2 欠阻尼、临界阻尼、过阻尼状态时的摆轮轨迹示意图

三种阻尼状态下摆轮的轨迹示意图如图 2 所示，其特点为：

- 欠阻尼状态时，摆轮振荡的角频率 $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ 小于无阻尼自由振动时的固有角频率 $\omega_0$ ，同

时振幅随时间按照指数规律衰减；

- 临界阻尼状态时，恰好不发生周期性振荡。摆轮位移随时间以指数规律衰减，且以最短的时间回到（接近）平衡位置；
- 过阻尼状态时，摆轮位移随时间以指数规律缓慢衰减。

A.0 说明 $\beta$ 的单位（量纲）是什么。

欠阻尼状态时，如果用外力使摆轮离开平衡位置然后释放，摆轮将作周期性振荡且振幅随时间按指数规律衰减，轨迹为 $\theta = \theta_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_d t + \varphi_0)$ 。设 $t = nT_d + t_0$ ，摆轮振幅 $\theta_n = \theta_0 e^{-\beta(nT_d + t_0)}$ ，该式两边取对数可得：

$$\ln \theta_n = \ln \theta_0 - \beta t_0 - n(\beta T_d) \quad (9)$$

只要每个周期测量一次振幅值 $\theta_n$ ，得到一组振幅数据，再对 $[\ln \theta_n, n]$ 用最小二乘法直线拟合，就可以用实验的方法求出 $\beta$ 。

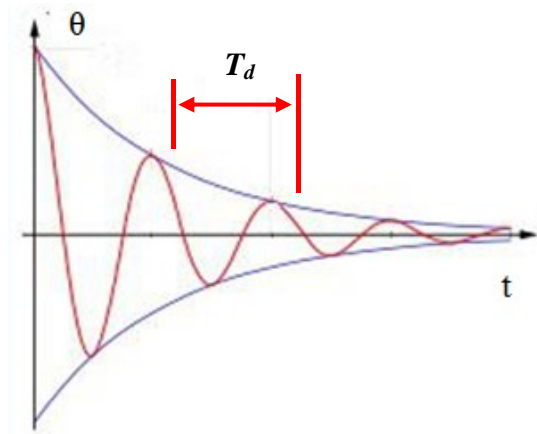


图 3 欠阻尼振动的幅度  $\theta$  随时间  $t$  的变化曲线

A.1 测量最小阻尼时（阻尼开关置于“0”档）的阻尼系数 $\beta$ 和固有角频率 $\omega_0$ 。

调整仪器使波耳共振仪处于工作状态：打开电源开关，关断电机和闪光灯开关，阻尼开关置于“0”档，光电门 H、I 可以手动微调，避免与摆轮或相位差测量盘接触。手动调整电机偏心轮使有机玻璃转盘 F 上的 0 位标志线指示 0 度，检查摇杆 M 和(静止)摆轮的长缺口 C 是否竖直，亦即确保使摆轮处于无激励状态，检查光电门 H 是否处于长缺口 C 位置(平衡位置)。然后拨动摆轮使其偏离平衡位置  $150^\circ-180^\circ$ ，松开手后，检查摆轮的自由摆动情况。正常情况下，振动衰减应该很慢。注意，摆轮、光电门、弹簧之间不能有摩擦。

实际测量的量为振幅值 $\theta_j$ 和振动周期 $T_d$ 。具体实验方法为：

开关置于摆轮，拨动摆轮使其偏离平衡位置  $150^\circ-180^\circ$ 后摆动，由大到小依次读取显示窗中的振幅值 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ 。

周期选择置于“10”位置，按复位钮启动周期测量，停止时读取数据 ( $10\overline{T_d}$ )，并立即再次按复位钮启动周期测量，记录过程中每次的 ( $10\overline{T_d}$ ) 值。

阻尼开关 “0”档连续测量 50 个振幅 $\theta_i$ 和 5 个  $10T_d$ 。同时记录振幅和周期数据很难，振幅测量完毕，起摆角和振幅测量时相近，再进行周期的测量。

由 (9) 式通过直线拟合计算阻尼系数及其不确定度 $\beta \pm U_\beta$ 。

周期选择开关为 1 或 10 时，周期不确定度分别约定为 0.002 s 或 0.0002 s。

A.2 用最小阻尼时的阻尼系数 $\beta$ 和振动周期 $T_d$ 计算固有角频率 $\omega_0$ 。

计算结果表明：因为阻尼振动角频率 $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ ，在阻尼很小的情况下，可以用阻尼振动角频率 $\omega_d$ 代替 $\omega_0$ 。此外，应该指出，原理上可以认为弹簧的劲度系数 $k$ 为常数，与摆角无关，因此 $\omega_0$ 为常数。实际上由于制造工艺和材料性能的影响， $k$ 随着角度的改变有微小的变化，使不同振幅时系统的固有频率有微小的变化。有时需要考虑这些变化，如共振点附近受迫振动相频特性与 $\omega_0$ 的关系，这时需要测出固有角频率与不同振幅的相关数据，减少实验值与理论值的偏差。

A.3 测量其他 2 种阻尼状态的振幅。

由于有阻尼的情况下摆轮的振动次数少，只要求振幅值的数据大于 8 组即可。注意，尽量使最后一组数据的振幅大于  $15^\circ$ ，角度过小会导致测量误差过大。

此外需要测量 4 个振动的周期，周期选择置于“1”位置。

测量后求出 $\beta \pm U_\beta$ 。

**品质因数 $Q$** 是衡量振动系统性能的无量纲物理量，其定义为 $2\pi$ 乘以振动系统存储的总能量 $E$ 再除以一个周期内损失的能量 $\Delta E$ ：

$$Q = 2\pi \frac{E}{|\Delta E|} \quad (10)$$

品质因数 $Q$ 高表示摆轮在一个周期内损失的能量少，因而振动可持续更多的周期（更长的时间）。不同的振动系统的 $Q$ 不同。 $LC$ 共振电路的 $Q$ 值通常为 $10^2$ 量级，音叉、钢琴弦为 $10^3$ ，原子钟、加速器中的超导谐振器以及激光器光学共振腔的 $Q$ 值可达到 $10^{11}$ 甚至更高。

以下讨论阻尼振动时的品质因数 $Q$ 。对于摆轮—弹簧振动系统的阻尼振动，当阻尼系数 $\beta$ 较小时，可以认为振动系统的总能量 $E$ 仍近似与振幅的平方成正比，(3) 式近似成立。但由于阻尼的存在，总机械能不再守恒。由 (10) 式品质因数的定义可得振动系统的 $Q$ 值为：

$$Q = \frac{2\pi \cdot k\theta_n^2/2}{k\theta_n^2/2 - k\theta_{n+1}^2/2} = \frac{2\pi}{1 - (\theta_{n+1}/\theta_n)^2} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T_d}} \approx \frac{2\pi}{2\beta T_0} = \frac{\omega_0}{2\beta} \quad (11)$$

可见振动系统的 $Q$ 与 $\beta$ 或阻尼常数 $\gamma$ 成反比。阻尼（损耗）越小， $Q$ 越高、振动持续时间越长。

A.4 利用 A.1 和 A.3 题拟合得到的不同阻尼状态下的 $\beta$ ，由 (11) 式计算相应的品质因数 $Q$ 。

## B) 分析振动系统受迫振动的基本规律，观测幅频特性

卷形弹簧的另一端有角频率为 $\omega$ 、振幅为 $A_D$ 的简谐信号激励下，其轨迹为 $A_D \cos(\omega t)$ （为简化起见，设激励源初相位为 0）。当摆轮的位移为 $\theta$ 时，由于激励源的存在，弹簧的转角变为 $\theta - A_D \cos(\omega t)$ ，相应的弹簧恢复力矩为 $-k(\theta - A_D \cos(\omega t))$ 。则 (4) 式所示摆轮的运动方程变为：摆轮的一端将跟随激励源作简谐运动，

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\beta \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = \omega_0^2 A_D \cos(\omega t) \quad (12)$$

欠阻尼情况，其通解为：

$$\theta = \theta_0 e^{-\beta t} \cos\left(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \varphi_0\right) + \theta_m \cos(\omega t - \varphi) \quad (13)$$

通解 (13) 是形如 (6) 式的阻尼振动项和频率与激励源频率相同的简谐振动项 $\theta_m \cos(\omega t - \varphi)$ 的叠加。阻尼振动项反映了一定初始条件后的过渡过程， $t \rightarrow \infty$ 时该项为 0。一般 $t \gg \tau$ 之后（ $\tau$ 为阻尼振动振幅衰减到 $e^{-1}$ ，即 36.8%所需时间），就有稳态解 $\theta = \theta_m \cos(\omega t - \varphi)$ 。受迫振动系统达到稳态时做与激励源频率相同的谐振动。稳态解的振幅和相位差分别为：

$$\theta_m = \frac{\omega_0^2 A_D}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\beta\omega)^2}} \quad (14)$$

$$\varphi = \arctan \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (15)$$

上两式表明，受迫振动达到稳态后摆轮振幅 $\theta_m$ 以及摆轮与激励源的相位差 $\varphi$ 是激励源频率 $\omega$ 、振幅 $A_D$ 以及摆轮固有频率 $\omega_0$ 和阻尼系数 $\beta$ 的函数。相位差 $\varphi$ 的取值范围为 $0 < \varphi < \pi$ ，反映摆轮振动总是滞后于激励源的振动。

振幅随频率变化的曲线称为幅频特性曲线，相位差随频率的变化称为相频特性。测试并分析幅频、相频特性有助于深入理解受迫振动的规律。

B.1 由 (14) 式可知，当振幅 $\theta_m$ 达到最大，振动系统发生共振。此时，系统的频率 $\omega$ 为共振频率。写出共振频率、及共振处振幅最大值的表达式（与品质因数 $Q$ 有关吗？）和相位差 $\varphi$ 。

推导证明在弱阻尼状态下，共振频率近似等于振动系统的固有频率 $\omega_0$ 。

B.2 说明如何判断受迫振动达到了稳态？

B.3 测试幅频特性和相频特性

开启电机开关，开关置于强迫力，周期选择置“1”，调节强迫激励周期旋钮以改变电机运动角频率 $\omega$ 。选择 2 个不同阻尼系数（应该与 A.3 中取一致），测定幅频和相频特性曲线。

测试要求：

1. 不可选择阻尼“0”档测试受迫振动。阻尼“1”档时，共振点附近不要测量，以免振幅过大损伤弹簧。
2. 每次调节电机状态后，摆轮要经过多次摆动后振幅和周期才能稳定，这时再记录数据。
3. 要求每条曲线至少有 15 个数据点。测试周期范围为  $0.93T_0 \sim 1.07T_0$ ，数据点分布在共振点两侧的数目应大致相等，且共振点周围取点要密集一些。

B.4 将不同阻尼系数下的幅频特性曲线画在一副图中，相频特性曲线画在一副图中。

由 (14) 式推导可得, 从幅频特性曲线也可得到振动系统的品质因数  $Q$ :

$$Q \approx \frac{\omega_r}{|\omega_+ - \omega_-|} \quad (16)$$

其中  $\omega_r$  为幅频特性曲线中振幅达到最大时对应的频率,  $\omega_{\pm}$  为振幅等于  $\sqrt{2}/2$  振幅最大值时对应的两个频率值。

B.5 从幅频特性曲线中读出不同阻尼系数下的  $\omega_r$ 、 $\omega_{\pm}$ , 计算品质因数  $Q$ 。将结果与 A.4 题的结果相比较。

**C) 探究受迫振动的瞬态过程:** 振动系统在共振频率激励下从静止到稳态的过程, 了解共振现象在 B 部分推导和测试了受迫振动达到稳态后摆轮的幅频特性。本部分将观测和分析振动系统在共振频率激励源的激励下从静止达到稳态的过程。

C.1 阻尼状态为 A.3 部分测试的其中一个非“0”的阻尼。电机频率设置为与摆轮—弹簧振动系统的固有角频率相同。关闭电机, 使摆轮尽可能静止。

打开电机开关, 观察摆轮从静止到稳态的瞬态过程。其幅度是逐渐增大还是直接达到稳态? 试解释瞬态过程为什么是这样的。

关闭电机, 检查摇杆 M 和(静止)摆轮的长缺口 C 是否竖直, 亦即确保初始时刻: 摆轮位移和速度都为 0。再打开电机开关, 重新使摆轮从静止状态开始振动, 测试并记录受迫振动瞬态过程的振幅。每个周期测量一次振幅值  $\theta_j$ , 直到达到稳态。

画出摆轮振幅随时间变化的曲线。

根据初始条件, 由 (13) 式推导出受迫振动瞬态过程中振幅随时间的变化关系式, 计算受迫振动瞬态过程中振幅的理论值(稳态解的振幅  $\theta_m$ : 使用测量结果), 并与测试数据画在一副图中相比较。

C.2 在共振频率激励下, **受迫振动达到稳态的条件为:** 一个周期内电机提供给振动系统的能量与电磁阻尼导致的能量损耗相等。当用固有频率激励时, 稳态后, 系统总的机械能保持不变, 如同理想的简谐振动(无阻尼、无激励)一样!

试写出 C.1 题的振动系统达到稳态后电机提供的平均输入功率的表达式(用  $\theta_m$ 、 $\omega_0$ 、 $k$  和  $Q$  表示)。

认识共振现象:

在共振频率下, 很小的周期性驱动力便可产生巨大的振动。自然界有许多共振现象。人类也在利用或者试图避免共振现象。一些共振的例子包括: 乐器的音响共振、收音机电路的  $LC$  共振等。在工程机械中避免共振是必须考虑的问题, 因为巨大的振幅能摧毁整个结构。例如桥梁在大风中会产生振动, 如发生共振的话可能导致断塌。再如通过风洞试验能确保飞机在整个飞行过程中所受的力不与其固有频率相同, 否则会导致危险。

一般来说一个系统(无论是力学的、声学的或电子的)通常有多个共振频率。在这些共振频率上激发振动比较容易, 在其它频率则比较困难。假如激励源的振动频率比较复杂的话(例如敲一下音叉或拨一下琴弦, 敲击或拨动相当于一个包含宽频信号成分的脉冲激励信号), 系统一般会“挑出”其共振频率并随此频率振动, 而将其它频率成分则很快衰减。因此, 我们听到的是音叉或琴弦发出的包含多个共振频率(基频和倍频)的声音随着时间缓慢地衰减, 而其他频率成分的声音几乎听不到。

II-4 声速测量系列实验

1. 实验目的

波动是振动状态的传播。声波是一种在弹性媒质中传播的波，在无限大的空气或液体中传播的声波是纵波；固体中传播的声波，可以是纵波、横波，也可以是表面波。声波速度（声速）就是弹性媒质中振动状态的传播速度。与一般的一维平面简谐波类似，也可以用振幅  $a$ 、角频率  $\omega$  和波速  $v$  描述平面声波。

超声波是频率为  $2\times10^4\sim10^9\text{Hz}$  的机械波，它具有波长短、能定向传播等优点。超声波具有方向性好、穿透力强、易于产生和接收、探头体积小等特点，因此广泛应用于生产和人们生活中，如海洋探测、材料无损检测、医学诊断、地质勘探、超声清洗、超声雾化、超声焊接、液体流速测定、材料弹性模量测量、气体温度瞬间测量等等。

本实验的主要目的是：

- (1) 了解声波在空气中传播速度与气体状态参量的关系；了解超声波产生和接收的原理。
- (2) 利用（行波近似下的）相位比较法、（驻波假设下的）振幅极值法测量空气声速，与理论值做比较。
- (3) 利用脉冲波信号测量固体声速，理解波在传输路径上遇到界面时的反射和透射特性，了解表面波。

2. 实验仪器

		
信号发生器：Tektronix AFG1062，双通道，60 MHz，采样率 300 MS/s	示波器：Tektronix TBS1102B-EDU，双通道，100 MHz，采样率 2.5 GS/s	
		
气体声速仪	BNC-banana 电缆*3	干湿温度计
		
固体声速装置	BNC-BNC 同轴电缆*2	



### 3. 实验原理与实验内容

#### ●理想气体中声波的传播速度

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (1)$$

式中  $\gamma=c_p/c_v$  称为质量热容比, 也称“比热[容]比”(ratio of specific heats), 其中

$c_p$ : 气体的质量定压热容 (massic heat capacity at constant pressure);

$c_v$ : 质量定容热容 (massic heat capacity at constant volume);

$M$ : 气体的摩尔质量;

$T$ : 绝对温度;

$R=8.314472(1\pm 1.7\times 10^{-6})\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ , 摩尔气体常量 (molar gas constant)。

质量热容比  $\gamma$  与摩尔质量  $M$  与气体成分有关。因此, 测定声速可以推算出气体的一些参量。利用式 (1) 的函数关系还可测量温度。

标准干燥空气的平均摩尔质量为  $M_{\text{st}}=28.966\times 10^{-3}\text{kg}/\text{mol}$ , 其主要成分的体积比为

$\text{N}_2:\text{O}_2:\text{Ar}:\text{CO}_2=78.084:20.948:0.934:0.0314$ 。

在标准状态下 ( $T_0=273.15\text{K}$ ,  $p=101.3\text{kPa}$ ), 声速为  $v_0=331.5\text{m/s}$ 。在室温  $t^\circ\text{C}$  时干燥空气中的声速为

$$v = v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{T_0}} \quad (2)$$

实际空气总会有一些水蒸气。当空气中的相对湿度为  $r$  时, 若气温为  $t^\circ\text{C}$  时饱和蒸气压为  $p_s$ , 则水汽分压为  $rp_s$ 。经过对空气平均摩尔质量  $M$  和质量热容比  $\gamma$  修正, 在温度为  $t$ 、相对湿度为  $r$  的空气中, 声速为

$$v = 331.5 \sqrt{1 + \frac{t}{T_0}} \left(1 + 0.16 \frac{rp_s}{p}\right) \text{ m/s} \quad (3)$$

$$\lg p_s = 10.286 - \frac{1780}{237.3 + t} \quad (4)$$

在北京大气压  $p\approx 101\text{kPa}$ , 由干湿温度计读取相对湿度  $r$ 。温度  $t^\circ\text{C}$  时的饱和水汽压  $p_s$  可由式 (4) 算出 (单位为 Pa)。式 (3) 的计算结果与实际的超声声速真值可能有一定偏差, 主要原因有: 状态参量的测量误差、理想气体理论公式的近似性、与频率有关的声“色散”现象等。

#### ●测量声速的实验方法

##### 声发射器与声探测器

产生和接收超声波的关键元件是锆钛酸铅压电陶瓷(PZT, piezoelectric ceramic)。

压电陶瓷在外力作用下 (如空气中的静压作用), 陶瓷体内产生与应力成线性关系的电极化强度, 从而使压电陶瓷在某些相对应的端面上出现异号极化电荷, 形成电压, 这一效应称为压电效应 (piezoelectric effect)。在超声波的交变声压作用下, 压电陶瓷两极表面产生与声压成比例的交变电压信号, 这就是声探测器的基本原理。(对于平面简谐波, 声压正比于传播方向的“媒质质点相对于其静止位置的”位移梯度)。

压电陶瓷上加上电压后, 陶瓷体内会产生与电场强度成线性关系的应变, 从而使陶瓷出现宏观机械形变。这一效应称为逆压电效应。一定频率的交流电信号加在压电陶瓷上, 使它产生同频机械振动, 从而能发射出超声波, 成为声发射器。用于发射器与探测器的 PZT 材料的信号与特性依据其用途而有所不同。无论是管状或片状 PZT, 都有一定的共振频率, 在这些频率附近能量转换效率高。应当指出: 实验中一般探测到的声压信号不是无限大介质中的平面行波, 声压并不简单地正比于质点位移速度, 更不正比于质点位移量。



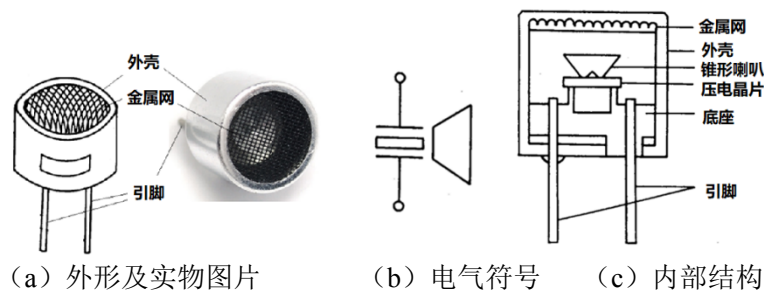


图 1 超声波传感器

超声波传感器，其外形及内部结构如图 1 所示。它是由压电陶瓷片、锥形辐射喇叭、底座、引脚、金属壳及金属网构成。其中压电陶瓷（晶）片是传感器的核心，它是利用压电体的逆压电效应产生超声波，即在交变电压作用下，压电体产生机械振动，而在空气中激发出声波。利用压电体的压电效应接收超声波。锥形辐射喇叭使发射和接收超声波的能量比较集中，使发射和接收超声波有一定的方向角。

实验中测量空气声速的压电陶瓷晶片的振荡频率几十 kHz，相应的超声波波长约为几毫米。

### A) 利用声速与频率、波长的关系测量

声速  $v$  与频率  $f$ 、波长  $\lambda$  的关系为

$$v = f\lambda \quad (5)$$

声波频率等于声源的电激励信号频率，电信号频率可由数字频率计测出，或由信号发生器上的频率显示直接给出。测波长的方法有：

#### ① 行波近似下的相位比较法

对一维平面简谐波（行波，频率一定），波是振动状态的传播，也是相位的传播。在沿传播方向上的任何两点，如果其振动状态相同，则这两点同相位，或者说其相位差为  $2\pi$  的整数倍。

空气中的声波探测器沿着声传播方向移动（或者声发射器相对于探测器移动）时，用示波器同时观察声发射器和声探测器的正弦变化的电信号，可以观察到在一系列基本等间距的探测器位置上两信号同相位，如图 2 所示。相邻两个同相位位置之间的距离即声波波长  $\lambda$ 。

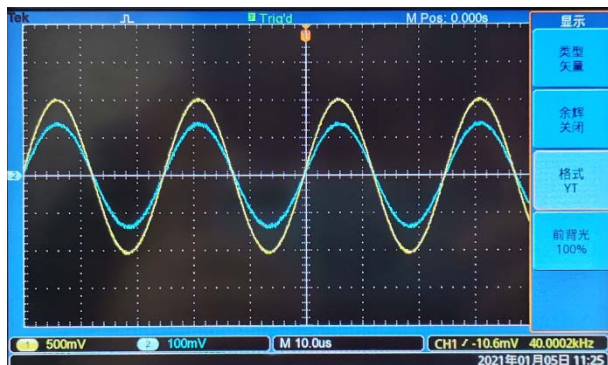


图 2 发射器与探测器电信号同相位

平面行波近似原则上要求声发射器的直径显著大于波长、声探测器的直径小于波长（反射很少）。

#### ② 驻波假设下的振幅极值法

当探测器的接收表面直径较大时，将会对入射波产生反射。入射波与反射波振动方向与频率相同而发生相干叠加，探测器位置固定时波场中将形成稳定的强度分布。当探测器沿着入射波传播方向移动时，接收器处的声强信号会出现如图 3 所示的准周期性变化。极大值位置之间的平均间距等于  $\lambda/2$ 。

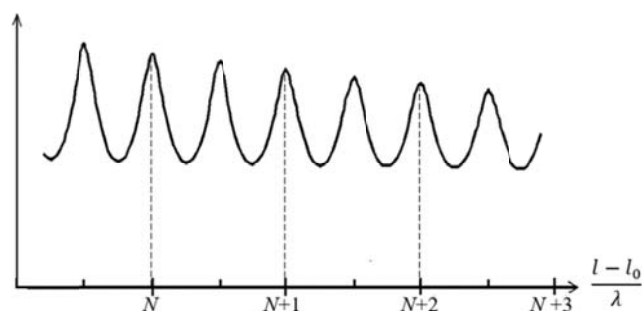


图3 探测器信号幅度随位置作准周期性变化

对于多数空气声速测量装置，声发射器频率一定时移动声探测器位置，能看到探测器与发射器信号等相位现象周期性出现、也能看到探测器声强极大值信号周期性出现。前者的位移平均周期为 $\lambda$ ，后者为 $\lambda/2$ 。依次测量出一系列等相位点或振幅极值点的位置 $x_j$  (对应序号为 $j$ )，计算式(6)直线方程的斜率 $b_1$ ，即可求出波长 $\lambda$ ，进而得到声速 $v$ 。

$$x_j = b_0 + b_1 j \quad (6)$$

**A.0** 实验前后分别记录干湿温度计显示的室温 $t$ 、相对湿度 $r$ ，由 $t$ 和 $r$ 平均值及式(3)、(4)计算空气中声速的理论值。

**A.1** 正确连线。将信号发生器的一路输出连接到空气声速仪的超声发射器，同时接到示波器的一个输入端；声速仪的接收器连接到示波器的另一输入端上。

**A.2** 确定频率。适当选择声速仪发射器和接收器间距。信号发生器产生正弦波， $f \approx 40\text{kHz}$ 。仔细调整信号发生器的频率，使示波器上显示声速仪接收信号的峰峰值达到最大。记录此时频率值。

**A.3** 行波近似下的相位比较法测量空气中声速。单向缓慢平移声接收器，同时观察其波形，寻找同相位点，如图2所示，依次记录一系列同相位点的数显卡尺读数值。测量数据个数与平移范围自定。

同相位点测量也可采用示波器XY显示，即李萨如图(Lissajous-Figure)退化为位于1、3象限的直线，相位差灵敏度判断有可能不及示波器YT。灵敏度与示波器的输入分度值的选择和增益调节有关。YT显示一般用发射器，即信号源输出同步，图像较为直观。接收器单向平移时还能观察到探测信号的单向平移，也便于排除某些由于噪声等因素引起的“伪”同相位点。

**A.4** 驻波假设下的振幅极值法测量空气中的声速，如图3所示，测量方法与**A.3**类似。

**A.5** 利用式(5)、(6)分别计算**A.3**、**A.4**的空气声速，选择其一估算不确定度。式(6)中 $b_1$ 只考虑A类不确定度；频率 $f$ 的不确定度约定为 $U_f = 0.05\% f + 2 \cdot \delta f$ ，其中 $\delta f$ 是数字显示末位等于“1”时的量值。比较空气中声速的实验测得值与**A.0**计算的理论值。

### ③ 发射器与探测器间距一定时的变频测量法<sup>[4]</sup>

对于气体、液体或固体中的声速测量，当探测器与发射器间距 $l$ 一定时，原则上可采用改变声发射器频率的变频测量法，根据接收器信号特征点（等相位或振幅极值点），找出频率的特征值，进而求出弹性媒质中的声波波长 $\lambda$ 。具体频率特征值与波长的关系请自行研究。

## B) 脉冲法——固体声速测量<sup>[2][3]</sup>

固体中传播的声波，可以是纵波、横波或是表面波，如图 4 所示。

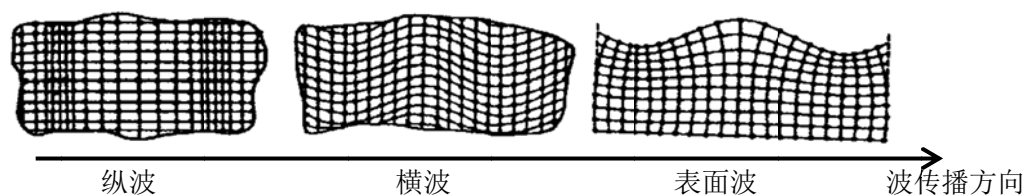


图 4 纵波、横波和表面波的质点振动示意图

如果晶片内部质点的振动方向垂直于晶片平面，那么晶片向外发射的就是超声纵波，超声波在介质中传播可以有不同的形式，它取决于介质可以承受何种作用力以及如何对介质激发起声波。通常有如下三种：

①纵波波型：当介质中质点振动方向与超声波的传播方向一致时，此超声波为纵波波型。任何固体介质当其体积发生交替变化时均能产生纵波。

②横波波型：当介质中质点的振动方向与超声波的传播方向相垂直时，此种超声波为横波波型。由于固体介质除了能承受体积变形外，还能承受切变变形，因此，当剪切力交替作用于固体介质时均能产生横波。横波只能在固体介质中传播。

③表面波波型：是沿着固体表面传播的具有纵波和横波的双重性质的波。表面波可以看成是由平行于表面的纵波和垂直于表面的横波合成，振动质点的轨迹为一椭圆，在距表面  $1/4$  波长深处振幅最强，随着深度的增加很快衰减，实际上离表面一个波长以上的地方，质点振动的振幅已经很微弱了。

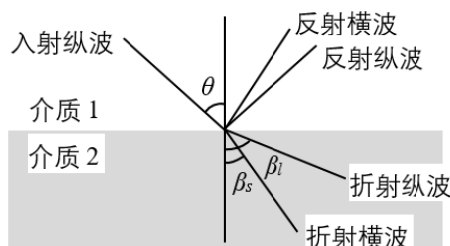


图 5 入射纵波在介质界面上的反射与折射

当纵波或横波入射到两种介质界面上，若介质都是固体，在发生反射折射时，可能会同时反射或折射出另一种波形，如图 5，入射纵波在反射折射出纵波的同时会反射或折射出横波。声波的这种现象称为波型转换。设  $\theta$  为介质 1（如有机玻璃）中的入射角， $u_{1l}$  为介质 1（如有机玻璃）中的纵波波速， $\beta_l$ 、 $\beta_s$  分别为介质 2（如铝块试样）中纵波和横波的折射角， $u_{2l}$ 、 $u_{2s}$  分别为介质 2 中的纵波、横波的波速。根据折射定律：

$$\frac{\sin \theta}{u_{1l}} = \frac{\sin \beta_l}{u_{2l}} = \frac{\sin \beta_s}{u_{2s}} \quad (7)$$

若  $u_{1l} < u_{2s} < u_{2l}$ ,

①当入射角  $\theta$  大于临界角  $\theta_l = \sin^{-1} \frac{u_{1l}}{u_{2l}}$  时，介质 2 中只有折射横波；

②当入射角  $\theta$  大于临界角  $\theta_s = \sin^{-1} \frac{u_{1l}}{u_{2s}}$  时，介质 2 中既无纵波折射，也无横波折射，在表面条件适

合时将产生沿固体表面传播的表面波。

以上是反射波和透射波的方向和波型问题，反射波和透射波的波强如何呢？

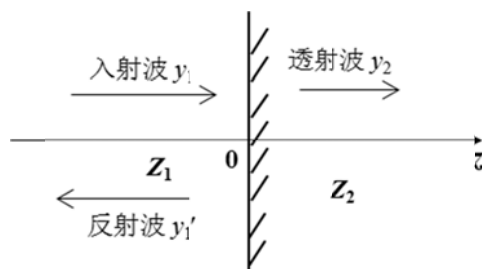


图 6 机械波在界面处的反射与透射

机械波传播介质的特性阻抗为  $Z=\rho u$ ， $\rho$  为介质的质量密度， $u$  为介质中的波速。如图 6， $Z_1$ 、 $Z_2$  为界面两侧介质的特性阻抗。根据界面两侧振动质元的位移和应力连续条件，可以导出垂直入射情况下机械波在界面处的能流情况<sup>[3]</sup>。设入射波的波强为  $I_1$ ，反射波的强度为  $I_1'$ ，透射波的波强为  $I_2$ ，则有

$$\text{能流反射系数 } R = \frac{I_1'}{I_1} = \left( \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2$$

$$\text{透射系数 } T = \frac{I_2}{I_1} = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

实验中产生超声信号的核心元件为超声波探头，有直探头、45°斜探头和可变角探头，如图 7 所示，探头通过保护膜或斜楔向外发射超声波，吸收背衬的作用是吸收晶片向背面发射的声波，以减少杂波，用匹配电感调整脉冲波波形。探头的核心元件为压电晶片，利用压电效应和逆压电效应，实现电信号和声信号的转换。因此，它既可以作为声波的发射装置，也可作为声波的接收装置，这种工作方法为单探头方式。通过 BNC 插头输入频率为  $\omega$  的电信号，将激起垂直于晶片表面的同频率的振动，作为超声波的波源。

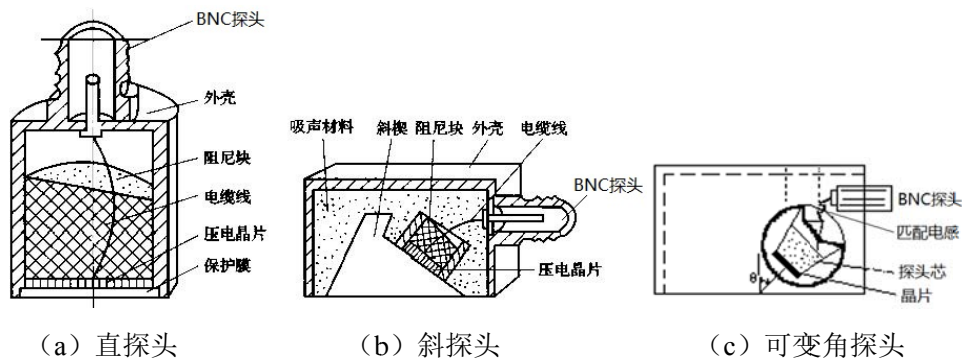


图 7 探头的基本结构

利用超声探头将电脉冲信号转换成声脉冲信号（入射脉冲波），在一定条件下，脉冲机械波遇界面时的反射波也将被同一超声探头接收，并转换成电脉冲信号。用示波器测量入射波和经界面透射、反射回来的回波脉冲信号，可以测量介质中的纵波、横波和表面波的波速，或测量界面深度等。测量依据：

入射波和反射波或相邻反射波的时间间隔  $\tau$ 、波速  $u$  及回波经过的路程  $2l$  之间的关系为  $\tau = \frac{2l}{u}$ 。

**B.1** 如图 8，利用直探头(1)测量试样铝块中纵波声速  $u_l$  及探测 CΦ3 钻孔缺陷深度  $h$ 。已知试样铝块高度  $H=R_2=60.10\text{mm}$ ， $R_1=30.00\text{mm}$ ，密度  $\rho=2700\text{kg/m}^3$ 。

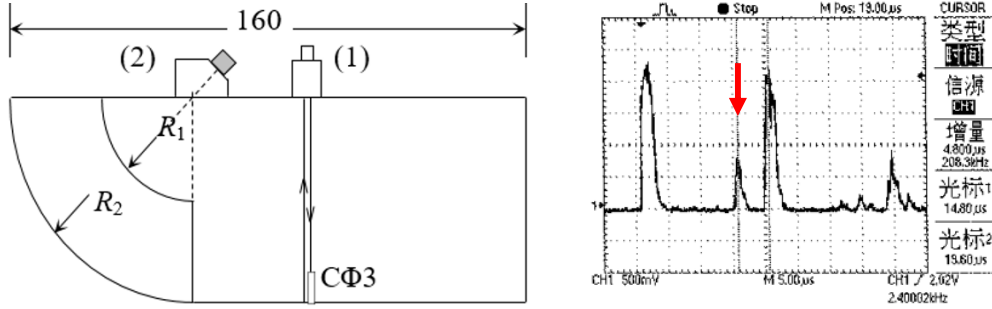


图 8 测量纵波声速、探测钻孔深度波形示意图

**B.2** 如图 8，利用  $45^\circ$  斜探头(2)测量试样中横波声速  $u_s$ 。

**B.3** 利用可变角探头，观察表面波的产生，测量表面波声速  $u_R$ 。

已知探头嵌在声速为  $u_1=2680\text{m/s}$  的有机玻璃中，探头入射角  $\theta$  在  $\sim 65^\circ$ （思考：这个角度如何得到的？）可观察到表面波回波信号。

表面波信号的确认：试样表面状态变化，如有水滴，回波立即消失。擦去水滴回波又恢复。

声波速度与传播介质的弹性模量和密度有关，不同的介质有不同的声速，并且当波型不同时，介质弹性形变形式不同，声速也不一样。在各向同性固体介质中，弹性模量和泊松（Poisson）比是两个基本材料常数。在弹性范围内大多数材料服从虎克定律，即变形与受力成正比。纵向应力与纵向应变的比例常数称为材料的弹性模量  $E$ ，也叫杨氏模量。横向正应变与轴向正应变的绝对值的比值，称为横向变形系数，即泊松比，它是反映材料横向变形的弹性常数。

已知各种波型的超声波声速为：

$$\text{纵波声速 } u_l = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)}}$$

$$\text{横波声速 } u_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\sigma)}}$$

$$\text{表面波声速 } u_R = \frac{0.87+1.12\sigma}{1+\sigma} u_s$$

其中  $E$  为杨氏模量， $\sigma$  为泊松比， $\rho$  为材料密度。相应地，通过测量介质的纵波声速和横波声速，即可计算介质的弹性常数。计算公式如下：

$$\text{杨氏模量 } E = \frac{\rho u_s^2 (3T^2 - 4)}{T^2 - 1} \quad (8)$$

$$\text{泊松比 } \sigma = \frac{T^2 - 2}{2(T^2 - 1)} \quad (9)$$

其中  $T = \frac{u_l}{u_s}$ 。

**B.4** 由 **B.1**、**B.2** 及式 (8)、(9) 计算实验所用试样的弹性模量和泊松比，并与文献参数（声速及弹性常数）做简单比较。

## 参考文献

1. 朱鹤年, 新概念基础物理实验讲义, 清华大学出版社。
2. 北京交通大学”超声检测”讲义。
3. 李复, 力学教程(下), 清华大学出版社, 2011。
4. 何宇航等, 变频定距法测量声速, 《物理实验》 Vol.12, No.9, p36-38。



II-5 几何光学系列实验

1.实验目的

焦距是透镜、反射镜等光学系统最重要的特性参量，它取决于光学系统中各折（反）射面的曲率半径、各层材料的厚度与折射率等参量。焦距是透镜及各类光学系统汇聚平行光束本领的量度，它表征其汇聚或发散光的能力。本实验的目的是：

- 1) 掌握透镜的成像规律；
- 2) 学习简单的光路分析技术，学习共轴调节、用清晰度判据或消视差判据调焦等调节技术；
- 3) 学习几种焦距测量方法。
- 4) 初步了解内调焦望远镜结构及调焦特性等。

2.实验仪器

		
	凸透镜（复合透镜、长焦透镜）	凹透镜
		
	光源及物屏、像屏	平行光管
		
1.8 米光学导轨	测微目镜	读数显微镜

焦距仪用于测量透镜或透镜组（包括厚透镜）的焦距，准确度高，是实际工作中常用的测焦距仪器。它还可用来测量光学系统物镜的分辨率以及定性检查光学零件的成像质量。

焦距仪主要由**平行光管**和测微目镜组成，如图 1 所示。平行光管的结构为：平行光管内的波罗板（Perrot Board）位于物镜的焦平面上，其上刻有 5 对平行线，如图 2 所示，图中标出了每对平行线中心的线距标称值，测量时要根据具体情况选用线距合适的线对。

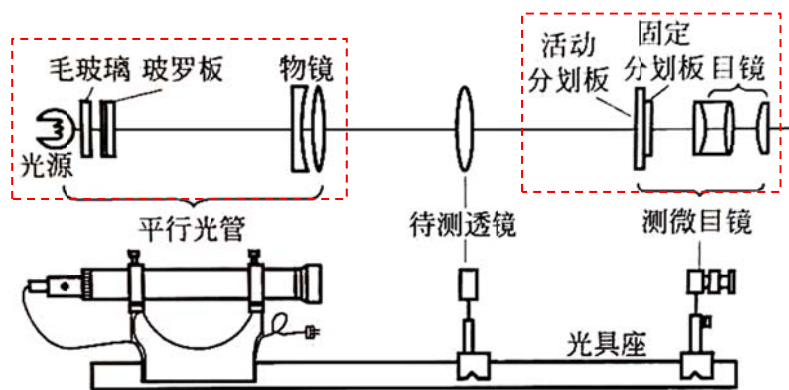


图 1 焦距仪光学系统结构图与外形图

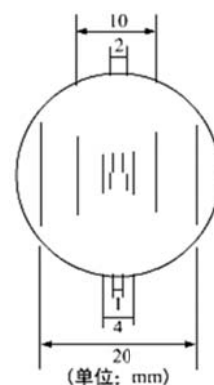


图 2 玻罗板平行线及线距标称值

**测微目镜**的结构如图 3 所示。固定分划板上有若干分格，每分格距离为 1 mm，见图 4；活动分划板上刻有叉丝，见图 5，用于对准被测物体。活动分划板和固定分划板相距很近，可以认为两者在同一平面上。读数鼓轮上刻有 100 个分格。鼓轮转一圈，活动分划板移动 1 mm。

测量及读数方法：

①调节目镜，看清叉丝；

②测量时，用消视差判据调节，使被测物成像于叉丝平面上；

③转动鼓轮平移叉丝，依次对准被测点，测出它们的位置。注意单向转动鼓轮以避免空程引入。

④被测点位置的整数部分由固定分划板上的毫米刻尺读出；小数部分由鼓轮刻度读出，估读到 0.001mm。

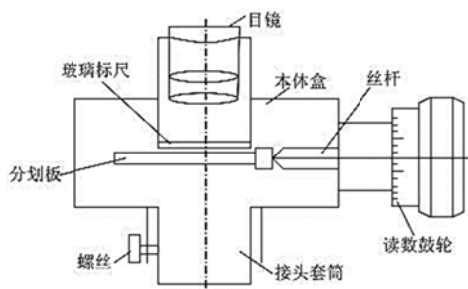


图 3 测微目镜结构及目镜视场实景

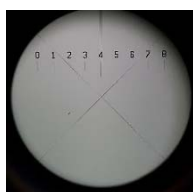


图 4 固定分划板



图 5 活动分划板

在测微目镜前加一物镜原则上就能组成**读数显微镜**。实验中用的“读数显微镜”的物镜放大率约为 1 倍，像距（分划板与物镜主面距）等于 2 倍焦距。使用读数显微镜时，由于物镜放大率不准确会产生附加的焦距测量误差。因此测焦距宜直接用测微目镜。测微目镜加 1 倍物镜用以确定透镜焦面到镜头表面的距离，进而定出主面位置。

### 3. 实验原理与实验内容

表 1 成像光学的量和单位 (GB 3102.6-93)

物理量的名称	符号	定义
焦距 focal distance	$f$	薄透镜的焦距是透镜中心至焦点的距离。 一般光学系统的焦距是其主焦点与相应主点之间的距离。
物距 object distance	$l$ 或 $p$	薄透镜的物距是透镜物方主面到轴上物点和之间的距离。 共轴球面系统中物距是（物方）第一主点沿光轴到物点的距离。
像距 image distance	$l'$ 或 $q$	薄透镜的像距是透镜像方主面轴上像点和之间的距离。 共轴球面系统中像距是（像方）第二主点沿光轴到像点的距离。



● 理想光组 (perfect optical system)

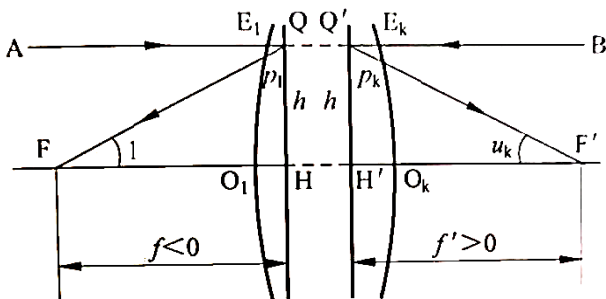


图 6 理想光组

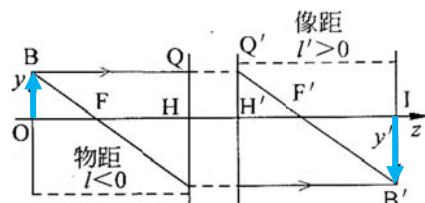


图 7 理想光组成像

光学系统一般由多片透镜组成，称为“光组”。不考虑各种像差影响而能完善成像的光学系统称为理想光组。如图 6 所示， $O_1$ 、 $O_k$  是光组第一面和最后一面的顶点，过  $FF'$  的连线是光轴， $H$  和  $H'$  分别是物方、像方主点， $F$  和  $F'$  分别是物方、像方焦点。对于理想光组，只要知道其主点  $H$ 、 $H'$  和焦点  $F$ 、 $F'$  的位置，光组的特性就被完全确定了。图 7 中，物体  $OB$  经过理想光组成像为  $IB'$ 。

A) 薄透镜成像规律

薄透镜是指透镜中央厚度  $d$  比透镜焦距  $f$  小很多的透镜。例如一个厚度  $d$  约为 4mm 而透镜焦距  $f$  约为 150mm 的透镜在我们的实验中就可以认为是薄透镜。薄透镜可忽略两主点的间距，认为  $H$ 、 $H'$  和光心（薄透镜的对称中心）重合。

透镜分为两大类：

- 1) 凸透镜，也称正透镜或会聚透镜，对光线起会聚作用，焦距越短，会聚本领越大；
- 2) 凹透镜，也称负透镜或发散透镜，对光线起发散作用，焦距越短，发散本领越大。

在近轴光线（靠近光轴并且与光轴的夹角很小的光线）条件下，薄透镜的成像规律可用式(1)、(2)（通常称为透镜成像公式）表示：

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \text{或} \quad \frac{1}{f'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'} = \frac{-1}{f} \quad (1)$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{q}{p} \quad (2)$$

式中各量的意义及它们的符号规则如下：

- $p$  为物距，实物为正，虚物为负；
- $q$  为像距，实像为正，虚像为负；
- $f$  为焦距，凸透镜为正，凹透镜为负；
- $y$  和  $y'$  分别为物和像的大小，从光轴算起，光轴之上为正，光轴之下为负；
- $\beta$  为线放大率。

式中各量的正负号由上述统一的符号规则决定。但是，不同的书可能采用不同的符号规则，因而使得各公式的形式也会不同。对于薄透镜，公式中  $p$  和  $q$  都是从光心算起，对于厚透镜或一般光学系统，虽然式 (1) 和式 (2) 仍然成立，但对于  $p$ 、 $q$  和  $f$  的起算点见图 6 和图 7。

实验中，为尽可能满足近轴光线的条件，常采取两个措施：

- ①在透镜前加一光阑以挡住边缘光线，
- ②调节各元件使之共轴（参见 B.1）。

薄透镜的成像规律可用光路图表示，如图 8。图中实线箭矢表示实物或实像，虚线箭矢表示虚物或虚像，不带撇的数字表示物的编号，带撇的数字表示像的编号。透镜焦距为  $OF = OF' = f$ 。为了清楚起见，分别绘制两个光路图：图 8 (a) 是实物成像的情形，图 8 (b) 是虚物成像的情形。

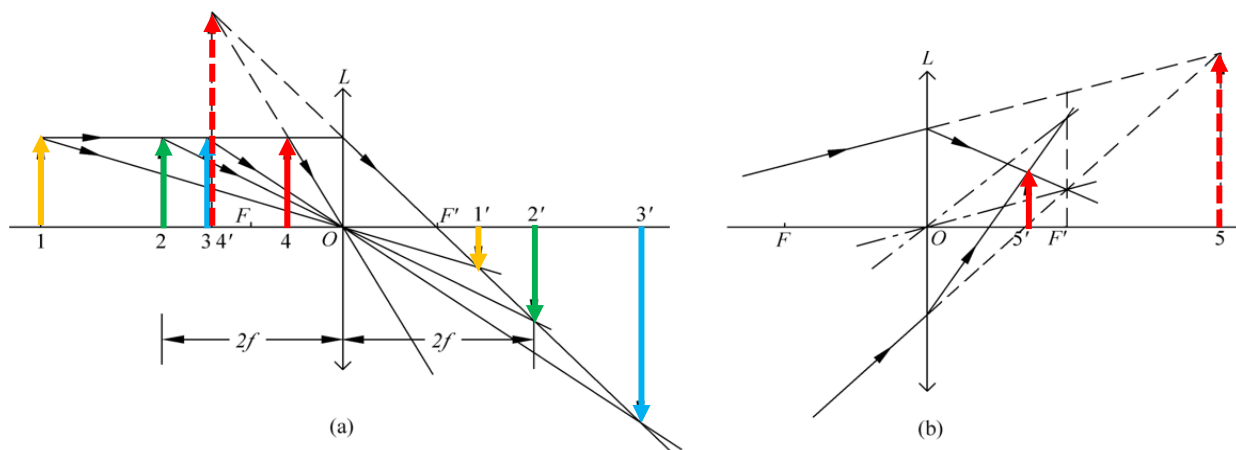


图 8 凸透镜成像规律

由图 8 可分析物距及物的性质（实物或虚物）变化时相应的像距及像的性质的变化规律。所谓像的性质包括：是实像还是虚像；相对于物是放大还是缩小，正立还是倒立的。具体的成像规律读者可自己总结。

### A.0 共轴调节 (平行光管与光学导轨已经平行, 相对位置不需再调)

1. 粗调, 将光源、物和透镜靠拢, 调节它们的取向和高低左右位置, 目测它们的中心处在一条和导轨平行的直线上, 使透镜的主光轴与导轨平行, 并且使物 (或物屏) 和成像平面 (或像屏) 与导轨垂直。

2. 细调。这一步骤要靠其他仪器或成像规律来判断和调节。不同的装置可能有不同的具体调节方法。下面介绍物与单个凸透镜共轴的调节方法——**大像追小像**。

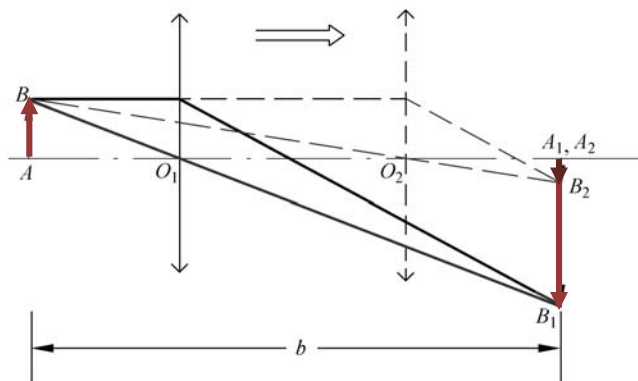


图 9 共轴调节的光路图

使物与单个凸透镜共轴实际上是指将物上的某一点调到透镜的主光轴上。要解决这一问题, 首先要知道如何判断物上的点是否在透镜的主光轴上。

根据凸透镜成像规律即可判断, 如图 9 所示, 当物  $AB$  与像屏之间的距离  $b$  大于  $4f$  ( $f$  为凸透镜焦距) 时, 将凸透镜沿光轴移到  $O_1$  或  $O_2$  位置都能在屏上成像, 一次成大像  $A_1B_1$ , 一次成小像  $A_2B_2$ 。物点  $A$  位于光轴上, 则两次像的  $A_1$  和  $A_2$  点都在光轴上而且重合。物点  $B$  不在光轴上, 则两次像的  $B_1$  和  $B_2$  点一定都不在光轴上, 而且不重合。但是, 小像的  $B_2$  点总是比大像的  $B_1$  点更接近光轴。据此可知, 若要将  $B$  点调到凸透镜光轴上, 只需记住像屏上小像  $B_2$  点位置 (屏上贴有坐标纸供记录位置时作参照物), 调节透镜 (或物) 的高低左右, 使  $B_1$  向  $B_2$  靠拢。这样反复调节几次直到  $B_1$  与  $B_2$  重合, 即说明  $B$  点已调到透镜的主光轴上了。

若要调多个透镜共轴, 则应先将物上  $B$  点调到一个凸透镜的主光轴上, 然后, 同样根据轴上物点的像总在轴上的道理, 逐个增加待调透镜, 调节它们使之逐个与第一个透镜共轴。

## B) 薄凸透镜焦距的测量方法

### 1. 物距像距法

固定凸透镜中心坐标  $z_L$ 。选定被光源照亮的透光“物”点的某一坐标  $z_O$ , 调节像屏位置  $z_I$  使屏上成清晰的像。物距  $l = z_O - z_L$ , 像距  $l' = z_I - z_L$ , 由式 (1) 可算焦距  $f'$ 。

### 2. 共轭法

共轭法也称贝塞耳法。参考图 9, 先固定物的坐标  $z_O$  及像屏位置  $z_I$  不变, 使像物间距  $b = z_I - z_O (> 5f')$ 。调节透镜位置  $z_{L1}$  使像屏上成清晰的像。还可以找到另一透镜位置  $z_{L2}$ 。在  $z_{L1}$  与  $z_{L2}$  这两个互为共轭的透镜位置上, 分别成放大或缩小的清晰像。记共轭点间距为  $a = |z_{L1} - z_{L2}|$ , 由公式 (1) 可得

$$f' = \frac{b^2 - a^2}{4b} \quad (3)$$

### 3. 用焦距仪测凸透镜焦距

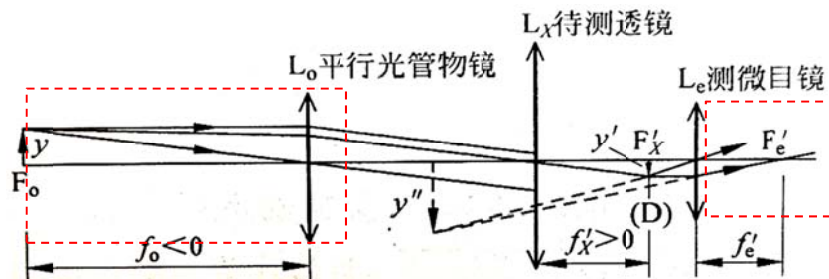


图 10 焦距仪测量焦距的光路图

$F_o$ : 玻罗板位置, 即平行光管物镜焦平面位置 ( $y$  是线对距)

$D(F'_x)$ : 目镜分划板位置, 即待测凸透镜物镜焦平面位置 ( $y'$  是线对像,  $y' < 0$ )

$f'_o$ : 平行光管物镜的焦距

$f'_x$ : 待测凸透镜的焦距

$L_o$ : 平行光管物镜

$L_e$ : 测微目镜中的目镜

光路如图 10 所示, 由物点 (物高为  $y$ ) 发出的光经平行光管物镜  $L_o$  后成为平行光, 它与光轴夹角的正切为  $y/f_o$ 。该光束经待测透镜  $L_x$  后成像在其焦平面上, 像高为  $y'$ , 由图可看出:

$$\frac{y'}{f'_x} = \frac{y}{f_o} = \frac{y}{f'_o} \quad (4)$$

### B.1 物距像距法粗测凸透镜焦距 (复合透镜)

固定凸透镜中心坐标  $z_L$ 。记录清晰成像的物和像的坐标  $z_{Oj}$  和  $z_{Ij}$  ( $j=6$ )。由于被测透镜不是薄透镜 (物、像方主点坐标  $z_H$  和  $z_{H'}$  未知), 由  $l_j = z_{Oj} - z_L$ 、 $l'_j = z_{Ij} - z_L$  和计算的物距像距都有系统误差, 根据式 (1) 计算的焦距  $f'_x$  也有一定的系差。

计算  $(f'_x)_j$  的平均值  $\bar{f}'_1$  及其 A 类不确定度  $U_{f1}$ 。

如粗估 B 类分量, 则约定各位置  $z_j$  读数的  $\Delta_{\text{INS}} \approx 0.35\text{mm}$ 。

### B.2 共轭法测凸透镜焦距 (复合透镜)

对不同的像物间距  $b_k = z_{Ik} - z_{Ok}$  ( $k=6$ ), 测量对应的透镜共轭点坐标差  $a_k = |z_{L1k} - z_{L2k}|$ , 用式 (3) 计算焦距  $f'_k$ , 最后求出  $f'_k$  的平均值  $\bar{f}'_2$  及其 A 类不确定度  $U_{f2}$ 。

约定 B 类不确定度  $U_{b,B} = 1.4\text{mm}$ 。

非薄透镜的像物间距  $b_k = z_{Ik} - z_{Ok}$  有系差  $e_b$ , 其测量方法请见 C)。

### B.3 焦距仪法测凸透镜焦距（长焦透镜）

1. 旋转调节目镜，看清叉丝。
2. 仔细调节透镜与测微目镜间距，使玻罗板线对的像与叉丝基本消视差。
3. 用小力偶矩轻轻地单向旋转测微目镜的鼓轮，使叉丝依次对准玻罗板同一线对  $y$  的两条线中心，分别记录测微目镜的读数  $y_{1i}'$  和  $y_{2i}'$ ， $y_i' = -|y_{1i}' - y_{2i}'|$  ( $i=6$ )。
4. 记录平行光管标称值，计算透镜焦距  $f_x' = f_0' y' / y$ 。

不确定度估算：

①对第 1 组数据计算  $f_x'$  的 B 类不确定度  $U_{B_{f_x'}}$ 。平行光管物镜焦距不确定度约定取  $U_{B_{f_0'}}$  /  $f_0' = 0.03\%$ ； $U_{y/y} \approx 0.02\%$ ，玻罗板线对间距的误差影响可忽略；测  $y'$  的测微目镜的仪器误差限  $\Delta_{\text{INS}} = 0.005\text{mm}$ ；

②算出 6 组焦距  $f_x'$  的平均值  $\bar{f}_3$  及其 A 类不确定度  $U_{A_{f_x'}} = (t/\sqrt{n})s_{f_x'}$ ，将第 1 组的  $U_{B_{f_x'}}$  与  $U_{A_{f_x'}}$  合成得  $U_{\bar{f}_3} = \sqrt{(U_{A_{f_x'}})^2 + (U_{B_{f_x'}})^2}$ ，近似作为焦距仪法测量结果的不确定度。

### C) 用读数显微镜测透镜主面间距

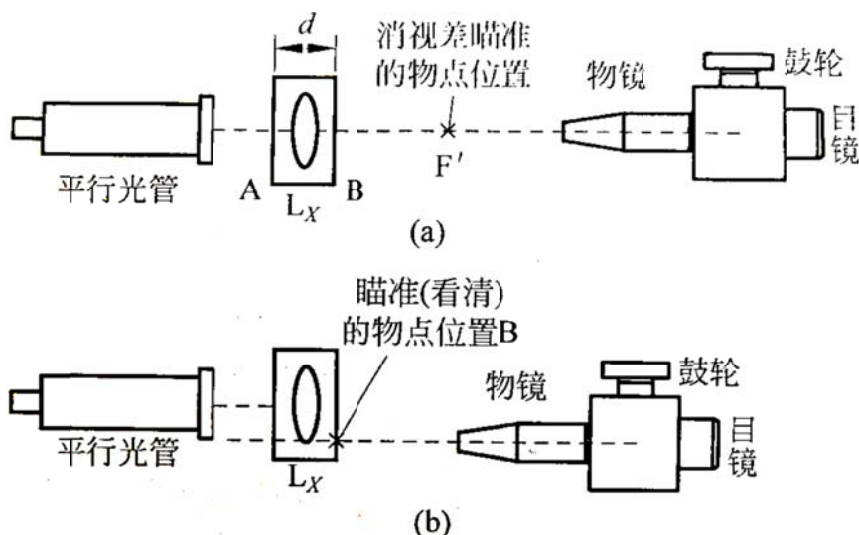


图 11 用读数显微镜代替测微目镜测透镜主面位置

#### C.1 主面间距测量方法（复合透镜）

1. 如图 11(a)所示，读数显微镜瞄准玻罗板线的像，使其与叉丝消视差。读出导轨上显微镜支座标记线坐标  $z_{F'}$ 。
2. 调整测微目镜高度，如图 11(b)所示，仅移动读数显微镜，瞄准透镜外框表面 B，读出这时显微镜支座标记线坐标  $z_B$ 。
3. 透镜外框表面到相应焦面的距离  $d_{BH'} = z_{F'} - z_B$ 。
4. 将透镜转  $180^\circ$ ，重复 1-3 测量透镜外框另一表面 A 到相应焦面的距离  $d_{AH}$ 。
5. 用卡尺测透镜外框的厚度  $d$ ，由  $d_{AH}$ 、 $d_{BH'}$ 、 $d$  及 C.2 的焦距计算值即可算出两主面间距  $e_b = |z_H - z_{H'}|$ 。

#### C.2 用主面间距修正共轭法测焦距中的系差

用 C.1 计算的主面间距  $e_b$ ，对于 C.2 共轭法测凸透镜焦距中的 6 组数据作系差修正后得到  $b_k'' = b_k' - |z_H - z_{H'}|$ ，求出此时  $f_k'$  的平均值  $\bar{f}_4$  及其 A 类不确定度  $U_{f_4}$ ，并与 B.1 的  $\bar{f}_1$  及其 A 类不确定度  $U_{f_1}$ 、B.2 的  $\bar{f}_2$  及其 A 类不确定度  $U_{f_2}$  作比较。

#### D. 用焦距仪测凹透镜的焦距的附加透镜法

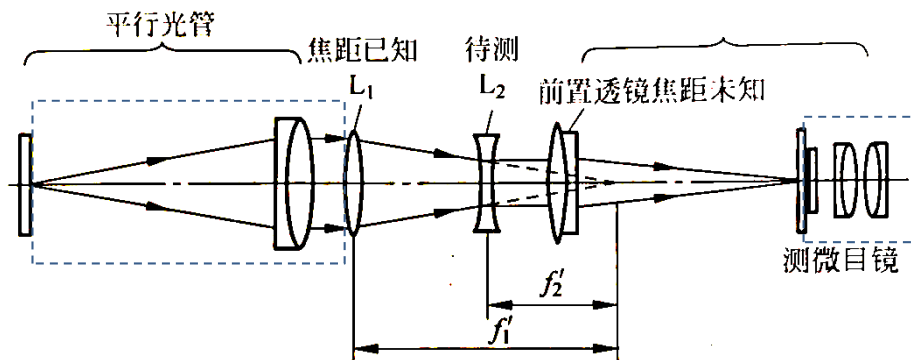


图 12 用焦距仪测凹透镜的焦距的附加透镜法

测量凹透镜焦距的方法较多。附加透镜法的原理图见图 12, 用已经测出其焦距的凸透镜  $L_1$  (约 0.3m) 和凹透镜  $L_2$  组成一伽利略望远镜系统, 测量该系统的视放大率  $\Gamma = -f_1/f_2$ , 最后算出  $f_2'$  来。

##### D.1 测量视放大率

1. 将前置透镜 (复合透镜) 和测微目镜放在距平行光管较远处, 直接对准平行光管, 调节前置透镜位置, 使玻罗板刻线像和测微目镜叉丝消视差, 测出玻罗板某线对的像间距  $y_0$ 。
2. 插入凸透镜  $L_1$  (长焦透镜) 和凹透镜  $L_2$ , 仅轴向调节  $L_2$  位置, 仍使玻罗板刻线像和叉丝消视差, 说明这时  $L_1$  和  $L_2$  焦点已重合,  $L_2$  出射光仍为平行光, 测出玻罗板线对像间距  $y''$ ;
3. 利用 B.3 的焦距  $f_1'$ , 计算系统的视放大率  $\Gamma = y''/y_0$ 。

##### D.2 计算凹透镜焦距: $-f_2' = f_1'/\Gamma$ 。

#### E) 内调焦望远镜的物镜组研究

##### 1. 望远镜结构简述

基本的望远镜系统由相距  $l$  的目镜和物镜组成 (目镜、物镜的焦距分别为  $f_e$  和  $f_o$ )。一般物镜孔径较大且焦距较长, 伽利略望远镜的目镜为凹透镜, 能观察正像; 开普勒望远镜的目镜是小焦距凸透镜, 观察到的为倒像。

为了对不同距离的物体瞄准或观察, 需移动物镜或目镜以改变其间距  $l$ , 使像呈在目镜分划板上, 这一过程叫外调焦。

如果基本不改变物镜、目镜间距, 而采用焦距连续可变的物镜组, 调节其焦距也能完成调焦的目的, 这种物镜组称为内调焦物镜组, 相应的调焦方式叫内调焦。内调焦物镜组和目镜的组合称为内调焦望远镜。测量和工程中广泛使用的准直和自准直望远镜大都采用了内调焦结构, 摄影和摄像机的变焦镜头也是典型的内调焦物镜组结构。

##### 2. 内调焦望远镜的变焦物镜组

凸透镜  $L_1$  和凹透镜  $L_2$  可以组成内调焦望远镜最简单的变焦物镜组, 如图 13 所示。当凹透镜  $L_2$  的物方焦点  $F_2$  位于凸透镜  $L_1$  的像方焦点  $F_1'$  右侧时, 改变两镜间距  $d$ , 就可以改变镜组的焦距  $f_o'$  和主点  $H'$  的位置。

设凸透镜  $L_1$  的像方焦距  $f_1' > 0$ ; 凹透镜  $L_2$  的物方焦距  $f_2 > 0$  (像方焦距  $f_2' < 0$ ); 将焦点  $F_1'$  和  $F_2$  之间的距离记作  $\Delta$ , 则应有焦点距  $\Delta = d + f_2 - f_1'$ 。设  $L_1$  和  $L_2$  组成的物镜组的像方焦点为  $F_o'$ , 镜组像方焦距为  $f_o'$ , 根据几何光学原理可得

$$f_o' = \frac{f_2 f_1'}{d + f_2 - f_1'} = f_1' \frac{1}{1 - \frac{f_1' - d}{f_2}} \quad (5)$$

从式 (5) 可看出:

当  $f_1' > d > f_1' - f_2$  时, 镜组焦距为  $f_0' < f_0' < \infty$ , 如图 13 (a) 或 (b) 所示。这时镜组像方主点  $H'$  位于凸透镜  $L_1$  的左边, 像方焦点  $F_0'$  到  $L_1$  的距离小于像方焦距  $f_0'$ , 即镜组可以看成是一个焦距  $f_0'$  很长, 但尺寸 (焦点  $F_0'$  到  $L_1$  的距离) 很短的物镜。改变凹凸透镜间距  $d$  或焦点距  $\Delta$ , 就可调节镜组的焦距  $f_0'$ 。

当  $d = f_1'$ , 即当  $\Delta = f_2$  时, 镜组焦点  $F_0'$  位置与  $F_1'$  重合且  $f_0' = f_1'$ 。

当  $d \rightarrow (f_1' - f_2)$  即当  $\Delta \rightarrow 0$  时, 镜组焦距  $f_0' \rightarrow \infty$ , 如图 13 (c) 所示

使物镜组焦距  $f_0'$  在  $(f_1', \infty)$  范围内调节的条件是:

$$f_1' - f_2 < d < f_1' \text{ 或 } 0 < \Delta < f_2 \quad (6)$$

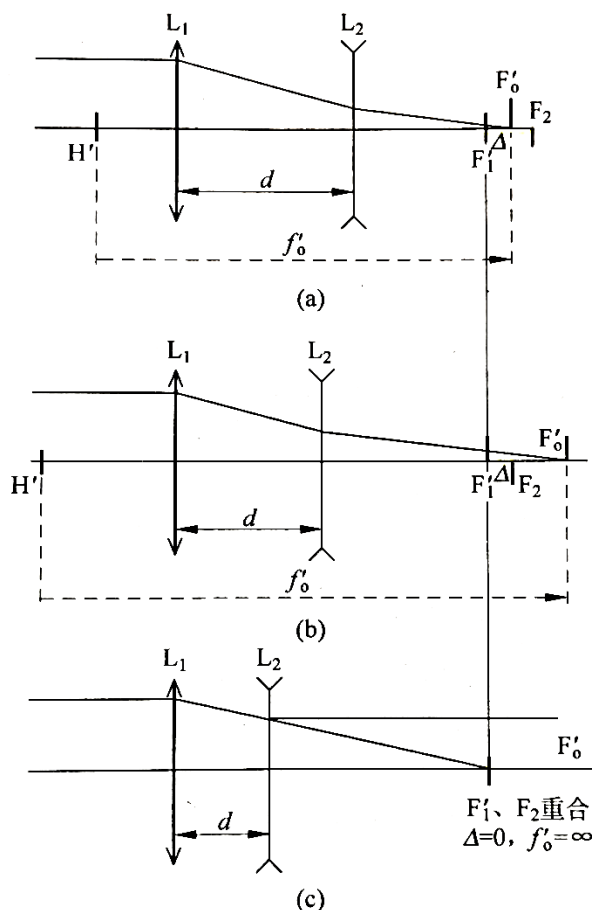


图 13 不同镜间距  $d$  时的变焦物镜组

### 3. 内调焦望远镜的一般结构和成像原理

用变焦物镜组与目镜  $L_e$  可以组成一个望远镜系统。望远镜的视放大率为  $I_T = f_0'/f_e$ , 这时物镜的像方焦点  $F_0'$  与目镜的物方焦点  $F_e$  重合。对于焦距为  $f_0'$  的物镜 (组) 和焦距为  $f_e$  的目镜 (组), 当观察远处的物时, 如图 14 (a) 中所示的无穷远的物, 为使视放大率 (绝对值) 大, 应使  $f_0'$  长, 这时组合物镜中的两镜间距  $d$  较小。当观察不远处的景物时, 如果想不改变整个望远镜的长度, 即想让  $L_1$  到  $L_e$  的间距不改变, 可仅仅调节组合物镜中凹透镜  $L_2$  到  $L_1$  的间距, 加大  $d$ , 仍可使物成像在目镜  $L_e$  的物方焦面上, 如图 14 (b) 所示。

对单一凸透镜 (物镜) 和目镜组成的望远镜, 调焦要通过改变物镜与目镜的距离来实现, 调焦时总长度发生改变。而内调焦望远镜在调焦时可不改变望远镜总长度, 仅改变组合物镜中凹透镜位置, 从而变化物镜焦距和主面位置, 实现调焦。



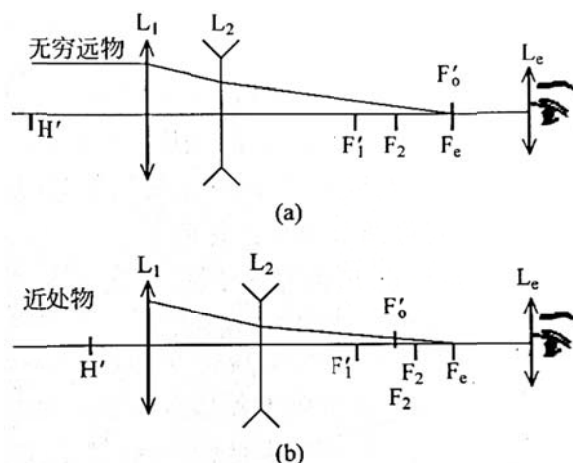


图 14 变焦物镜组与目镜构成的内调焦望远镜

#### 4. 变焦物镜组的调焦特性和主面位置

对于图 13 (a) 所示的物镜组，像方焦距  $f_o'$  可由 (5) 式计算。镜组的像方主点（主面与光轴交点）位置  $H'$  在凸透镜  $L_1$  的左侧。设凸透镜为薄透镜，可以证明：凸透镜  $L_1$  光心到像方主点  $H'$  的距离为（绝对值）

$$l_{L_1 H'} = \frac{d(d - f_1')}{d + f_2 - f_1'} \quad (7)$$

凸透镜  $L_1$  光心到物方主点  $H$  的距离为（绝对值）

$$l_{L_1 H} = -\frac{f_1' d}{d + f_2 - f_1'} \quad (8)$$

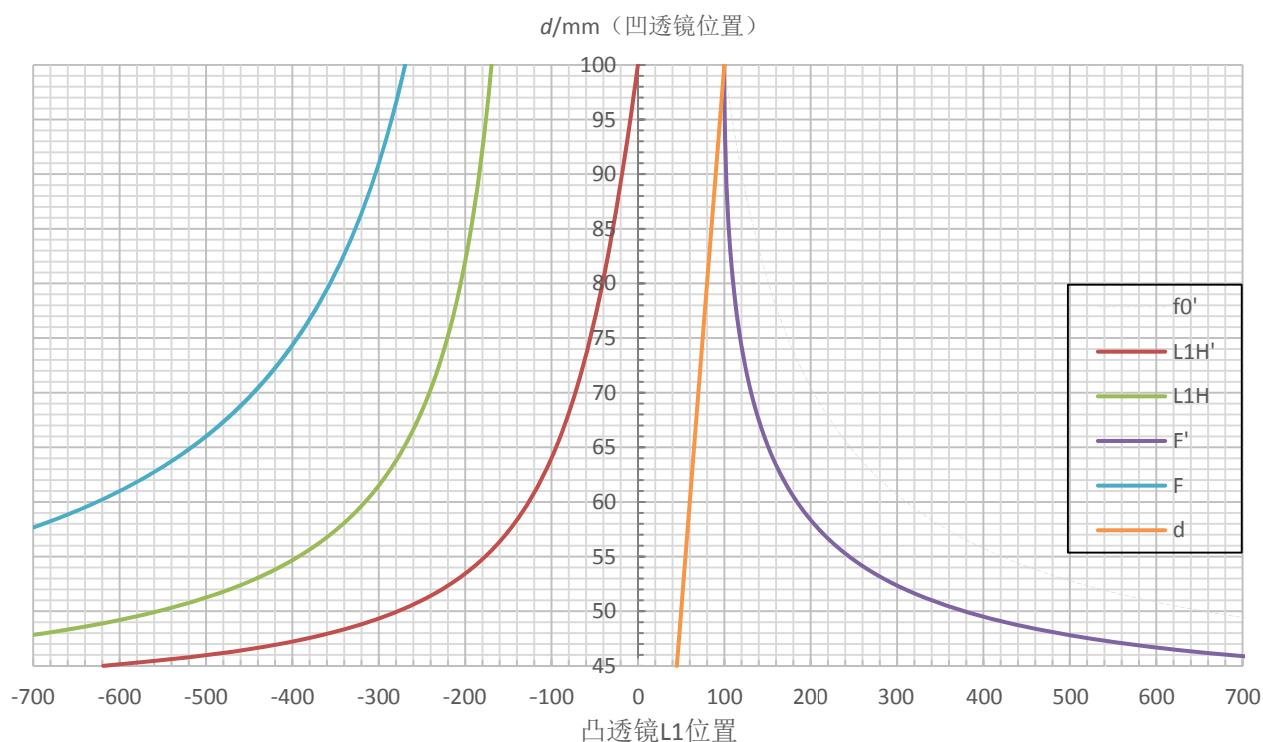


图 15 透镜间距  $d$  和主点、焦点坐标的关系曲线（凸透镜  $f_1'=100\text{mm}$ 、凹透镜  $f_2=59\text{mm}$ ）

不同间距  $d$  时，变焦物镜组的像（物）方焦点  $F'$  ( $F$ ) 和主点  $H'$  ( $H$ ) 的位置曲线绘在图 15 中。横轴原点对应于凸透镜  $L_1$  的光心，曲线对应于凸透镜  $f_1'=100\text{mm}$ 、凹透镜  $f_2=59\text{mm}$  和  $f_1' > d > f_1' - f_2$  的条件。图



中，如果通过某一确定的透镜间距值  $d$  作一条水平线，该水平线上  $H'$ 、 $F'$  曲线间的距离就是焦距  $f_0'$ ，它和曲线  $F$ 、 $H$  间的距离  $f_0$  相等。

从图 15 可以看出：像方主点  $H'$  始终位于凸透镜左侧，因此像方焦点  $F'$  到  $L_1$  光心的距离  $(f_0' - l_{L_1H})$  比焦距  $f_0'$  要短许多。因此，内调焦望远镜可以在镜筒长度较小时实现较大的视放大率，结构紧凑且调节方便。

### **E.1 自组内调焦望远镜（长焦透镜 $L_1$ 及凹透镜 $L_2$ ）**

1. 将测微目镜固定在远离平行光管的导轨一端，记录目镜标线位置；
2. 凸透镜  $L_1$  放置在距测微目镜 30~35cm 处，记录  $L_1$  标线位置，计算  $L_1$  与目镜距离；
3. 在测微目镜和凸透镜  $L_1$  之间插入凹透镜  $L_2$  并移动  $L_2$ ，直到看清平行光管内玻罗板某线对，分别记录  $L_2$  标线位置及线对像间距；
4. 利用焦距仪测焦距原理，由 **B.3**、**D.2** 透镜焦距值，计算此时内调焦望远镜焦距  $f_0'$ ，并根据式 (5) 反推  $L_1$ 、 $L_2$  的距离  $d$ ，与实验中记录值作比较。
5. 调整  $L_1$  位置，再远离测微目镜约 10cm，重复上述测量，试比较两次计算结果。

### **E.2 曲线绘制**

假设凸透镜  $f_1=0.3\text{m}$ ，凹透镜  $f_2=0.2\text{m}$ ，由式 (5) ~ (8)，仿照图 15 计算并绘制凸凹透镜间距  $d$  和主点、焦点坐标的关系曲线。

## **参考文献**

5. 朱鹤年，新概念基础物理实验讲义，清华大学出版社。

## II-6 迈克耳孙干涉仪的搭建和空气折射率的测量

【说明：本讲义的原理和测量使用相关公式等，源自朱鹤年先生编著的教材：新概念基础物理实验讲义，清华大学出版社，2013 年。】

迈克耳孙干涉仪(Michelson interferometer)在近代物理和计量技术中应用广泛，它可用于对波长、位移或长度、角度等许多物理量的测量领域。迈克耳孙曾因干涉仪发明和光谱学、计量学研究成果而获得 1907 年诺贝尔物理学奖。

### 一、实验目的

1. 学习、了解迈克耳孙干涉仪的特点，初步掌握如何调整和使用迈克耳孙干涉仪，了解光的干涉现象及其形成条件；
2. 学习一种测量气体折射率的方法。

### 二、实验原理

由图 1 可知，迈克耳孙干涉仪中，当光束垂直入射至 C、D 镜时两光束的光程差  $\delta$  可以表示成如下形式

$$\delta = 2(n_1 L_1 - n_2 L_2) \quad (1)$$

式中  $n_1$  和  $n_2$  分别是路程  $L_1$  和  $L_2$  上介质的折射率。设单色光在真空中的波长为  $\lambda_0$ ，当  $\delta = K\lambda_0$ ， $K = 0, 1, 2, \dots$  时产生相长干涉，相应地在接收屏中心总光强为极大。由式 (1) 可知，

两束相干光的光程差不仅与几何路程有关，而且与路程上介质的折射率有关。当  $L_1$  支路上介质折射率改变  $\Delta n_1$ ，因光程差的

相应改变而引起的干涉条纹变化(移动)数为  $\Delta K$ ，可得  $\Delta n_1 = \Delta K \lambda_0 / (2L_1)$ 。例如，当  $\lambda_0 = 632.8 \text{ nm}$  和  $L_1 = 80 \text{ mm}$  时，若条纹变化(移动)  $\Delta K = 10$ ，则可测得  $\Delta n_1 = 0.0000396$ 。可见测出接收屏上某一处干涉条纹的变化(移动)数  $\Delta K$  就能测出光路中折射率的微小变化。

空气折射率  $n$  是其状态参量和组分的函数，1878 年导出的洛仑兹-洛仑兹公式为

$$\frac{N_p \alpha}{3\epsilon_0} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \approx \frac{2}{3}(n - 1) \quad (2)$$

式中  $\epsilon_0$  是真空电容率， $\alpha$  是平均极化率， $N_p$  是单位体积的气体分子数， $N_p$  正比于气体密度，即正比于气压  $p$ ，因而  $(n-1)$  近似正比于气压  $p$ 。在标准大气条件下，即  $t = 15^\circ\text{C}$ 、 $p = 101.325 \text{ kPa}$  时，对于真空波长为  $632.99 \text{ nm}$  的 He-Ne 激光器的输出光，干燥空气的折射率  $n_s = 1.00027653$ 。气压为  $p \text{ Pa}$ 、水汽分压为  $f \text{ Pa}$ 、温度为  $t^\circ\text{C}$  时的空气折射率为

$$n \approx 1.00027132 - [929.8(t-20) + 2.684(p-101325) - 0.363(f-1333)] \times 10^{-9} \quad (3)$$

水汽分压  $f$  等于饱和水汽压乘以湿度。温度为  $t^\circ\text{C}$  时，饱和水汽压  $p_s$  的算式为：  
 $\lg(p_s) = 10.286 - 1780/(237.3 + t)$

用一般方法不易测出空气折射率，而用干涉法能方便准确地测量。本实验用迈克耳孙干涉仪组成的测量系统是一种较简单的测量系统。

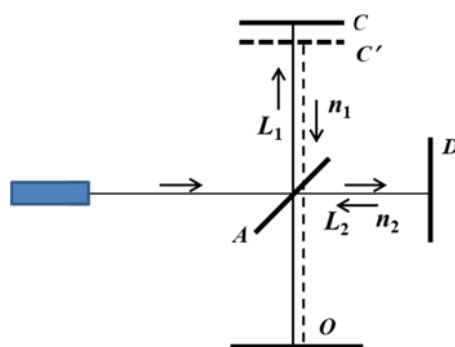


图1 迈克耳孙干涉仪光路示意图

借助图 2 说明本实验测量空气折射率的原理。在一支光路中加入一个长度为  $L$  的气室。设气室内的压强与周围环境的气压差值为  $\Delta p_i$ 。  $p_i = p_{at} + \Delta p_i$

调好光路后，气室内压强变化，在接收屏上会看到条纹移动。当管内气压由 0 变到某一气压值  $p_i$  时，折射率由 1 变到对应值  $n_i$ ，若屏上某一点条纹变化(移动)数为  $m_i$ ，可得

$$n_i - 1 = \frac{m_i \lambda_0}{2L} \quad (4)$$

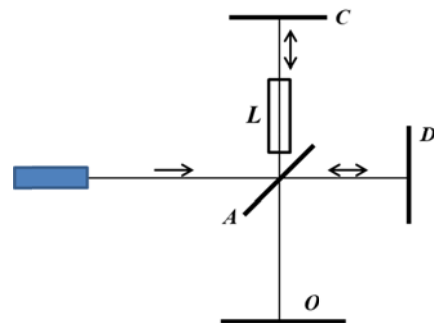


图2 测空气折射率实验装置示意图

实验时管内气压不能从 0 开始，因此，不能直接由式（4）计算得  $n_i$ ，需要采用非直接测量的方法。

实验中管内空气组分基本不变。当温度  $t$  基本不变时， $n_i - 1$  正比于气压  $p_i$ ，记作  $n_i - 1 = c_1 p_i$ 。当管内从真空状态变为气压  $p_i$  时的条纹变化(移动)数  $m_i$  也与  $(n_i - 1)$  成正比，可得

$$(n_i - 1) = c_1 p_i = \frac{\lambda_0}{2L} m_i = \frac{\lambda_0}{2L} (m_i' + m_0) \quad (5)$$

上式中  $c_1$  是比例系数。设管内慢慢放气前的初始气压为  $p_0$ ，实际观测到的对应于  $p_i$  的条纹变化(移动)数为  $m_i'$ ， $m_i = m_i' + m_0$ ， $m_0$  是与初始气压  $p_0$  对应的条纹变化(移动)数的理论值。系数  $c_1$  可以这样求出：当开始向管外缓慢放气时，依次可测量出气压  $p_i = p_{at} + \Delta p_i$  及与它对应的条纹变化数  $m_i'$ ，对测得的一系列读数值  $(\Delta p_i, m_i')$  作直线拟合，自变量为真空表的差压读数值  $\Delta p_i$ ，应变量为条纹变化(移动)数  $m_i'$ ，直线方程为

$$m_i' = \left( \frac{2L}{\lambda_0} c_1 p_{at} - m_0 \right) + \frac{2L}{\lambda_0} c_1 \Delta p_i = b_0 + b_1 \Delta p_i \quad (6)$$

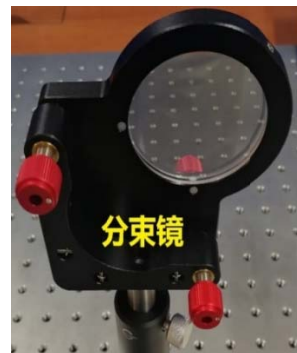
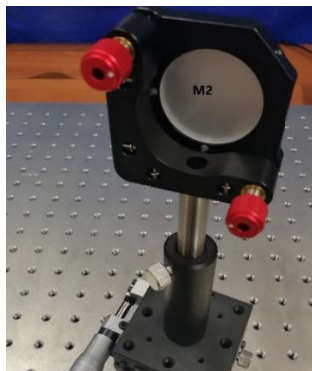
由直线斜率  $b_1$  可从式（5）求出实验室气压  $p_{at}$  下的大气折射率

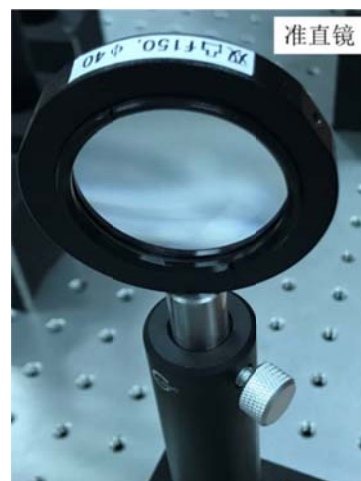
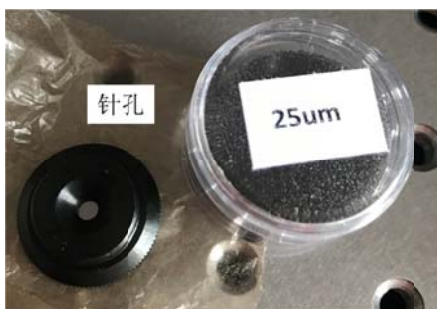
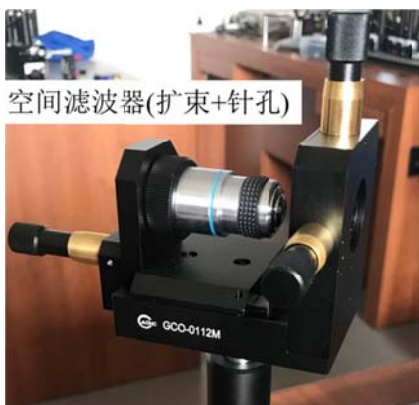
$$n_{at} = 1 + \frac{\lambda_0}{2L} b_1 p_{at} \quad (7)$$

可见，只要测出管内气压变化时的条纹变化(移动)数，就可求空气折射率  $n_{at}$ 。需要说明的是，本实验是先充气，缓慢放气过程记录  $(\Delta p_i, m_i')$  数据。结合(4)式和(5)式， $m_i'$  应该  $< 0$ ，但习惯上，实验记录条纹变化(移动)数  $m_i'$  记为  $> 0$  的值，此时，计算实验室气压  $p_{at}$  下的大气折射率应该为

$$n_{at} = 1 - \frac{\lambda_0}{2L} b_1' p_{at} \quad (8)$$

**三、实验仪器：**氦氖激光器，光学防震平台，反射镜，分束镜，空间滤波器(扩束+针孔)，针孔，准直镜，白屏，可变光阑，卷尺，气室。





#### 四、相关说明

1. 分束镜是楔形，反射膜的位置:非直角面，如右图。
2. 气室表头指示气压：气室内压强和周围大气压的差值 $\Delta p_i$  (有一定系统误差)。
3. 切忌用手触摸元件的光学面。
4. 切忌用眼睛直视激光。

反射膜面

#### 五、实验内容

##### 1. 搭建迈克尔逊干涉仪实验装置

- 1) 根据用到各元件的高低以及各元件的实验布局，确定激光器的位置和高度需要调整否。
- 2) 借助可变光阑（开孔处于最小位置）和白屏(标尺)，利用夹持器的水平俯仰旋钮调整激光器水平，使出射激光束与光学平台台面平行。
- 3) 调整空间滤波器：在激光器和光阑中间插入空间滤波器(不加针孔)。通过调整位置使物镜出射的光斑打在光阑中间。然后安装针孔(孔径25um)，调整空间滤波器的三维旋钮最终使物镜的聚焦光斑中央与针孔重合，达到滤波效果(调整过程中注意观察圆孔衍射环，调整完成后衍射环消失)。
- 4) 安装准直镜，借助可变光阑和白屏，调整准直镜(准直镜焦距：标示值 150 mm)，使出射光为平行光。
- 5) 安装分束镜，在分束镜和准直镜之间放置光阑，利用光阑观察反射光斑的高低，调整分束镜方位，使反射光斑与光阑孔基本等高。然后旋转分束镜，(目测)与光轴(平行光)成 $45^\circ$ 。

6) 分别安装两个反射镜和白屏(干涉条纹观察), 借助光阑, 调整反射镜的高低、左右、位置等, 直到观察到满意的干涉条纹。调节完毕, 各元件底座固定好。

2. 当前条件下, 标准大气压  $p=101.325\text{ kPa}$  对应的空气折射率测量。

在光路中置入气室并充气, 观察空气气压的改变对干涉条纹的影响。见上面气室照片, 拧紧放气旋钮 A, 利用 B 往气室充气到满量程(40kPa)附近。然后缓缓放气, 可以看到条纹缓慢变化, 记录一系列条纹移动的条数和当前气压值  $\Delta p_i$ , 即可计算当前温度和湿度下, 该波长下任意空气压强对应的折射率。

注意: 1) 在实验开始测量前, 记录空间滤波器与分束镜的距离、分束镜与反射镜  $M_1$  及它与反射镜  $M_2$  的距离、分束镜与白屏之间的距离。2) 实验前和实验结束: 分别记录温度和湿度, 取平均值。3) 条纹每移过参考点 2 条, 记录相应的气压值(kPa 分度)。每次充气后, 测量 1 套数据(数据点数>7)。测量 2 套数据。

实验结束, 取下针孔, 放回盒子。

## 六、相关参数及数据处理要求

氦氖激光器, 输出激光的波长为  $\lambda_0=632.8\text{ nm}$ 。气室的长度  $L=80\text{ mm}$ 。

(3)式公式计算结果视为(约定)真值。对测量的 2 套数据进行数据处理, 取 2 次折射率测量结果的平均值, 计算相对误差。

**重要提示:** 本实验可以随堂完成(教师随堂检查测量数据和结果, 合格后, 本实验即合

## II-7 光栅衍射实验

衍射光栅是一种分光用的光学元件。它不仅用于光谱学，还广泛用于计量、光通信、信息处理等方面。过去制作光栅都是在精密的刻线机上用金钢钻在玻璃表面刻出许多平行等距刻痕作成原刻光栅。实验室中通常使用的光栅是由原刻光栅复制而成的。20 世纪六十年代以来，随着激光技术的发展又制作了“全息光栅”。目前我们实验室中使用的光栅，两者均有。本实验中通过测定光栅常数及光波波长，对光栅的特性有一初步了解。

### 一、实验目的

- (1) 进一步熟悉分光计的调整与使用；
- (2) 学习利用衍射光栅测定光波波长及光栅常数的原理和方法；
- (3) 加深理解光栅衍射公式及其成立条件。

### 二、实验原理

- (1) 测定光栅常数和光波波长

光栅上的刻痕起着不透光的作用。一理想的光栅可看作是许多平行的、等距离的和等宽的狭缝。刻痕间的距离称为光栅常数。

设有一光栅常数  $d=AB$  的光栅  $G$ 。有一束平行光与光栅法线成角度  $i$ ，入射于光栅上产生衍射，如图 1 所示。从  $B$  点作  $BC$  垂直于入射线  $CA$ ，作  $BD$  垂直于衍射线  $AD$ ， $AD$  与光栅法线所成的夹角为  $\varphi$ 。如果在这个方向上由于光振动的相干加强而在  $F$  处产生了一个明条纹，则光程差 ( $CA + AD$ ) 必等于波长  $\lambda$  的整数倍，即

$$d(\sin\varphi \pm \sin i) = m\lambda \quad (1)$$

入射光线和衍射光线都在光栅法线的同侧时，式 (1) 等号左边括号内取正号；两者分居法线异侧时取负号。式中的  $m$  为衍射光谱的级次， $m$  为  $0, \pm 1, \pm 2$  等， $m$  的符号取决于光程差的符号。

在光线正入射的情形下， $i=0$ ，则式 (1) 变成

$$d\sin\varphi_m = m\lambda \quad (2)$$

式中  $\varphi_m$  为第  $m$  级谱线的衍射角。据此，可用分光计测出衍射角  $\varphi_m$ ，从已知波长可以测出光栅常数  $d$ 。反之，如已知光栅常数  $d$ ，则可测出波长  $\lambda$ 。

- (2) 用最小偏向角法测定光波波长

如图 2 所示，波长为  $\lambda$  的光束入射在光栅  $G$  上，入射角为  $i$ ，若与入射线同在光栅法线  $n$  一侧的  $m$  级衍射光的衍射角为  $\varphi$ ，则由式 (1) 可知

$$d(\sin\varphi + \sin i) = m\lambda \quad (3)$$

若以  $\Delta$  表示入射光与第  $m$  级衍射光的夹角，称为偏向角，则

$$\Delta = \varphi + i \quad (4)$$

显然， $\Delta$  随入射角  $i$  而变，不难证明  $\varphi = i$  时  $\Delta$  为一极小值，记作  $\delta$ ，称为最小偏向角。并且仅在入射光和衍射光处于法线同侧时才存在最小偏向角。此时，

$$i = \varphi = \frac{\delta}{2} \quad (5)$$

代入式 (3) 得

$$2d\sin\frac{\delta}{2} = m\lambda \quad m=0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

由此可见，如已知光栅常数  $d$ ，只要测出了最小偏向角  $\delta$ ，就可根据式 (6) 算出波长  $\lambda$ 。

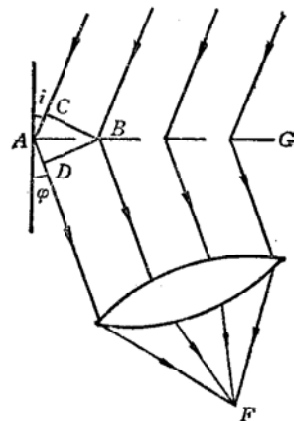


图 1 光栅的衍射

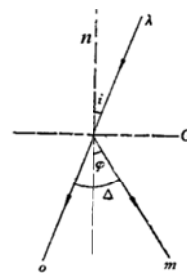


图 2 衍射光谱的偏向角示意图

### 三、实验仪器

#### 1. 分光计

在本实验的各个任务中，为实现平行光入射并测准光线方位角，分光计的调整应满足：望远镜适合于观察平行光，平行光管发出平行光，并且二者的光轴都垂直于分光计主轴。

分光计主要由平行光管、望远镜、度盘和平台构成。度盘采用游标结构，由刻度盘(主度盘)和游标盘组成。该仪器有一旋转对称轴(主轴)，刻度盘、游标盘平面垂直于主轴。度盘、望远镜、平行光管和平台等均可绕主轴旋转，通过螺钉松、紧关系：可以实现某些部件的同步旋转(联动)、止动以及微动。图 3 为结构示意图。

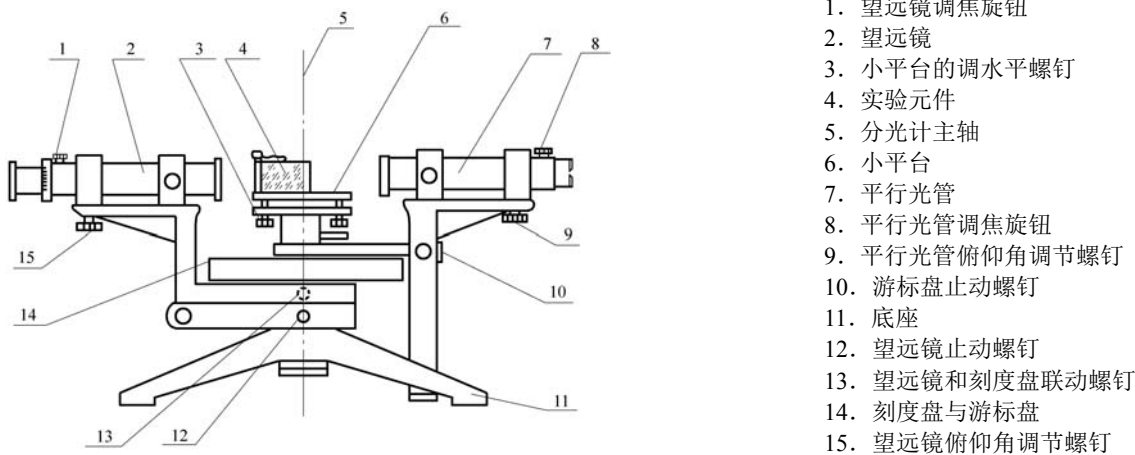


图 3 分光计的结构示意图

#### 1) 望远镜

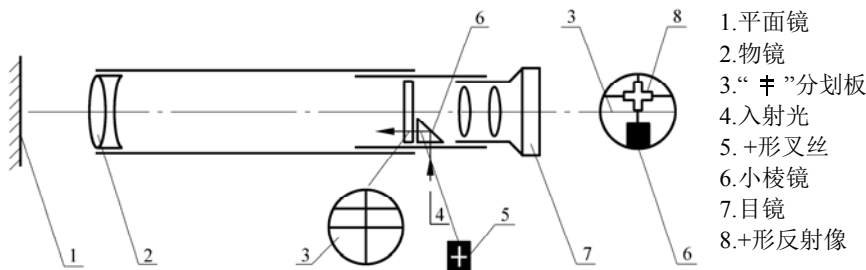


图 4 一种自准望远镜的结构

分光计中采用的是自准望远镜。它由物镜、叉丝分划板和目镜组成，分别装在三个套管上，彼此可以相对滑动以便调节，如图 4 所示。中间的一个套筒里装有一块分划板，其上刻有“十”形叉丝，分划板下方与小棱镜的一个直角面紧贴着。在这个直角面上刻有一个“+”形透光的叉丝，套筒上正对棱镜另一直角面处开有小孔并装一小灯。小灯的光进入小孔后经小棱镜照亮“+”形透光的叉丝。如果叉丝平面正好在物镜的焦面上，从叉丝发出的光经物镜后成一平行光束。如果前方有一平面镜将这束平行光反射回来，再经物镜成像于其焦平面上，那么从目镜中可以同时看到“十”形叉丝与“+”形叉丝的反射像(十字像)，并且不应有视差。这就是用自准法调节望远镜适合于观察平行光的原理。如果望远镜光轴与平面镜的法线平行，在目镜里看到的十字像应与“十”形叉丝的上交点互相重合(为什么? 注意分划板上“十”叉丝的下横线穿过截面的圆心，上横线与“+”形透光叉丝的横线相对于轴线处于对称的位置上)。



## 2) 平行光管

平行光管由狭缝和透镜组成，结构如图 5。狭缝与透镜之间距离可以通过伸缩狭缝套筒来调节。只要将狭缝调到透镜的焦平面上，则从狭缝发出的光经透镜后就成为平行光。狭缝的刀口是经过精密研磨制成的，为避免损伤狭缝，只有在望远镜中看到狭缝像的情况下才能调节狭缝的宽度。



图 5 平行光管的结构

1.狭缝 2.调缝宽螺钉 3.凸透镜

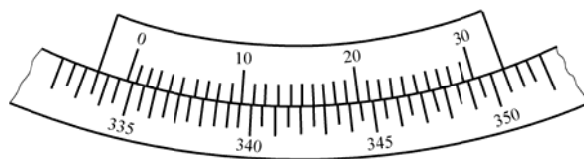


图 6 刻度盘与游标

## 3) 刻度盘

分光计的刻度盘垂直于分光计主轴并且可绕主轴转动。为消除刻度盘的偏心差，采用两个相差  $180^\circ$  的窗口读数（参看附录）。刻度盘的分度值为  $0.5^\circ$ ， $0.5^\circ$  以下则需用游标来读数。游标上的 30 格与刻度盘上的 29 格相等，故游标最小分度值为 1 分。读数时应先看游标零刻线所指的位置。例如，图 6 所示情形为  $334^\circ 30'$  稍多一点，而游标上的第 17 格恰好与刻度盘上的某一刻度对齐，因此该读数为  $334^\circ 30' + 17' = 334^\circ 47'$ 。

## 2. 光栅

如前所述，光栅上有许多平行的，等距离的刻线。在本实验中应使光栅刻线与分光计主轴平行。如果光栅刻线不平行于分光计主轴，如图，光栅刻线为  $l-l'$  方向时，将会发现衍射光谱是倾斜的，并且倾斜方向垂直于光栅刻痕的方向，但谱线本身仍平行于狭缝，如图 7 所示。显然这会影响测量结果。通过调整小平台，可使光栅刻痕平行于分光计主轴。为调节方便，放置光栅时应使光栅平面垂直于小平台的两个调水平螺钉的连线，如图 8 所示。

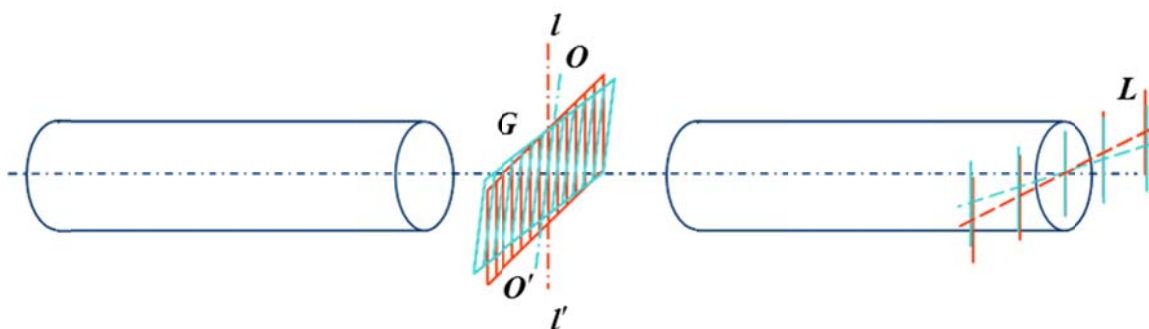


图 7 光栅刻痕不平行于分光计主轴时的衍射光谱

$OO'$  为分光计主轴(平行光管狭缝与它平行)， $G$  为光栅， $L$  为衍射光谱

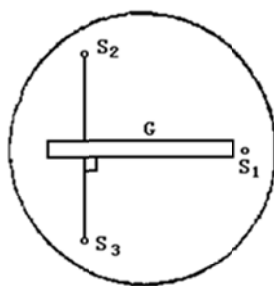


图 8 光栅  $G$  在小平台上的位置

$S_1, S_2, S_3$  为调水平螺钉

## 3. 汞灯

1) 可见光范围内汞灯谱线列表见表 1。强度较高的有四条，波长分别为  $435.8\text{nm}$  (紫)， $546.1\text{nm}$  (绿)， $577.0\text{nm}$  (黄)， $579.1\text{nm}$  (黄)，它们也是本实验测量所用到的谱线。



表1 汞灯所含谱线(约定真值)

颜色	紫		绿	黄	红	
波长 (单位 nm)	404.7	407.8	491.6	577.0	607.3	612.3
	410.8	433.9	546.1	579.1	623.4	690.8
	434.8	435.8				

## 2) 汞灯光谱图

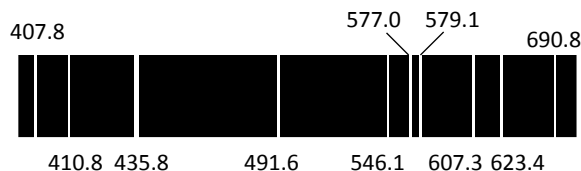


图9 汞灯光谱图 (单位 nm)

## 3) 汞灯使用注意事项

- 汞灯在使用中必须与扼流圈串接，不能直接接 220 伏电源，否则会烧毁。
- 汞灯在使用过程中不要频繁启闭，否则会降低其寿命。
- 汞灯的紫外线很强，不可直视。如需观察，必须在狭缝前加一两层白纸以减弱其光强。

## 四、实验任务

### 1. 分光计的调节

调节前，应对照实物和结构图熟悉仪器，了解各个调节螺钉的作用。调节时要先粗调再细调。粗调（凭眼睛观察判断）应调节望远镜和平行光管的光轴尽量使它们与刻度盘平行，调节小平台尽量使它与刻度盘平行（即与主轴垂直）。细调分步如下。

#### a. 调节望远镜

##### 1) 调节望远镜适合于观察平行光

①调节目镜与叉丝的距离，看清“**卄**”形叉丝。

②将平面镜放在小平台上，点亮望远镜上的小灯，为便于调节平面镜的法线，可参考图 10(a)或(b)放置，缓慢转动小平台，从望远镜中寻找镜面反射回来的绿十字像或绿光斑(图 4)。若找不到它，多半原因是粗调还未达到要求，应重新粗调。

③找到十字像或绿光斑后，只要稍微调节叉丝套筒，改变叉丝到物镜间的距离，就可以从目镜中看到比较清晰的十字像。当十字像与“**卄**”形叉丝无视差时（为什么要求无视差？），则望远镜已适合于观察平行光。

##### 2) 调节望远镜光轴垂直于分光计主轴

仍然借助于平面镜调节。当平面镜法线与望远镜光轴平行时，十字像与“**卄**”形叉丝的上交点完全重合，将小平台旋转  $180^\circ$ （因而平面镜也随着转  $180^\circ$ ）之后，如果仍然完全重合，则说明望远镜光轴已垂直于分光计主轴了（为什么？）。开始时，它们通常并不重合，需要仔细调节才能实现。调节时应先从望远镜中看到由平面镜的一面反射的十字像（此时不一定和叉丝上交点重合），转动平台  $180^\circ$ 找到由平面镜另一面反射的十字像后，再分别就每个面十字像所在的位置仔细调节。最简单的调节方法是采取渐近法：当十字像与“**卄**”形叉丝上交点不重合时，即可先调小平台下的螺钉使十字像与“**卄**”形叉丝上交点之间的上下距离减小一半，再调节望远镜的俯仰角调节螺钉使像与“**卄**”形叉丝上交点重合，然后转动平台  $180^\circ$ 进行同样调节，反复几次便可很快调好。

#### b. 调节平行光管

##### 1) 调节平行光管使产生平行光

用已适合于观察平行光的望远镜作为标准，正对平行光管观察。调节狭缝和透镜间的距离，使狭缝

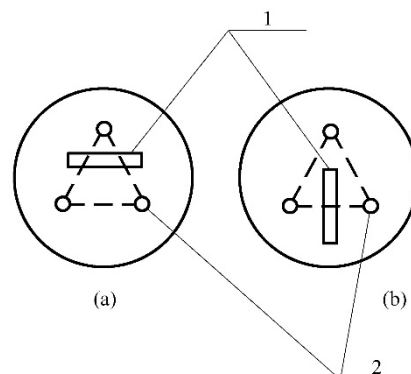


图 10 平面镜在小平台上的位置

1.平面镜 2.调水平螺钉

位于透镜的焦平面上。这时，狭缝像与叉丝无视差，从望远镜中看到的是一清晰的狭缝像（注意：是轮廓清楚窄长条形的狭缝像，而不是边缘模糊的亮条）。此时，平行光管发出的光即是平行光。这以后可调节狭缝宽度，目镜中看到的狭缝宽度 0.5mm 左右即可。

## 2) 调节平行光管光轴垂直于分光计主轴

仍用光轴已垂直于主轴的望远镜为标准。如果从望远镜看到狭缝像的中点与“ $\oplus$ ”形叉丝中心交点重合，则说明平行光管已经垂直于主轴了。

## 2. 在光线垂直入射的情形下，即 $i = 0$ 时，测定光栅常数和光波波长。

### ① 使光栅平面与平行光管的光轴垂直

平行光垂直入射于光栅平面，这是式 (2) 成立的条件，因此，应做仔细调节（调节方法自拟。提示：按图 8 放置光栅，借鉴自准法。），使该项要求得到满足。

### ② 调节光栅刻线(缝)与分光计主轴平行

完成①后，调节  $S_1$  使衍射谱线中心的连线在垂直于分光计主轴的平面内，即所有谱线等高。

由于平行光垂直入射于光栅平面时衍射谱关于 0 级对称，因此，判断垂直入射的标准是：先将望远镜的竖叉丝对准零级谱线的中心，从刻度盘读出入射光的方位，再测某一波长同一级（2 级以上）左右两侧的衍射线方位，分别计算它们与入射光的夹角，如果两者之差在  $2'$  以内，则可以认为已调好。

**注意：**平行光管狭缝宽度  $< 1\text{mm}$ ，宽了会使零级谱线很强，长时间观察会伤害眼睛。

③ 课前由式 (2) 推导出  $d$  和  $\lambda$  的**相对不确定度公式**。为了减少测量误差，应根据观察到的各级谱线的强弱及不确定度的公式来决定测量第几级的  $\varphi_m$  较为合理。

### ④ 测定 $\varphi_m$

光线垂直于光栅平面入射时，对于同一波长的光，对应于同一  $m$  级左右两侧的衍射角是相等的。为了提高精度，一般是测量零级左右两侧各对应级次的衍射线的夹角  $2\varphi_m$ ，如图 11 所示。测量时应注意消除圆度盘的偏心差，两侧游标均要读数。

### ⑤ 求 $d$ 及 $\lambda$ 。

已知汞灯绿线的波长  $\lambda = 546.1\text{nm}$  (约定真值)，由测出的绿线衍射角  $\varphi_m$  求出光栅常数  $d$ ，计算  $d$  的不确定度，给出完整的实验结果。再利用已求出的  $d$  与测得的衍射角分别求出汞灯的  $579.1\text{nm}$  (约定真值) 黄线的波长，并计算  $\lambda$  的不确定度，给出完整的实验结果，并求出波长的测量误差，分析测量结果。(分光计度盘读数的仪器误差限  $\Delta_{\text{INS}} = 1'$ )

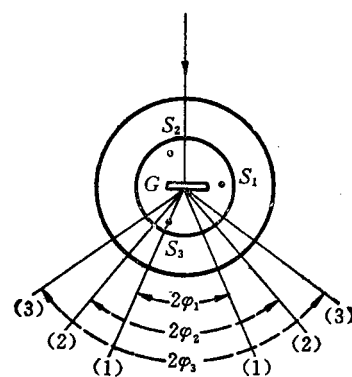


图 11 左右两侧同一  $m$  级对应谱线间的夹角为  $2\varphi_m$

## 3. 在 $i = 15^\circ$ 时，测定汞灯光谱中波长较长(579.1nm)的黄线的波长。

① 使光栅平面法线与平行光管光轴的夹角（即入射角）等于  $15^\circ 0'$ ，同时记下入射光方位和光栅平面的法线方位。调整方法自拟，请课前考虑好。

② 测定波长较长的黄线的衍射角  $\varphi_m$ 。与光线垂直入射时的情况不同，在斜入射的情况下，对于同一波长的光，其分居入射光两侧且属同一级次的谱线的衍射角并不相等，因此，其  $\varphi_m$  只能分别测出。

③ 根据上述读数，判断衍射光线和入射光线位居光栅平面法线同侧还是异侧。

④ 确定  $m$  的符号并用已求出的  $d$  计算出汞灯光谱中波长较长的黄线的波长  $\lambda$ ，并与约定真值相比较。

## 4. 用最小偏向角法测定波长较长(579.1nm)的黄线的波长

确定  $\delta$  的方法与分光计实验中确定三棱镜折射谱线最小偏向角的方法相似。改变入射角，则谱线将随之移动，找到黄光某一条谱线与零级谱线的偏离为最小的方位后，就可由该谱线的方位及零级谱线的方位（即入射光的方位）测出最小偏向角  $\delta$ 。

实际测量时，为提高测量精度，可测出  $2\delta$ 。方法是：先找到黄光中与入射线位居光栅平面法线同侧的某一条谱线，改变入射角，当其处于最小偏向角位置时，记下该谱线的方位；然后，以平行光管的光

轴为对称轴，通过转动小平台，使光栅平面的法线转到近似对称位置上，找到与入射线位居光栅平面法线同侧的对应级次的衍射线，改变入射角，找到最小偏向角位置，记下其方位，前后两种情况下衍射线的夹角即为  $2\delta$ 。

利用已测出的  $d$  和式（6）即可求出汞灯光谱中波长较长的黄线的波长，并与约定真值相比较。

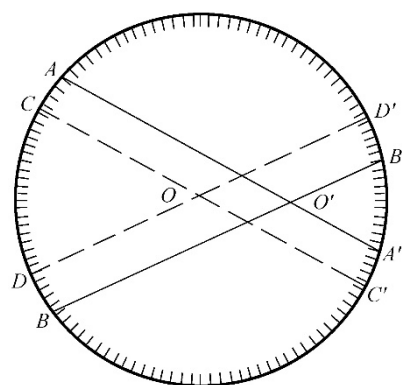
实验报告：本实验对汞灯光谱中波长较长的黄线，用 3 种方法进行了测量，对测量结果进行简单分析。

## 附录 圆刻度盘的偏心差

用圆（刻）度盘测量角度时，为了消除圆度盘的偏心差，必须由相差  $180^\circ$  的两个游标分别读数。我们知道，圆度盘是绕仪器主轴转动的，由于仪器制造时不容易做到圆度盘中心准确无误地与主轴重合，这就不可避免地会产生偏心差。圆度盘上的刻度均匀地刻在圆周上，当圆度盘中心与主轴重合时，由相差  $180^\circ$  的两个游标读出的转角刻度数值相等。而当圆度盘偏心时，由两个游标读出的转角刻度数值就不相等了；所以如果只用一个游标读数就会出现系统误差。如附图 1 所示，用  $AB$  的刻度读数，则偏大，用  $A'B'$  的刻度读数又偏小，由平面几何很容易证明

$$\frac{1}{2}(\widehat{AB} + \widehat{A'B'}) = \widehat{CD} = \widehat{C'D'}$$

亦即由两个相差  $180^\circ$  的游标上读出的转角刻度数值的平均值就是圆度盘真正的转角值。



附图 1 因圆刻度盘中心  $O$  与主轴  $O'$  不重合而产生的偏心差

## II-8 全息照相

### 【目的要求】

1. 了解全息照相的基本原理;
2. 学习全息照相的实验技术, 拍摄合格的全息图;
3. 了解摄影暗室技术。

### 【仪器用具】

光学平台, 650 半导体激光器及电源, 曝光定时器, 扩束透镜, 反射镜, 光功率计, 全息底片, 被摄物体, 暗室技术使用的设备。

### 【原理】

全息照相的基本原理是 D.伽柏在 1948 年提出的, 伽柏并因此在 1971 年获得诺贝尔物理学奖。20 世纪 60 年代以后, 由于激光的发现以及 N.利思等发明了离轴全息图, 使全息照相技术有了迅速和广泛的发展。

全息照相中所记录和重现的是物光波前的振幅和相位, 即全部信息, 这是全息照相名称的由来。但是, 感光乳胶和一切光敏元件都是“相位盲”, 不能直接记录相位。必须借助于一束相干参考光, 通过拍摄物光和参考光的干涉条纹, 间接记录下物光的振幅和相位。直接观察拍好的全息图, 看不到像。只有照明光按一定方向照在全息图上, 通过全息图的衍射, 才能重现物光波前, 使我们看到物的立体像。故全息照相包括波前的全息记录和重现两部分内容。

全息照相有透射式和反射式两种。透射式全息照相是指重现时所观察和研究的是全息图透射光的成像。反射式全息照相也称为白光重现全息照相, 这种全息照相用相干光记录全息图, 而用“白光”照明得到重现像。由于重现时眼睛接收的是白光在底片上的反射光, 故称为反射式全息照相。

下面以透射式为例, 简单介绍全息照相原理。

### 一、透射式全息照相

以平面波参考光为例说明平面全息图的记录及再现过程。

#### 1. 全息记录

如果将物光和参考光的干涉条纹用感光底片记录下来, 那就记录了底片所在位置物光波前的振幅和

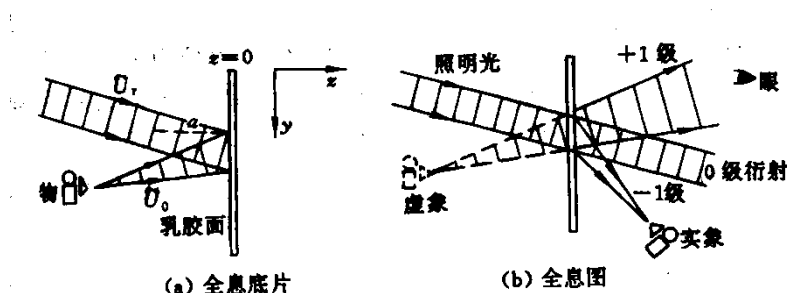


图 1 透射式全息记录和再现

相位 (见图 1 (a))。光可看作由物体上各点所发出的球面波的叠加。设其中一点  $p(x_0, y_0, z_0)$  发出的球面波为

$$\tilde{U}_0(p) = A_0(p) \exp[i\phi_0(p)] \quad (1)$$

设感光底片所在平面为  $z=0$ , 则此平面上物光波前为

$$\tilde{U}_0(x, y) = A_0(x, y) \exp[i\phi_0(x, y)]. \quad (2)$$

若参考光为一束平面波，其传播方向在  $y-z$  平面上，且与底片法线成  $\alpha$  角， $z=0$  处参考光波前可表示为

$$\tilde{U}_r(y) = A_r \exp[i \frac{2\pi}{\lambda} y \sin \alpha] = A_r \exp[i \phi_r(y)] \quad (3)$$

此时，底片上总复振幅分布为

$$\tilde{U}(x, y) = \tilde{U}_0(x, y) + \tilde{U}_r(x, y) \quad (4)$$

底片上的光强分布则为

$$I(x, y) = \tilde{U}(x, y) \tilde{U}^*(x, y) \quad (5)$$

以式 (2) (3) (4)，得

$$I(x, y) = A_r^2 + A_0^2 + A_r A_0 \exp[i(\phi_0 - \phi_r)] + A_r A_0 \exp[-i(\phi_0 - \phi_r)] \quad (6)$$

或

$$I(x, y) = A_r^2 + A_0^2 + 2A_0 A_r \cos(\phi_0 - \phi_r) \quad (6')$$

感光底片在曝光后经显影和定影等暗室技术处理，成为全息图。适当控制曝光量及显影条件，可以使全息图的振幅透过率  $t$  与曝光量  $E$ （正比于光强  $I$ ）成线性关系，即

$$t(x, y) = t_0 - \beta I(x, y) \quad (7)$$

式中  $t_0$  和  $\beta$  为常数。

由上面讨论可看到全息照相的记录过程和普通照相有本质的区别：

- (1) 普通照相中，物通过透镜成像在底片上，物、像之间有点点对应关系。全息照相中不用成像透镜，物、像之间不存在点对应关系。物上每一点发出的球面波照在整个底片上。反之，底片上每一点又记录了所有物点发出的光波。
- (2) 普通照相中，底片记录的是光强分布，而全息底片记录的则是物光和参考光的干涉条纹，由式

(6') 看出，当  $\phi_0 - \phi_r = 2n\pi$  ( $n$  为整数) 时，光强有极大值

$I(x, y) = I_{\max} = (A_r + A_0)^2$ ，当  $\phi_0 - \phi_r = 2(n+1/2)\pi$  ( $n$  为整数) 时，光强有极小值

$I(x, y) = I_{\min} = (A_r - A_0)^2$ ，干涉条纹的反衬度  $\gamma$  定义为

$$\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \text{ 即 } \gamma = \frac{2A_0 A_r}{A_r^2 + A_0^2} = \frac{2(A_0/A_r)}{1 + (A_0/A_r)^2} \quad (8)$$

对于一定的参考光 ( $A_r$  为已知)， $\gamma$  取决于  $A_0$ ，换句话说，干涉条纹的反衬度  $\gamma$  反映了物光振幅  $A_0$ ，而干涉条纹的间距则决定于  $(\phi_0 - \phi_r)$  随位置变化的快慢。也就是说，对一定的  $\phi_r$  来说，干涉条纹间距和取向反映了物光波前的相位分布  $\phi_0(x, y)$ 。因此底片记录了干涉条纹，也就是记录了物光波前的全部信息—振幅  $A_0$  和相位  $\phi_0$ 。

上面讨论了物光作为一个点光源所产生的球面波和参考光的干涉。整个物是由无数个点光源所组成，因而整个全息图就是无穷多个球面波与参考波干涉所组成的复杂干涉条纹。

## 2. 物光波前的重现

用一束与参考光完全相同（即波长和方向相同）的平面波（式（3））照在全息图上，则在  $z=0$  平面上全息图透射光的复振幅分布为

$$\tilde{U}_t(x, y) = \tilde{U}_r(y) \bullet t(x, y) \quad (9)$$

将式（3），（6），（7）代入式（9）得到

$$\begin{aligned} \tilde{U}_t(x, y) = & [t_0 - \beta(A_r^2 + A_0^2)]A_r \exp[i\frac{2\pi}{\lambda}y \sin \alpha] - \beta A_r^2 A_0 \exp[i\phi_0] \\ & - \beta A_r^2 A_0 \exp[-i\phi_0] \exp[i\frac{2\pi}{\lambda}2y \sin \alpha] \end{aligned} \quad (10)$$

这样，透过全息图以后  $z=0$  平面上波前可以分为式（10）所表示的三项。第一项是再现照明光的波前  $\tilde{U}_r(y)$  乘以系数  $[t_0 - \beta(A_r^2 + A_0^2)]$ ，近似地可以看作是衰减了的照明光波前，这就是 0 级衍射。0 级衍射中并不包含物光的相位信息，因而不感兴趣。第二项是 +1 级衍射，它正好是式（2）所表示的原来物光在  $z=0$  平面上的波前  $A_0(x, y) \exp[i\phi_0(x, y)]$  乘以系数  $\beta A_r^2$ ；也就是说这时物虽已移去，但在全息图后面又重新出现了和原来物体发出的光波完全一样的波前。第三项则为 -1 级衍射，它包含了物光的共轭波前  $A_0 \exp[-i\phi_0]$ ，同时还有相位因子  $\exp[i2\phi_r]$

根据惠更斯-菲涅耳原理，波前上每一点都可以看作为新的次波的振动中心，而空间某一点的振动是所有这些次波在该点的相干叠加。现在图 1（b）全息图右侧空间并无光源，因而光场就唯一地决定于  $z=0$  处波前  $\tilde{U}_t(x, y)$ 。式（10）中三项也就相应于三束透射光。0 级衍射近似于一束平面波，其传播方向与全息图法线成  $\alpha$  角。+1 级衍射则是一束球面发散波如式（1）所表示，其源点  $(x_0, y_0, z_0)$  就是原来物光点源所在位置。由于源点不是在透射光场内，因而称为虚像。虚像不能用毛玻璃接收，但是我们迎着这一束发散光看全息图，就可以接收到虚像，它和原物的大小，形状，位置完全一样。第三束光则是一束会聚的球面波，其会聚点就是实像的位置。因而 0 级和  $\pm 1$  级三束光从传播方向上是分离的。

记录全息图的参考光不一定是平面波，也常用发散的球面波，这种情况，重现照明光的点光源和原参考光点光源必须在相同位置（相对于底片）才能得到无畸变虚像。

## 二、实验条件

为了照好一张全息图必须具备下列几个基本条件：

- （1） 一个很好的相干光源。全息原理是在 1948 年就已提出，但由于没有合适的光源而难以实现。激光的出现为全息照相提供了一个理想的光源。这是因为激光具有很好的空间相干性与时间相干性。本实验用多纵模半导体激光器，其相干长度约为 20cm。为了保证物光和参考光之间良好的相干性，应尽可能使两束光光程相等。
- （2） 保证全息照相所用系统的稳定性。由于全息底片上所记录的干涉条纹很细，相当于波长量级，在照相过程中极小的干扰都会引起干涉条纹的模糊，甚至使干涉条纹完全无法记录。例如记录过程中若底片位移了 1 $\mu$ m，则条纹就看不清。因此，所有的光学元件都用磁性材料或其他方法固定在一个全息台上，这个台又放在一个隔震系统上，以防止地面振动的干扰。此外气流通过光路，声波干扰以及温度变化都会引起空气密度

的变化，导致光程的不稳定，所有曝光时应避免大声喧哗、敲门、吹风等。

- (3) 高分辨率的感光底片。普通照相用的感光底片由于银化合物的颗粒较粗，每毫米只能记录 50~100 个条纹，不能用来记录全息照相中细密条纹。全息照相必须用特制的高分辨率感光底片。我们实验室用的是天津感光胶片厂生产的 I 型全息干板。其极限分辨率为 3000 条/mm。

- (4) 曝光后，将底片进行显影、定影，获得全息图。

具体流程：① 蒸馏水 15 秒；② 40%的异丙醇 1 分钟；③ 60%的异丙醇 1 分钟；④ 80%的异丙醇 15 秒；⑤ 100%的异丙醇，1 分钟(反射)/3 分钟(透射)；⑥ 取出干版，迅速用吹风机热风快速吹干。

### 【实验内容】

#### 1. 反射式（白光再现）全息图的记录和重现

记录光路参看图 4，物光和参考光来自同一束光，透过干板的光波在物面上反射并在乳胶面内与参考光发生干涉。为了使物光有足够的强度，物面最好有金属光泽。物距干板不宜太远以保证时间相干性。重现时可用白光(手机手电筒、台灯等)。

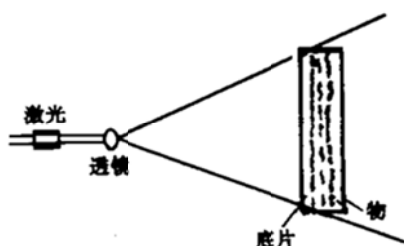


图 4 反射式全息光路图

#### 2. 透射式全息图的记录

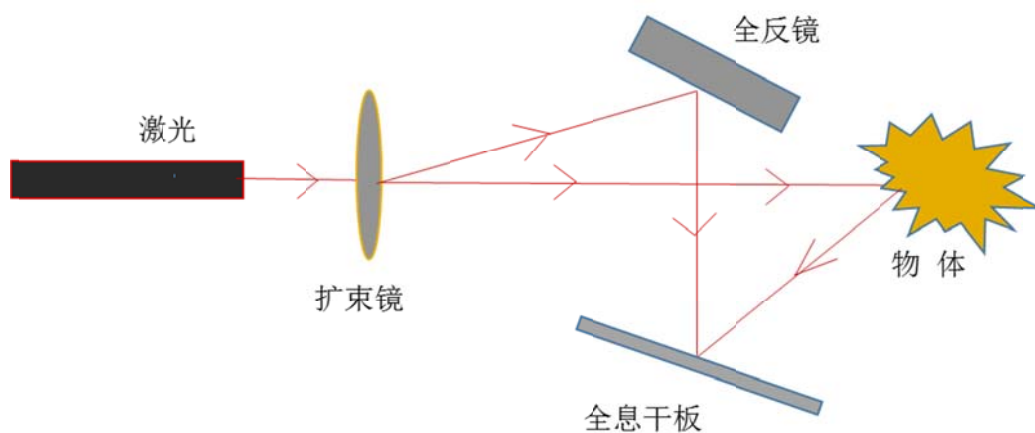


图 5 透射式全息光路图

- (1) 打开激光器，设计安排光路（参看图 5）。光路系统应满足下列要求：

- 经透镜扩展后的参考光应均匀照在整个底片上，被摄物体各部分也应得到较均匀照明
- 物光和参考光的光程大致相等
- 在底片处物光和参考光的光强比约为 1: 1~1: 3

(2) 用光功率计分别测量底片处物光和参考光光强及总光强。由于曝光量=总光强×曝光时间，可根据实验室给出的曝光量要求，确定曝光时间。将曝光定时器放在“定时”位置，设定好曝光时间。

(3) 关闭室内照明灯，将底片装在底片夹上，应注意使乳胶面对着光入射方向。静置 1 分钟左右进行曝光。

#### 3. 透射式全息图的重现

- (1) 将全息图干板放于原位，利用原光路(照明波=参考波)，开启激光，照明全息图，移走

物(硬币), 观察虚像(重现)。当改变观察角度时虚像有什么不同? 为什么从全息图能看到立体像而普通照片只能看到平面像?

- (2) 用一张有  $\phi = 5mm$  小孔的黑纸贴近全息底片, 人眼通过小孔观察全息虚像, 你看到的是再现像的全部还是局部? 移动小孔的位置, 看到虚像有何不同?
- (3) 将底片绕铅垂轴或水平轴转  $180^\circ$ , 按“1”方式观察, 能否看到硬币的像? 为什么?
- (4) 平移全息底片, 使其向光源靠近或远离, 观察像的变化。