2016-04-28

Stochastik

↳ Beschreibung von Zufallsvorgängen

$\boxed{\Omega}$ Menge der Elementarereignisse
z.B. Würfeln: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

zufälliges Ereignis: A ... Teilmenge von Ω
z.B. $A = \{2; 4; 6\}$ ... gerade Zahl wird geworfen

P(A) ... Wahrscheinlichkeit des Eintreten von A
(Chance, Schätzwert relativer Häufigkeit)

↳ $0 \leq P(A) \leq 1$
0% 100%

Besondere Ereignisse:

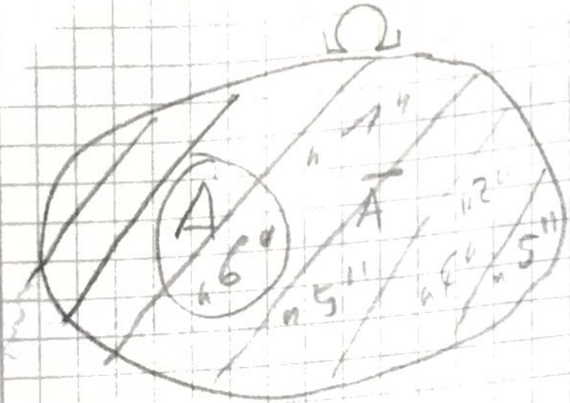
Sicherere Ereignisse: $\Omega = P = (\Omega) = 1$
unmögliches Ereigniss: $\emptyset = P(\emptyset) = 0$

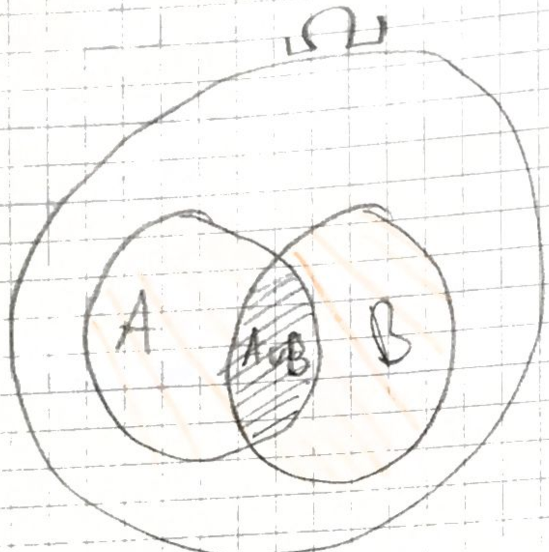
Rechenregeln

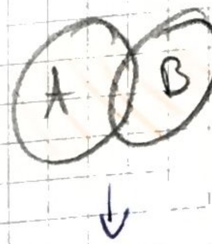
Gegenereigniss $\bar{A} = P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Durchschnitt zweier Ereignisse: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
↓
„A und B"
falls die Ereignisse unabhängig sind

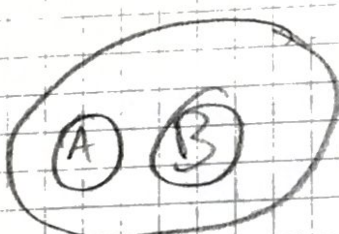
Vereinigung zweier Ereignisse: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
↓
„A oder B"







$A \cup B$



„disjunkt" → „entweder / ode

Ein Autofahrer passiert auf seinem Weg zur Arbeit zwei Ampelsysteme, unabhängig voneinander arbeiten [illegible]

Ereignis A: erste Ampel steht grün

↳ in 70 % aller Fälle grün 0,7

Ereignis B: zweite Ampel grün

↳ tritt in 60 % aller Fälle [illegible] 0,6

Berechne die Fälle.

a) A = beide grün P(C)

b) B = 1. Grün & 2. Rot P(D)

c) C = beide keine Grün P(E)

d) D = mind. 1 Ampel grün P(F)

e) E = nur 2. Ampel grün P(G)

f) F = keine Ampel grün P(H)

a) $P(C) = P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$

$= 0,7 \cdot 0,6 = 0,42$

b) $P(D) = P(A \cup \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B})$

$= 0,7 \cdot 0,4 = 0,28$

c) $P(E) = P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A) \cdot 1 - P(B)$

$= 0,3 \cdot 0,4 = 0,12$

d) $P(F) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0,7 + 0,6 - P(A) \cdot P(B)$

$= 0,7 + 0,6 - 0,7 \cdot 0,6 = 0,88$

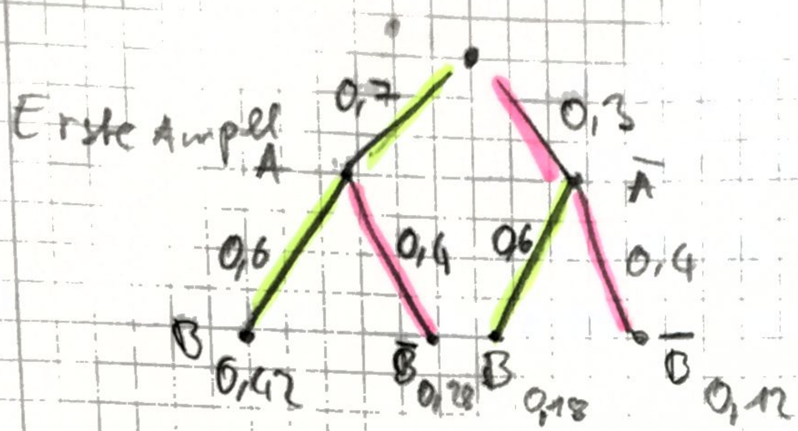
e) $P(G) = P(\bar{A} \cup B) = 1 - P(A) \cdot P(B)$

$= 0,3 \cdot 0,6 = 0,18$

f) $P(H) = P[(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)] = P(D) + P(G)$

$= 0,28 + 0,18 = 0,46$

LSG BAUMDIAGRAMM



$P(C) = 0{,}42$ $P(D) = 0{,}28$ $P(E) = 0{,}12$

$P(F) = 0{,}88$ $P(G) = 0{,}18$ $P(H) = 0{,}46$

Sonderfall:

Formel von LAPLACE

Ist in der Menge Ω kein Elementarereignis bevorzugt, so kann man die Wahrscheinlichk. eines Ereignisses A folgend berechnen

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\text{Anzahl der Elemente von } A}{\text{Anzahl der Elementarereignisse}}$$

Bsp: 32er Skatspiel, <u>eine</u> Karte wird gezogen

$P(\text{Herzdame}) = \frac{1}{32}$

$P(\text{Dame}) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

Hilfsmittel zum Zählen

a) „Fakultätsrechnung" z.B. $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1$

$P(\text{Schule}) = \frac{1}{6!} = \frac{1}{720}$

$P(\text{Affe}) = \frac{2}{4!} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

b) „Binomialkoeffizient"

$\binom{5}{2} \rightarrow$ „5 über 2"

Anzahl der Möglichkeiten aus 5 Elementen 2 auszuwählen.

Anzahl der Faktoren des Nenners

$$\binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \Rightarrow 10$$

$\Rightarrow$ Nenner

TR = 5 nCr 2 = 10

$$P(3er) \quad \frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{43}{3}}{\binom{49}{6}} = 0{,}18 \rightarrow 18\,\%$$

mit welcher Wahrsch. kriegt man 3 Buben

$$P(3\ \text{Buben}) = \frac{\binom{4}{3} \cdot \binom{28}{7}}{\binom{32}{10}}$$