線形代数応用特論 期末試験

July 18, 2018

1

2 次元の実数値ベクトルからなる線形空間 X と Y を考える．また，写像 $\mathscr{A} : X \mapsto Y$ を表現する行列を A とする．この写像について次が成り立つとき，行列 A および $\dim \mathscr{R}(A)$ を求めよ．ただし，$\mathbb{R}$ は全ての実数からなる集合である．

$$\mathscr{A} : \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ \mathscr{N}(A) = \left\{ \begin{bmatrix} \alpha \\ 2\alpha \end{bmatrix} \middle| \alpha \in \mathbb{R} \right\}$$

2

次の各行列で表現される写像の零空間と値域をできるだけ簡潔な表現で示せ．

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

3

行列形式で表現された連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を考える．ただし，A は 3×3 の定数行列，$\boldsymbol{x}$ は 3 次元の未知変数ベクトル，$\boldsymbol{b}$ は 3 次元の定数ベクトルである．ここで，$\mathscr{N}(A) = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \\ -\beta \end{bmatrix} \middle| \beta \in \mathbb{R} \right\}$ であり，定数ベクトル $\boldsymbol{x_0} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ について $A\boldsymbol{x_0} = \boldsymbol{b}$ が成り立つとする．$\mathbb{R}$ は全ての実数からなる集合である．このとき，$A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の全ての解からなる集合を求めよ．