**计算机与数学科学学报，第6卷（6），306—313，2015年6月**

**（国际研究期刊），www. Copyth-Courial.Org**

*ISSN 0976-5727 (Print)*

*ISSN 2319-8133 (Online)*

**图论的重要性**

**范达纳古普塔**

**帕特尔摩门教国立大学 助理教授**

**Rajpura Distt. Patiala, Punjab,印度**

**电子邮件：VGupAt.8@ ReDeMel.com。**

**（接收日期：2015年6月13日）**

**摘要**

**图是由顶点和节点组成的离散结构，这些顶点连接这些顶点。在现实世界中，有许多问题可以借助于图形来表示。本文的主要目的是探讨图在各个领域中的重要性。本文综述了图论在计算机科学、纯数学、运筹学、生物化学、社会学等多学科中的重要性。**

**关键词：图形、顶点、边、二部、欧拉、Hamiltonian。**

简介

图是网络和连通性的符号表示。网络如何编码是一个值得关注的问题。图是顶点集合V和边集合E的有序对。顶点可以表示为平面中的点，这些数据类型称为节点。连接这些节点的一条线称为边。如果一个图有向，那么边是有序对，如果图是无向的，那么它的边是无序的对。图的顺序等于它中顶点的数量。LEONHARD EULAR(欧拉)解决了一个著名的未解决的问题，即哥尼斯堡桥问题，成为图论之父。图形具有数据流图、决策能力、显示对象间的关系、现有系统中易于修改和修改等特点。

图论领域

图论的概念正在广泛地发展并进入数学的主流，因为它在以下领域发挥着重要作用：

纯粹数学

计算机科学领域

操作研究

社会学研究

科学领域

图论在纯数学中的重要性

康托尔-施罗德-伯恩斯坦定理

这个定理中使用了图论。这个定理指出，对于两个集合A和B，如果存在从A到B的内射映射和从B到A的内射映射，则存在一元映射和从A到B的映射，即A和B具有相同数量的元素。现在，A和B是两个不相交集。每个分量要么是单向无限路径，要么是双向无限路径。在每个组件中有一组边，使得每个顶点与这些边中的一个相关联。在这一点上，使用了二部图。因此，在每个分量中，A的顶点与B的顶点子集具有相同数量的元素。

费马定理

费马定理可以用不同的方法证明，第一个证明是由欧拉给出的。费马定理指出，让“a”是自然数，“p”是素数，使得“a”不能被“p”整除，然后αp-α可以被“p”整除。在这个定理中，使用图。我们把1到A之间的自然数序列作为顶点集。顶点集具有αpα元素。设x=（x1，x2，x3，…，xp），y=（xp，x1，x2，…，xp-1）。因此，每个顶点度数为2，每个分量是长度为p的圈，因此分量的数目是(αp-α)/p，因此αp-α可被“p”整除。

图论在计算机科学中的重要性

网络系统及其安全性

图论在网络系统的表达中有着广泛的应用。网络中的图论可以分为两类：图形表示（拓扑学）和网络理论。

拓扑是用各种格式表示网络结构的方法，这些格式可以帮助简化问题并获得更准确的结果。术语“网络”和“图”是相似的，两者都指拓扑结构（结构），其中顶点和边被布置。一些基本拓扑是星形拓扑、环形拓扑、总线拓扑、网状拓扑、树拓扑和网状拓扑。

网络理论一词代表了不同的方法来分析一个图形和应用网络理论的拓扑结构。

ESAT病毒学和密码学实验室的计算机科学家小组和法国海军ESCANSIC2-4最近使用顶点覆盖算法设计最优策略，以实时保护网络免受病毒攻击。其主要思想是在图中找到一个最小的顶点覆盖，它的顶点是路由服务器，它的边是路由服务器之间的连接。这是设计网络防御策略的最佳方案。网络活动被用来解决大量的组合问题。

数据挖掘

图论作为数据挖掘在数据挖掘中占有重要的地位。图挖掘描述了数据的关系方面。图挖掘的不同方法有子图类、子图同构、挖掘度量、求解方法和不变量。

数据结构

将数据结构化或组织成信息使得诸如遍历、搜索、排序、合并、插入、删除等操作变得容易，这种逻辑和数学模型被称为“数据结构”。数据结构模型的选择取决于两个因素：

它必须描述数据之间的实际关系。

结构简单，易于处理，将所需数据处理成信息。

使用图论可以将数据的非线性表示到存储器中。数据之间的任意关系用图及其邻接矩阵表示。许多图算法需要系统地遍历图的节点和边。遍历图有两种标准方法：

广度优先搜索

深度优先搜索

广度优先搜索技术使用队列数据结构，深度优先搜索技术使用堆栈数据结构。

软件工程

图形在工程模型各层次的软件工程中有着广泛的应用。各种工程模型有瀑布模型、螺旋模型、原型模型、迭代模型等。

操作系统

操作系统是作为用户和计算机硬件之间的接口的程序。操作系统的目的是提供一种环境，用户可以在其中以高效和方便的方式执行程序。图论在操作系统求解作业调度和资源分配问题中起着重要的作用。将图着色的概念应用于CPU的作业调度问题。作业被假定为图的顶点，并且在两个不能同时执行的作业之间会有一个边。在磁盘调度算法中也使用了图。

数据库设计

图结构在数据库的设计中起着重要的作用，因为它提供了快速的实现过程。它使用一个图形数据库，它使用节点、边和属性的图形表示来表示和存储数据。它提供了无索引邻接表的存储系统，具有强大的查询工具等功能。此外，在图形数据库表示中也容易描述数据之间的关系。

网站设计

利用图论对网站设计过程进行建模，其中网页由顶点表示，网页之间的超链接由图中的边表示。这个概念被称为Web图。在图论中，这样的图称为完全二部图。图形表示有助于发现所有连接的组件，使用有向图可以评估网站的效用和链接结构。

图论在操作研究中的重要性

时间表管理问题

图在解决时间表管理问题中有着广泛的应用。让我们假设在一所学校我们有N名教师和M门课程，假设我们需要一位特定的教师在相应的时间段内教授特定的课程，而权威机构需要用尽可能少的时间段准备时间表。这是时间表管理问题。它可以通过使用二部多重图来解决。为了解决这一问题，我们将顶点集划分为两个不相交的子集。一是为教师，二是为主体。两个子集之间的关系用边表示。

道路地图

图形可以用来演示道路地图。在道路图中，交叉点由顶点表示，道路由边表示。单向道路用有向图表示，双向道路用无向图表示。多个无向边表示连接两个交叉点的多条双向道路。从一个路口开始到另一个路口结束的多条单向道路由多个有向边表示。具有相同起点和终点的道路用环表示。因此，代表道路图，混合图是必需的。

旅行销售人员问题

图可以用于旅行销售人员访问路线的问题。对于这些，我们使用哈密顿路径和电路。假设一个推销员必须访问“N”城市。他希望从一个特定的城市出发，去每个城市游览一次，然后回到自己的家乡，而不去单个城市游览两次。他的主要目的是选择访问城市的顺序，以使他的总旅行时间或距离最小。

作业分配

图可以用于分配最佳作业以获得最佳吞吐量。假设组织中有“N”雇员，而“M”不同的工作需要在员工数量少于工作数量的情况下完成。在这里每个员工都被训练去做这些工作中的一个或多个。我们可以用图表来模拟员工的能力。为了解决这一问题，我们将顶点集划分为两个不相交的子集。我们将雇员和作业分别表示为两个不相交的顶点集。对于每个员工，我们包括一个边，从代表雇员的顶点到代表员工培训的所有工作的顶点。为了完成任务，我们必须把工作分配给员工，这样每个工作都有一个员工分配给他们，没有员工被分配一个以上的工作。

最短路径算法

在从可用的多路径中选择最短路径和最优路径时，图形起着至关重要的作用。计算最短路径的算法有Dijkstra算法、最小生成树、Kraskar算法和普里姆算法。在Dijkstra算法中，我们得到了一组顶点的最短路径。在此，分配给边的所有权重必须始终是正的。首先取一个源顶点，然后在不经过任何其它顶点的情况下找到从源顶点到所有其他顶点的所有路径。现在我们取点集中最接近源顶点的顶点，通过该顶点找到所有顶点的最短路径并更新值。我们重复这个过程直到所有顶点都不包含在集合中。在遍历所有顶点之后，我们得到从源顶点到所有顶点的最短路径。

PERT和CPM

图论在工程任务的调度中也有广泛的应用。图在运筹学中最流行和最成功的应用是大型复杂项目的规划和调度。最著名的问题是PERT（项目评估和审查技术）和CPM（关键路径法）。CPM和PERT是1950年底开发的操作研究技术。一旦制定了活动网络表示，资源被分配给每个活动。资源分配通常使用甘特图来完成。在进行资源分配之后，开发了项目评审技术（PERT）图表示法。活动网络图中的路径是从开始节点到最后节点的任何连续节点和边集。关键路径包括一组依赖的任务，这些任务需要在一个序列中执行，并且一起使用最长的时间来完成。

图论在社会学中的重要性

人际图

图形用来表示人与人之间的各种关系。例如，简单图用于表示彼此之间的熟人关系，以知道它们是否彼此已知。每个人用顶点表示，关系用边表示。无向图描述了它们彼此已知的关系。

影响图

据观察，有些人会产生影响。

图论在(生物)科学中的重要性

生态位重叠图

图形被用来表示不同物种的动物之间的相互作用。在生态系统中，物种间的竞争可以用生态位重叠图来解释。每个物种被表示为顶点，而无向边代表物种竞争。它不包含循环和多个边。

化学图

图在化学领域中用于模拟化合物、分子研究、键的构造和原子研究。在计算生物化学中必须排除细胞样本序列来解决两个序列之间的冲突。这是以图形的形式建模的，其中顶点代表样本中的序列。当且仅当对应序列之间存在冲突时，将在两个顶点之间绘制边。目的是消除可能的顶点，（序列）以消除所有冲突。简而言之，图论在各个领域都有其独特的影响，而且现在正变得越来越大。第二部分分析了图论在计算机科学中的应用。

生物信息学- DNA片段组装

瑞士生物化学家Frederich Miescher在1869年底首次观察到DNA。脱氧核糖核酸是一种分子，存在于每一个生物体中。它包含了一个生物体需要开发、生存和繁殖的指令。这些指令在每一个细胞中找到，并被从父母那里传给他们的孩子。

DNA9是由称为核苷酸的分子组成的。每个核苷酸包含一个

磷酸基团、糖基和氮基。这四种氮基是腺嘌呤（A）、胸腺嘧啶（T）、鸟嘌呤（G）和胞嘧啶（C）。根据这些碱基的顺序确定DNA指令。

DNA测序和片段组装是基于所记录的数据片段重建全链DNA的问题。利用图论中的欧拉电路来解决DNA片段组装问题。

医学科学

图论用于生物学和保护工作，其中顶点表示某些物种存在的区域，边表示迁移路径或区域之间的移动。这些信息在观察繁殖模式或追踪疾病的传播以及研究迁徙对其他物种的影响时是很重要的。

该图也广泛应用于医学超声投影。医学超声图像是一种重要的医学图像类型，在医学诊断中得到了广泛的应用。与其他医学成像方法相比，超声成像具有对人体无创伤、实时显示、成本低、使用方便等优点。

现在，一天的3D成像技术被广泛应用于医学领域。利用图论构建三维图形，称为基于3D图的分割算法。它可以生成一组最小生成树，每个最小生成树对应于一个3D子区域。基于图形的分割模型比三维活动轮廓模型（3D snake）复杂得多，因此计算时间更短,它也更准确。

结论

本文的目的是让读者注意到图论在纯数学、计算机科学等各个领域中的重要性和相关性，社会学、运筹学等科学应用。有许多其他有趣的应用领域，图论起着至关重要的作用。特别是对图论的概念进行了概述。

参考文献

1. K. Heinrich and P. Horak, Euler’s theorem, *Am. Math. Monthly*, Vol. 101,260 (1994). Ashay Dharwadker, *The Vertex Cover Algorithm,* (2006)*,*
2. <http://www.dharwadker.org/vertex> cover
3. Ashay Dharwadker, *The Vertex Coloring Algorithm,* (2006), <http://www.dharwadker.org/vertex> coloring

Ashay Dharwadker, *A New Proof of the Four Colour Theorem,* (2000),

1. [http://www.dharwadker.org](http://www.dharwadker.org/)
2. On the application of graph theory to computer data structure by R.Williams.
3. Abraham Silberschatz, Peter B. Galvin, operating system concepts, Addison – Wesley publishing Co.
4. Designing Graph Database Models from Existing Relational Databases by Subhrajyoti Bordoloi Bichitra Kalita Dept. of Computer Applications Dept. of Computer Applications Assam Engg. College, Guwahati, Assam Engineering. College, Guwahati, Assam. *International Journal of Computer Applications* (0975 -8887, Volume 74, No-1, July 2013).
5. Fundamentals of software Engineering, Fourth edition by Rajib Mall ISBN- 978-81-203- 4898-1.
6. Kaptcianos. J. A graph- theoretical approach to DNA fragment assembly, *American Journal of undergraduate Research* (2008).