

时滞离散时间双向联想记忆模型的研究

傅予力 赵 勇 范 彦 廖晓昕

(华中理工大学控制科学与工程系)

摘要: 提出一类时滞离散时间双向联想记忆神经网络模型, 研究了平衡点的全局吸引性, 并且以具体仿真算例给出了利用平衡点的全局吸引性建立这类双向记忆神经网络的方法.

关键词: 神经网络; 双向联想记忆; 平衡点; 全局吸引; 连接矩阵

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-8616(2000)07-0080-03

研究发现, 多数工作以连续时间双向联想记忆模型为基础, 或通过离散化的方法得到离散双向记忆模型^[1~3], 模型中的神经元也是无动力学特性的简单阈值型神经元. 从生物神经网络来看, 记忆受历史状态的影响是不可避免的, 神经元的抑制滞后也是存在的. 所以, 人工神经网络应能够较真实地模拟生物特性才能具有一定的智能.

本文以具有动力学特性的离散动态时滞阈值型神经元^[4]为基础, 建立起一类双向联想记忆模型. 研究了平衡点的全局稳定问题. 利用全局稳定性质, 给出建立这种双向联想记忆神经网络的方法.

1 模型的建立

建立时滞单神经元模型^[4]

$$x(t) = bf(x(t-r)) - \sum_{i=1}^N k_i f(x(t-r-i)) - d, \quad (1)$$

式中, 神经元的状态变量为 $x(t) \in \mathbf{R}$, $t \in \mathbf{I}^+ = \{0, 1, 2, \dots\}$; $b > 0$, $k_i > 0$ 分别描述神经元历史状态对其输出和阈值的影响, $k_i \rightarrow 0$, $i \rightarrow +\infty$; $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 满足条件 $0 < f'(s) \leq 1$, $\lim_{s \rightarrow \pm\infty} f(s) = \pm 1$, $f(0) = 0$ 的 sigmoid 函数 (例如双曲正切函数 $\tanh(x)$); $d > 0$ 为阈值; $r > 0$ 为抑制时滞.

以式 (1) 为基础, 建立双向联想记忆模型

$$\begin{cases} y(t) = b_1 H(y(t-r)) - \sum_{i=1}^N k_i^{(1)} H(y(t-r-i)) - d_1 + M_1 H(z(t-r)); \\ z(t) = b_2 H(z(t-r)) - \sum_{i=1}^N k_i^{(2)} H(z(t-r-i)) - d_2 + M_2 H(y(t-r)), \end{cases} \quad (2)$$

式中, $y \in \mathbf{R}^n$, $z \in \mathbf{R}^m$ 分别为两层神经元的状态向量; 数量 b_1 , b_2 , $k_i^{(1)}$, $k_i^{(2)}$, r 的意义同系统 (1); $H((a_1, a_2, \dots, a_k)^T) = (f(a_1), f(a_2), \dots, f(a_k))^T$ 为 sigmoid 向量函数; $d_1 \in \mathbf{R}^n$, $d_2 \in \mathbf{R}^m$ 为阈值向量, 它们各分量为正; M_1 , M_2 为连接矩阵.

考虑到时滞, 定义初始输入为:

$$\begin{aligned} & y(-N-r), y(-N-r+1), \dots, y(0); \\ & z(-N-r), z(-N-r+1), \dots, z(0). \end{aligned}$$

2 平衡点分析

对于神经元系统 (1), 从几何角度可以看出, 当 $b - \sum_{i=1}^N k_i < 1$ 时, 方程 $x^* + d = \left(b - \sum_{i=1}^N k_i\right) \cdot f(x^*)$ 存在唯一解 x^* . 对于双向联想记忆模型 (2), 有如下定理:

定理 1 当 $\left\{ \max(b_1, b_2) + \max\left(\sum_{i=1}^N k_i^{(1)}, \sum_{i=1}^N k_i^{(2)}\right) + \max(|M_1|, |M_2|) \right\} < 1$ 时, 系统 (2) 存在唯一的平衡点.

收稿日期: 2000-01-20.

作者简介: 傅予力 (1962-), 男, 副教授; 武汉, 华中理工大学控制科学与工程系 (430074).

基金项目: 国家自然科学基金 (69874016); 国家教育部博士点专项基金 (97048722) 和福建省教委科研基金 (JA99219) 资助项目.

证明 系统 (2) 的平衡点是以下函数的不动点,

$$F(y, z) := (b_1 H(y), b_2 H(z))^T - \left(\sum_{i=1}^N k_i^{(1)} H(y), \sum_{i=1}^N k_i^{(2)} H(z) \right)^T - (d_1, d_2)^T + (M_1 z, M_2 y)^T.$$

注意到函数 H 的性质, 可知函数 F 有界. 另外, 又有

$$\begin{aligned} |F(y_1, z_1) - F(y_2, z_2)| &\leq \max(b_1, b_2) + \\ &\max\left(\sum_{i=1}^N k_i^{(1)}, \sum_{i=1}^N k_i^{(2)}\right) + \max(|M_1|, \\ &|M_2|)(|y_1 - y_2| + |z_1 - z_2|), \end{aligned}$$

这里 $|\cdot|$ 用来表示绝对值、向量或矩阵的模. 估计式表明映射 F 是有界闭区域上的压缩映射. 由压缩映射不动点定理可知, 系统 (2) 存在唯一的平衡点.

3 双向联想记忆模型的全局收敛性

在联想记忆过程中, 希望被记忆的模式是系统的全局吸引子, 从而可完整地恢复这个模式. 这里将证明在一定条件之下, 系统 (2) 的唯一平衡点是全局吸引子. 因此可利用它来进行联想记忆.

引理 1 对于时滞离散系统, $x(t+1) = G(t, x(t+\theta))$, $\theta = -r, -r+1, \dots, -1, 0$, 其中 $x \in \mathbb{R}^n$, $G(t, \theta) \equiv 0$ 为有界函数. 假设存在李亚普诺夫函数 $V(t, x)$ 和楔函数 $W_1(s)$, $W_2(s)$ 满足 $W_1(|x|) \leq V(t, x) \leq W_2(|x|)$, 当

$$\begin{aligned} V(t, x(t)) &> lV(s, x(s)) \\ (0 < l < 1; t-r \leq s \leq t) \end{aligned}$$

时有

$$\begin{aligned} \Delta V(t, x(t)) &:= V(t, x(t)) - \\ &V(t-1, x(t-1)) \leq -W_3(|x(t)|), \end{aligned}$$

则该系统的平凡解全局吸引.

事实上, 这个拉什米辛型引理用文献 [5] 中的证明方法, 并注意到这里假设了函数 G 是有界的, 即可得到全局吸引的结果.

定理 2 设连接矩阵 $M_q = (m_{ij}^{(q)})$ ($q = 1, 2$), 若

$$\begin{aligned} &\max(b_1, b_2) + \sum_{i=1}^N \max(k_i^{(1)}, k_i^{(2)}) + \\ &\max\left(\max_{j=1, 2, \dots, m} \sum_{i=1}^n |m_{ij}^{(1)}|, \right. \end{aligned}$$

$$\left. \max_{j=1, 2, \dots, m} \sum_{i=1}^m |m_{ij}^{(2)}| \right) < 1,$$

则模型 (2) 的唯一平衡点全局吸引.

证明 显然, 定理 2 的条件蕴涵了定理 1 的条件, 所以系统 (2) 存在唯一的平衡点. 另外, 设 y^*, z^* 为系统 (2) 的平衡点, $\hat{y}(t) = y(t) - y^*$, $\hat{z}(t) = z(t) - z^*$. 由函数 H 和它的分量函数的性质, 可以推出下面的估计式:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n |\hat{y}_j(t)| &\leq b_1 \sum_{j=1}^n |\hat{y}_j(t-r)| + \\ &\sum_{l=1}^N k_l^{(1)} \sum_{j=1}^n |\hat{y}_j(t-r-l)| + \\ &\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |m_{ij}^{(1)}| |\hat{z}_j(t-r)|; \\ \sum_{j=1}^m |\hat{z}_j(t)| &\leq b_2 \sum_{j=1}^m |\hat{z}_j(t-r)| + \\ &\sum_{l=1}^N k_l^{(2)} \sum_{j=1}^m |\hat{z}_j(t-r-l)| + \\ &\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |m_{ij}^{(2)}| |\hat{y}_j(t-r)|. \end{aligned}$$

取李亚普诺夫函数

$$\begin{aligned} V(\hat{y}(t), \hat{z}(t)) &= \sum_{j=1}^n |\hat{y}_j(t)| + \sum_{j=1}^m |\hat{z}_j(t)|, \\ \text{当 } lV(\hat{y}(s), \hat{z}(s)) &< V(\hat{y}(t-1), \hat{z}(t-1)) \\ (t-r-N \leq s \leq t-1) \text{ 时, 有} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta V(\hat{y}(t), \hat{z}(t)) &\leq -(1 - \max(b_1, b_2) - \\ &\sum_{i=1}^N \max(k_i^{(1)}, k_i^{(2)}) - \\ &\max\left(\max_{j=1, 2, \dots, m} \left(\sum_{i=1}^n |m_{ij}^{(1)}|, \right. \right. \\ &\left. \left. \max_{j=1, 2, \dots, n} \sum_{i=1}^m |m_{ij}^{(2)}| \right)\right) \cdot \\ &l^{-1} V(\hat{y}(t-1), \hat{z}(t-1)), \end{aligned}$$

由引理 1, 即可得到结论.

4 仿真结果

取一对向量 y^*, z^* 作为联想记忆模型 (2) 的记忆模态, 它们满足

$$\begin{aligned} y^* &= \left(b_1 - \sum_{i=1}^N k_i^{(1)} \right) H(y^*) - \\ &d_1 + M_1 H(z^*); \\ z^* &= \left(b_2 - \sum_{i=1}^N k_i^{(2)} \right) H(z^*) - \\ &d_2 + M_2 H(y^*). \end{aligned}$$

由矩阵伪逆的意义 (记矩阵 A 的伪逆为

A^+), 可知

$$M_1 = (y^* - \left[b_1 - \sum_{i=1}^N k_i^{(1)}\right] H(y^*) + d_1)(H(z^*))^+; \tag{3}$$

$$M_2 = \left[z^* - \left[b_2 - \sum_{i=1}^N k_i^{(2)}\right] H(y^*) + d_2\right](H(y^*))^+. \tag{4}$$

为满足该方程的最小二乘解. 以此, 可以构成双向联想记忆模型 (2). 适当选择记忆模态, 可以使它成为系统 (2) 的全局吸引子.

例 在系统 (2) 中, 取 $b_1=0.12, b_2=0.15, m=6, r=3, k_i^{(1)}=0.015^i, k_i^{(2)}=0.025^i, n=7, m=2, d_1=(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)^T, d_2=(1, 1)^T$, sigmoid 函数 $f(\cdot)=\tanh(\cdot)$. 选取记忆模态 $y^* = (-1.04, -1.06, -1.07, -1.08, -1, -0.89, -0.6)^T, z^* = (-1.4, -1.71)^T$.

通过计算得

$$\begin{aligned} \max_{j \in \{1, 2, \dots, n\}} \sum_{i=1}^m |m_{ij}^{(1)}| &= 0.4265, \\ |M_1| &= 0.3887; \\ \max_{j \in \{1, 2, \dots, m\}} \sum_{i=1}^n |m_{ij}^{(2)}| &= 0.182, \\ |M_2| &= 0.3367; \end{aligned}$$

$$\max(b_1, b_2) + \sum_{i=1}^N \max(k_j^{(1)}, k_i^{(2)}) = 0.1756,$$

满足定理 1 和 2 的条件. 在用以上连接矩阵构造的双向联想模型上, 输入不完全信息运行后该双向联想记忆模型可将记忆模态准确恢复出来. 如图 1 所示, 利用平衡点全局吸引性质, 可以有效地恢复某些记忆模态, 对于记忆模态的要求, 还有待继续研究. 对于较为一般的双极布尔值记忆模

态, 可以通过编码、解码的方法, 利用全局吸引平衡点进行记忆与恢复.

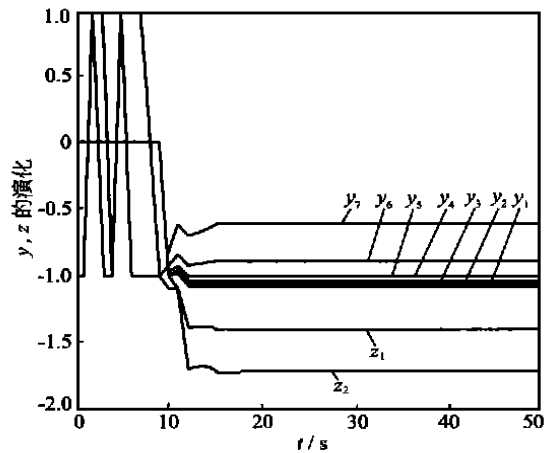


图 1 模型状态演化情况

参 考 文 献

[1] Wang Zheng'ou. A Bidirectional Associative Memory Based on Optimal Linear Associative Memory. IEEE Trans. Computers 1996, 45 (10): 1 171~1 179
[2] Yen G G. Eigenstructure Bidirectional Associative Memory: An Effective Synthesis Procedure. IEEE Trans. Neural Networks 1995, 6 (8): 1 293~1 297
[3] Rao S V H, Phaneendra B R M. Global Dynamics of Bidirectional Associative Memory Neural Networks Involving Transmission Delays and Dead Zones. Neural Networks 1999, 12 (2): 455~465
[4] Gopalsamy K, Leung I K C. Convergence Under Dynamical Thresholds with Delays. IEEE Trans. Neural Networks 1997, 8 (2): 341~348
[5] Zhang Shunian. Stability Analysis of Delay Difference Systems. Computers Math. Appli., 1997, 33 (1): 41~52

Bi-directional Associative Memory Model with Delays

Fu Yuli Zhao Yong Fan Zun Liao Xiaoxin

Abstract: A kind of discrete time delayed bi-directional associative memory (BAM) model is proposed. This model is characterized by the dynamical features of the neurons in it. The globally attractive property of the equilibrium is discussed. An approach to establish this kind of BAM via the globally attractive property is given in a simulation example.

Key words: neural networks; bi-directional associative memory (BAM); equilibrium; global attraction; connection matrix

Fu Yuli Assoc. Prof.; Dept. of Auto. Contr. Eng., HUST, Wuhan 430074, China.