基于遗传算法的微机电系统鲁棒性优化设计*

江长凡[1)]　杨开英[1)]　王　攀[1)]　范　禛[2)]　韩　明[1)]
(武汉理工大学[1)]　武汉　430070)　(丹麦理工大学[2)])

摘　要　介绍了微机电系统的鲁棒性优化设计的原理与方法和遗传算法应用于此类优化问题的解决方案,并具体的描叙了算法的实现步骤。使用 Matlab 实现该算法并通过应用于具体的设计实例,证明其有效性、通用性,为微机电系统的优化设计提供了参考和借鉴。

关键词　微机电系统　不确定性　鲁棒性优化设计　遗传算法
中图分类号　TP273⁺.5

Robust Optimization Design of MEMS Based on GA

Jiang Changfan[1)]　Yang Kaiying[1)]　Wang Pan[1)]　Fan Zhun[2)]　Han Ming[1)]
(Wuhan University of Technology[1)], Wuhan　430070)(Institute for Mekanik, Energiog Konstruktionl[2)])

Abstract　This paper introduces the principle and method of Robust optimization design in MEMS, presents the solution to deal with this problem using GA and discusses its implementation in computer, finally gives the concrete example using Matlab to testify the availability and commonality. It uses for reference for the optimization design of MEMS.

Key words　MEMS, uncertainty, robust optimization design, genetic algorithms
Class number　TP273⁺.5

1　引言

微机电系统(Mechatronic System)是多种学科交叉融合并具有战略意义的前沿高新技术,是未来的主导产业之一,其广泛应用于汽车、卫生、航天、电信、工业产品、消费产品等各个领域。与传统的机电系统相比:微机电系统的尺寸在微米级,这就使得相对不确定性可能很大;同时由于微尺寸效应,材料特性也存在不确定性。基于上述特点微机电设计须考虑不确定性对性能的影响进行鲁棒性优化设计。鲁棒性微机电系统优化设计的原则为:在满足给定约束条件的前提下,使系统的性能满足设计要求,同时把不确定性对系统影响的敏感度降到最低。遗传算法的全局性搜索能力使其广泛地应用于优化设计中,本文探讨了使用遗传算法来实现微机电系统的鲁棒性优化设计的原理和基本的解决方案,并用设计实例来证明了其有效性和通用性。

2　鲁棒性优化设计数学表示

(1)设计问题的一般表示[3]

$$f(x)=D(x)/N(x) \quad subject\ to\ g_i(x)\leq 0 \quad i=1,\cdots,n \tag{1}$$

这里 $x\in R^n$ 设计向量,$f(x)$为目标函数,用来描述系统性能,$g_i(x)\leq 0$　$i=1,...n$ 是 n 个约束条件。其中 $D(x)$和 $N(x)$分别是关于 x 的多项式。

(2)存在不确定性影响时,目标函数定义[3]

$$f(x,\delta)=D(x,\delta)/N(x,\delta) \quad subject\ to\ g_i(x)\leq 0 \quad i=1,\cdots,n \tag{2}$$

其中 $\delta\in R^r$ 为不确定性,$D(x,\delta)$和 $N(x,\delta)$是 x,δ的函数。

(3)鲁棒性优化问题表示

$$\min\ E(f(x,\delta)-\bar{f})^2 \ subject\ to\ g_i(x)\leq 0 \quad i=1,...,n \tag{3}$$

$f(x,\delta)$一阶泰勒展开式近似表示为:

$f(x,\delta)\approx f(x,0)+\Delta_2 f(x,0)\delta$　其中$\Delta_2 f(x,0)$为 $f(x,\delta)$当 $\delta=0$ 的梯度　(4)

把(4)式代入(3 化简得:

$$E(f(x,\delta)-\bar{f})^2\approx(f(x,0)-\bar{f})^2+\Delta_2 f(x,0)\sum f(x,0)\Delta_2^T f(x,0) \quad 其中\sum=E(\delta\delta^T) \tag{5}$$

* 收到本文时间:2005 年 9 月 30 日

最后把问题转化成为与量度无关的形式为[3]：

$$\min \frac{(f(x,0)-\bar{f})^2}{\bar{f})^2}+\frac{1}{\bar{f}^2}(\Delta_2 f(x,0))\sum \Delta_2^T f(x,0)))\quad subject\ \ to\quad g_i(x)\leq 0\quad i=1,\ldots,n \tag{6}$$

(6) 式的前半部分度量对目标值背离的程度，后半部分度量对不确定性 δ的敏感度，侧重不同设计要求的选择，可以给误差的组合加上相应权重，则式(6) 改写为：

$$\min(\lambda_1 \frac{(f(x,0)-\bar{f})^2}{\bar{f}^2}+\lambda_2 \frac{1}{\bar{f}^2}(\Delta_2 f(x,0)\sum \Delta_2^T f(x,0)))\quad subject\ \ to\quad g_i(x)\leq 0\quad i=1,\ldots,n \tag{7}$$

设计的目标是最小化表达式(7) 的值。

3　基于遗传算法的鲁棒性设计解决方案

遗传算法是模拟生物进化的计算模型，通过选择、交叉、变异遗传算子实现全局的优化遗传算法的实现中，主要解决的问题有：(1) 编码方式；(2) 初始种群的产生；(3) 约束的处理；(4) 适应度函数的选择等。编码方式的选择对于实际问题，一般选择实数编码形式。本文中的约束处理是摈弃不满足约束的解。以下主要讨论其他的两个问题。

初始种群的产生：(1) 如果设计变量的范围以 $a_{\min}\leq v\leq a_{\max}$ 这种形式给出，即上下界都以给定，那么初始化种群在变量限定区间随机的产生，以保证种群的多样性要求。(2) 如果设计变量的范围以 $a_{\min}\leq v$ 给出，或者变量范围之间有强的相互依赖关系(如函数依赖)，要随机产生种群有所困难；或者是约束条件很严，随机产生种群耗时难以忍受，对此提出了选取满足约束空间的若干个内点 V 和一个距离度量 d，并以此为基础来产生初始种群，可以通过调节 d，来控制种群多样性。对于非连续约束空间优化问题，内点的选取应分布在不同的约束空间。

适应度函数的选取：适应度函数是目标函数的某种变形，把最小问题转化为最大问题以便于遗传算子的操作。通常这种转换的方式为

$F(x)=C-F_{obj}$，其中 F_{obj} 为目标函数值

对于(7) 式的目标函数来说，目标函数值变化范围很大，如果采用上述方式合适的常数 C 的选取非常困难。为此提出了指数形式的适应度函数。

$F(x)=a*e^{-Fobj}+b$，其中 F_{obj} 为目标函数值

基于上述的讨论，求解算法步骤描述为：

(1) 把最小化问题转化成最大化问题，采用指数形式表示，适应度函数表示为：

$$F(x)=e^{-(\lambda_1 \frac{(f(x,0)-\bar{f})^2}{\bar{f}^2}+\lambda_2 \frac{1}{\bar{f}^2}(\Delta_2 f(x,0)\sum \Delta_2^T f(x,0)))}$$

(2) 初始化种群：在约束空间集合中选取一个内点 V_0 和一个大的整数 M_0。在 R^n 中随机的选取一个方向 d。令 $M=M_0$，若 $V_0+M\circ d$ 可行，即满足设计约束。则令其为新的染色体；否则令 M 为 $(0,M_0)$ 间的随机数，直到 $V_0+M\circ d$ 可行。重复选取方向 d 直到达到群体规模。

(3) 计算群体中每个个体的适应度值，保存当前代中适应度值最好个体到集合 s。

(4) 选择：采用转轮法选择个体到下一代。

(5) 交叉：采用算术交叉，对于双亲 v_1 和 v_2，交叉产生的后代 v' 和 v'' 分别为

$$v'=c_1\circ v_1+c_2\circ v_2,\quad v''=c_2 v_1+c_1\circ v_2\qquad c_1,c_2\geq 0 \text{ 且 } c_1+c_2=1$$

如果 v' 和 v'' 不满足约束条件则重新选择 c_1，c_2 直到满足设计约束。

(6) 变异：随机产生变异方向 d，变异后的后代为 $v'=v+M_0\circ d$，如果不可行则令 M 为 $(0,M_0)$ 之间再产生随机数 M，直到 $v+M\circ d$ 可行为止。

(7) 检查循环结束条件，如果满足结束条件则退出，否则重复执行(3)，(4)，(5)，(6)。

4　双自由度共鸣器的设计

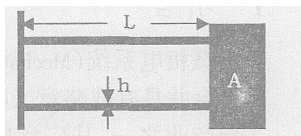

图 1　双自由度共鸣器结构

双自由度共鸣器的结构图如图 1 所示，它由一个质量块 A 和一端固定的两根平行梁组合而成。

设计参数如下：

表 1　设计参数表

设计参数描述	值
A — 质量块面积	$10000\mu n^2$
t — 质量块与梁的厚度	$2.0\mu m$
ρ — 硅的密度	$2.3\times 10^{-12} gm/\mu m^3$
E — 硅的弹性模量	$1.6\times 10^{8} gm/\mu m^3$
$h_{\min}$ — 最小尺寸	$2.0\mu m$
$h_{\max}$ — 最大尺寸	$20.0\mu m$
$L_{\max}$ — 最大梁长度	$500\mu m$
σ_h，— h 不确定性标准偏差	$0.2\mu m$

设计目标为：$\bar{f}=w_n{}^2=(40\pi\times 10_3 rad/s)^2$

约束要求：$h_{\min}\leq h\leq h_{\max}$ (1)　$10h\leqslant L\leqslant L_{max}$ (2)

系统固有频率 $w_n=\sqrt{K/M}$，其中 $K=2Eth^3/L^3$ 为两个梁组合刚度，$M=\rho At$ 为质量块的质量，设计

变量为 $x=[h,L]^T$，存在不确定性时设计变量表示为：$\hat{x}=x+\delta$

定义：$f(x,\delta)=w_n^2=(\frac{2E}{\rho A})\frac{(h+\delta_h)^3}{(L+\delta_L)^3}$，则式(7)等价为：

$$\min(\lambda_1\frac{(f(x,0)-\bar{f})^2}{\bar{f}^2}+\frac{1}{\bar{f}^2}\lambda_2(\Delta_2 f(x,0)\sum\Delta_2^T f(x,0)))\ \text{st.}\ h_{\min}\le h\le h_{\max}\quad 10h\le L\le L_{\max}$$

其中 $\Delta_f(x,0)=[\frac{6Eh^2}{\rho AL^3}\quad -\frac{6Eh^3}{\rho AL^4}]$，$\sum=\sigma^T\sigma=\begin{bmatrix}\sigma_h^2 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$（其中 $\sigma=[\sigma_h\quad 0]$）

4.1 遗传算法实现

考虑到在算法进行的过程中，变异更有助于搜索方向的选择，所以对于参数设置为：$\lambda_1=1$，$\lambda_2=1$，$v_0=[11\quad 300]$，$M_0=9$，交叉概率 $P_c=0.2$，变异概率为：$P_m=0.6$，迭代次数：1500 代（循环结束条件），种群大小：$popsize=100$。

使用 Matlab 实现上述算法，连续运行该算法 5 次，最终结果最佳的适应值变化曲线如下图所示：

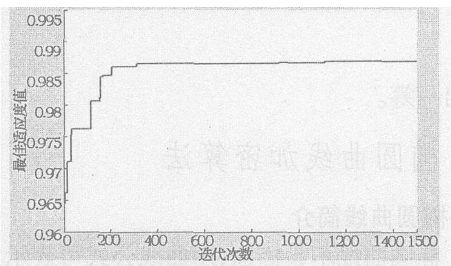

图 2　最终结果最佳的适应值变化曲线

结果为：$x=[5.2066\quad 499.5698]$，设计所得共振频率 $W_n/2\pi=1.9974\times10^4Hz$，(6) 式表示的偏差为 0.0133。改变内点 $v_0=[6\quad 300]$，$M_0=5$，运行算法 1 次，适应度值的变化曲线为：

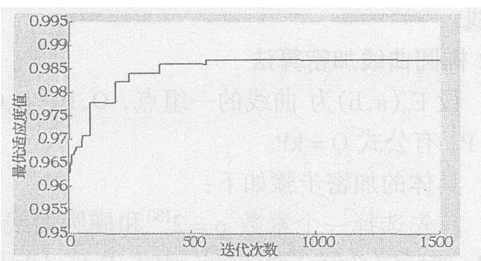

图 3　适应度值变化曲线

结果为：$x=[5.1983\quad 499.8441]$，设计所得共振频率 $W_n/2\pi=1.9910\times10^4Hz$，(6) 式表示的偏差为 0.0132。从获得的最终结果来看，其改变几乎不影响最后实现的结果。参考文献[4] 给出的最优解为：$x=[5.2\quad 500]$，设计所得共振频率 $W_n/2\pi=1.99\times10^4Hz$，(6) 式表示的偏差为 1.316×10^{-2}。

4.2 结果分析

在上述实现中，初始种群的产生是内点的方式来实现的，若采用随机方式产生初始种群，算法其他步骤不变，运行参数不变，运行算法 1 次，结果为：$x=[5.1990\quad 499.1786]$，设计所得共振频率 $W_n/2\pi=1.9954\times10^4Hz$，(6) 式表示的偏差为 0.0132。从结果上看两者同样有效，但从运行耗时上看，对于强约束问题内点法明显有优势；对于 P_m 的选择，由于最后实现结果是通过从代最优个体集中选取的，所以增加变异概率有助于搜索方向的选择，但增加变异概率的同时会增加耗时，经过反复测试，P_m 取 0.6 为宜；一般来说 λ_1/λ_2 取值为 1，但对于不同的设计侧重点 λ_1，λ_2 可取不同的权重值，当强调设计目标时 λ_1/λ_2 取[5，10] [5，10] 之间数为宜。相反强调降低敏感性时 λ_2/λ_1 取[2，4] 之间为宜，这样既保证最大限度地满足设计要求，同时最大地降低敏感度。

5　小结

遗传算法的全局搜索能力使得其广泛应用于优化设计问题上，本文把遗传算法用于微机电系统的鲁棒性优化设计，分析了鲁棒性设计的数学模型的建立，以及遗传算法求解此类问题的算法设计，并通过具体的设计实例说明参数的选择。本文使用遗传算法为微机电系统的优化设计提供了新的参考与借鉴。

参 考 文 献

[1] [日] 玄光男，程润伟著，汪定伟，唐加福，黄敏译．遗传算法与工程优化[M]．北京：科学出版社，2000：168～190

[2] (美)徐泰然著，王晓浩，周兆英译．MEM 和微系统——设计与制造[M]．北京：机械工业出版社，2003：16～30

[3] Peter Josef Sedivec．Robust Optimization Design in MEMS [C]．Berkeley Center for Control and Identification，2002，12