

西安交通大学

数学实验报告

合金强度及其碳含量关系求解

Xi'an Jiaotong University

Report on Mathematical Experiments

The Solution of the Relationship

between Alloy Intensity and Carbon Content

评分表:

班级	学号	姓名	班号	组号	任务	成绩
电类 938	2194323176	胡欣盈	7	52	模型的代码实现	
电类 937	2196123402	何佩阳			建立数学模型	
电类 935	2196123421	刘雪婷			撰写实验报告	

2020 年 7 月 13 日

合金强度与其碳含量关系求解

一、问题重述

1.1 目标任务

合金的强度 y 与其中的碳含量 x 有比较密切的关系，今从生产中收集了一批数据如表 1。

表 1

x	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18
y	42.3	41.5	45.2	45.5	44.9	47.6	48.9	55.1	50.2

试先拟合一个函数 $y(x)$ ，再用回归分析对它进行检验。

二、模型假设

合金的强度 y 仅与其中的碳含量 x 有关，其余影响因素在此模型中均忽略不计。

三、符号说明

符号	符号意义
x	合金的碳含量
y	合金的强度
r	可决系数
SE	离回归标准误
R	可决系数

四、问题分析

本题是一个基于回归分析的预测问题，问题要求我们运用函数进行数据的拟合，并运用回归分析模型对拟合函数进行检验，对系统进行定量的综合预测。

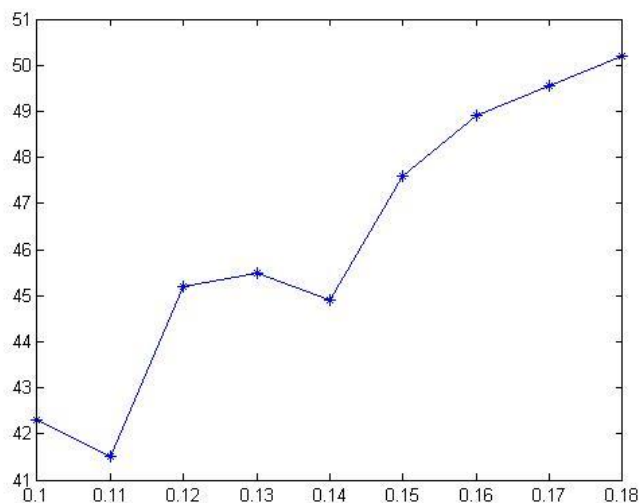
五、模型的建立与求解

5.1 数据处理

当 x 为 0.17, $y=55.1$ 时, 数据异常, 将此时的 y 值变为左右 y 值的平均数, 即 $y = \frac{48.9+50.2}{2} = 49.55$.

5.2 建立一元回归分析模型

利用 MATLAB 绘图软件做散点图: 得到图一:

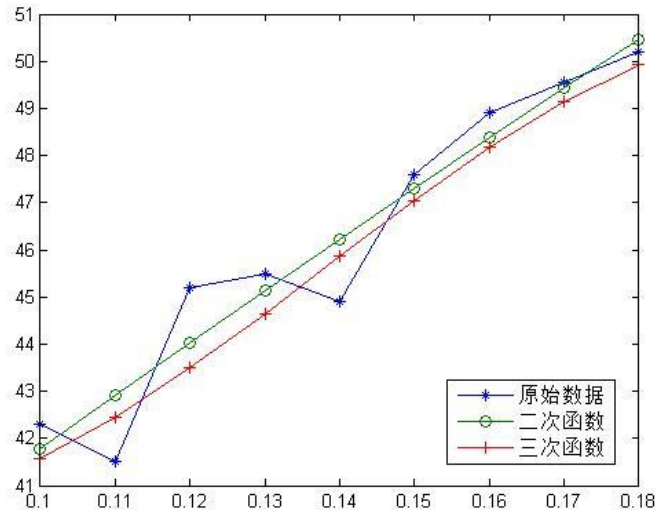


图一

再利用 MATLAB 拟合得该曲线的二次函数和三次函数

$$y_2 = -66.5584x^2 + 127.3864x + 29.6982$$
$$y_3 = 1.0 \times 10^4 \times (-1.0732x^3 + 0.4441x^2 - 0.0491x + 0.0057)$$

得到图二:



图二

5.3 判断拟合效果

分别计算二次函数与三次函数的可决系数：

$$R = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2} = 1 - \frac{\sum(y - \hat{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2}$$

求得 $R_2 = 0.9223$, $R_3 = 0.9082$, 因 $R_2 > R_3$, 所以二次函数拟合效果优于三次函数。

5.4 回归分析检验（回归的偏离度分析）

偏差平方和的大小表示了实测点与回归直线偏离的程度，因而此偏差平方和又称为离回归平方和。统计学证明：在直线回归分析中离回归平方和的自由度为 $n-2$ ，那么，离回归均方为：

$$\sum \frac{(y - \hat{y})^2}{n - 2}$$

离回归均方的平方根叫离回归标准误，记为 SE.

经过计算得 $SE = 0.9240$.

5.5 代码实现

```
x=[0.10 0.11 0.12 0.13 0.14 0.15 0.16 0.17 0.18];
y=[42.3 41.5 45.2 45.5 44.9 47.6 48.9 49.55 50.2];
figure;
plot(x, y, 'b-*');
```

```

p=polyfit(x,y,3)
y2= -66.5584*x.^2+127.3864*x+29.6982;
y3=1.0e+004 *(-1.0732*x.^3+0.4441*x.^2-0.0491*x+0.0057);
figure ;
plot(x,y,'-*',x,y2,'-o',x,y3,'-+'),

legend('原始数据','二次函数','三次函数')

R2=1-sum((y-y2).^2)/sum((y-mean(y)).^2)
R3=1-sum((y-y3).^2)/sum((y-mean(y)).^2)
SE=sqrt(sum((y-y2).^2)/7)

```

六、模型的评价

本模型根据题目已知数据的变化规律，寻找合金的碳含量 x 与合金的强度 y 之间的拟合函数，本回归问题属于一元非线性回归。经过回归分析检验，发现函数拟合得较好。本模型将对象的影响因素确定化，考虑因素的变化情况，模型求解过程简单。

七、参考文献

- [1]韩中庚，数学建模方法及应用（第二版），2009，北京：高等教育出版社
- [2]李继成，数学实验（第二版），2014，北京：高等教育出版社
- [3]姜启源、谢金星、叶俊，数学模型（第四版），2011，北京：高等教育出版社