

西安交通大学

# 数学实验报告

2003-SARS 传播问题

Xi'an Jiaotong University

Report on Mathematical Experiments

**The Propagation Problem of SARS in 2003**

评分表：

班级	学号	姓名	班号	组号	任务	成绩
电类 938	2194323176	胡欣盈	7	52	模型的代码实现	
电类 937	2196123402	何佩阳			建立数学模型	
电类 935	2196123421	刘雪婷			撰写实验报告	

2020 年 7 月 13 日

# 2003-SARS 传播问题

## 一、问题重述

### 1.1 问题背景

2003 年的 SARS 疫情对中国部分行业的经济发展产生了一定的影响，特别是对帮分疫情较严重的省市的相关行业所造成的影响是明显的，经济影响主要分为直接经济影响和间接影响。直接经济影响涉及到商品零售业、旅游业、综合服务等行业，很多方面难以进行定量地评估，现仅就 SARS 疫情较重的某市旅游业的影响进行定量的评估分析。

### 1.2 目标任务

根据上述基本要求，需要解决以下问题：

- (1) 通过预测模型对 2003 年（未发生 SARS 疫情的情况下）接待海外旅游人数进行预测。
- (2) 对比现实数据和预测数据，评估 SARS 对该市旅游业的影响。

## 二、模型假设

给出下面两条假设：

- (1) 假设该市的统计数据都是可靠准确的；
- (2) 假设该市在 SARS 疫情流行期间和结束之后，数据的变化只与 SARS 疫情的影响有关，不考虑其他随机因素的影响。

### 三、符号说明

$z_1$	$x^{(1)}$ 邻值生成数列
$a$	发展灰度
$b$	内生控制灰度
$\bar{x}$	2003 年月平均值
$u$	每月比例
$v$	2003 年 1-12 月预测值

### 四、问题分析

本题是一个与数据预测有关的，基于灰色系统理论的评价和预测问题。问题要求我们定量地评估 SARS 对疫情较重的某市旅游业的影响，并建立数学模型对此影响进行描述。

### 五、模型的建立与求解

#### 5.1 模型的整体分析

根据所掌握的历史统计数据可以看出，在正常情况下，全年的平均值较好地反映了相关指标的变化规律，这样可以把预测评估分成两部分：（1）利用灰色理论建立灰微分方程模型，由 1997~2002 年的平均值预测 2003 年平均值；（2）通过历史数据计算每个月的指标值与全年总值的关系，从而可预测出正常情况下 2003 年每个月的指标值，再与实际值比较可以估算出 SARS 疫情实际造成的影响。

#### 5.2 建立灰色预测模型 GM(1, 1)

##### 5.2.1 数据的检验与处理

为了保证 GM（1，1）建模方法的可行性，需要对已知数据做必要的检验处理。

设 1997-2002 接待海外旅游人数年平均值为

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)) = (19.10, 16.62, 18.35, 24.39, 24.78, 27.18),$$

计算数列的级比:

$$\lambda(k) = \frac{x^{(0)}(k-1)}{x^{(0)}(k)}, k = 2, 3, \dots, n.$$

计算得级比为 1.15, 0.90, 0.75, 0.98, 0.91, 所有的级比都落在可容覆盖区间  $X =$

$(e^{\frac{-2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}}) = (0.75, 1.33)$  内, 故数据列  $x^{(0)}$  可以建立 GM(1, 1) 模型且可以进行灰色预测。

### 5.2.2 建立 GM ( 1,1 ) 模型

由以上级比检验可知  $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$  满足上面的要求, 以它为

数据列建立 GM ( 1,1 ) 模型

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b,$$

其 1 次累加生成数列为

$$x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)) = (19.1, 35.72, 54.07, 78.46, 103.24, 130.42)$$

其中

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, \dots, n,$$

用回归分析求得 a, b 的估计值, 于是相应的白化模型为

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b,$$

$$\text{解为} \quad x^{(1)}(t) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-a(t-1)} + \frac{b}{a} \quad (3)$$

于是得到预测值

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a}, k = 1, 2, \dots, n-1,$$

从而相应地得到预测值:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k), k = 1, 2, \dots, n-1,$$

5.2.3 模型求解（接待海外旅游人数）

计算可得每年月平均值，一次累加值分别为

$$x^{(0)}=(19.10, 16.62, 18.35, 24.39, 24.78, 27.18),$$

$$x^{(1)}=(19.1, 35.72, 54.07, 78.46, 103.24, 130.42),$$

显然 $x^{(0)}$ 的所有级比都在可行域内，经检验，在这里取参数 $\alpha = 0.4$ 比较合适，则有

$$z^{(1)}=(26.34, 45.54, 67.80, 92.33, 118.05).$$

由最小二乘法求得 $a = -0.0946$ ,  $b = 16.4256$ , 可得 2003 年的月平均值为 $\bar{x} =$

30.6961万人；年总值为 $X = 12 \cdot \bar{x}=368.3532$ ，每月的比例为

$$u = (0.0407, 0.0732, 0.0703, 0.0878, 0.0907, 0.0848, 0.0836, 0.1022, 0.1010, 0.1041, \\ 0.0914, 0.0701)$$

故 2003 年 1-12 月的预测值为

$$v = (15.0101, 26.9588, 25.9078, 32.3505, 33.4243, 31.2310, 30.7970, 37.6509, 37.1940, \\ 38.3363, 33.6528, 25.8393) \text{ (万人)}$$

将预测值与实际统计值进行比较如下表所示.

月份	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
预测值	15	16.9	25.9	32.4	33.4	31.2	30.8	37.6	37.2	38.3	33.6	25.8
实际值	15.4	17.1	23.5	11.6	1.78	2.61	8.8	16.2	20.1	24.9	26.5	21.8

5.3 代码实现

```
clc,clear
han1=[9.4  11.3  16.8 19.8 20.3 18.8 20.9  24.9  24.7  24.3 19.4 18.6
9.6  11.7  15.8 19.9 19.5 17.8 17.8  23.3  21.4  24.5 20.1 15.9
10.1 12.9 17.7 21.0 21.0 20.4 21.9  25.8  29.3  29.8 23.6 16.5
11.4 26.0 19.6 25.9 27.6 24.3 23.0  27.8  27.3  28.5 32.8 18.5
11.5 26.4 20.4 26.1 28.9 28.0 25.2  30.8  28.7  28.1 22.2 20.7
13.7 29.7 23.1 28.9 29.0 27.4 26.0  32.2  31.4  32.6 29.2 22.9
15.4 17.1 23.5 11.6 1.78 2.61  8.8  16.2  20.1 24.9 26.5 21.8 ];
han1(end,:)=[];m=size(han1,2);
x0=mean(han1,2);
x1=cumsum(x0);
alpha=0.4;n=length(x0);
```

```

z1=alpha*x1(2:n)+(1-alpha)*x1(1:n-1)
Y=x0(2:n);B=[-z1,ones(n-1,1)];
ab=B\Y
k=6;
x7hat=(x0(1)-ab(2)/ab(1))*(exp(-ab(1)*k)-exp(-ab(1)*(k-1)))
z=m*x7hat
u=sum(han1)/sum(sum(han1))
v=z*u

```

#### 5.4 模型的整体分析

对于旅游业来说是受影响最严重的行业之一，最严重的 4、5、6、7 四个月就损失 100 多万人，按最新统计数据，平均每人消费 1002 美元计算，大约损失 10 亿美元。全年大约损失 160 万人，约合 16 亿美元，到年底基本恢复正常。

从预测结果可以看出，虽然下半年没有发生疫情，但人们一直担心 SARS 会卷土重来，所以，对这些行业还是有一定的影响，即 SARS 影响的延续性的作用。

该模型虽是就某经济指标的发展规律进行评估预测而建立的，但类似的也适用于其他方面的一些数据规律的评估预测问题，即该模型具有很广泛的应用性。

## 六、参考文献

- [1]韩中庚，数学建模方法及应用（第二版），2009，北京：高等教育出版社
- [2]李继成，数学实验（第二版），2014，北京：高等教育出版社
- [3]姜启源、谢金星、叶俊，数学模型（第四版），2011，北京：高等教育出版社