

要求：

- 1、完成 INS 与 GPS 位置组合导航的仿真；
- 2、画出组合导航后的位置误差、速度误差曲线；
- 3、画出原始轨迹与组合导航后的轨迹比较图；
(画图时，弧度制单位要转换成度分秒制单位)
- 4、结果分析
- 5、提交纸版实验报告（附上代码）

全局变量：

```
R=6378160;           %地球半径（长半轴）
f=1/298.3;           %地球扁率
wie=7.2921151467e-5; %地球自转角速率
g0=9.7803267714;     %重力加速度基础值
deg=pi/180;          %角度
min=deg/60;           %角分
sec=min/60;          %角秒
hur=3600;             %小时
dph=deg/hur;          %度/时
ts=0.1;               %仿真采样时间
```

组合导航仿真变量：

```
GPS_Sample_Rate=10;   %GPS 采样时间
Runs=10;               %由于随机误差，使用 Kalman 滤波时，应多次滤波，以求平均值
Tg = 3600;             %陀螺仪Markov过程相关时间
Ta = 1800;             %加速度计Markov过程相关时间
```

Kalman Filter：

估计状态初始值：

```
Xk = zeros(18,1);
```

估计协方差初始值：

```
Pk=diag([min,min,min,0.5,0.5,0.5,30/Re,30/Re,30, 0.1*dph, 0.1*dph, 0.1*dph, 0.1*dph,
          0.1*dph, 0.1*dph, 1.e-3,1.e-3,1.e-3].^2); %18*18矩阵
```

系统噪声方差：

```
Qk=1e-6*diag([0.01,0.01,0.01,0.01,0.01,0.01,0.9780,0.9780,0.9780]).^2
```

量测噪声方差：

```
Rk=diag([1e-5,1e-5,10.3986]).^2
```

系数矩阵 F，G，H 的表示，参考课件 6.2.1。

可能用到的公式如下：

(1)四元数 \mathbf{q} 的即时修正（符号 \otimes 表示四元数乘法）

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \mathbf{q} \otimes \boldsymbol{\omega}_{nb}^b = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{nbx}^b & -\omega_{nby}^b & -\omega_{nbz}^b \\ \omega_{nbx}^b & 0 & \omega_{nbz}^b & -\omega_{nby}^b \\ \omega_{nby}^b & -\omega_{nbz}^b & 0 & \omega_{nbx}^b \\ \omega_{nbz}^b & \omega_{nby}^b & -\omega_{nbx}^b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

式中 $\omega_{nb}^b = [0 \ \omega_{nbx}^b \ \omega_{nby}^b \ \omega_{nbz}^b]^T$ 为向量扩展四元数，标量部分为0。

(2)四元数 \mathbf{Q} 的归一化

$$\mathbf{Q} = \frac{\hat{\mathbf{Q}}}{\sqrt{\hat{q}_0^2 + \hat{q}_1^2 + \hat{q}_2^2 + \hat{q}_3^2}}$$

(3)姿态矩阵 \mathbf{C}_b^n 的计算

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_b^n &= \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sin\psi \sin\theta \sin\gamma + \cos\psi \cos\gamma & \sin\psi \cos\theta & -\sin\psi \sin\theta \cos\gamma + \cos\psi \sin\gamma \\ \cos\psi \sin\theta \sin\gamma - \sin\psi \cos\gamma & \cos\psi \cos\theta & -\cos\psi \sin\theta \cos\gamma - \sin\psi \sin\gamma \\ -\cos\theta \sin\gamma & \sin\theta & \cos\theta \cos\gamma \end{bmatrix} \end{aligned}$$

注意：由于本模型中的航向角假设为北偏东为正方向，因此与课件中的姿态矩阵略有不同，仿真以此为准。

(4)提取姿态角

$$\theta = \arcsin\left(\frac{T_{32}}{T_{33}}\right)$$

$$\gamma_{\text{主}} = \arctan\left(\frac{T_{31}}{T_{33}}\right)$$

$$\psi_{\text{主}} = \arctan\left(\frac{T_{12}}{T_{22}}\right)$$

俯仰角 ϑ ，横滚角 γ ，航向角 ψ 的取值范围分别为 $-90^\circ \sim 90^\circ$ ， $-180^\circ \sim 180^\circ$ ， $0^\circ \sim 360^\circ$ ，故姿态角的三角函数结果修正见下表：

| $\gamma_{\text{主}}$ | T_{33} | γ | T_{22} | T_{12} | ψ |
|---------------------|----------|---------------------------------|-----------------|----------|-------------------------------|
| | | | $\rightarrow 0$ | + | 90° |
| | | | $\rightarrow 0$ | - | 270° |
| + | + | $\gamma_{\text{主}}$ | + | + | $\psi_{\text{主}}$ |
| - | | | + | - | $\psi_{\text{主}} + 360^\circ$ |
| + | - | $\gamma_{\text{主}} - 180^\circ$ | - | + | $\psi_{\text{主}} + 180^\circ$ |
| - | - | $\gamma_{\text{主}} + 180^\circ$ | | - | |

(5)比力的坐标变换

$$\mathbf{f}^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b$$

(6)速度计算

$$\dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{f}^n + \mathbf{g}^n - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n$$

其中 $\mathbf{g}^n = [0 \ 0 \ -g]^T$

(7)地球速率及地理坐标系相对地球坐标系的转动角速率

$$\omega_{ie}^n = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{ie} \cos L \\ \omega_{ie} \sin L \end{bmatrix}, \quad \omega_{en}^n = \begin{bmatrix} -\frac{v_y^n}{R_N + h} \\ \frac{v_x^n}{R_E + h} \\ \frac{v_x^n \tan L}{R_E + h} \end{bmatrix}$$

机体相对于地理系的转动角速率在机体系中的投影

$$\omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \cos \theta \\ 0 & 1 & -\sin \theta \\ \sin \gamma & 0 & -\cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

(8)位置计算

$$\begin{aligned} \dot{L} &= \frac{v_y^n}{R_N + h} \\ \dot{\lambda} &= \frac{v_x^n}{(R_E + h) \cos L} \\ \dot{h} &= v_z^n \end{aligned}$$

(9) 主曲率半径

$$\begin{aligned} R_N &= R(1 - 2f + 3f \sin^2 L) \\ R_E &= R(1 + f \sin^2 L) \end{aligned}$$

(10)重力加速度

$$g(L) = 9.780\,326\,7714 \times \frac{1 + 0.001\,931\,851\,386\,39 \sin^2 L}{\sqrt{1 - 0.006\,694\,379\,990\,13 \sin^2 L}}$$

(11)连续系统离散化公式（简化形式）

$$\begin{aligned} F_k &= I + F(t_k) * T \\ G_k &= (I + F(t_k) * T) * G(t_k) * T \\ H_k &= H(t_k) \end{aligned}$$

其中，I 是单位矩阵，T 是仿真采样时间。

数据文件说明：

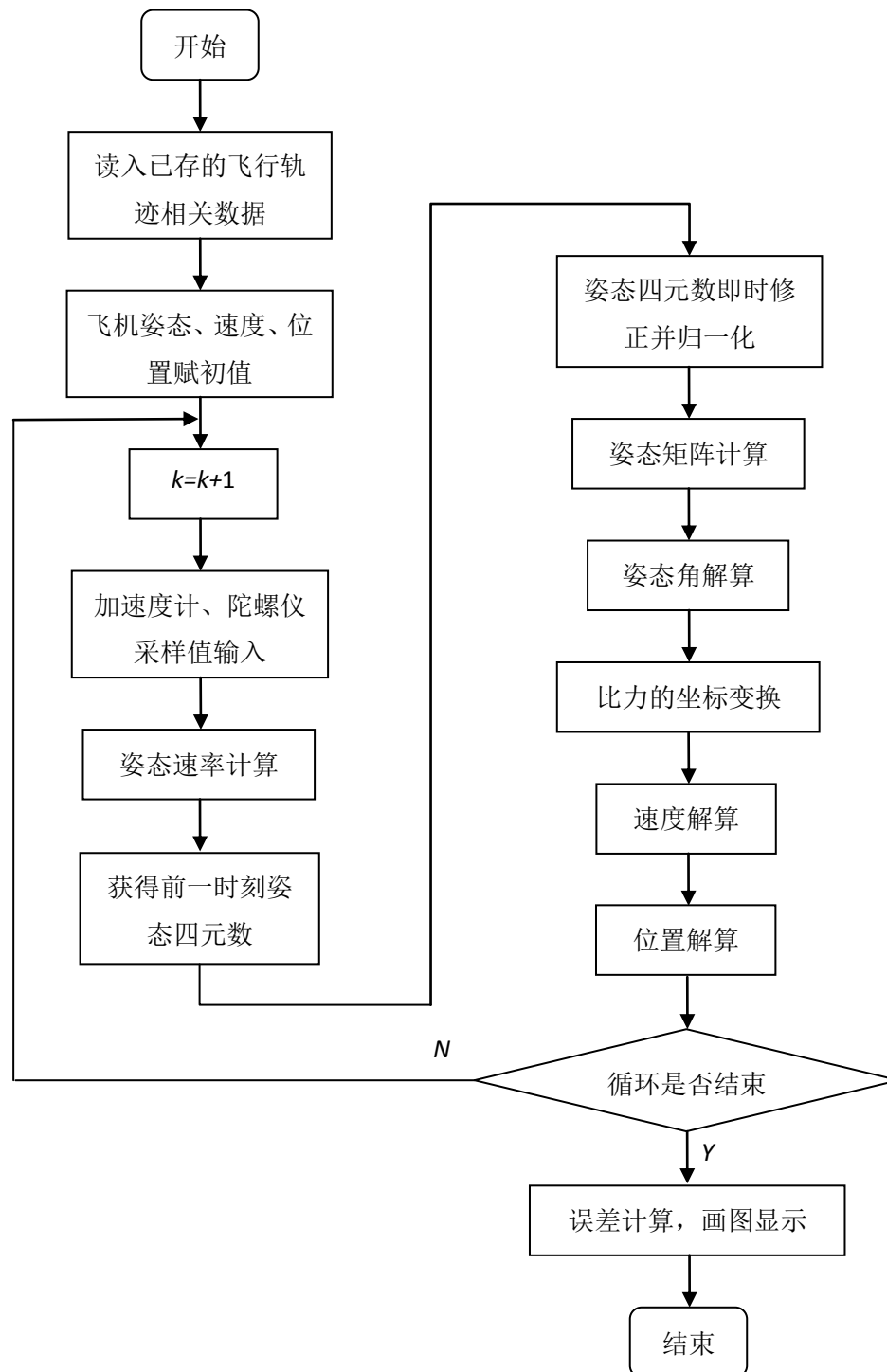
| | |
|-------------------|---|
| dataWbibN.txt | %叠加噪声的陀螺仪角速度输出 |
| dataFbibN.txt | %叠加噪声的加速度计比力输出 |
| dataPos.txt | %原始轨迹的位置数据（依次是纬度 L 、经度 λ 、高度 h ） |
| dataVn.txt | %原始轨迹的速度数据（依次是东速度、北速度、天速度） |
| att0=[0;0;0.3491] | %姿态解算矩阵初始值（依次是俯仰角 θ 、横滚角 γ 、航向角 ψ ） |
| dataGPSposN.txt | %叠加噪声的GPS位置数据（即等间隔采样原始轨迹的位置数据，采样间隔是10，即第10、20、.....的数据，并叠加噪声） |

注：1. 数据中所有角度（纬度、经度及三个姿态角）的单位都是弧度，所有长度的单位都是米，所有速度的单位都是米每秒；

2. 读取 txt 数据文件，可以用 dlmread 函数。

附：

捷联解算四元数法流程图，也可以用其他方法：



整个仿真粗略流程图，仅供参考：

