

对称矩阵

元素关于主对角线对称 $a_{ij} = a_{ji}$ $A = A^T$

A和B对称, 则 AB 对称、 $A+B$ 对称

方阵可以分解为对称矩阵 + 反对称矩阵

A

B

C

$$B = \frac{1}{2}(A^H + A)$$

$$C = \frac{1}{2}(A - A^H)$$

正交矩阵 Orthogonal Matrix

针对实数矩阵

酉矩阵, 么正矩阵 Unitary Matrix

定义: 其共轭转置恰为其逆矩阵的复数方阵

$$AA^H = A^H A = I$$

性质?

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/386904316>

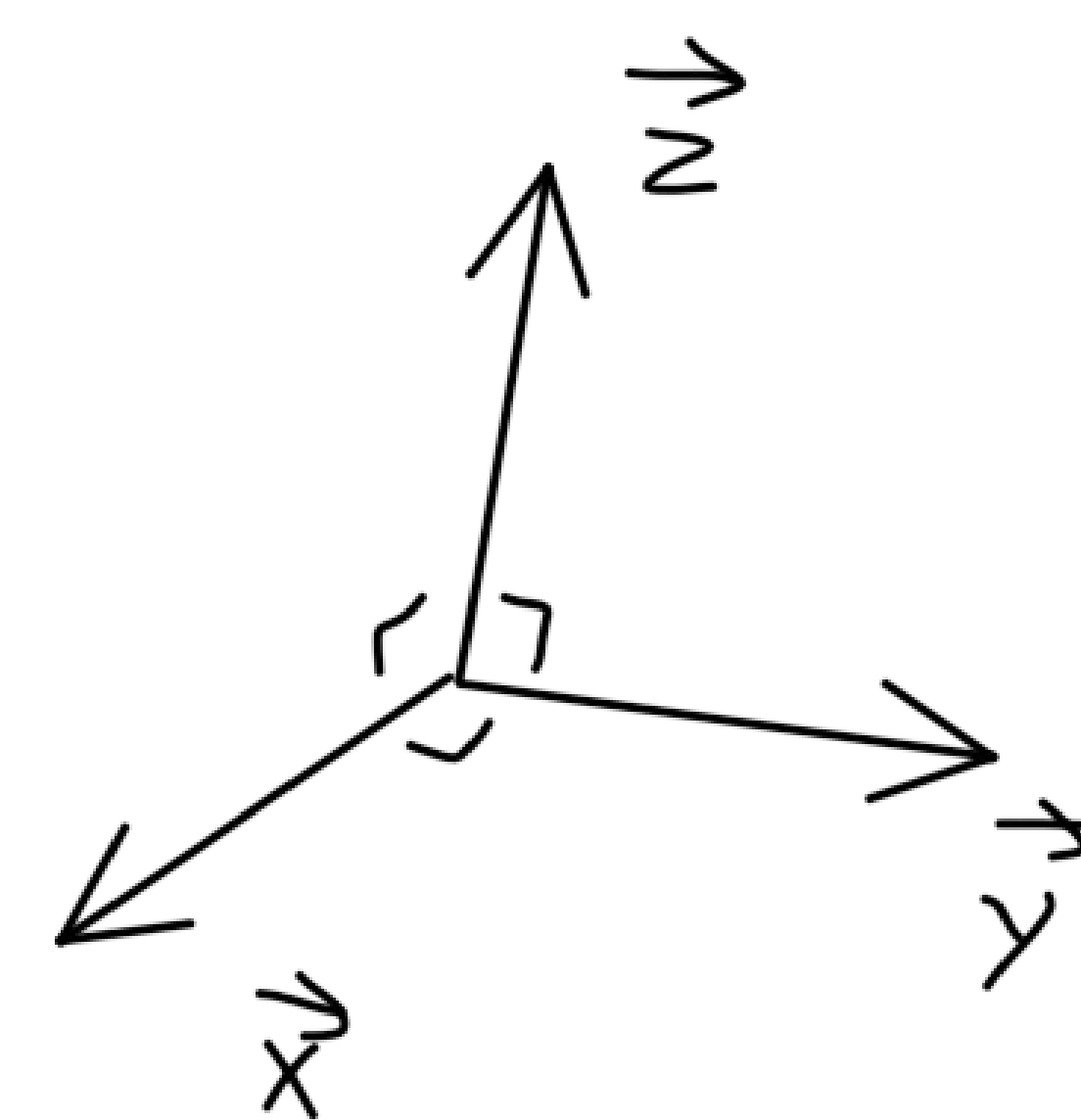
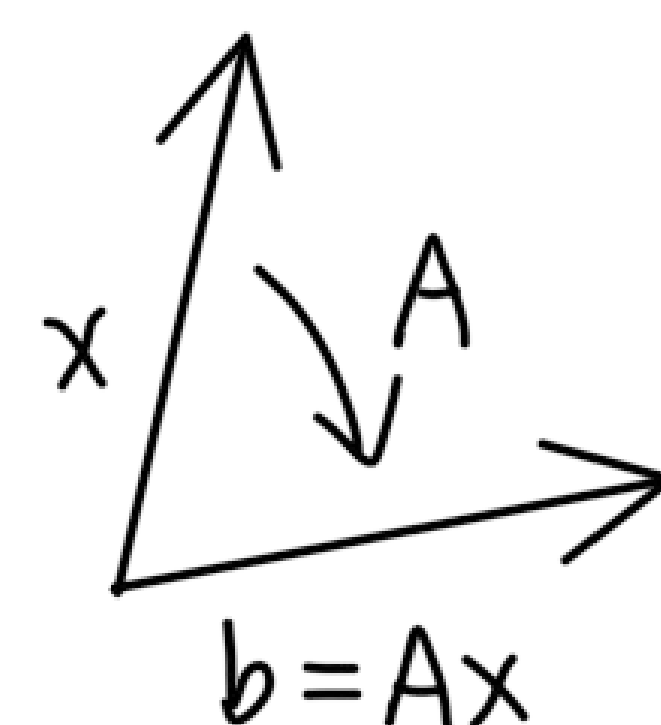
1. $|\det(A)| = 1$

2. 矩阵变换不改变向量模长 $\|Ax\|_2 = \|x\|_2$

3. 其行(列)向量组构成 n 维空间标准正交基

$$\|x\|_2 = \|y\|_2 = \|z\|_2 = 1$$

$$x \times y = x \times z = y \times z = 0$$



正规矩阵 Normal Matrix

定义: 与其共轭转置满足交换律的复数方阵

$$A^H A = A A^H$$

矩阵的正规性用于检验矩阵是否可对角化

正规矩阵 $\xrightarrow{\text{酉变换}}$ 对角矩阵 $A = UDU^*$

正规矩阵的特征向量相互正交, 经过归一化之后得到酉矩阵 U

其中, 矩阵 D 是对角矩阵, 对角线上是矩阵 A 的特征值, 顺序与矩阵 U 中的特征向量一一对应