2022 CUMCM -A 数学建模国赛A题—训练

该项目针对学习数学建模 A类赛题的队伍学习参考

Abstract

模型 常微分方程组 解法 RK4 and GA

问题一

求解得到一组微分方程组(其中x_1为浮子的位移，x_2为振子的位移)

$$\begin{cases} (m_1+m_c)\dfrac{d^2x_1}{dt^2}+k_1x_1+k_2(x_1-x_2)+k_3\left(\dfrac{dx_1}{dt}-\dfrac{dx_2}{dt}\right)+k_4\dfrac{dx_2}{dt}+A\cos w=0 \\ m_2\dfrac{d^2x_2}{dt^2}+k_2(x_2-x_1)+k_3\left(\dfrac{dx_2}{dt}-\dfrac{dx_1}{dt}\right)=0 \end{cases} \tag{1}$$

对方程降阶：

$$\frac{dX}{dt}=\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \frac{dx_3}{dt} \\ \frac{dx_4}{dt} \end{bmatrix}=f(t,x)=\begin{cases} x_3 \\ x_4 \\ \frac{-k_1x_1-k_2(x_1-x_2)-k_3\left(\frac{dx_1}{dt}-\frac{dx_2}{dt}\right)-k_4\frac{dx_1}{dt}+A\cos\omega t}{(m_1+m_c)} \\ \frac{k_2(x_1-x_2)+k_3\left(\frac{dx_2}{dt}-\frac{dx_1}{dt}\right)}{m_2} \end{cases} \tag{2}$$

这个方程可以通过$ode45$自适应步长函数，求解快速方便，其中，我们有在网站上找到有队伍通过$Laplace$变化的方式求解，可以求得一组解析解，我们使用$Mathematica$来求解，得出的解析解含有复数域，有兴趣的可以尝试

调试) Out[98]=

$$\mathrm{pi}\,(201.327-15.3041\,t)\,x1+e^{-0.0760063\,t}\left((-0.367883-2.21167\times10^{-18}\,i)-201.337\,\mathrm{pi}\,x1\right)+ e^{(0.-1.4005\,i)\,t}\left((0.180705-0.0103068\,i)-(2.77556\times10^{-15}+3.44965\times10^{-13}\,i)\,\mathrm{pi}\,x1\right)+e^{(0.+1.4005\,i)\,t}\left((0.180705+0.0103068\,i)-(2.77556\times10^{-15}-3.44965\times10^{-13}\,i)\,\mathrm{pi}\,x1\right)+ e^{(-0.24813+6.76206\,i)\,t}\left((0.00323639-0.000185898\,i)+(0.00498025-0.00026968\,i)\,\mathrm{pi}\,x1\right)+e^{(-0.24813-6.76206\,i)\,t}\left((0.00323639+0.000185898\,i)+(0.00498025+0.00026968\,i)\,\mathrm{pi}\,x1\right)$$

问题二

要使得PTO系统的平均输出功率最大，我们需要得到系统稳定后的状态，以此得到最大的功率.

$$\overline{P_p}=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}M_{cp}[X_z'(t)-X_f'(t)]\,dt=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}C_p|X_z'(t)-X_f'(t)|^2\,dt \tag{3}$$

阻尼系数和阻尼系数非恒定的状态:
1.恒定状态只有一个参数，可以直接遍历，也可以融合GA算法，但是GA耗费时间较长，遍历更为简洁。

2.系数非恒定状态，一共有两个参数，目标函数为二元函数，将时间离散化后($dt=0.08$)，目标函数选择(3)

积分区间选择$[80,100]$ s,可以再对GA进行一些改进，从而使得算法可以收敛到目标函数最高点:229 W 。

问题三

纵摇力学分析，太难太难太难，难上加难..!，**but:但是它对最终功率的影响占比较小**，这里不叙述,有兴趣的同学可以自行推导(我们的推导存在问题，果断放弃！)

问题四

类比问题二，两个参数的取值，目标函数为二元函数，将时间仍旧离散化，采取$GA + trapz()$组合技

顺利得出 $P_{max} = 329.5494W.$

请注意：我们队伍当时GA采取小步长$dt = 0.005$的 步长，算法会耗费大量的时间，最终我们采取了 大步长+大区间 的计算方法，算法历经 $326.5\ s$顺利得到最优解.小步长时间的搜索在直观上会显得准确，但是实际上会耗费大量的时间，使得你每隔$10min$就得查看结果是否得出.