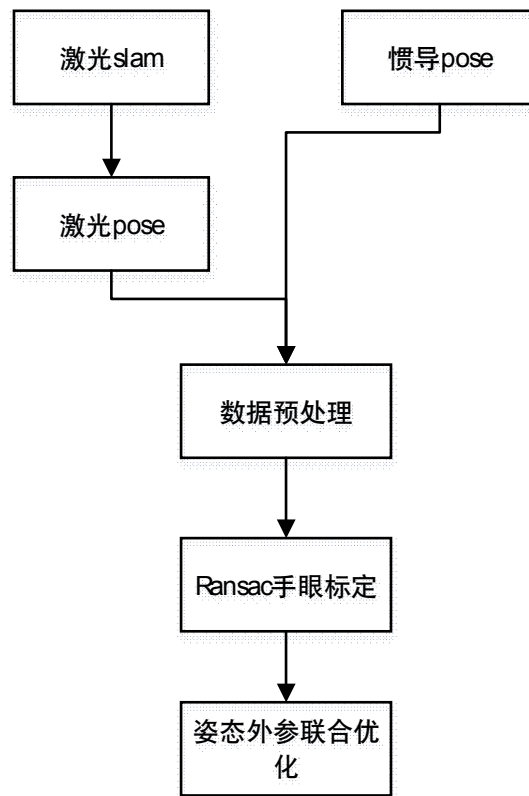


激光与 IMU 之间的时空同步，由于 IMU 一般与 GPS 相结合，所以在使用的时候，可以通过 GPS 授时完成激光与 IMU 的时间同步，但对空间来说，一般是利用轨迹来进行判断。这里介绍一个基于状态估计的时空同步方案。这里就涉及到激光 SLAM 的内容了。在相机与 IMU 同步章节已经提到了 IMU 所在位置往往被认为车体坐标系原点（IMU 和 GNSS 的原点认为基本重合），所以这里也是将激光标定到 IMU 上。其大概流程图如下：



三维坐标转换矩阵可以用下式表示：

$$T_{3D} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{T} & 1 \end{array} \right]$$

其中 R 对应的是比例、旋转、错切等几何变换，T 为平移矩阵，对应 $[t_{41} \ t_{42} \ t_{43}]$ ， $[t_{14} \ t_{24} \ t_{34}]$ 对应投影变换， $[t_{44}]$ 反映的是整体比例的变换。由于 lidar 和 IMU 之间连接是刚性的，所以，有 $[t_{14} \ t_{24} \ t_{34}]^T = [0 \ 0 \ 0]^T$ ， $[t_{44}] = 1$ 。

坐标系 N 相对坐标系 M 的欧拉角为俯仰角 θ ，翻滚角 ψ ，方位角 Ψ ；相对于轴向的平移量为 t_x 、 t_y 、 t_z ，所以有：

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c\gamma c\Psi + s\gamma s\theta s\Psi & -c\gamma s\Psi + s\gamma s\theta c\Psi & -s\gamma c\theta \\ c\theta s\Psi & c\theta c\Psi & s\theta \\ s\gamma c\Psi - c\gamma s\theta s\Psi & -s\gamma s\Psi - c\gamma s\theta c\Psi & c\gamma c\theta \end{bmatrix}^T$$

其中，c 表示 cos，s 表示 sin。根据旋转矩阵 R，求解欧拉角为：

$$\begin{cases} \theta = \sin^{-1}(R^T(23)) \\ \gamma = \tan^{-1}\left(-\frac{R^T(13)}{R^T(33)}\right) \\ \Psi = \tan^{-1}\left(-\frac{R^T(21)}{R^T(22)}\right) \end{cases}$$

若 P 点在 IMU 坐标系下的坐标为 A，在激光坐标系下的坐标为 B，则两者之间的关系可以表示为：

$$AT_{3D}=B$$

使用最小二乘法进行系统坐标标定，求解的坐标转换公式如下：

$$T_{3D}=A^+B$$

其中， A^+ 是 A 的广义逆矩阵，定义为：

$$A^+=A^T(AA^T)^{-1}$$

由此方法能够得到使三维坐标误差最小的坐标系转换矩阵。

时间同步标定

由于每个激光雷达点都带有时间戳，所以很容易进行时间同步。这里用时间戳外校正外，还可以有如下方法：

1) 角速度信号对齐标定

假定 Lidar 和 IMU 是刚性连接的，且对于同一个刚体上的每个点，其运动角速度是一样的，那么每一时刻 Lidar 和 IMU 的角速度也是一样的。所以可以采用基于角速度信息来实现时间同步。

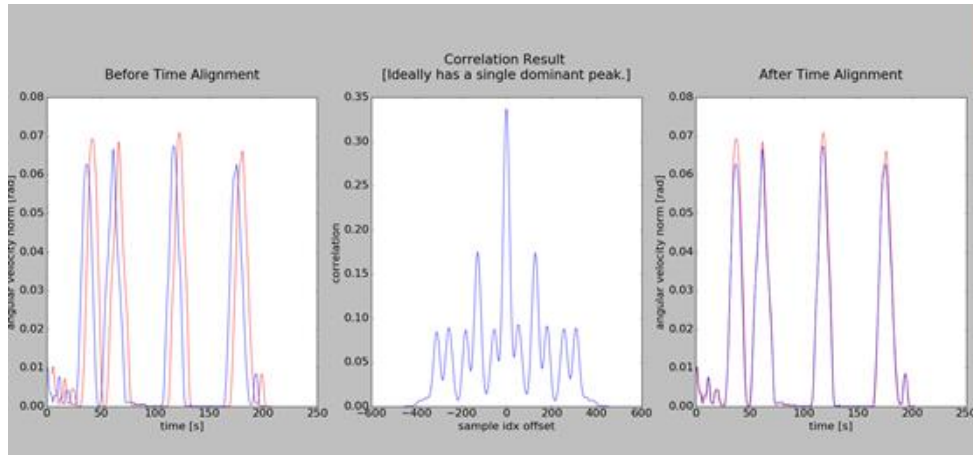
(i) 采集一段 Lidar-IMU 数据，需要包含不同转向，通常采用走 8 字

(ii) 使用 LeGO-LOAM 等纯激光 SLAM 方法估计出激光姿态，记为 $\{P_k\}$ ，然后根据激光姿态信息计算出相对姿态，由此可以得到每一时刻下的角速度，记为 ω_{L_k} 。

(iii) 记 imu 的角速度信息为 ω_{I_k} ，由于 Lidar 和 IMU 帧率不一样，时间戳也不对齐，需要对 ω_{L_k} 插值得到对应 imu 时刻下的角速度值，记为 $\omega_{L_k}^*$ 。

(iv) 将 $\omega_{L_k}^*$ 和 ω_{I_k} 当作信号来处理，对齐信号，求信号延迟，即为时间延迟。

将所计算出对应的时间，记为传感器延迟时间，这就可以进行传感器时间补偿，实现时间同步。如下图，可以看到数据时间同步前后角速度信号情况。



2) 基于连续状态的时间对齐

与前面方法提到的离散数据不同, 这里直接使用 B 样条曲线来拟合 Lidar 连续时间下的姿态 $R(t)$ (这里仅考虑旋转姿态, 因为时间对其上只用到角速度), 然后再与 IMU 测量值计算残差, 优化时间延迟量, 实现同步。具体可按如下进行:

- ① 采集一段 Lidar-IMU 数据, 需要包含不同转向, 通常采用走 8 字
- ② 基于纯激光 slam 方法得到每一帧下激光的姿态, 然后使用三次 B 样条曲线拟合得到 $R(t)$
- ③ 根据上一步 Lidar 连续姿态即可求出每个 IMU 测量时刻下的角速度, 如下:

$$\omega_{t_k}^L = {}^{L_0}_L R^T(t_k) {}^{L_0}_L \dot{R}(t_k)$$

其中 t_k 为 IMU 第 k 帧对应的时间。

- ④ 根据 IMU 的测量值和 Lidar 对应的角速度值, 构建如下优化问题:

$$\arg \min_{t_d} \sum_{k=0}^M ||\omega_m^{I_k} - {}^{L_0}_L R^T(t_k + t_d) {}^{L_0}_L \dot{R}(t_k + t_d)||$$

其中, t_d 是要估计的延迟时间, 通过最小化上式, 求得更精确的 t_d , 然后使用优化后的结果延迟时间补偿相应传感器的时间戳, 即可实现数据时间同步。

空间同步标定

空间同步往往在时间同步标定后进行, 但也可以与时间同步同时进行, 即优化时间的时候, 优化空间问题。这里就介绍几种同步关系。

手眼标定

标定方法最先想到的就是手眼标定法, 采用手眼标定求解不同传感器之间的外参, 在 AR/VR 和机器人领域已经很成熟, 但在自动驾驶领域一直没有得到很好地应用, 主要是车载设备很笨重, 没法像小型设备可以自如的利用特制的标定板得到比较精确的轨迹, 只能通过 slam 等算法获取各自传感器轨迹, 由于精度不高影响手眼标定效果, 达不到室内水平, 另外车载运动大部分情况都在 2 维平面内运动, 也会导致外参某些自由度不可观测, 无法标定。

类似时间同步，使用手眼标定方法需要 Lidar 的姿态，不同的是，还需要对 IMU 进行积分，求解出相对姿态。为了解决自动驾驶中手眼标定精度不够，运动退化等的现象，可以通过加大数据量，使用 Ransac 方法提出外点，可以提高手眼标定精度，然后选择既有拐弯又有上下坡的室外道路，尽可能给予不同方向上的激励。具体步骤如下：

- (i) 采集一段 Lidar-IMU 数据，尽可能避免平路，选择转弯和上下坡的道路；
- (ii) 使用 LeGO-LOAM 等纯激光 slam 方法估计出激光姿态，记为 $\{P_k\}$ ，进一步计算相对姿态，计算第 k 帧和第 $k+1$ 帧之间的相对姿态 $P_{k+1 \rightarrow k}$ ，记为 P_k^r ，则得到 $\{P_k^r\}$ ；
- (iii) 计算 IMU 相对姿态。记 Lidar 第 k 和 $k+1$ 帧时间戳为 t_k 和 t_{k+1} ，对这段时间内的 IMU 数据 $\{l_{k_0}, \dots, l_{k_j}\}$ 进行积分，其中 l_{k_0} 和 l_{k_j} 分别对应时间戳 t_k 和 t_{k+1} ，如果刚好有两 IMU 数据对应这两个时刻，则直接取原数据即可；如果没有，比如 t_k 时刻没有与之对应的数据，那么使用前后最近帧的 IMU 数据通过插值方式得到 t_k 时刻下的数据，这样总能找到满足要求的数据。积分求得 t_k 和 t_{k+1} 之间 IMU 的相对姿态，记为 $\{M_k\}$ 。
- (iv) 对 $\{P_k^r\}$ 和 $\{M_k\}$ 配对，随机选择 3 组（手眼标定最少需要两组）解，使用手眼标定求解出一组 init_R , init_T ；
- (v) 根据上一步计算出的初始外参 init_R 和 init_T ，对全量数据 $\{P_k^r\}$ 和 $\{M_k\}$ 对进行过滤，提出外点，对剩余的数据对重新使用手眼标定计算外参 R 和 T ，然后根据 R 和 T 对所有数据轨迹对计算 RMSE；
- (vi) 重复 iv 和 v 步骤，从所有结果里选择 RMSE 最小的作为最终的外参结果。

连续时间状态法

前面介绍了基于连续状态来进行时间同步的方法，这里来介绍一下基于连续时间状态法来进行空间同步。这里介绍一下连续时间状态的概念。采用 B 样条曲线进行拟合，比如使用 d 自由度的曲线拟合，对于 $p(t)(t \in [t_i, t_j])$ ，给定 $t_i, t_{i+1}, \dots, t_{i+d}$ 时刻对应的状态 $p_i, p_{i+1}, \dots, p_{i+d}$ ，则有：

$$p(t) = \sum_{j=0}^d u^T M_j^{d+1} p_{i+j}$$

其中， $u^T = [1u \dots u^d]$ ， $u = (t - t_i)/(t_{i+1} - t_i)$ ， M_j^{d+1} 是多项式系数。下面来详细介绍一下如何基于连续状态法来标定外参：

(i) 标定初始旋转外参

首先基于纯激光 SLAM 方法得到每一帧的姿态，然后使用三次 B 样条曲线拟合得到 $R(t)$ ，这样就可以利用 IMU 测量值进一步修正 $R(t)$ ，如下：

$$q_0, \dots, q_N = \arg \min \sum_{k=0}^M \|\omega_m^{l_k} - {}^{L_0}R^T(t_k) {}^{L_0}\dot{R}(t_k)\|$$

上式即表示拟合出的激光转向姿态求解出的对应 IMU 时刻下角速度与 IMU 测量值的残差，最小化残差优化 $R(t)$ 。

基于 $R(t)$ 可以得到每两帧 IMU 时刻之间 $[t_k, t_{k+1}]$ 对应的相对旋转姿态 ${}^{L_k}q$ ，然后同手眼标定法一样求解出对应 IMU 的相对旋转姿态 ${}^{I_k}q$ ，那么满足如下手眼标定关系：

$${}^{I_k}q {}^{L_k}q = {}^{L_k}q {}^{L_{k+1}}q$$

将所有这样时刻的关系联立即可得到如下超定方程：

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \alpha_k([{}^L_{I_{k+1}}q]_L - [{}^L_{L_{k+1}}q]_R) \\ \vdots \end{bmatrix} {}^Lq = Q_N {}^Lq = 0$$

可以通过 SVD 等方法即可得到初始外参 Lq 。

(ii) 激光点云面元检测以及点面数据关联

在很多激光算法里（比如 LOAM, LeGO-LOAM）都采用了特征检测和关联，检测面和线等特征，然后进行关联，通过优化关联后的点与线面间的距离优化位姿。所以，在这种思想上略微改进，检测更微小的面元而不是平面，这样可以充分利用环境的平面特征，给优化提供更充分的约束。

首先将点云分割成 3D 体素块，对每一块进行平面识别（参考[M. Bosse and R. Zlot. “Continuous 3D scan-matching with a spinning 2Dlaser”.]）。每个平面由法向量与原点到达该平面的距离确定， $\pi = [n^T, d]^T$ 。这里的原点设定为 Lidar 系原点，也就是激光第一帧所在的位置，对点面关系进行匹配，距离大于一定阈值的认为不在平面上，然后基于此进行优化，优化状态量如下：

$$x = [{}^Lq^T, {}^Lp^T, x_q^T, x_p^T, b_a^T, b_g^T, {}^{l_0}\bar{q}]^T$$

其中， ${}^Lq^T, {}^Lp^T$ 是 Lidar 到 IMU 的外参， x_q^T, x_p^T 是 Lidar 的姿态， b_a^T 与 b_g^T 是 IMU 偏置参数， ${}^{l_0}\bar{q}$ 重力加速度方向。所以标定问题就可以构建成因子图优化问题，给定了 IMU 加速度测量集 A 和角速度测量集 Ω ，Lidar 点云中关联到对应平面的点集 \mathcal{L} ，所有的测量值噪声都服从高斯分布，所以极大似然估计问题 $p(x|\mathcal{L}, A, \Omega)$ 可以表示成如下最小二乘估计：

$$\hat{x} = \arg \min \{ \sum_{k \in A} \|r_a^k\|_{\Sigma_a}^2 + \sum_{k \in \Omega} \|r_\omega^k\|_{\Sigma_\omega}^2 + \sum_{j \in \mathcal{L}} \|r_{\mathcal{L}}^j\|_{\Sigma_{\mathcal{L}}}^2 \}$$

其中 r_a^k 、 r_ω^k 与 $r_{\mathcal{L}}^k$ 分别表示加速度、角速度和 lidar 点云残差， Σ_a 、 Σ_ω 与 $\Sigma_{\mathcal{L}}$ 分别表示对应的协方差。加速度和角速度的残差可以按如下定义：

$$\begin{aligned} r_a^k &= a_m^{I_k} - a^L(t_k) - b_a \\ r_\omega^k &= \omega_m^{I_k} - \omega^L(t_k) - b_g \end{aligned}$$

对应 t_j 时刻采集的点云某一点 $p_{i_j}^{L_j} \in \mathcal{L}$ ，关联平面 π_i ，则点到面的距离残差可以按如下计算：

$$p_{L_j}^{L_0} = {}^L R^T {}^{L_0} R p_L^I + {}^L R^T p_{L_j}^{L_0} - {}^L R^T p_L^I$$

$${}^{L_0}p_i = {}^L R^T {}^{L_0} R {}^L R p_i^{L_j} + p_{L_j}^{L_0}$$

$$r_{\mathcal{L}}^j = [{}^{L_0}p_i^T - 1] \pi_i$$

然后使用 L-M 求解上述优化问题，得到优化后的状态。

(iii) 更新参数

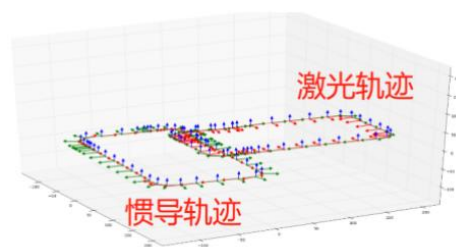
经过上一步优化后已经得到精度比较高的外参了,利用优化后的外参和状态对原始点云去运动畸变,重新构建点云的面元,更新点面对应关系。

可以多次重复 (ii) 和 (iii) 迭代优化,得到更精确的结果,其中迭代一步和迭代两步的点云面元如下。下图为试验结果,左图是迭代一步的结果,右图是迭代两步的结果,可以明显看到迭代两步后面元数量更多且更清晰。

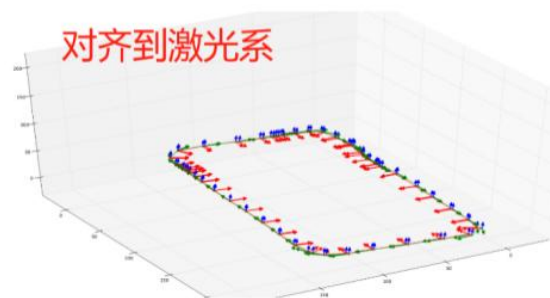


随着 SLAM 技术的发展,基于 3D 点云匹配技术的点云拼接方法日趋成熟,借鉴 3D 点云匹配思路,将这一标定问题转换为两帧点云拼接的问题,进而通过点云匹配方法求解两个坐标系的坐标转换矩阵,并与最小二乘法求解结果进行对比。常用的 3D 点云匹配方法有 ICP、NDT 等算法。

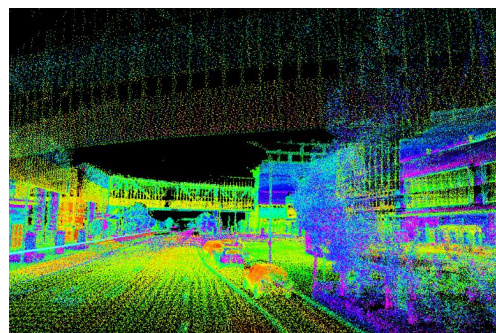
基于自己采集的数据进行试验,下图为未进行外参标定的惯导和激光的轨迹。



基于外参对齐后的实验图如下:



对齐后的点云效果图如下:



参考文献与试验记录：

《ETH: Unified Temporal and Spatial Calibration for Multi-Sensor Systems》

M. Bosse and R. Zlot. “Continuous 3D scan-matching with a spinning 2Dlaser” .

kalibr 代码重新改写手眼标定代码

LVI-SAM

纯激光的 LIO-SAM 以及 IMU+Lidar 的 LIO-SAM