

- 教材讨论
– TC第25章

问题1：简单的动态规划法

- 循环不变量是什么？
- 最优子结构是什么？
- 如何记录最短路？

EXTEND-SHORTEST-PATHS(L, W)

```
1   $n = L.rows$ 
2  let  $L' = (l'_{ij})$  be a new  $n \times n$  matrix
3  for  $i = 1$  to  $n$ 
4      for  $j = 1$  to  $n$ 
5           $l'_{ij} = \infty$ 
6          for  $k = 1$  to  $n$ 
7               $l'_{ij} = \min(l'_{ij}, l_{ik} + w_{kj})$ 
8  return  $L'$ 
```

问题2: Floyd-Warshall算法

- 循环不变量是什么?
- 最优子结构是什么?
- 如何记录最短路?

```
FLOYD-WARSHALL( $W$ )
1   $n = W.rows$ 
2   $D^{(0)} = W$ 
3  for  $k = 1$  to  $n$ 
4      let  $D^{(k)} = (d_{ij}^{(k)})$  be a new  $n \times n$  matrix
5      for  $i = 1$  to  $n$ 
6          for  $j = 1$  to  $n$ 
7               $d_{ij}^{(k)} = \min(d_{ij}^{(k-1)}, d_{ik}^{(k-1)} + d_{kj}^{(k-1)})$ 
8  return  $D^{(n)}$ 
```

问题3: Johnson算法

- 这个算法的基本思路是什么？

```
JOHNSON( $G, w$ )
1  compute  $G'$ , where  $G'.V = G.V \cup \{s\}$ ,
    $G'.E = G.E \cup \{(s, v) : v \in G.V\}$ , and
    $w(s, v) = 0$  for all  $v \in G.V$ 
2  if BELLMAN-FORD( $G', w, s$ ) == FALSE
3    print "the input graph contains a negative-weight cycle"
4  else for each vertex  $v \in G'.V$ 
5    set  $h(v)$  to the value of  $\delta(s, v)$ 
   computed by the Bellman-Ford algorithm
6  for each edge  $(u, v) \in G'.E$ 
7     $\hat{w}(u, v) = w(u, v) + h(u) - h(v)$ 
8  let  $D = (d_{uv})$  be a new  $n \times n$  matrix
9  for each vertex  $u \in G.V$ 
10   run DIJKSTRA( $G, \hat{w}, u$ ) to compute  $\hat{\delta}(u, v)$  for all  $v \in G.V$ 
11   for each vertex  $v \in G.V$ 
12      $d_{uv} = \hat{\delta}(u, v) + h(v) - h(u)$ 
13  return  $D$ 
```

问题4：炼钢厂选址

- 四川计划投资新建一个炼钢厂，集中冶炼从省内各城市开采的铁矿石。从降低生产成本的角度考虑，你认为炼钢厂应选址哪座城市？



问题5：救援机库选址

- 江苏计划采购一架救援直升机，承担省内各城市突发灾害的救援任务。从缩短救援时间的角度考虑，你认为直升机日常应停放在哪座城市？



问题6: Schulze投票法

- 谁该被选为总统?

1. 每个选民对所有候选人进行排序
2. 将每对候选人之间的相对支持数表示成矩阵/图
3. 图中每条路径的强度定义为最小边权
4. $p[A,B]$: 从A到B的最大强度
5. X当选: $p[X,Y] \geq p[Y,X]$ for every other Y

Rank any number of options in your order of preference.

- ☐ Joe Smith
- 1** John Citizen
- 3** Jane Doe
- ☐ Fred Rubble
- 2** Mary Hill

- 如何编程实现? 关键步骤是什么?

Matrix of pairwise preferences

	d[*, A]	d[*, B]	d[*, C]	d[*, D]	d[*, E]
d[A, *]		20	26	30	22
d[B, *]	25		16	33	18
d[C, *]	19	29		17	24
d[D, *]	15	12	28		14
d[E, *]	23	27	21	31	

问题6: Schulze投票法 (续)

```
FLOYD-WARSHALL( $W$ )  
1   $n = W.rows$   
2   $D^{(0)} = W$   
3  for  $k = 1$  to  $n$   
4      let  $D^{(k)} = (d_{ij}^{(k)})$  be a new  $n \times n$  matrix  
5      for  $i = 1$  to  $n$   
6          for  $j = 1$  to  $n$   
7               $d_{ij}^{(k)} = \min(d_{ij}^{(k-1)}, d_{ik}^{(k-1)} + d_{kj}^{(k-1)})$   
8  return  $D^{(n)}$ 
```

$$d_{ij}^{(k)} = \max\left(d_{ij}^{(k-1)}, \min\left(d_{ik}^{(k-1)}, d_{kj}^{(k-1)}\right)\right)$$