

- 书面作业讲解
 - TC第29.1节练习4、5、6、7、9
 - TC第29.2节练习2、3、6
 - TC第29.3节练习2、3、5
 - TC第29.4节练习2
 - TC第29章问题1

TC第29.1节练习4

1. minimize \rightarrow maximize

$$2x_1 + 7x_2 + x_3 \rightarrow -2x_1 - 7x_2 - x_3$$

2. nonnegativity constraints

$$x_1 \rightarrow x_1' - x_1''$$

$$x_3 \rightarrow x_3' - x_3''$$

一种不规范的做法（不鼓励）： $x_3' = -x_3$

3. equality constraints \rightarrow inequality constraints

4. $\geq \rightarrow \leq$

$$\begin{array}{llllll} \text{minimize} & 2x_1 & + & 7x_2 & + & x_3 \\ \text{subject to} & & & & & \\ & x_1 & & & - & x_3 & = & 7 \\ & 3x_1 & + & x_2 & & & \geq & 24 \\ & & & x_2 & & & \geq & 0 \\ & & & & & x_3 & \leq & 0 \end{array}$$

TC第29.1节练习5

- 要有过程
 - 先转为standard form
 - 再转为slack form

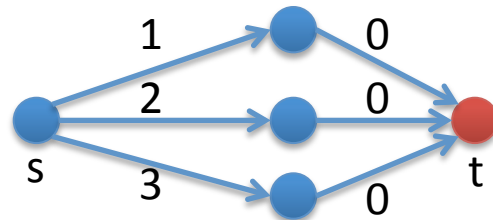
TC第29.2节练习2

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & d_t \\ \text{subject to} & d_v \leq d_u + w(u, v) \text{ for each edge } (u, v) \in E, \\ & d_s = 0. \end{array}$$

- 有一些同学额外添上了 $d_v \geq 0$ ，行不行？

TC第29.2节练习3

- 新增一个超级汇点 t ，所有点（除 s 外）连接到它，边权设为0，然后最大化 d_t ，行不行？



TC第29.2节练习6

- 二部图最大匹配 \rightarrow 最大流



- 新增边的capacity怎么设？可以设为 ∞ 吗？

TC第29章问题1a

a. Show that if we have an algorithm for linear programming, we can use it to solve a linear-inequality feasibility problem. The number of variables and constraints that you use in the linear-programming problem should be polynomial in n and m .

- 一种（不够完美的）解法
 - “任取”一个目标函数，求解LP
 - 不完美之处：如果结果是unbounded，只能判断不等式组有解，但给不出具体的解
- 另一种解法

- 例如，将待验证的不等式组

$$2x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1 - 5x_2 \leq -4$$

- 转为以下LP

maximize $-x_0$

subject to

$$x_0 + 2x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_0 + x_1 - 5x_2 \leq -4$$

$$x_0 \geq 0$$

根据“是否能算出最优解为0”做出判断（类似引理29.11）

TC第29章 问题1b

- b. Show that if we have an algorithm for the linear-inequality feasibility problem, we can use it to solve a linear-programming problem. The number of variables and linear inequalities that you use in the linear-inequality feasibility problem should be polynomial in n and m , the number of variables and constraints in the linear program.

$$\text{maximize} \quad \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

subject to

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq b_i \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, m \\ x_j &\geq 0 \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

$$\text{minimize} \quad \sum_{i=1}^m b_i y_i$$

subject to

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i &\geq c_j \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, n, \\ y_i &\geq 0 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, m. \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \geq \sum_{i=1}^m b_i y_i \quad \text{将此与上述约束联合, 找一个可行解}$$

- 教材讨论
 - TJ第3、4、5、6章

问题1： 群、子群、循环群

- 什么是群？
整数上的加法构成群吗？为什么？
一个非空集合的幂集上的并运算构成群吗？为什么？

问题1：群、子群、循环群

- 什么是群？
整数上的加法构成群吗？为什么？
一个非空集合的幂集上的并运算构成群吗？为什么？
- 什么是阿贝尔群？
整数加法群是阿贝尔群吗？为什么？
- 什么是子群？
你能找出整数加法群的一些子群吗？
- 如何证明一个群的某个子集是子群？

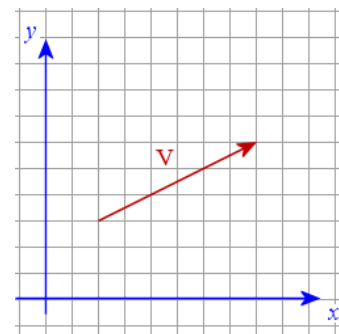
问题1：群、子群、循环群

- 什么是群？
整数上的加法构成群吗？为什么？
一个非空集合的幂集上的并运算构成群吗？为什么？
- 什么是阿贝尔群？
整数加法群是阿贝尔群吗？为什么？
- 什么是子群？
你能找出整数加法群的一些子群吗？
- 如何证明一个群的某个子集是子群？
- 什么是循环群、生成元、元素的阶？
整数加法群是循环群吗？
如果是，生成元是什么？生成元唯一吗？

问题1：群、子群、循环群 (续)

- 在二维平面上的“移动”，例如：向东北方向移动3公里
- 你能以这些“移动”为元素构建一个群吗？

- 它的集合元素和运算分别是什么？
- 它为什么符合群的定义？
- 它是阿贝尔群吗？为什么？



- 你能找出它的一些子群吗？并说明为什么找到的是子群
- 它是循环群吗？
如果是，生成元是什么？生成元唯一吗？
如果不是，如何改造到是？
- 你能找出这个（改造后的）循环群的一些子群吗？
它们是循环群吗？

问题2：置换群

- 什么是置换？
什么是置换群？
- 什么是轮换？
如何将一个置换转为一组轮换？
- 什么是对换？
如何将一个轮换转为一组对换？

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

问题2：置换群 (续)

- 我们请五位同学到讲台上进行真人演示
 - 按身高排成一行
你能将他们的位置交换表示为一个置换群吗？
 - 请演示一个长为3的轮换
 - 请通过一组对换返回刚才的位置
 - 请通过另一组对换返回刚才的位置
 - 请演示一个对换，与刚才的那些对换不相交

问题3： 陪集

- 什么是陪集？
- 你理解拉格朗日定理及其推论了吗？
它们为什么成立？

Theorem 6.5 (Lagrange) *Let G be a finite group and let H be a subgroup of G . Then $|G|/|H| = [G : H]$ is the number of distinct left cosets of H in G . In particular, the number of elements in H must divide the number of elements in G .*

Corollary 6.6 *Suppose that G is a finite group and $g \in G$. Then the order of g must divide the number of elements in G .*

Corollary 6.7 *Let $|G| = p$ with p a prime number. Then G is cyclic and any $g \in G$ such that $g \neq e$ is a generator.*

问题4：综合运用

- 你能将魔方表示为一个置换群吗？
- 其中包含轮换和对换吗？
- 你能找出它的一些循环子群吗？
你能找出它的一些非循环子群吗？
- 你能找出其中一个子群的陪集吗？

