

- 教材讨论
 - UD第20、21、22、23章

问题1：等势和有限集合

- 什么叫做集合的等势 (equivalence)?
 - 直观上是什么意思?
 - 数学本质又是什么?
- 如何利用等势来定义集合的有限和无限?
- 什么叫做有限集合的势 (cardinality)?

问题1：等势和有限集合 (续)

- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是有限的？

问题1：等势和有限集合 (续)

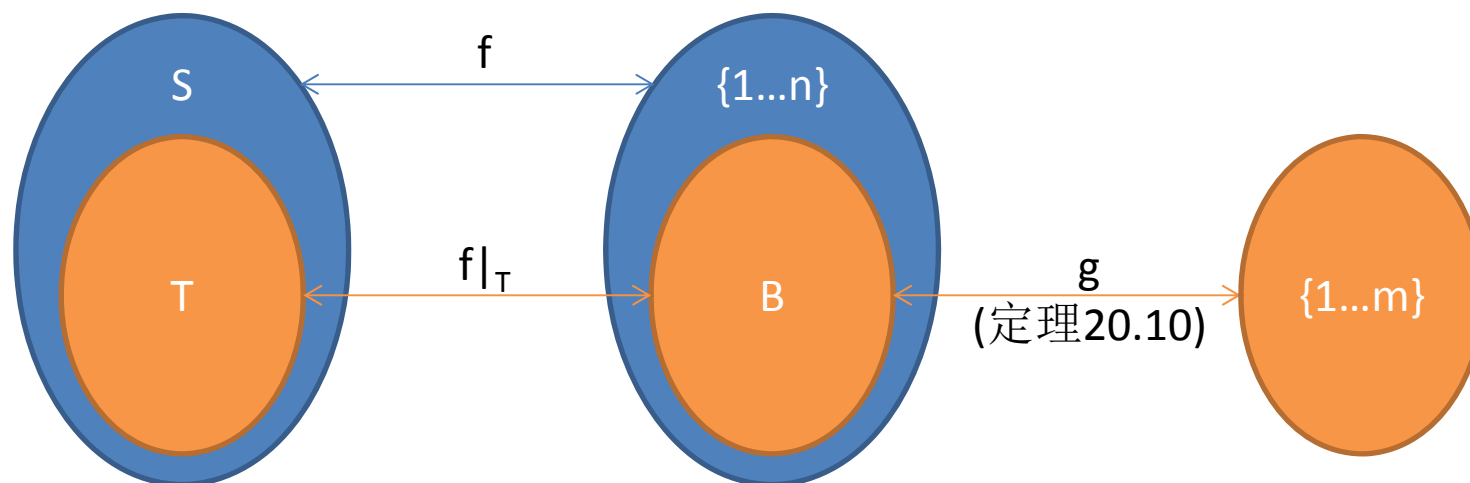
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是有限的？
 - 为空集或者与 $\{1,2,3,\dots,n\}$ 等势（定义）
 - 与另一个有限集合等势
 - 有限集合的子集也是有限集合（推论20.11）
 - 有限个有限集合的并也是有限集合（练习20.13）

问题1：等势和有限集合 (续)

- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是有限的？
 - 为空集或者与 $\{1,2,3,\dots,n\}$ 等势（定义）
 - 与另一个有限集合等势
 - 有限集合的子集也是有限集合（推论20.11）
 - 有限个有限集合的并也是有限集合（练习20.13）
- 为什么？

问题1：等势和有限集合 (续)

- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是有限的？
 - 为空集或者与 $\{1,2,3,\dots,n\}$ 等势（定义）
 - 与另一个有限集合等势
 - 有限集合的子集也是有限集合（推论20.11）
 - 有限个有限集合的并也是有限集合（练习20.13）
- 你能结合这个图来证明推论20.11吗？



问题1：等势和有限集合 (续)

- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是有限的？
 - 为空集或者与 $\{1,2,3,\dots,n\}$ 等势（定义）
 - 与另一个有限集合等势
 - 有限集合的子集也是有限集合（推论20.11）
 - 有限个有限集合的并也是有限集合（练习20.13）
- 留作作业

问题2：无限集合

- 通过定理21.3的证明过程，你掌握了证明集合无限的一般方法了吗？
- 你还能想到哪些手段来证明集合是无限的？

问题2：无限集合

- 通过定理21.3的证明过程，你掌握了证明集合无限的一般方法了吗？
- 你还能想到哪些手段来证明集合是无限的？
 - 与另一个无限集合等势
 - 无限集合的超集也是无限集合

问题3：可数集合

- 什么是可数无限集合？什么是可数集合？
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是可数的？

问题3：可数集合

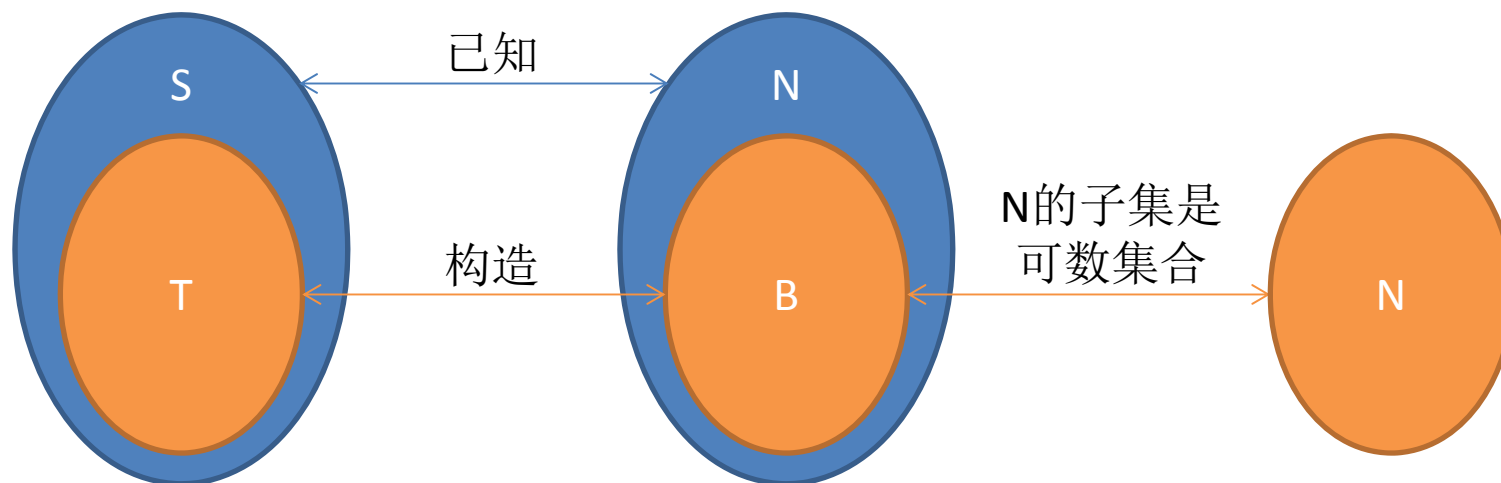
- 什么是可数无限集合？什么是可数集合？
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是可数的？
 - 为有限集合或者与 \mathbf{N} 等势（定义）
 - 与另一个可数集合（比如 \mathbf{N} 的子集）等势
 - 可数集合的子集也是可数集合（推论22.4）
 - 存在到另一个可数集合（比如 \mathbf{N} ）的单射（练习22.5）
 - 有限个可数集合的并也是可数集合（推论22.7）

问题3：可数集合

- 什么是可数无限集合？什么是可数集合？
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是可数的？
 - 为有限集合或者与 \mathbb{N} 等势（定义）
 - 与另一个可数集合（比如 \mathbb{N} 的子集）等势
 - 可数集合的子集也是可数集合（推论22.4）
 - 存在到另一个可数集合（比如 \mathbb{N} ）的单射（练习22.5）
 - 有限个可数集合的并也是可数集合（推论22.7）
- 为什么 \mathbb{N} 的子集是可数集合？
你能简要解释定理22.2的证明思路吗？

问题3：可数集合

- 什么是可数无限集合？什么是可数集合？
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是可数的？
 - 为有限集合或者与 \mathbb{N} 等势（定义）
 - 与另一个可数集合（比如 \mathbb{N} 的子集）等势
 - 可数集合的子集也是可数集合（推论22.4）
 - 存在到另一个可数集合（比如 \mathbb{N} ）的单射（练习22.5）
 - 有限个可数集合的并也是可数集合（推论22.7）
- 你能仿造之前的做法，画一个图来证明吗？



问题3：可数集合

- 什么是可数无限集合？什么是可数集合？
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是可数的？
 - 为有限集合或者与 \mathbf{N} 等势（定义）
 - 与另一个可数集合（比如 \mathbf{N} 的子集）等势
 - 可数集合的子集也是可数集合（推论22.4）
 - 存在到另一个可数集合（比如 \mathbf{N} ）的单射（练习22.5）
 - 有限个可数集合的并也是可数集合（推论22.7）
- 为什么可以只要求是单射而不要求是满射？你能构造合适的单射，来证明 $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$ 和 \mathbf{Q} 是可数集合吗？

问题3：可数集合

- 什么是可数无限集合？什么是可数集合？
- 你掌握了哪几种手段来证明一个集合是可数的？
 - 为有限集合或者与 \mathbb{N} 等势（定义）
 - 与另一个可数集合（比如 \mathbb{N} 的子集）等势
 - 可数集合的子集也是可数集合（推论22.4）
 - 存在到另一个可数集合（比如 \mathbb{N} ）的单射（练习22.5）
 - 有限个可数集合的并也是可数集合（推论22.7）
- 你能将定理22.6的证明过程泛化吗？

问题4：不可数集合

- 通过定理22.12的证明过程，你掌握了证明集合不可数的一般方法了吗？
- 你还能想到哪些手段来证明集合是不可数的？

问题4：不可数集合

- 通过定理22.12的证明过程，你掌握了证明集合不可数的一般方法了吗？
- 你还能想到哪些手段来证明集合是不可数的？
 - 与另一个不可数集合等势
 - 不可数集合的超集也是不可数集合

问题5: metric

- 你理解metric函数的三大特征了吗？
 - 正定性、对称性、三角不等式
- 你能在这些集合上定义出一些有意义的metric吗？
 - 所有实数
 - 所有n维向量
 - 所有有限集合
 - 所有字符串