open topic

by zyb

2018 年 5 月 7 日

问题介绍

- 给一个长度为n的无序数组，你需要求出其中第k小的元素。

问题介绍

- 给一个长度为n的无序数组，你需要求出其中第k小的元素。
- 常见做法是直接排序，然后输出排序之后的第k个元素。复杂度$O(nlogn)$。

问题介绍

- 给一个长度为n的无序数组，你需要求出其中第k小的元素。
- 常见做法是直接排序，然后输出排序之后的第k个元素。复杂度$O(nlogn)$。
- 用堆维护数组中前k小的元素，时间复杂度$O(nlogk)$。

问题介绍

- 给一个长度为n的无序数组，你需要求出其中第k小的元素。
- 常见做法是直接排序，然后输出排序之后的第k个元素。复杂度$O(nlogn)$。
- 用堆维护数组中前k小的元素，时间复杂度$O(nlogk)$。
- $Random - Selection$算法。

伪代码

```
RANDOMIZED-SELECT(A, p, r, i)
if p == r
    return A[p]
q = RANDOMIZED-PARTITION(A, p, r)
k = q − p + 1
if i == k            // the pivot value is the answer
    return A[q]
elseif i < k
    return RANDOMIZED-SELECT(A, p, q − 1, i)
else return RANDOMIZED-SELECT(A, q + 1, r, i − k)
```

复杂度递推式

- 设$T(n)$为数组长度等于n时的复杂度。

复杂度递推式

- 设$T(n)$为数组长度等于n时的复杂度。
- 设X和P为独立的随机变量。

复杂度递推式

- 设$T(n)$为数组长度等于n时的复杂度。
- 设X和P为独立的随机变量。
- 当$Random - Partition$中随机选择的是第i小的数时，$X_i = 1$，其它的$X = 0$。

复杂度递推式

- 设$T(n)$为数组长度等于n时的复杂度。
- 设X和P为独立的随机变量。
- 当$Random - Partition$中随机选择的是第i小的数时，$X_i = 1$，其它的$X = 0$。
- 当$k = j$时，$P_j = 1$，其它的$P = 0$。

复杂度递推式

- 设$T(n)$为数组长度等于n时的复杂度。
- 设X和P为独立的随机变量。
- 当$Random - Partition$中随机选择的是第i小的数时，$X_i = 1$，其它的$X = 0$。
- 当$k = j$时，$P_j = 1$，其它的$P = 0$。
- $T(n) = \sum_{i=1}^{n} X_i * (\sum_{j=1}^{i-1} P_j * T(i-1) + \sum_{j=i+1}^{n} P_j * T(n-i)) + O(n)$

期望

- 设$E(n)$为$T(n)$的期望。

期望

- 设$E(n)$为$T(n)$的期望。
- $E(n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} * (\sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{n} * E(i-1) + \sum_{j=i+1}^{n} \frac{1}{n} * E(n-i)) + O(n)$

期望

- 设$E(n)$为$T(n)$的期望。
- $E(n)=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}*(\sum_{j=1}^{i-1}\frac{1}{n}*E(i-1)+\sum_{j=i+1}^{n}\frac{1}{n}*E(n-i))+O(n)$
- $E(n)=\frac{1}{n}*\sum_{i=1}^{n}(\frac{i-1}{n}*E(i-1)+\frac{n-i}{n}*E(n-i))+O(n)$

期望

- 设$E(n)$为$T(n)$的期望。
- $E(n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} * (\sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{n} * E(i-1) + \sum_{j=i+1}^{n} \frac{1}{n} * E(n-i)) + O(n)$
- $E(n) = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} (\frac{i-1}{n} * E(i-1) + \frac{n-i}{n} * E(n-i)) + O(n)$
- $E(n) = \frac{1}{n^2} * (\sum_{i=1}^{n} (i-1) * E(i-1) + \sum_{i=1}^{n} (n-i) * E(n-i)) + O(n)$

期望

- 设$E(n)$为$T(n)$的期望。
- $E(n)=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}*(\sum_{j=1}^{i-1}\frac{1}{n}*E(i-1)+\sum_{j=i+1}^{n}\frac{1}{n}*E(n-i))+O(n)$
- $E(n)=\frac{1}{n}*\sum_{i=1}^{n}(\frac{i-1}{n}*E(i-1)+\frac{n-i}{n}*E(n-i))+O(n)$
- $E(n)=\frac{1}{n^2}*(\sum_{i=1}^{n}(i-1)*E(i-1)+\sum_{i=1}^{n}(n-i)*E(n-i))+O(n)$
- $E(n)=\frac{2}{n^2}*(\sum_{i=0}^{n-1}i*E(i))+O(n)$

归纳假设

- 设$O(n) \leq a * n$。

归纳假设

- 设$O(n) \leq a * n$。
- 当$n \geq 2$时，假设 $\forall i < n, E(i) \leq c * i$都成立。

归纳假设

- 设$O(n) \leq a * n$。
- 当$n \geq 2$时，假设 $\forall i < n, E(i) \leq c * i$都成立。
- $E(n) \leq \frac{2}{n^2} * (\sum_{i=0}^{n-1} c * i^2) + a * n$

归纳假设

- 设$O(n) \le a * n$。
- 当$n \ge 2$时，假设 $\forall i < n, E(i) \le c * i$都成立。
- $E(n) \le \frac{2}{n^2} * (\sum_{i=0}^{n-1} c * i^2) + a * n$
- $E(n) \le \frac{2c}{n^2} * \frac{(n-1)*n*(2n-1)}{6} + a * n = \frac{c*(n-1)*(2n-1)}{3n} + a * n$

归纳假设

- 设$O(n) \le a * n$。
- 当$n \ge 2$时，假设 $\forall i < n, E(i) \le c * i$都成立。
- $E(n) \le \frac{2}{n^2} * (\sum_{i=0}^{n-1} c * i^2) + a * n$
- $E(n) \le \frac{2c}{n^2} * \frac{(n-1)*n*(2n-1)}{6} + a * n = \frac{c*(n-1)*(2n-1)}{3n} + a * n$
- $\frac{c*(n-1)*(2n-1)}{3n} + a * n \le \frac{c*2n^2}{3n} + a * n = \frac{2c*n}{3} + a * n$

归纳假设

- 设$O(n) \leq a * n$。
- 当$n \geq 2$时，假设 $\forall i < n, E(i) \leq c * i$都成立。
- $E(n) \leq \frac{2}{n^2} * (\sum_{i=0}^{n-1} c * i^2) + a * n$
- $E(n) \leq \frac{2c}{n^2} * \frac{(n-1)*n*(2n-1)}{6} + a * n = \frac{c*(n-1)*(2n-1)}{3n} + a * n$
- $\frac{c*(n-1)*(2n-1)}{3n} + a * n \leq \frac{c*2n^2}{3n} + a * n = \frac{2c*n}{3} + a * n$
- $\frac{2c*n}{3} + a * n \leq c * n$

归纳假设

- 设$O(n) \leq a * n$。
- 当$n \geq 2$时，假设 $\forall i < n, E(i) \leq c * i$都成立。
- $E(n) \leq \frac{2}{n^2} * (\sum_{i=0}^{n-1} c * i^2) + a * n$
- $E(n) \leq \frac{2c}{n^2} * \frac{(n-1)*n*(2n-1)}{6} + a * n = \frac{c*(n-1)*(2n-1)}{3n} + a * n$
- $\frac{c*(n-1)*(2n-1)}{3n} + a * n \leq \frac{c*2n^2}{3n} + a * n = \frac{2c*n}{3} + a * n$
- $\frac{2c*n}{3} + a * n \leq c * n$
- $c \geq 3a$

归纳假设

- 设$O(n) \le a * n$。
- 当$n \ge 2$时，假设 $\forall i < n, E(i) \le c * i$都成立。
- $E(n) \le \frac{2}{n^2} * (\sum_{i=0}^{n-1} c * i^2) + a * n$
- $E(n) \le \frac{2c}{n^2} * \frac{(n-1)*n*(2n-1)}{6} + a * n = \frac{c*(n-1)*(2n-1)}{3n} + a * n$
- $\frac{c*(n-1)*(2n-1)}{3n} + a * n \le \frac{c*2n^2}{3n} + a * n = \frac{2c*n}{3} + a * n$
- $\frac{2c*n}{3} + a * n \le c * n$
- $c \ge 3a$
- 任取$c \ge 3a$，$E(n) \le c * n$，则$E(n) = O(n)$。

*Acesrc*表示很崇拜*qls*

H: Acesrc表示很崇拜qls

zsc和Roo看了前面的题目之后发现一道都不会做，于是请qls出了一道特别特别简单的题目来拯救他们两个菜鸡。qls想了想，出了这样的一个题：

qls在 2017 CCPC Final 上同时获得了金牌和银牌.... 原因在于金牌取参赛人数的前 10%, 总参赛人数是115人, 乘出来是 11.5只队伍, 而qls的队伍排名是12。一般来说，人数应该是四舍五入的，但主办方颁奖时却采用了五舍六入的做法，于是qls只能获得银牌。而后来大家纷纷为qls打抱不平，主办方才按照规矩四舍五入了，qls就获得了金牌。

现在给你一场比赛的榜单, 问是否有一个队在四舍五入时获得金牌, 五舍六入时获得银牌?

榜单的排序方法是, 先按照题数, 过题越多排名越前. 题数相同的时候罚时越少排名越前. 保证不会有队伍的罚时相同.

(题目背景纯属虚构, 题是$Acesrc$出的.)

Acesrc表示很崇拜qls

- 先判断一下$n*d$的最后一位是否$=5$，不是的话直接输出*qls is very great*。

Acesrc表示很崇拜qls

- 先判断一下$n*d$的最后一位是否$=5$，不是的话直接输出$qls\ is\ very\ great$。
- 直接用$Random-Selection$算法求第$\frac{n*d}{10}+1$小。

*Acesrc*表示很崇拜*qls*

- 先判断一下$n*d$的最后一位是否$=5$，不是的话直接输出*qls is very great*。
- 直接用$Random-Selection$算法求第$\frac{n*d}{10}+1$小。
- 其实$c++$自带的STL中有个函数$nth_element$可以在期望$O(n)$的时间复杂度内寻找第k小元素。

随机

- 假设随机一次正确的概率是$\frac{1}{p}$，则错误的概率是$\frac{p-1}{p}$。

随机

- 假设随机一次正确的概率是$\frac{1}{p}$，则错误的概率是$\frac{p-1}{p}$。
- 假设随机了k次都错误的概率是$(\frac{p-1}{p})^k$。

随机

- 假设随机一次正确的概率是$\frac{1}{p}$，则错误的概率是$\frac{p-1}{p}$。
- 假设随机了k次都错误的概率是$(\frac{p-1}{p})^k$。
- 随机足够多次之后，这个概率可以忽略不计。

例题

- 给你n个二维平面上的点，问是否存在一个圆满足至少有一半的点在这个圆上。

例题

- 给你n个二维平面上的点，问是否存在一个圆满足至少有一半的点在这个圆上。
- 每次随机3个点，求出它们的外接圆，判断一下是否满足条件。

例题

- 给你n个二维平面上的点，问是否存在一个圆满足至少有一半的点在这个圆上。
- 每次随机3个点，求出它们的外接圆，判断一下是否满足条件。
- 随机100次，如果还没找到这样的圆，则视为它不存在。

例题

- 给你n个二维平面上的点，问是否存在一个圆满足至少有一半的点在这个圆上。
- 每次随机3个点，求出它们的外接圆，判断一下是否满足条件。
- 随机100次，如果还没找到这样的圆，则视为它不存在。
- 假设存在一个这样的圆，则每次随机的3个点都在圆上的概率是$\frac{1}{8}$。

例题

- 给你n个二维平面上的点，问是否存在一个圆满足至少有一半的点在这个圆上。
- 每次随机3个点，求出它们的外接圆，判断一下是否满足条件。
- 随机100次，如果还没找到这样的圆，则视为它不存在。
- 假设存在一个这样的圆，则每次随机的3个点都在圆上的概率是$\frac{1}{8}$。
- 错误的概率是$(\frac{7}{8})^{100} \approx 10^{-6}$。

Good luck & Have fun!