- 书面作业讲解
  - TJ第2章练习13、14、15、16、19、22、28、29、30、31
  - ~~TJ第2章编程练习1、3~~
  - CS第2.2节问题2、4、6、8、15、16、17、19

TJ第2章练习13

- 第一数学归纳法
  - 如果P(1)是true，且P(n)是true → P(n+1)是true
  - 那么P(n)对所有n都是true
- 第二数学归纳法
  - 如果Q(1)是true，且Q(1)……Q(n)都是true → Q(n+1)是true
  - 那么Q(n)对所有n都是true

- 第一 → 第二（UD第17章问题14，去年此时的一道作业题）
  - 令P(n)为“Q(1)……Q(n)都是true”：欲证Q(n)对所有n都是true，即证P(n)对所有n都是true
  - Base case: Q(1)是true → P(1)是true
  - Induction: P(k)是true → Q(1)……Q(k)都是true → Q(k+1)是true → Q(1)……Q(k+1)都是true → P(k+1)是true → P(n)对所有n都是true
- 第二 → 第一
  - 令Q(n)为“P(n)是true”：欲证P(n)对所有n都是true，即证Q(n)对所有n都是true
  - Base case: P(1)是true → Q(1)是true
  - Induction: Q(1)……Q(k)是true →Q(k)是true → P(k)是true → P(k+1)是true → Q(k+1)是true → Q(n)对所有n都是true

TJ第2章练习29

- 反证法：假设有限个，即p_1、……p_k
- 令$N=p_1……p_k$，设p为N^2-N+1的一个质因子（显然不同于p_1、……p_k），则p也能整除$(N^2-N+1)(N+1)=N^3+1$，即$N^3=_p-1$，因此$N^6=_p1$
- 所以，N在群Z_p^*中，且N的阶可能是1、2、3、6
  - 由于$N^3=_p-1$，所以阶不为3，显然也不能为1
  - 如果阶为2：即$N^2=_p1$，而$N^3=_p-1$，因此$N=_p-1$，于是p能整除N+1和N^2-N+1，即$\gcd(N+1,N^2-N+1)\geq p$，而由$N^2-N+1=(N+1)(N-2)+3$可知$\gcd(N+1,N^2-N+1)=\gcd(N+1,3)\leq 3$，所以$p\leq 3$，即p为2或3，但是，由N形如6n+1可知$N^2-N+1$也形如6n+1，作为其因子的p不可能是2或3，矛盾
  - 所以阶只能为6
- 因此，6能整除$|Z_p^*|=p-1$，于是p也形如6n+1，与假设矛盾

TJ第2章练习30

- 反证法：假设有限个，即p_1、……p_k
- 令$N=(p_1……p_k)^2+2$，则$N=_4 3$
- 而N是奇数且不含任何形如4n-1的因子，因此N的质因子都形如4n+1，则$N=_4 1$，矛盾

- 教材讨论
  - TJ第7章
  - TC第31章第7、9节

问题1：对称密钥加密和公开密钥加密

- 太公曰：“主与将，有阴符，凡八等。有大胜克敌之符，长一尺。破军擒将之符，长九寸。降城得邑之符，长八寸。却敌报远之符，长七寸。警众坚守之符，长六寸。请粮益兵之符，长五寸。败军亡将之符，长四寸。失利亡士之符，长三寸。诸奉使行符，稽留，若符事闻，泄告者，皆诛之。八符者，主将秘闻，所以阴通言语，不泄中外相知之术。敌虽圣智，莫之能识。”

- 你理解这种加密方法了吗？

问题1：对称密钥加密和公开密钥加密 (续)

- 斯巴达司令派人给前线送一条这样的腰带：
  KGDEINPKLRIJLFGOKLMNISOJNTVWG

- 你能猜到使用的加密方法吗？
- KGDEINPKLRIJLFGOKLMNISOJNTVWG

问题1：对称密钥加密和公开密钥加密 (续)

- 一条战场快讯：WECRLTEERDSOEEFEAOCAIVDEN
- 你能猜到使用的加密方法吗？

```
W . . . E . . . C . . . R . . . L . . . T . . . E
. E . R . D . S . O . E . E . F . E . A . O . C .
. . A . . . I . . . V . . . D . . . E . . . N . .
```

问题1：对称密钥加密和公开密钥加密 (续)

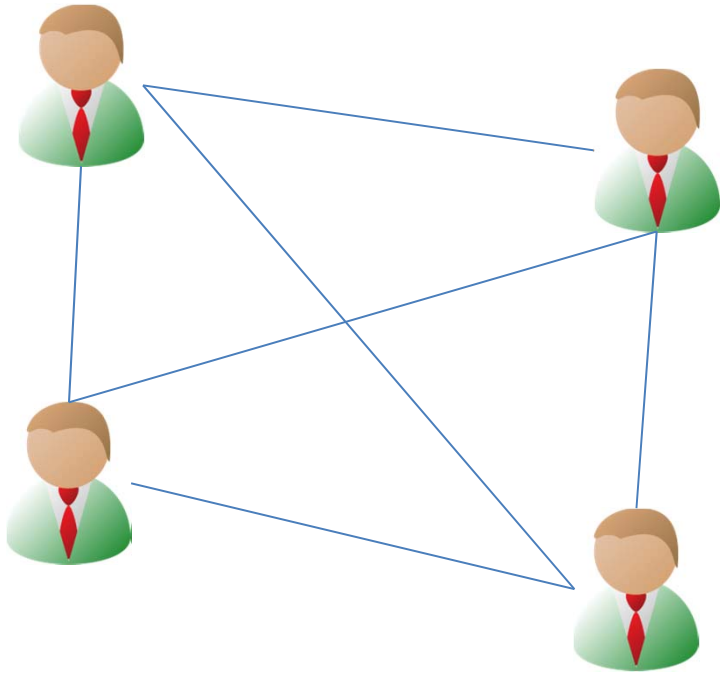
- 对称密钥加密(private/symmetric key cryptography)
- 公开密钥加密(public/asymmetric key cryptography)

- 它们分别是什么意思？
- 各有什么优缺点？
  - 便利性
  - 性能

- 如何结合两者的优点？
  - Because symmetric key algorithms are nearly always much less computationally intensive than asymmetric ones, it is common to exchange a key using a key-exchange algorithm, then transmit data using that key and a symmetric key algorithm.

问题1：对称密钥加密和公开密钥加密 (续)

- 四个人之间采用对称密钥加密两两间的通讯，你认为需要几个密钥？
- 如果采用公开密钥加密呢？



问题1：对称密钥加密和公开密钥加密 (续)

- 你能简述如何生成RSA的公钥和私钥吗？

1. Select at random two large prime numbers p and q such that $p \neq q$. The primes p and q might be, say, 1024 bits each.
2. Compute $n = pq$.
3. Select a small odd integer e that is relatively prime to $\phi(n)$, which, by equation (31.20), equals $(p-1)(q-1)$.
4. Compute d as the multiplicative inverse of e, modulo $\phi(n)$. (Corollary 31.26 guarantees that d exists and is uniquely defined. We can use the technique of Section 31.4 to compute d, given e and $\phi(n)$.)
5. Publish the pair $P = (e, n)$ as the participant's ***RSA public key***.
6. Keep secret the pair $S = (d, n)$ as the participant's ***RSA secret key***.

- 如何加密、解密？

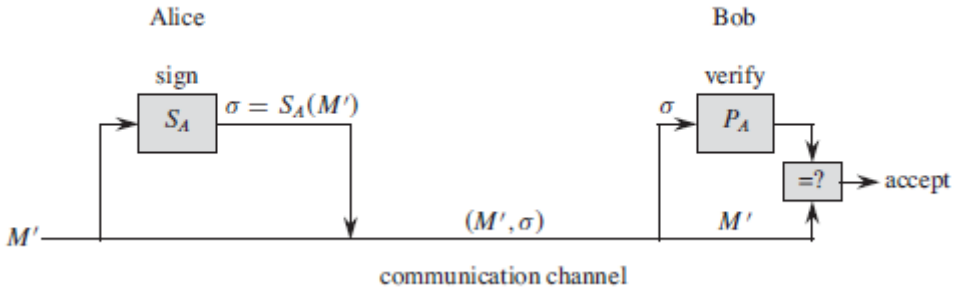
$P(M) = M^e \bmod n$

$S(C) = C^d \bmod n$

- 如果先解密、再加密，会怎么样？
- 破解RSA的关键是什么？为什么？

问题2：数字签名

- 数字签名有什么用？
  - 验证：身份、完整性、不可否认性
- 如何基于公开密钥加密实现数字签名？和之前的加密/解密过程最大的区别是什么？



- 能不能基于对称密钥加密实现数字签名？

问题2：数字签名 (续)

- 这种身份验证的过程靠谱吗？

$P_A(S_A$(我是A))=我是A
所以他真是A！

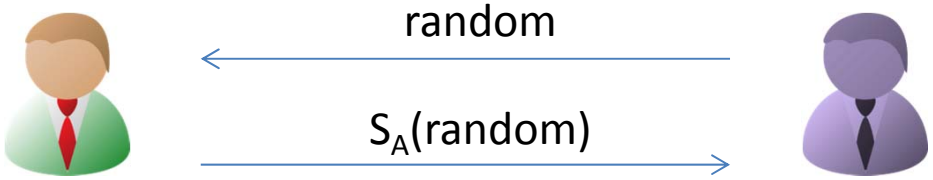
作为一个坏人，你能想出什么办法来冒充A？

从A获取“S_A(我是A)”，向B重放

怎么改进？

问题2：数字签名 (续)

- 改进



$P_A(S_A(random))=random$
所以他真是A！

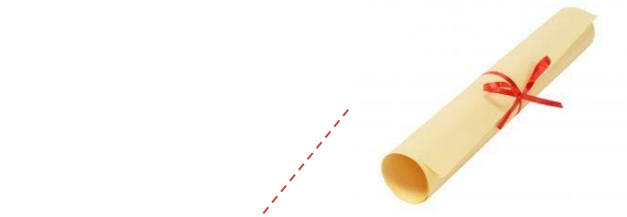
作为一个坏人，你又能想出什么办法来冒充A？

换掉B保存的P_A

怎么改进？

问题2：数字签名 (续)

- 继续改进



CA

数字证书 $S_{CA}(A \rightarrow P_A)$

A

random

$S_A(random)$

$S_{CA}(A \rightarrow P_A)$

B

你还能找到漏洞吗？

怎么改进？

根证书(+多级认证)

$P_{CA}(S_{CA}(A \rightarrow P_A))=A \rightarrow P_A$
所以A的公钥真是P_A!
$P_A(S_A(random))=random$
所以他真是A！

问题2：数字签名 (续)

- 验证数据在通讯中有无损坏，除了RSA以外，你能想到更简单的办法吗？
  - 奇偶校验、MD5……
- 与RSA相比，这些方法的优缺点是什么？
  - 安全性
  - 数据量
- 如何结合两者的优点？