

数独程序设计竞赛

- 下周小班汇报
 - 形式：每组派一个代表结合ppt答辩
 - 时间：不超过10分钟
 - 内容
 - 人员分工
 - 系统演示 [可选]
 - 系统概述
 - 重难点与对策 [重点]

- 书面作业讲解

- UD第6章问题7、16、17

- UD第7章问题1、8、9、10、11

- UD第8章问题1、4、7、8、9、11

- UD第9章问题2、4、12、13、14、16

UD第7章问题9a

- 如何证明两个集合不相交？
 - 定义法：是否需要正反各证一遍？
 - $\forall x \in A \setminus B \dots$
 - $\forall x \in B \dots$
 - 反证法

UD第7章问题11

- 反例
 - 假设: $X=\{1,2\}$, $A=\{1\}\subseteq X$, $B=\{2\}\subseteq X$, $Y=\emptyset\subseteq X$
 - 则: $A\cap Y=B\cap Y=\emptyset$, 但 $A\neq B$
- 这个反例对吗?

UD第8章问题4

- 数学归纳法

$$\because \bigcap_{n=1}^k A_n \subset \bigcap_{n=1}^k B_n$$

$$\text{且 } A_{k+1} \subset B_{k+1}$$

$$\therefore A_{k+1} \cap \bigcap_{n=1}^k A_n \subset B_{k+1} \cap \bigcap_{n=1}^k B_n$$

$$\text{即 } \bigcap_{n=1}^{k+1} A_n \subset \bigcap_{n=1}^{k+1} B_n$$

- 这个证明正确吗？

UD第8章问题7a

- 用数学语言来书写证明过程

$$\because \exists \alpha_0 \in I, (A_{\alpha_0} = \emptyset)$$

$$\therefore \bigcap_{\alpha \in I} A_{\alpha} = A_{\alpha_0} \cap \bigcap_{\alpha \in (I \setminus \{\alpha_0\})} A_{\alpha} = \emptyset \cap \bigcap_{\alpha \in (I \setminus \{\alpha_0\})} A_{\alpha} = \emptyset$$

UD第8章问题11f

- 反证法

假设 $\bigcap_{\alpha \in I} A_\alpha \neq \emptyset$

则 $\exists x \in \bigcap_{\alpha \in I} A_\alpha$

则对于 $\alpha, \beta \in I, A_\alpha \cap A_\beta \neq \emptyset$

与题设不符

得证

- 这个证明正确吗？

UD第9章问题4

- 不要混淆 \in 和 \subseteq

$$(1) \forall x \in P(A)$$

$$\text{则 } x \subseteq A \subseteq B$$

$$\therefore x \in P(B)$$

$$\therefore P(A) \subseteq P(B)$$

$$(2) \because A \in P(A) \subseteq P(B)$$

$$\therefore A \subseteq B$$

UD第9章 问题12a

- 自顶向下分解问题
 1. if and only if的分解
 2. 集合相等的分解

UD第9章问题13

$$\because \forall (x, y) \in A \times B \subseteq C \times D$$

$$\therefore x \in C \text{ 且 } y \in D$$

$\because x, y$ 是分别从 A, B 中任取的

$$\therefore A \subseteq C \text{ 且 } B \subseteq D$$

- 这个证明正确吗？

UD第9章问题16a

- If $\{\{a\}, \{a, b\}\} = \{\{x\}, \{x, y\}\}$, then $a=x$ and $b=y$.

$$\because \{\{a\}, \{a, b\}\} = \{\{x\}, \{x, y\}\}$$

$$\therefore \{a\} = \{x\}, \{a, b\} = \{x, y\}$$

$\therefore \dots$

- 这个证明正确吗？

UD第9章问题16c

$$\forall x \in A \times B$$

$$\text{则} \exists a \in A, b \in B, (a, b) = x, x \in P(P(A \cup B))$$

$$\because A \subseteq C, B \subseteq D$$

$$\therefore a \in C, b \in D, x \in P(P(C \cup D))$$

$$\therefore x \in C \times D$$

- 教材答疑和讨论
 - UD第14、15、16章

问题1: 函数 (function)

- 基本术语
 - 定义域 (domain)
 - 陪域 (codomain)
 - 值域 (range)
 - 单射 (injective/one-to-one)
 - 满射 (surjective/onto)
 - 双射 (bijective)
- 你能举出生活中的函数例子吗? 它们的定义域/陪域/值域分别是什么?
 - 单射非满射
 - 满射非单射
 - 双射

问题2： 函数相等

- Two functions $f:A \rightarrow B$ and $g:A \rightarrow B$ are equal if and only if $f(x)=g(x)$ for all $x \in A = \text{dom}(f) = \text{dom}(g)$.
- 你能给出一个更本质的定义吗？

问题3： 函数相关的证明

- 求解函数的值域 (Example 13.7)
- 证明函数是双射 (Example 14.7)

- 你能解释它们的基本思路吗？

问题4：函数的复合 (composition)

- 复合与单射/满射的关系 ($f:A \rightarrow B, g:B \rightarrow C$)
 - If f and g are one-to-one, then $g \circ f$ is one-to-one.
 - If $g \circ f$ is one-to-one, then f one-to-one.
 - If f and g are onto, then $g \circ f$ is onto.
 - If $g \circ f$ is onto, then g is onto.
- 你能给出它们的证明吗？
- 你能举出生活中的函数复合的例子吗？
 - f 单射、 g 单射
 - f 单射、 g 非单射、 $g \circ f$ 单射
 - f 满射、 g 满射
 - f 非满射、 g 满射、 $g \circ f$ 满射
 - f 双射、 g 双射
- Theorem 15.8(iii)和Theorem 15.4(iv)有什么区别？

问题5： 恒等函数 (identity function)

- $i_A: A \rightarrow A$ defined by $i_A(x) = x$ for all $x \in A$.
- 你能证明它的下列性质吗？
 - Well-defined
 - One-to-one
 - Onto
 - Its own inverse

问题6：函数的像 (image)

- 对于 $f:X \rightarrow Y$ 和 $y \in Y$ ， $f^{-1}(y)$ 和 $f^{-1}(\{y\})$ 有什么区别？
- 你能为Exercise 16.4举出反例吗？
- Exercise 16.6的证明错在哪儿？

- 程序设计讨论
 - WS第4章

函数

- 调用一个函数时，你需要知道这个函数的哪些信息？
 - `int a=f(2,3);`

- 声明 (declaration)
 - `int f(int, int);`
 - `int f(int a, int b);`
- 调用 (call)
 - `f(2,3);`
- 定义 (definition)
 - `int f(int a, int b) {...}`

函数的重载 (overloading)

- 函数同名的底线：在调用时可区分
 - `int f(int);`
 - `int f(int,int);`
 - `int f(int);`
 - `int f(string);`
 - `int f(int a);`
 - `int f(int b);`
 - `int f(int);`
 - `string f(int);`

重载与类型转换

- `int f(int,double);`
- `int f(double,int);`
- 以下分别会调用哪个函数？
 - `f(1,2.0);`
 - `f(1,2);`