

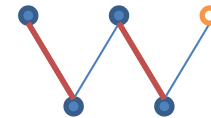
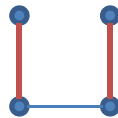
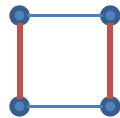
- 书面作业讲解
  - DW第3.1节练习5、7、8、10、13、16、18、20、29、40
  - DW第3.2节练习1、2、5、6

# DW第3.1节练习10

- 从 $M \setminus N$ 中任取一条边，将它从 $M$ 中移到 $N$ 中，可不可以？
- 一种正确的解法
  - 求 $M$ 和 $N$ 的对称差 $F$
  - $F$ 的连通分支有三种情况
    - 孤立点
    - 交错路
    - 偶圈
  - 其中必有一条交错路 $P$ ，首尾边都来自 $M$ ，为什么？
  - 将 $P$ 中边的隶属关系在 $M$ 和 $N$ 之间交换，得到 $M'$ 和 $N'$ ，如何保证 $M'$ 和 $N'$ 仍然是匹配？

# DW第3.1节练习13

- 考虑 $F=M \cup M'$
- $S \cup T$ 中的顶点在 $F$ 中有三种情况
  - 在偶圈中：取 $M$ 中的边
  - 在奇交错路中：取较多的一组间隔边
  - 在偶交错路中：总有一个端点不在 $S \cup T$ 中，从另一端开始交错取

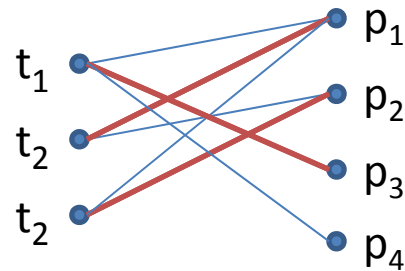


# DW第3.1节练习18

- 有完美匹配 $M$ 时
  - First player: 无论选择哪个 $v$
  - Second player: 总是选择 $M$ 中与 $v$ 相邻的点
- 没有完美匹配时，总有最大匹配 $M$ 
  - First player: 首先选择未被 $M$ 覆盖的一点
  - Second player: 只能选择被 $M$ 覆盖的一点 $v$ ，为什么？
  - First player: 总是选择 $M$ 中与 $v$ 相邻的点

# DW第3.1节练习20

- 二部图
  - $t_i$ 对应 $c_i$ 个顶点，每个人也对应一个顶点
  - 如果一个人喜欢一个 $t_i$ ，就将她与 $t_i$ 对应的所有 $c_i$ 个顶点连接
- to fill all trips = 能覆盖所有 $t_i$ 对应顶点的匹配



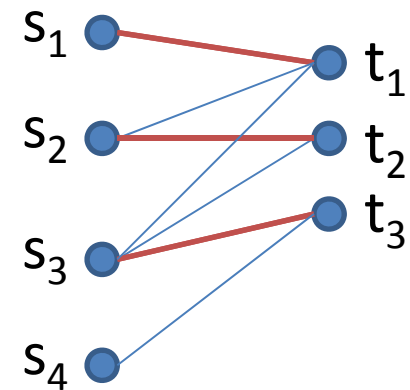
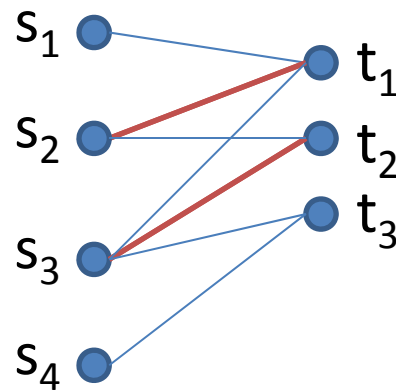
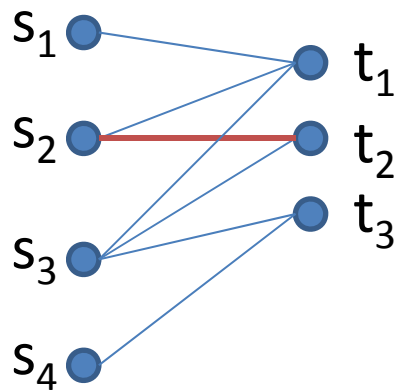
- 教材讨论
  - TC第26章
  - DW第5章第1节
  - DW第6章第1节
  - DW第7章第2节

# 问题1：网络流

- Menger's Theorem
  - If  $x, y$  are vertices of a graph  $G$  and  $xy \notin E(G)$ , then the minimum size of an  $x, y$ -cut equals the maximum number of pairwise internally disjoint  $x, y$ -paths.
- Max-flow Min-cut Theorem
  - In every network, the maximum value of a feasible flow equals the minimum capacity of a source/sink cut.
- 当capacity是整数时，为什么这两个定理讲的是同一件事？

# 问题1：网络流 (续)

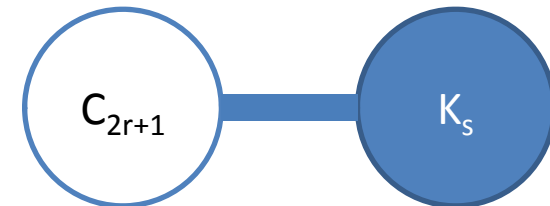
- 求二部图最大匹配的算法的基本思路是什么？
- 求最大流的Ford-Fulkerson方法的基本思路是什么？
- 分别使用这两个算法求最大匹配（按如下顺序），你能得出什么结论？





## 问题2：染色

- 快速回忆：还记得这些概念的含义吗？
  - k-coloring
  - proper coloring
  - k-colorable
- 这两个符号分别表示什么意思？
  - $\chi$
  - $\omega$
- 它们之间有什么关系？
  - $\chi \geq \omega$
- 你能分别举出 $\chi = \omega$ 和 $\chi > \omega$ 的例子吗？



## 问题2：染色 (续)

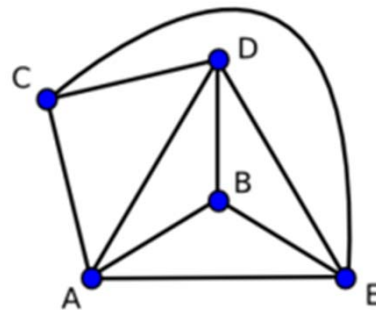
- 几所高校在同一所重点高中进行高考招生宣传，每场宣传都要持续一天时间，如果场地是充足的，这样的宣传活动至少需要持续多少天，才能保证每个学生都能参加他感兴趣的所有高校的宣传宣传活动？
- 还记得数独吗，以前你是怎么求解的，现在你能想到一种新的方法吗？
- \*学校教务员是如何为各门课程分配时间的？
  - 老师不能分身
  - 同学（班级）也不能分身
  - 一门课程每周可能上不止一次

## 问题2：染色 (续)

- greedy coloring的基本思路是什么？
- 为什么greedy coloring最多只需 $\Delta+1$ 种颜色？
- 为什么在greedy coloring中，将顶点按degree降序排列，有可能只需更少的颜色？
  - $\chi \leq 1 + \max_i \min\{d(v_i), i-1\} \leq \Delta+1$

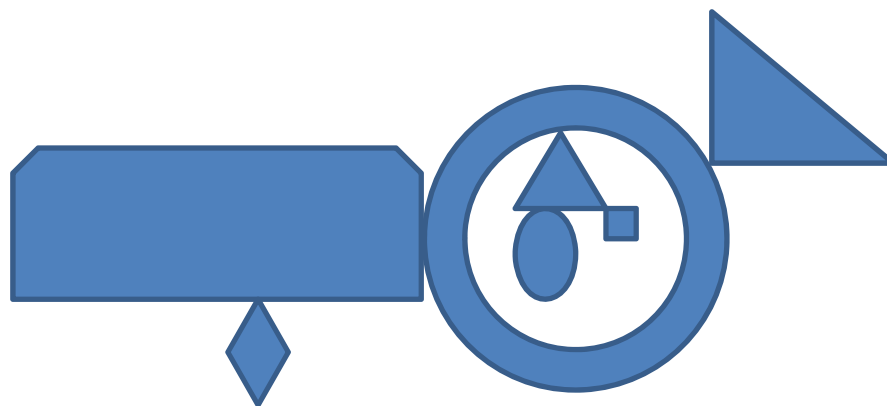
# 问题3：平面图

- 快速回忆：还记得这些概念的含义吗？
  - planar
  - plane graph
  - face和outer face
- 这个plane graph有几个face？你能不能找到另一种画法，改变face的数量？
- 这个plane graph中的任意一个非outer face，你能不能找到另一种画法，让这个face变成outer face？



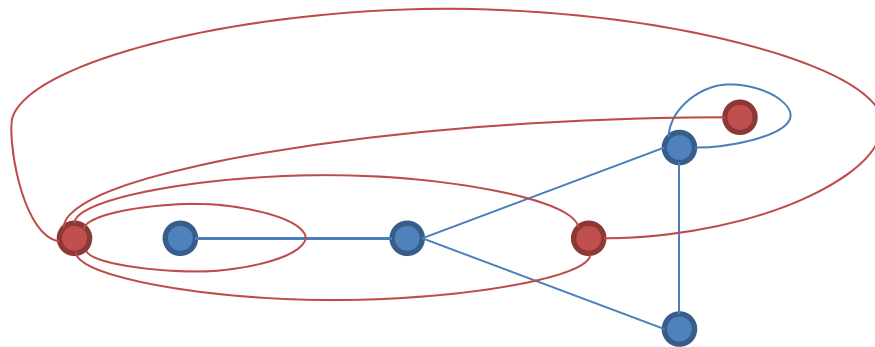
## 问题3：平面图 (续)

- 直观上，为什么一个图是planar当且仅当其每个block都是planar？



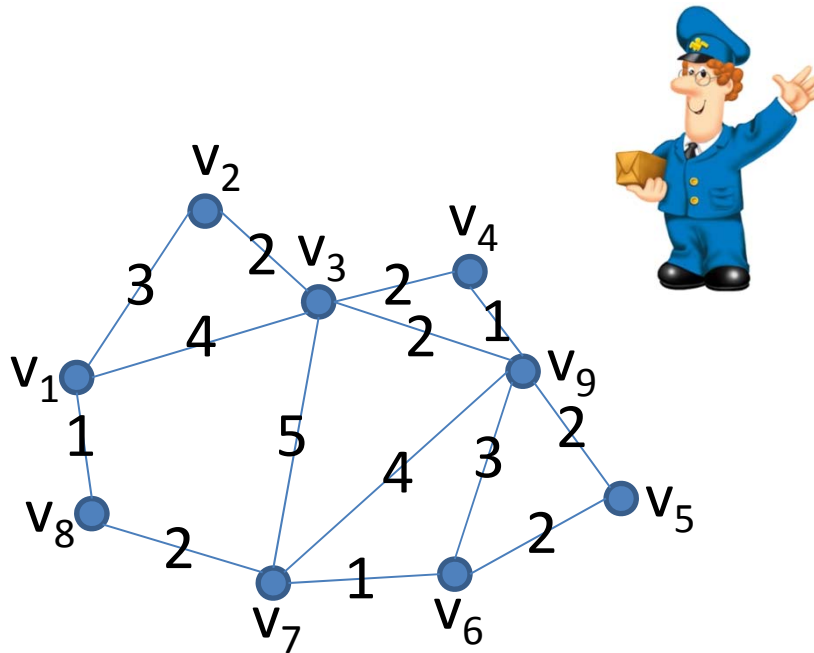
## 问题3：平面图 (续)

- 什么叫dual graph?
- 什么情况下dual graph中会出现loop?
- 原图中的loop在dual graph中对应什么样的边?
- 为什么dual graph一定是连通的?



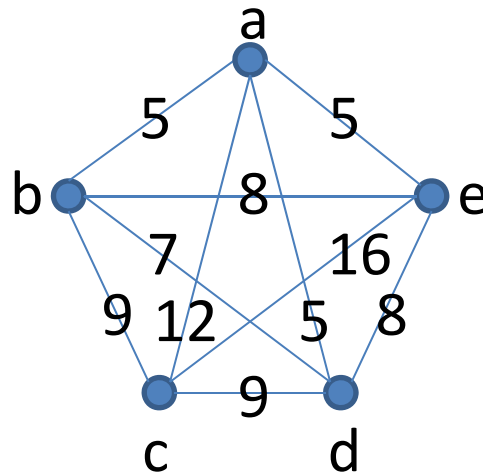
# 问题4：哈密尔顿圈

- 欧拉回路和中国邮递员问题



## 问题4： 哈密尔顿圈 (续)

- 哈密尔顿圈和旅行商问题





- 更多奥秘尽在《图论》课程，欢迎选修