



# 武汉大学

## 本科生课程讲义及知识总结

课程名称：摄影测量学

开课学院：遥感信息工程学院

开课时间：2020-2021 年度第一学期

2020. 武汉大学



## 目录

第一章 · 绪论	4
➤ 摄影测量学的相关概念	4
➤ 摄影测量学的发展	5
第二章 · 单幅影像解析基础	6
➤ 航空摄影与航摄像片	6
➤ 航摄像片与地形图	8
➤ 摄影测量常用坐标系	10
➤ 内外方位元素及坐标系的变换	11
➤ 共线条件方程	14
➤ 单片空间后方交会	15
第三章 · 双像立体测图	20
➤ 立体观察	20
➤ 像点坐标量测与系统误差预改正：	21
➤ 立体像对前方交会	23
➤ 解析法相对定向	26
➤ 解析法绝对定向	29
第四章 · 解析空中三角测量	32
➤ 解析空中三角测量的相关知识	32
➤ 光束法空中三角测量	34
➤ 解析空中三角测量最新发展	37
第五章 · 数字影像与特征提取	40
➤ 数字影像采样	40
➤ 影像重采样理论	41
➤ 核面与核线以及核线的重采样	43
➤ 特征提取算法	46
第六章 · 影像匹配基础理论与算法	50
➤ 影像相关原理	50
➤ 影像相关的谱分析	52
➤ 数字影像匹配基本算法	54
➤ 基于物方的影像匹配（VLL 法）	57
➤ 影像匹配精度	59
➤ 最小二乘影像匹配	59
➤ 特征匹配	64
第七章 · 数字地面模型的建立与应用	69
➤ 数字地面模型	69
➤ 数字高程模型的内插方法	71
➤ DEM 的精度及存贮管理	74
➤ 三角网数字地面模型（TIN）	74
➤ 数字地面模型的应用	78
第八章 · 数字微分纠正	84
➤ 数字微分纠正的概念	84
➤ 框幅式中心投影影像的数字微分纠正	84

---

➤ 线性阵列扫描影像的数字纠正.....	86
➤ 正射影像的质量控制 .....	88
第九章 · 数字测图 .....	89
➤ 矢量数据采集 .....	89
➤ 矢量数据编辑 .....	90
➤ 曲线拟合 .....	90



## 第一章 · 绪论

### ➤ 摄影测量学的相关概念

1. **摄影测量学的定义：**摄影测量学(Photogrammetry)是利用光学摄影机获取的像片，研究和确定被摄物体的形状、大小、位置、特性及其相互关系的一门学科。
2. **摄影测量与遥感的定义：**摄影测量与遥感是对非接触传感器系统获得的影像及其数字表达进行记录、量测和解译，从而获得自然物体和环境的可靠信息的一门工艺、科学和技术。
3. **摄影测量的分类：**
  - 1) **按照成像距离远近：**
    - a) 航天摄影测量：利用航天飞行器（人造地球卫星、宇宙飞船和轨道空间站）和各种传感器（可见光、红外和多光谱摄影机）从宇宙空间对地球环境进行摄影。
    - b) 航空摄影测量：航空遥感平台上用航摄仪对地面连续摄取像片或影像。
    - c) 地面摄影测量：利用安置在地面上基线两端点处的摄影机向目标拍摄立体像对，对所拍摄目标进行测绘的技术。
    - d) 近景摄影测量：利用对近距离（一般小于 100 m）非地形目标拍摄的影像，测定被摄目标几何特性的技术。
    - e) 显微摄影测量：对于人眼难以识别的非地形目标，利用电子显微镜拍摄的影像，测定其几何特性的摄影测量技术分支。
  - 2) **按照应用对象的不同：**
    - a) 地形摄影测量：主要测绘国家基本地形图、工程勘察设计和城镇、农业、林业、地质、水电、铁路、交通等部门的规划与资源调查用图。
    - b) 非地形摄影测量：用于工业、建筑、考古、变形观测、公安侦破、事故调查、军事侦察、弹道轨迹、爆破、矿山工程以及生物和医学等各个方面。
  - 3) **按照技术手段的不同：**
    - a) 模拟摄影测量：利用光学或机械投影的方法来模拟摄影成像过程，用两个或多个投影器恢复摄影时的航摄仪位置和姿态，通过实现摄影过程的几何反转建立与实际地形表面成比例的可量测几何模型，通过对几何模型的量测得到



地形图和各种专题图件。

- b) 解析摄影测量：计算机为主要手段，通过对摄影像片的量测和解析计算方法的交会方式在计算机中建立像点坐标与物点坐标之间的几何关系，从而研究并确定被摄物体的形状、大小、位置、性质及相互关系，并提供各种摄影测量产品的一门科学。
- c) 数字摄影测量：基于摄影测量的基本原理，应用计算机技术、数字图像处理、影像匹配、模式识别等多学科的理论和方法，从影像（数字影像或数字化影像）提取所摄对象以数字方式表达的几何与物理信息。

#### 4. 摄影测量的特点：

- 1) 无需接触物体本身获得被摄物体的信息；
- 2) 由二维影像重建三维目标；
- 3) 同时提取物体的几何与物理特性。

### ➤ 摄影测量学的发展

#### 1. 摄影测量学的起源及发展的关键时间点：

- ◇ 1839 年，阿拉戈发明摄影术为摄影测量提供了基本手段
- ◇ 第一次世界大战期间，首台航摄仪的问世、立体坐标量测仪和 1818 立体测图仪的使用，真正开始了摄影测量学
- ◇ 1901 年：德国蔡司厂制造了立体坐标量测仪
- ◇ 1909 年：德国蔡司厂制造了立体自动测图仪
- ◇ 1954 年：第一台电子计算机问世
- ◇ 1957 年：海拉瓦博士提出解析测图仪的思想，标志着解析摄影测量的开始
- ◇ 20 世纪 70 年代：数字摄影测量萌芽阶段
- ◇ 20 世纪 90 年代：真正推出可用于生产的数字摄影测量工作站（DPW）

## 2. 摄影测量三个发展阶段的特点：

发展阶段	原始资料	投影方式	仪器	操作方式	产品
模拟摄影测量	像片	物理投影	模拟测图仪	手工操作	模拟产品
解析摄影测量	像片	数字投影	解析测图仪	机助作业员 操作	模拟产品或 数字产品
数字摄影测量	数字影像或 数字化影像	数字投影	计算机	自动化操作+ 作业员的干 预	数字产品或 模拟产品

## 3. 摄影测量的发展趋势：

- 1) 航空摄影平台由单一光学航摄仪逐步走向多种传感器的集成
- 2) 航空摄影影像由框幅式中心投影逐步走向推扫式线阵扫描
- 3) 航空摄影测量由模拟测图逐步走向实时化、自动化信息处理
- 4) 摄影测量学正在向多传感器集成、无地面控制、自动化和智能化空间信息提取方向发展

## 第二章·单幅影像解析基础

### ➤ 航空摄影与航摄像片

1. **航空摄影**：利用安装在航摄飞机上的航摄仪从空中一定角度对地面进行摄影。
2. **像主点**：摄影机主光轴与像平面的交点称为像主点（理想情况在像片的几何中心）
3. **地主点**：像主点在地面上的对应点称为地主点。
4. **像底点**：由摄影中心作铅垂线交于像片平面的点称为像底点。
5. **地底点**：由摄影中心作铅垂线交于地面的点称为地底点。
6. **合点**：过投影点中心作物面上一组平行线的平行线和像平面的交点称为合点。【物面上一组平行线有共同的合点（灭点），合点是物面上平行线组无穷远点的中心投影】
7. **主合点**：地面上一组平行于摄影方向线的光束在像片上的构想。
8. **像片主距与航摄仪焦距**：
  - 1) **像片主距**：物镜节点到像平面的距离；
  - 2) **航摄仪焦距**：物镜节点到焦点的距离

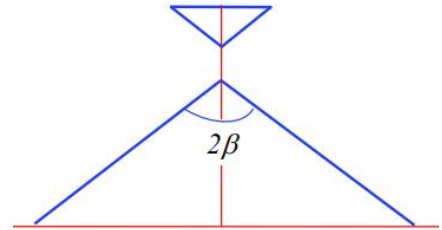
✧ 由于飞机离地面的高度远远大于摄影机物镜焦距，所以可以人为航空摄影机



物镜焦距与像片主距近似相等（这是航空摄影与一般摄影的不同之处）

9. 像场与像场角：

- 1) 像场：物镜焦面上中央成像清晰的范围
- 2) 像场角：像场直径对物镜后节点的夹角
- 3) 像场角分为：常角（视场角 $<75^\circ$ ）、宽角（视场角 $=75^\circ \sim 100^\circ$ ）、特宽角（视场角 $>100^\circ$ ）



10. 航摄机根据摄影机物镜的焦距和像场角可以分为：

- 1) 短焦距航摄机（焦距 $<150\text{mm}$ ，相应的像场角为  $2\beta < 100^\circ$ ）；
- 2) 中焦距航摄机（ $150\text{mm} < \text{焦距} < 300\text{mm}$ ，相应的像场角为  $70^\circ < 2\beta < 100^\circ$ ）；
- 3) 长焦距航摄机（焦距 $>300\text{mm}$ ，相应的像场角为  $2\beta < 70^\circ$ ）；

11. 航摄像片的大小为  $18\text{cm} \times 18\text{cm}$ ,  $23\text{cm} \times 23\text{cm}$

12. 航摄像片为量测像片，有**光学框标**和**机械框标**（框架每一边的中点设的框标记号）

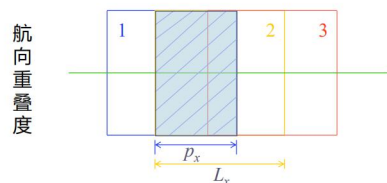
13. 航空摄影要求采用**竖直摄影方式**，即航摄仪在曝光的瞬间物镜主光轴保持垂直地面。

（实际中摄影瞬间航摄仪的主光轴近似与地面垂直，**偏离铅垂线的夹角(像片倾角)**小于  $3^\circ$ ）

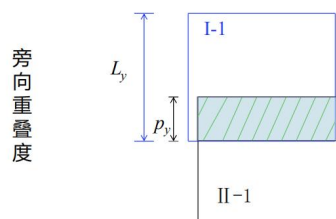
14. 影像重叠度：

- 1) **航向重叠**：同一条航线内相邻像片之间的影像重叠称为航向重叠。
- 2) **旁向重叠**：两相邻航带像片之间的影像重叠称为旁向重叠。
- 3) **重叠度**：重叠部分与整个像幅长的百分比称为重叠度。

a) 应有 **60%**左右的航向重叠度： $P_x \% = \frac{P_x}{l_x \times 100\%}$



b) 应有 **30%**左右的旁向重叠度： $P_y \% = \frac{P_y}{l_y \times 100\%}$





15. **航线弯曲**：把一条航线的航摄像片根据地物影像拼接起来，各张像片的主点连线不在一条直线上，而呈现为弯曲的折线，称航线弯曲。

**航线弯曲度**：偏离航线最远的像主点到该直线垂距与航线长度之比的百分数。要求航

线弯曲度小于 3%。计算公式为： $R\% = \frac{\delta}{L} \times 100\%$

16. **像片旋角**：一张像片上相邻主点连线与同方向框标连线间的夹角，习惯用 $\kappa$ 来表示。

对像片的偏旋角一般要求小于  $6^\circ$ （像片旋角过大会减少立体像对的有效范围）

17. **摄影基线**：航向相邻两个摄影站间的连线。

18. **摄影比例尺**：摄影像片为水平像片、地面取平均高程时，像片上的线段  $l$  与地面上相

应的水平距  $L$  之比为摄影比例尺。即： $\frac{1}{m} = \frac{l}{L} = \frac{f}{H}$

其中：

$m$  为像片比例尺分母， $f$  为摄影机主距， $H$  为平均高程面的摄影高度（又称航高）。

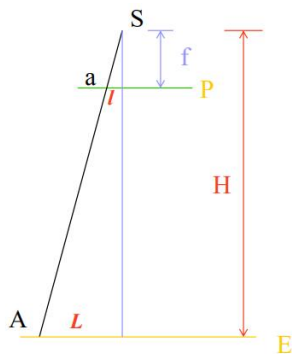
航高可分为相对航高和绝对航高

- 1) **相对航高**是指摄影机物镜相对于某一基准面的高度，常称为摄影航高，按  $H =$

$m * f$  计算得到；

- 2) **绝对航高**是相对于平均海平面的航高，是指摄影物镜在摄影瞬间的真实海拔高

度，按  $H_{\text{绝}} = H + H_{\text{地}}$



## ➤ 航摄像片与地形图

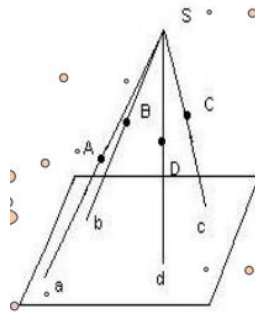
1. **投影**：用一组假想的直线将物体向几何面投射，其投射线称为**投影射线**。

2. **投影平面**：投影的几何面。

3. **投影的分类**：

- 1) 投影射线会聚于一点的投影称为**中心投影**；

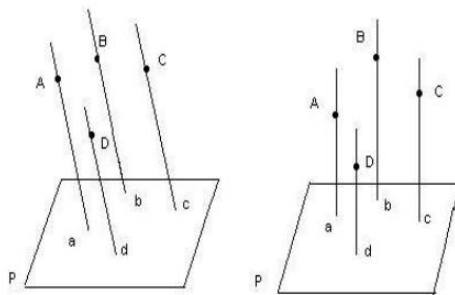




2) 投影射线平行于某一固定方向的投影称为**平行投影**。

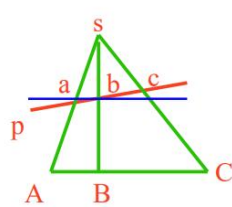
a) **正射投影**：投影射线与投影平面正交

b) **斜投影**：投影射线与投影平面斜交

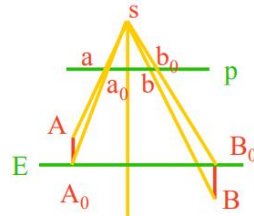


3) 航摄像片为中心投影，地形图为正射投影

4. **像点位移**：当**像片倾斜**、**地面起伏**时，地面点在航摄像片上构像相对于理想情况下的构像所产生的位置差异称为像点位移。



像片倾斜引起的  
像点位移



地形起伏引起的  
像点位移

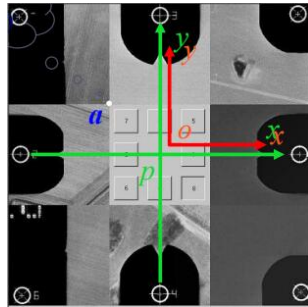
5. **航摄像片与地形图的区别**：

- 1) 投影方式：航摄像片为中心投影，地图为正射投影
- 2) 比例尺：地图有统一比例尺，航片无统一比例尺
- 3) 表示方法：地图为线划图，航片为影像图
- 4) 表示内容：地图需要综合取舍

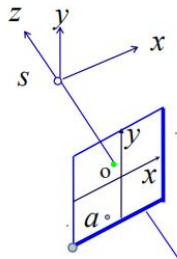
摄影测量的主要任务之一就是**把地面按中心投影规律获取的摄影比例尺航摄像片转换成以测图比例尺表示的正射投影地形图**。

## ➤ 摄影测量常用坐标系

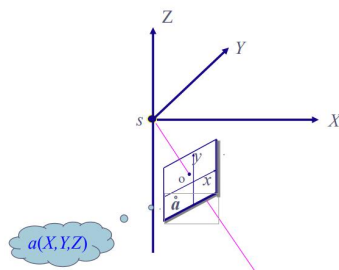
1. **框标坐标系**：两对机械框标的连线为  $x$  轴和  $y$  轴的坐标系，其与航线方向一致的连线为  $x$  轴，航线前进方向为正向。（下图中绿色坐标系）
2. **像平面坐标系  $o-xy$** ：以像主点为原点，坐标系的方向与框标坐标系的方向相同。（下图中红色坐标系）



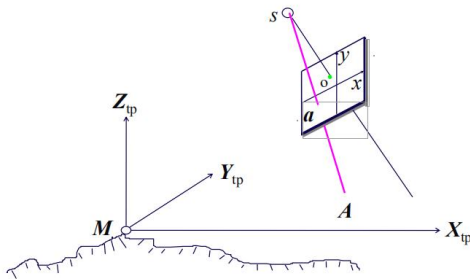
3. **像空间坐标系  $S-xyz$  (过渡坐标系)**：以投影中心  $S$  为坐标原点，摄影机的主光轴  $So$  为坐标系的  $z$  轴，像空间坐标系的  $x$ 、 $y$  轴分别于像平面坐标系的  $x$ 、 $y$  轴平行。



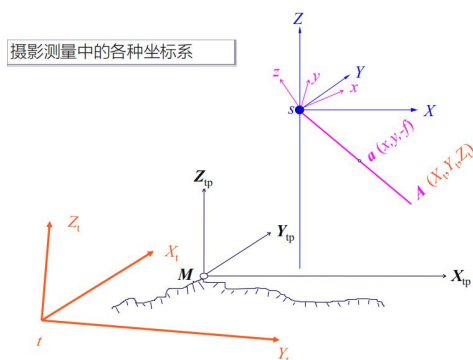
4. **像空间辅助坐标系  $S-XYZ$  (过渡坐标系)**：以投影中心  $S$  为坐标原点，以铅垂方向为  $Z$  轴，以航线方向为  $X$  轴。



5. **(地面) 摄影测量坐标系  $O-X_pY_pZ_p$  (过渡坐标系)**：以地面上某一点为坐标原点，原点为地面某一控制点，各轴与像空间辅助坐标系的坐标轴平行。



6. 物空间坐标系 $O-X_pY_pZ_p$  (地面测量坐标系):  $X$  轴指向正北方向, 与大地测量中的高斯-克吕格平面坐标系相同, 高程则以我国黄海高程系统为基准。(唯一的左手坐标系, 测绘中可调用)

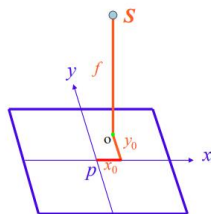


7. 两个空间直角坐标系之间的坐标变换至少需要 2 个平高和 1 个高程地面控制点。

## ➤ 内外方位元素及坐标系的变换

1. 航摄像片的方位元素: 确定摄影时摄影中心、像片与地面三者之间相互位置关系的必要参数。方位元素可分为内外方位元素两种。
  - 1) 内方位元素: 确定摄影机的镜头中心相对于影像位置关系的参数。(内方位元素包括三个参数: 像主点相对于影像中心的位置 $x_0, y_0$ , 以及镜头中心到影像面的垂距 $f$  (也称主距), 内方位元素 $(x_0, y_0, f)$ 可用于恢复摄影光束)

像片内方位元素

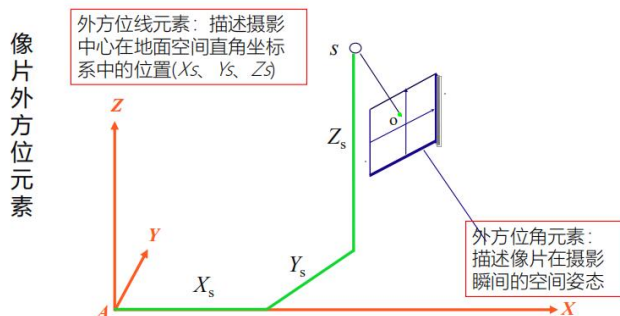


内方位元素 $(x_0, y_0, f)$ 可用于恢复摄影光束

- 2) 外方位元素: 确定摄影瞬间像片在地面直角坐标系中空间位置和姿态的参数。(外方位元素包括六个参数: 用于描述摄影中心在地面空间直角坐标系中的位置的 $x$

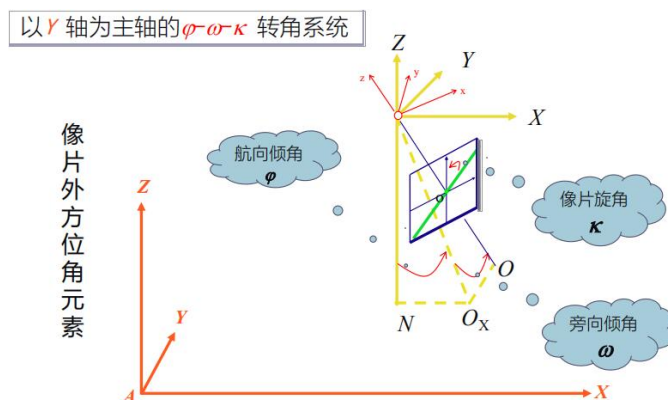
方位线元素( $X_s, Y_s, Z_s$ )和描述像片在摄影瞬间的空间姿态的外方位角元素)【求解

单张像片的外方位元素最少需要**3个平面高程控制点**

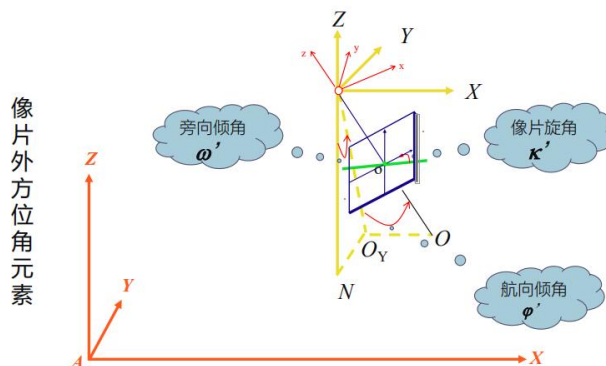
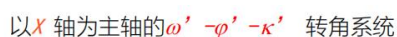


✧ 外方位角元素有三种表达形式:

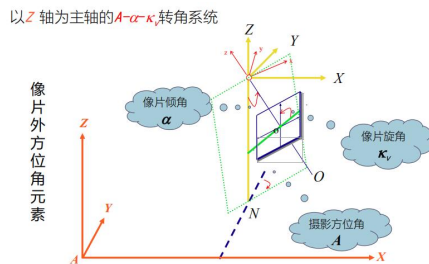
a) 以 Y 轴为主轴的  $\varphi - \omega - \kappa$  转角系统 (主轴是在旋转过程中空间方向不变的一个固定轴): 以 Y 为主轴旋转  $\varphi$  角, 然后绕 X 轴旋转  $\omega$  角, 最后绕 Z 轴旋转  $\kappa$  角。



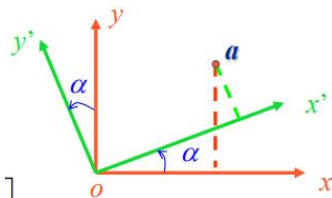
b) 以 X 轴为主轴的  $\omega' - \varphi' - \kappa'$  转角系统: 以 X 为主轴旋转  $\omega'$  角, 然后绕 Y 轴旋转  $\varphi'$  角, 最后绕 Z 轴旋转  $\kappa'$  角。



c) 以  $Z$  轴为主轴的  $A-\alpha-\kappa_v$  转角系统: 以  $Z$  为主轴旋转  $A$  角, 然后绕  $Y$  轴旋转  $\alpha$  角, 最后绕  $Z$  轴旋转  $\kappa_v$  角。



## 2. 平面直角坐标变换:



## 3. 像空间坐标向像空间辅助坐标的变换 (以Y轴为主轴的φ-ω-κ转角系统为例)

1) S-XYZ 坐标系 Y 轴旋转φ角到S-X<sub>φ</sub>YZ<sub>φ</sub> 坐标系

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_\varphi \\ Y \\ Z_\varphi \end{bmatrix} = \mathbf{R}_\varphi \begin{bmatrix} X_\varphi \\ Y \\ Z_\varphi \end{bmatrix}$$

2) S-X<sub>φ</sub>YZ<sub>φ</sub> 坐标系绕X<sub>φ</sub>轴旋转ω角到S-X<sub>φ</sub>Y<sub>ω</sub>Z<sub>φω</sub> 坐标系

$$\begin{bmatrix} X_\varphi \\ Y \\ Z_\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ 0 & \sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_\varphi \\ Y_\omega \\ Z_{\varphi\omega} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_\omega \begin{bmatrix} X_\varphi \\ Y_\omega \\ Z_{\varphi\omega} \end{bmatrix}$$

3) S-X<sub>φ</sub>Y<sub>ω</sub>Z<sub>φω</sub> 坐标系Z<sub>φω</sub>轴旋转κ角到S-xyz 坐标系

$$\begin{bmatrix} X_\varphi \\ Y_\omega \\ Z_{\varphi\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\kappa & -\sin\kappa & 0 \\ \sin\kappa & \cos\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{R}_\kappa \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

4) 经过三次旋转之后得到一个旋转矩阵 R:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}; \mathbf{R} = \mathbf{R}_\varphi \mathbf{R}_\omega \mathbf{R}_\kappa = \begin{bmatrix} \cos\widehat{Xx} & \cos\widehat{Xy} & \cos\widehat{Xz} \\ \cos\widehat{Yx} & \cos\widehat{Yy} & \cos\widehat{Yz} \\ \cos\widehat{Zx} & \cos\widehat{Zy} & \cos\widehat{Zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

矩阵相乘得到 9 个方向余弦 (不要求记忆):

$$a_1 = \cos\varphi\cos\kappa - \sin\varphi\sin\omega\sin\kappa; a_2 = -\cos\varphi\sin\kappa - \sin\varphi\sin\omega\cos\kappa; a_3 = -\sin\varphi\cos\omega$$

$$b_1 = \cos\omega\sin\kappa; b_2 = \cos\omega\cos\kappa; b_3 = -\sin\omega$$

$$c_1 = \sin\varphi\cos\kappa + \cos\varphi\sin\omega\sin\kappa; c_2 = -\sin\varphi\sin\kappa + \cos\varphi\sin\omega\cos\kappa; c_3 = \cos\varphi\cos\omega$$

✧ 也可以通过 9 个方向余弦逆推外方位角元素

✧ 不管通过哪一个转角系统得到的 9 个方位余弦都是相同的

4. **正交变换**：一个坐标系按三个角元素顺次地绕坐标轴旋转即可变换为另一个同原点的坐标系，这种变换为正交变换。**正交变换的特点**：

- 1) 矩阵的逆等于矩阵的转置；
- 2) 每个元素的值为变换前后两坐标轴相应夹角的余弦；
- 3) 旋转矩阵中的每一个元素等于其行列式代数余子式；

$$\begin{aligned} a_1 &= \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} & a_2 &= -\begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} & a_3 &= \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix} \\ b_1 &= -\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} & b_2 &= \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} & b_3 &= -\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix} \\ c_1 &= \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} & c_2 &= -\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} & c_3 &= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

- 4) 旋转矩阵只有 3 个独立参数( $a_2, a_3, b_3$ )

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{1-a_2^2-a_3^2} & a_2 & a_3 \\ \frac{-a_1a_3b_3-a_2c_3}{1-a_3^2} & \sqrt{1-b_1^2-b_3^2} & b_3 \\ a_2b_3-a_3b_2 & a_3b_1-a_1b_3 & \sqrt{1-a_2^2-b_3^2} \end{bmatrix}$$

## ➤ 共线条件方程

共线方程表达了**摄影中心、像点、对应地物点**三点位于**同一直线**的几何关系。

2. **共线条件方程的推导及其结果**：

$$\text{共线条件: } \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} X_A - X_S \\ Y_A - Y_S \\ Z_A - Z_S \end{bmatrix}$$

通过相似，得到像点的像空间辅助坐标与物方点的物方空间坐标之间存在共线条件：

$$\frac{X}{X_A - X_S} = \frac{Y}{Y_A - Y_S} = \frac{Z}{Z_A - Z_S} = \frac{1}{\lambda}$$

$$\text{结合 } \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix} \text{ 可以得到常见的共线条件方程式:}$$

$$x = -f \frac{a_1(X_A - X_S) + b_1(Y_A - Y_S) + c_1(Z_A - Z_S)}{a_3(X_A - X_S) + b_3(Y_A - Y_S) + c_3(Z_A - Z_S)}$$

$$y = -f \frac{a_2(X_A - X_S) + b_2(Y_A - Y_S) + c_2(Z_A - Z_S)}{a_3(X_A - X_S) + b_3(Y_A - Y_S) + c_3(Z_A - Z_S)}$$

上式的  $x$  和  $y$  是像主点的像平面坐标，如果考虑内方位元素的话，在框标坐标系中的

共线条件方程式可以写成：

$$\begin{aligned}
 x - x_0 &= -f \frac{a_1(X_A - X_S) + b_1(Y_A - Y_S) + c_1(Z_A - Z_S)}{a_3(X_A - X_S) + b_3(Y_A - Y_S) + c_3(Z_A - Z_S)} \\
 y - y_0 &= -f \frac{a_2(X_A - X_S) + b_2(Y_A - Y_S) + c_2(Z_A - Z_S)}{a_3(X_A - X_S) + b_3(Y_A - Y_S) + c_3(Z_A - Z_S)}
 \end{aligned}$$

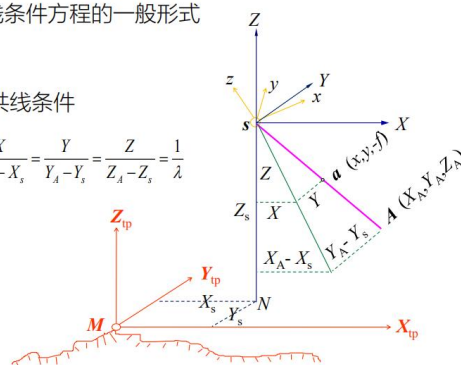
其中  $x, y$  为像点的像平面坐标； $x_0, y_0, f$  为影像的内方位元素， $X_S, Y_S, Z_S$  为摄站点的物方空间坐标， $X_A, Y_A, Z_A$  为物方点的物方空间坐标， $a_1—c_3$  为 9 个方向余弦

### 3. 共线方程图解：

1 共线条件方程的一般形式

共线条件

$$\frac{X}{X_A - X_S} = \frac{Y}{Y_A - Y_S} = \frac{Z}{Z_A - Z_S} = \frac{1}{\lambda}$$



4. 共线条件方程的应用：①单像空间后方交会和多像空间前方交会；②摄影测量中的数字投影基础；③航空影像模拟；④光束法平差的基本数学模型；⑤利用 DEM 制作数字正射影像图；⑥利用 DEM 进行单张像片测图。

## ➤ 单片空间后方交会

1. 单片空间后方交会的定义：根据影像覆盖范围内一定数量（至少需要 3 个平面高程控制点）的分布合理的地面控制点（已知其像点和地面点的坐标），利用共线条件方程求解像片外方位元素。
2. 推导误差方程，在这里我们将  $x_0, y_0, f, X_A, Y_A, Z_A$  视为已知值，未知参数为 6 个外方位元素  $X_S, Y_S, Z_S, \varphi, \omega, \kappa$ ，将  $x, y$  视为观测值。对共线方程进行泰勒展开，从而进行线性化，泰勒展开的一般式为：

$$f(x) = \frac{f(x_0)}{0!} + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + R_n(x)$$

在这里只取泰勒展开式的前两项，将共线方程线性化的结果为：

$$x = x^0 + \frac{\partial x}{\partial X_S}(X_S - X_S^0) + \frac{\partial x}{\partial Y_S}(Y_S - Y_S^0) + \frac{\partial x}{\partial Z_S}(Z_S - Z_S^0) + \frac{\partial x}{\partial \varphi}(\varphi - \varphi^0) + \frac{\partial x}{\partial \omega}(\omega - \omega^0) + \frac{\partial x}{\partial \kappa}(\kappa - \kappa^0)$$

$$y = y^0 + \frac{\partial y}{\partial X_S}(X_S - X_S^0) + \frac{\partial y}{\partial Y_S}(Y_S - Y_S^0) + \frac{\partial y}{\partial Z_S}(Z_S - Z_S^0) + \frac{\partial y}{\partial \varphi}(\varphi - \varphi^0) + \frac{\partial y}{\partial \omega}(\omega - \omega^0) + \frac{\partial y}{\partial \kappa}(\kappa - \kappa^0)$$



3. 将待定参数用近似值+改正数 ( $\Delta X_s, \Delta Y_s, \Delta Z_s, \Delta \varphi, \Delta \omega, \Delta \kappa$ ) 的方法表示, 用  $x^0, y^0$  表示待定参数的近似值代入求得的像点坐标, 用  $v_x$  和  $v_y$  表示相应的改正数, 得到**线性化误差方程式的一般形式**:

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{\partial x}{\partial X_s} \Delta X_s + \frac{\partial x}{\partial Y_s} \Delta Y_s + \frac{\partial x}{\partial Z_s} \Delta Z_s + \frac{\partial x}{\partial \varphi} \Delta \varphi + \frac{\partial x}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial x}{\partial \kappa} \Delta \kappa - (x - x^0) \\ v_y &= \frac{\partial y}{\partial X_s} \Delta X_s + \frac{\partial y}{\partial Y_s} \Delta Y_s + \frac{\partial y}{\partial Z_s} \Delta Z_s + \frac{\partial y}{\partial \varphi} \Delta \varphi + \frac{\partial y}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial y}{\partial \kappa} \Delta \kappa - (y - y^0) \end{aligned}$$

如果用参数  $a_{11} - a_{26}$  来表示的话:

$$\begin{aligned} v_x &= a_{11} \Delta X_s + a_{12} \Delta Y_s + a_{13} \Delta Z_s + a_{14} \Delta \varphi + a_{15} \Delta \omega + a_{16} \Delta \kappa - (x - x^0) \\ v_y &= a_{21} \Delta X_s + a_{22} \Delta Y_s + a_{23} \Delta Z_s + a_{24} \Delta \varphi + a_{25} \Delta \omega + a_{26} \Delta \kappa - (y - y^0) \end{aligned}$$

将其写成矩阵形式 (间接平差):

$$V = AX - L; P = I \quad (\text{像点观测值一般视为等权})$$

$$X = [\Delta X_s \quad \Delta Y_s \quad \Delta Z_s \quad \Delta \varphi \quad \Delta \omega \quad \Delta \kappa]$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \end{bmatrix}$$

$$V_i = [v_x \quad v_y]^T; L_i = [l_x \quad l_y]^T = [x - x^0 \quad y - y^0]^T$$

4. 为了求出误差方程式中的 6 个参数, 这里我们引入符号  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ , 据共线方程定义为:

$$\begin{aligned} x(\text{或写成 } x - x_0) &= -f \frac{a_1(X_A - X_S) + b_1(Y_A - Y_S) + c_1(Z_A - Z_S)}{a_3(X_A - X_S) + b_3(Y_A - Y_S) + c_3(Z_A - Z_S)} = -f \frac{\bar{X}}{\bar{Z}} \\ y(\text{或写成 } y - y_0) &= -f \frac{a_2(X_A - X_S) + b_2(Y_A - Y_S) + c_2(Z_A - Z_S)}{a_3(X_A - X_S) + b_3(Y_A - Y_S) + c_3(Z_A - Z_S)} = -f \frac{\bar{Y}}{\bar{Z}} \end{aligned}$$

使用矩阵表达:

$$\begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_A - X_S \\ Y_A - Y_S \\ Z_A - Z_S \end{bmatrix} = R^{-1} \begin{bmatrix} X_A - X_S \\ Y_A - Y_S \\ Z_A - Z_S \end{bmatrix}$$

5. 以推导  $a_{11}$  为例子, 推导  $a_{11} - a_{23}$  这 6 个线元素参数的原理相似:

$$a_{11} = \frac{\partial x}{\partial X_s} = \frac{\partial \left( -f \frac{\bar{X}}{\bar{Z}} \right)}{\partial X_s} = -\frac{f}{\bar{Z}^2} \left( \frac{\partial \bar{X}}{\partial X_s} \bar{Z} - \frac{\partial \bar{Z}}{\partial X_s} \bar{X} \right)$$

结合  $\bar{X} = a_1(X_A - X_S) + b_1(Y_A - Y_S) + c_1(Z_A - Z_S)$  等式, 进一步推导:

$$a_{11} = -\frac{f}{\bar{Z}^2} \left( \frac{\partial \bar{X}}{\partial X_s} \bar{Z} - \frac{\partial \bar{Z}}{\partial X_s} \bar{X} \right) = -\frac{f}{\bar{Z}^2} (-a_1 \bar{Z} - (-a_3) \bar{X}) = \frac{1}{\bar{Z}} \left( a_1 f - a_3 f \frac{\bar{X}}{\bar{Z}} \right) = \frac{1}{\bar{Z}} (a_1 f + a_3 (x - x_0))$$

其余 5 个线元素参数分别为:

$$\begin{aligned} a_{12} &= \frac{\partial x}{\partial Y_s} = \frac{1}{\bar{Z}} (b_1 f + b_3 (x - x_0)); \quad a_{13} = \frac{\partial x}{\partial Z_s} = \frac{1}{\bar{Z}} (c_1 f + c_3 (x - x_0)) \\ a_{21} &= \frac{\partial y}{\partial X_s} = \frac{1}{\bar{Z}} (a_2 f + a_3 (y - y_0)); \quad a_{22} = \frac{\partial y}{\partial Y_s} = \frac{1}{\bar{Z}} (b_2 f + b_3 (y - y_0)) \end{aligned}$$





$$a_{23} = \frac{\partial y}{\partial Z_s} = \frac{1}{\bar{Z}}(c_2 f + c_3(y - y_0))$$

6. 以推导 $a_{14}$ 为例子, 推导 $a_{14} - a_{26}$ 这6个角元素参数的原理相似:

$$a_{14} = \frac{\partial x}{\partial \varphi} = \frac{\partial \left( -f \frac{\bar{X}}{\bar{Z}} \right)}{\partial \varphi} = -\frac{f}{\bar{Z}^2} \left( \frac{\partial \bar{X}}{\partial \varphi} \bar{Z} - \frac{\partial \bar{Z}}{\partial \varphi} \bar{X} \right)$$

先来看  $\begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}$  对 $\varphi$ 求偏导的情况:

$$\frac{\partial \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \left( \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} X_A - X_S \\ Y_A - Y_S \\ Y_A - Y_S \end{bmatrix} \right)}{\partial \varphi}$$

而右边没有 $\varphi$ 相关, 因此先处理对 $\mathbf{R}^{-1}$ 求偏导:

$$\frac{\partial (\mathbf{R}^{-1})}{\partial \varphi} = \frac{\partial ((\mathbf{R}_\varphi \mathbf{R}_\omega \mathbf{R}_\kappa)^{-1})}{\partial \varphi} = \frac{\partial (\mathbf{R}_\kappa^{-1} \mathbf{R}_\omega^{-1} \mathbf{R}_\varphi^{-1})}{\partial \varphi} = \mathbf{R}_\kappa^{-1} \mathbf{R}_\omega^{-1} \mathbf{R}_\varphi^{-1} \frac{\partial (\mathbf{R}_\varphi^{-1})}{\partial \varphi} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_\varphi \frac{\partial (\mathbf{R}_\varphi^{-1})}{\partial \varphi}$$

然而:

$$\mathbf{R}_\varphi \frac{\partial (\mathbf{R}_\varphi^{-1})}{\partial \varphi} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \\ 0 & 0 & 0 \\ -\cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

因此:

$$\frac{\partial \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}}{\partial \varphi} = \frac{\partial (\mathbf{R}^{-1})}{\partial \varphi} \begin{bmatrix} X_A - X_S \\ Y_A - Y_S \\ Y_A - Y_S \end{bmatrix} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_\varphi \frac{\partial (\mathbf{R}_\varphi^{-1})}{\partial \varphi} \begin{bmatrix} X_A - X_S \\ Y_A - Y_S \\ Y_A - Y_S \end{bmatrix} = \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_A - X_S \\ Y_A - Y_S \\ Y_A - Y_S \end{bmatrix}$$

联想到  $\begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} = \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} X_A - X_S \\ Y_A - Y_S \\ Y_A - Y_S \end{bmatrix}$ , 即  $\begin{bmatrix} X_A - X_S \\ Y_A - Y_S \\ Y_A - Y_S \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}$ , 进一步推导得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}}{\partial \varphi} &= \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{R} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -c_1 & 0 & a_1 \\ -c_2 & 0 & a_2 \\ -c_3 & 0 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & a_1 c_2 - a_2 c_1 & a_1 c_3 - a_3 c_1 \\ a_2 c_1 - a_1 c_2 & 0 & a_2 c_3 - a_3 c_2 \\ a_3 c_1 - a_1 c_3 & a_3 c_2 - a_2 c_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -b_3 & b_2 \\ b_3 & 0 & -b_1 \\ -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_2 \bar{Z} - b_3 \bar{Y} \\ b_3 \bar{X} - b_1 \bar{Z} \\ b_1 \bar{Y} - b_2 \bar{X} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

因此:



$$\begin{aligned}
 a_{14} &= -\frac{f}{Z^2} \left( \frac{\partial \bar{X}}{\partial \varphi} \bar{Z} - \frac{\partial \bar{Z}}{\partial \varphi} \bar{X} \right) = -\frac{f}{Z^2} [(b_2 \bar{Z} - b_3 \bar{Y}) \bar{Z} - (b_1 \bar{Y} - b_2 \bar{X}) \bar{X}] \\
 &= -b_2 f + b_3 f \frac{\bar{Y}}{\bar{Z}} + f \frac{\bar{X}}{\bar{Z}} \left( b_1 \frac{1}{f} f \frac{\bar{Y}}{\bar{Z}} - b_2 \frac{1}{f} f \frac{\bar{X}}{\bar{Z}} \right) \\
 &= -b_2 f + b_3 (y - y_0) + (x - x_0) \left[ \frac{b_1}{f} (y - y_0) - \frac{b_2}{f} (x - x_0) \right] \\
 &= (y - y_0) \sin \omega - \left\{ \frac{x - x_0}{f} [(x - x_0) \cos \kappa - (y - y_0) \sin \kappa] + f \cos \kappa \right\} \cos \omega
 \end{aligned}$$

其余 5 个角元素从略。

7. 在竖直摄影的情况下，可以认为外方位各角元素都是小角，近似地认为  $\varphi = \omega = 0$ ，保留  $\kappa$ ，且  $H = -(Z - Z_s)$  表示为平均摄影距离（航空摄影的相对航高），那么误差方程中各系数的近似值为：

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= -\frac{f}{H} \cos \kappa; a_{12} = -\frac{f}{H} \sin \kappa; a_{13} = -\frac{x - x_0}{H}; a_{14} = -\left(f + \frac{(x - x_0)^2}{f}\right) \cos \kappa + \frac{(x - x_0)(y - y_0)}{f} \sin \kappa \\
 a_{15} &= -\left(f + \frac{(x - x_0)^2}{f}\right) \sin \kappa - \frac{(x - x_0)(y - y_0)}{f} \cos \kappa; a_{16} = y - y_0 \\
 a_{21} &= \frac{f}{H} \sin \kappa; a_{22} = -\frac{f}{H} \cos \kappa; a_{23} = -\frac{y - y_0}{H}; a_{24} = \left(f + \frac{(y - y_0)^2}{f}\right) \sin \kappa - \frac{(x - x_0)(y - y_0)}{f} \cos \kappa \\
 a_{25} &= -\left(f + \frac{(y - y_0)^2}{f}\right) \cos \kappa - \frac{(x - x_0)(y - y_0)}{f} \sin \kappa; a_{26} = -(x - x_0)
 \end{aligned}$$

8. 进一步如果把  $\kappa$  也近似认为  $\kappa = 0$ ，那么误差方程的各系数可以进一步近似为：

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= -\frac{f}{H}; a_{12} = 0; a_{13} = -\frac{x - x_0}{H}; a_{14} = -f - \frac{(x - x_0)^2}{f}; a_{15} = -\frac{(x - x_0)(y - y_0)}{f}; a_{16} = y - y_0 \\
 a_{21} &= 0; a_{22} = -\frac{f}{H}; a_{23} = -\frac{y - y_0}{H}; a_{24} = -\frac{(x - x_0)(y - y_0)}{f}; a_{25} = -f - \frac{(y - y_0)^2}{f}; a_{26} = -(x - x_0)
 \end{aligned}$$

9. 单片空间后方交会的精度计算相关公式如下：

求解各待定参数的改正数：  $V = AX - l \rightarrow X = (A^T A)^{-1} (A^T l)$

单位权中误差：  $\sigma_0 = \sqrt{\frac{V^T V}{2n-6}}$

权阵：  $Q_{xx} = (A^T A)^{-1}$

☆  $Q_{xx}^{ii}$  是其第  $i$  个主对角线上元素，是法方程式中第  $i$  个未知数的权倒数

第  $i$  个未知数的中误差为：  $m_i = \sigma_0 \sqrt{Q_{xx}^{ii}}$

10. 单片空间后方交会的计算过程总结：

- 1) 获取已知数据：影像比例尺  $m$ ，平均摄影距离（航高） $H$ ，内方位元素  $x_0, y_0, f$  和控制点的空间坐标  $X_t, Y_t, Z_t$ ；
- 2) 量测控制点的像点坐标并进行系统误差改正得到像点坐标；

3) 确定未知数的初始值: ( $n$  为控制点个数,  $m$  为比例尺分母);

$$X_s^0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ti}; Y_s^0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_{ti}; Z_s^0 = H = m \cdot f; \varphi^0 = \omega^0 = 0$$

4) 计算旋转矩阵  $R$ ;

5) 利用未知数的近似值按共线条件计算控制点像点坐标近似值  $x^0, y^0$ ;

6) 逐点计算误差方程式的系数和常数项, 组成误差方程式;

7) 计算法方程的系数矩阵  $A^T A$  与常数项  $A^T l$ , 组成法方程式:  $A^T P A X = A^T P l$ ;

✧  $P$  为观测值的权矩阵, 反映观测值的量测精度, 一般认为是等精度观测, 即

$P$  为单位矩阵, 因此法方程式又可写成:  $A^T A X = A^T l$

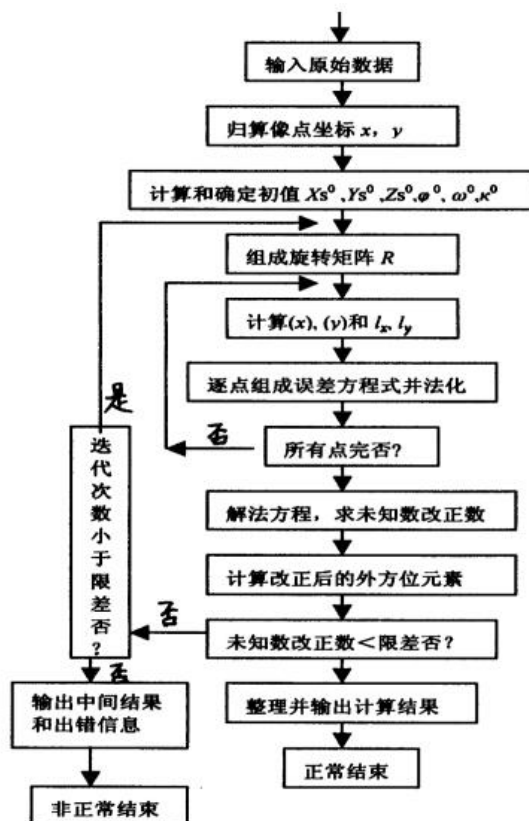
8) 求解法方程得到未知数的改正数  $X = [\Delta X_s \quad \Delta Y_s \quad \Delta Z_s \quad \Delta \varphi \quad \Delta \omega \quad \Delta \kappa]$ , 并与相应

的初值 (或经过迭代得到的近似值)  $X_s^0, Y_s^0, Z_s^0, \varphi^0, \omega^0, \kappa^0$  求和, 得到外方位元素的新的近似值;

9) 循环迭代, 当  $X_s, \Delta Y_s, \Delta Z_s$  小于  $10^{-3}$  且  $\Delta \varphi, \Delta \omega, \Delta \kappa$  小于  $10^{-6}$  的时候迭代结束;

10) 精度评定。

整个过程的计算机程序框图如下图所示:



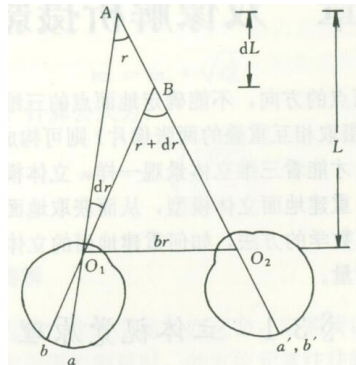
### 第三章 · 双像立体测图

#### ➤ 立体观察

1. 人眼的立体视觉：人用双眼观察景物可判断其远近，得到景物的立体效应。

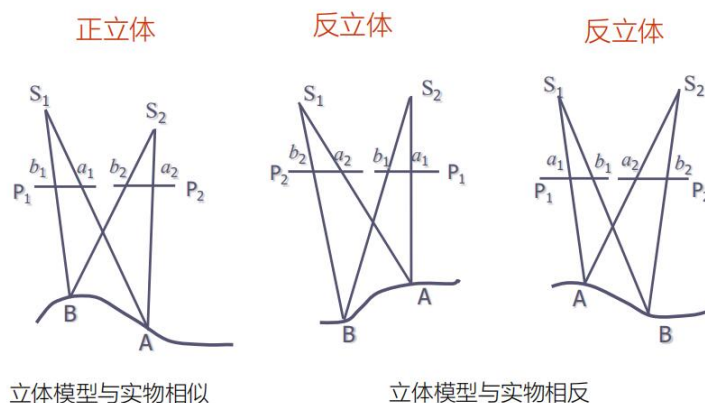
$$\text{左右视差: } P_a = x_a - x'_a; P_b = x_b - x'_b$$

$$\text{生理视差 (左右视差较): } \sigma = \Delta p = P_a - P_b = x_a - x_b - (x'_a - x'_b) = aa' - bb'$$



2. 人造立体视觉：当左、右眼各看一张相应像片时，就可感觉到与实物一样的地面景物存在，在眼中同样产生生理视差，能分辨出物体的远近。观察立体像对得到地面景物立体影像的立体感觉称为人造立体视觉。
3. 构造人造立体的条件：
- 1) 由两个不同的摄站点摄取同一景物的一个立体像对。
  - 2) **分像条件**：一只眼睛只能观察像对中的一张像片，即双眼观察像对时必须保持两眼分别只能对一张像片观察。
  - 3) 两像片上相同景物（同名像点）的连线与眼基线应大致平行。
  - 4) 两像片的比例尺应相近（差别<15%）。
4. 立体效应：
- 1) **正立体效应**：左方摄站获得的像片 **p1 放在左方，用左眼观察**；右方摄站获得的像片 **p2 放在右方，用右眼观察**，会得到一个与实物相似的立体效果。
  - 2) **反立体效应**：
    - a) 左方摄站获得的像片 **p1 放在右方，用右眼观察**；右方摄站获得的像片 **p2 放在左方，用左眼观察**，会得到一个立体远近与实物相反的立体效果。
    - b) 在组成正立体效应之后将左右像片各自旋转  $180^\circ$ ，也可以得到一个反立体效应。

- 3) **零立体效应**：在组成正立体效应之后将左右像片各自旋转  $90^\circ$ ，使像片上横纵坐标互换方向，生理视差变成  $y$  方向的视差，故失去了立体感觉而成为平面图像。



5. 做到分像条件的若干种辅助方法：

- 1) 用立体镜（桥式立体镜或反光立体镜）观察立体：立体镜的主要作用是一只眼睛只能清晰地看一张像片的影像。
- 2) 叠映影像立体观察：
  - a) **互补色法**：在投影器中插入互补色滤光片（品红色、蓝绿色）观测者双眼分别带上同色镜片。
  - b) **光闸法**：在两投影光路中各安装一光闸（一个打开、一个关闭）观测者双眼分别带上与投影器光闸同步的光闸眼镜，光闸起闭频率  $> 10\text{Hz}$ 。
  - c) **偏振光法**：在两投影光路中安装两块偏振平面互成  $90^\circ$  的起偏镜，观测者带上一幅检偏镜，镜片与起偏镜相同，左右偏振平面相互垂直。

➤ 像点坐标量测与系统误差预改正：

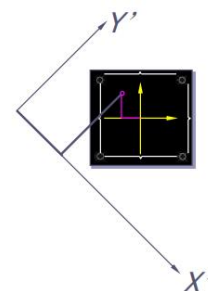
1. **解析内定向**：利用平面相似变换，将框标坐标变换为以像主点为原点的坐标系坐标

1) 正形变换： $x = x' + a_0 + a_1x' - a_2y'$ ； $y = y' + b_0 + a_2x' - a_1y'$

2) 仿射变换： $x = x' + a_1 + a_2x' - a_3y'$ ； $y = y' + b_1 + b_2x' - b_3y'$

☆  $x'$ 、 $y'$  为量测坐标， $x$ 、 $y$  为变换后的像点坐标

2. **像片系统误差源**：从航摄相片上测量的像点坐标可能带有：摄影材料变形（通过像片内定向过程纠正）、摄影机物镜畸变（通过物镜畸变差改变系数纠正）、大气折光误差（利用不同高度的大气折射率改正）和地球曲率误差（在物方空间和像方空间改正）四种系统误差。





3. 摄影材料变形改正：通过量测框标坐标或量测框标距来进行改正。

1) 若量测了 4 个框标的坐标时，可通过下式对像点坐标进行改正：

$$x' = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy; y' = b_0 + b_1x + b_2y + b_3xy$$

式中  $x, y$  为像点坐标的量测值， $x', y'$  为经过改正的像点坐标值， $a_i, b_i$  为参数。

先用 4 个框标的坐标求出 8 个参数值，再用式子对像点坐标进行改正。

2) 若量测了 4 个框标距时，可通过此变形公式进行改正：

$$x' = x \frac{L_x}{l_x}; y' = y \frac{L_y}{l_y}$$

式中  $L_x, L_y$  是框标距的理论值， $l_x, l_y$  是框标距的实际测量值。

4. 摄影机物镜畸变差改正：物镜畸变差包括对称畸变和非对称畸变，对称畸变可通过下列多项式进行改正：

$$\Delta x = -x'(k_0 + k_1r^2 + k_2r^4); \Delta y = -y'(k_0 + k_1r^2 + k_2r^4)$$

式中  $r = \sqrt{x'^2 + y'^2}$  是以像主点为极点的向径； $k_0, k_1, k_2$  为物镜畸变差改正系数（由摄影机鉴定获得）； $x', y'$  为像点坐标值， $\Delta x, \Delta y$  为像点坐标改正数

5. 大气折光改正：大气折光引起像点在辐射方向上的改正为：

$$\Delta r = -(f + \frac{r^2}{f})r_f$$

式中， $r_f = \frac{n_0 - n_H}{n_0 + n_H} \cdot \frac{r}{f}$  为折光差角； $r = \sqrt{x'^2 + y'^2}$  是以像底点为极点的向径； $f$  为摄影机主距； $n_0, n_H$  为地面和高度为  $H$  处的大气折射率； $x', y'$  为大气折光改正之前的像点坐标。

由大气折光差引起的像点坐标于坐标方向上的改正为： $dx = \frac{x'}{r} \Delta r$ ； $dy = \frac{y'}{r} \Delta r$

6. 地球曲率：地球曲率引起像点在径向的变形为：

$$\delta = -\frac{H}{2Rf^2}r^3$$

式中， $r = \sqrt{x'^2 + y'^2}$  是以像底点为极点的向径； $f$  为摄影机主距； $H$  为摄站点的航高； $R$  为地球的曲率半径。

由地球曲率引起像点坐标于坐标方向上的改正为： $\delta_x = \frac{x'}{r} \delta = \frac{x' H r^2}{2R f^2}$ ； $\delta_y = \frac{y'}{r} \delta = \frac{y' H r^2}{2R f^2}$



## 7. 总的像片系统误差预改正公式:

内定向并经系统误差预改正后的像点坐标表示为:

$$x = x' + \Delta x + dx + \delta_x; y = y' + \Delta y + dy + \delta_y$$

式中:  $(x, y)$  为经过各项系统误差改正后的像点坐标;  $(x', y')$  为摄影材料变形改正后的像点坐标;  $\Delta x$ 、 $\Delta y$  为摄影机物镜畸变引起的像点坐标改正数;  $dx$ 、 $dy$  为大气折光引起的像点坐标改正数;  $\delta_x$ 、 $\delta_y$  为地球曲率引起的像点坐标改正数。

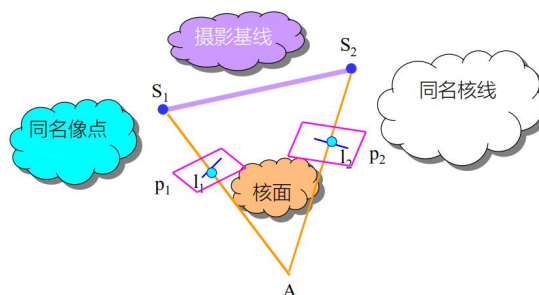
## ➤ 立体像对前方交会

1. 立体像对前方交会的定义: 由立体像对中两张像片的内、外方位元素和像点坐标来确定相应地面点在物方空间坐标系中坐标的方法。

➤ 相邻两张像片的内方位元素  $(x_0, y_0, f)$  相同

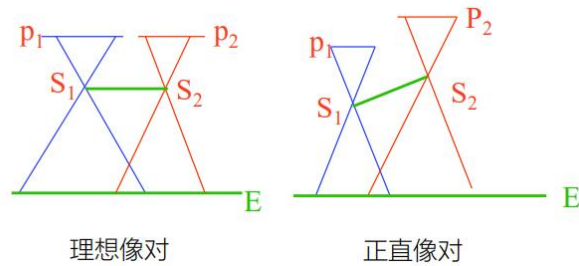
2. 与前方交会相关的几个名词的定义:

- 1) 核面: 摄影基线与同一地面点发出的两条同名光线组成的面【通过像主点的核面称为主核面】
- 2) 核线: 核面与左右像片面的交线为同名核线
- 3) 同名像点: 同一地面点发出的两条光线经左右摄影中心在左右像片上构成的像点称为同名像点
- 4) 同名光线: 同一地面点发出的两条光线称同名光线
- 5) 摄影基线: 航向相邻两个摄站间的连线, 用  $B$  表示。



3. 像对: 航向相邻两张像片组成一个像对

- 1) 理想像对: 相邻两像片水平、摄影基线水平组成的像对;
- 2) 正直像对: 相邻两像片水平、摄影基线不水平组成的像对;
- 3) 竖直像对: 相邻两像片不严格水平、摄影基线不水平组成的像对。



#### 4. 前方交会方法——严密解法:

已知值为所有内外方位元素, 观测值为 $x, y$ , 未知数为 $X, Y, Z$

根据共线方程:

$$x - x_0 = -f \frac{a_1(X_A - X_S) + b_1(Y_A - Y_S) + c_1(Z_A - Z_S)}{a_3(X_A - X_S) + b_3(Y_A - Y_S) + c_3(Z_A - Z_S)}$$

$$y - y_0 = -f \frac{a_2(X_A - X_S) + b_2(Y_A - Y_S) + c_2(Z_A - Z_S)}{a_3(X_A - X_S) + b_3(Y_A - Y_S) + c_3(Z_A - Z_S)}$$

对共线方程展开, 得到的前方交会的误差方程式的式子与单像空间后方交会得到的误差方程系数符号相反:

$$v_x = -a_{11}\Delta X - a_{12}\Delta Y - a_{13}\Delta Z - (x - x^0)$$

$$v_y = -a_{21}\Delta X - a_{22}\Delta Y - a_{23}\Delta Z - (y - y^0)$$

➤ 单像空间后方交会的误差方程为:

$$v_x = a_{11}\Delta X_S + a_{12}\Delta Y_S + a_{13}\Delta Z_S + a_{14}\Delta\varphi + a_{15}\Delta\omega + a_{15}\Delta\kappa - (x - x^0)$$

$$v_y = a_{21}\Delta X_S + a_{22}\Delta Y_S + a_{23}\Delta Z_S + a_{24}\Delta\varphi + a_{25}\Delta\omega + a_{26}\Delta\kappa - (y - y^0)$$

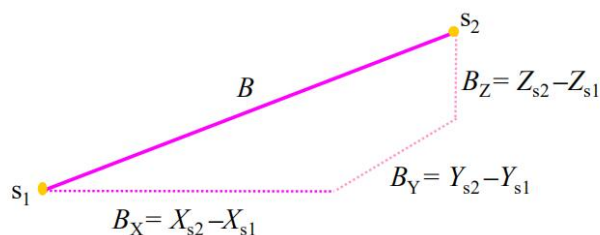
垂直摄影情况下, 可以认为外方位各角元素都是小角, 近似地认为 $\varphi = \omega = 0$ , 保留 $\kappa$ , 且 $H = -(Z - Z_S)$ 表示为平均摄影距离 (航空摄影的相对航高), 那么前方交会误差方程中各系数的近似值为:

$$a_{11} = \frac{f}{H} \cos\kappa; a_{12} = \frac{f}{H} \sin\kappa; a_{13} = \frac{x - x_0}{H}; a_{21} = -\frac{f}{H} \sin\kappa; a_{22} = \frac{f}{H} \cos\kappa; a_{23} = \frac{y - y_0}{H}$$

#### 5. 前方交会方法——点投影系数法:

➤ 摄影基线分量:

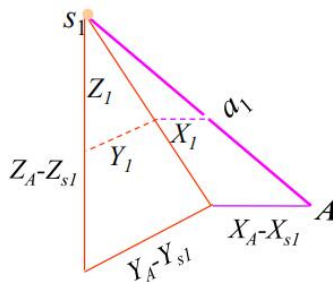
$$B_X = X_{s2} - X_{s1}; B_Y = Y_{s2} - Y_{s1}; B_Z = Z_{s2} - Z_{s1}$$





➤ 同名光线投影 (根据相似的原理):

$$\frac{S_1 A}{S_1 a_1} = \frac{X_A - X_{s1}}{X_1} = \frac{Y_A - Y_{s1}}{Y_1} = \frac{Z_A - Z_{s1}}{Z_1} = N_1; \frac{S_2 A}{S_2 a_2} = \frac{X_A - X_{s2}}{X_2} = \frac{Y_A - Y_{s2}}{Y_2} = \frac{Z_A - Z_{s2}}{Z_2} = N_2$$



其中的 $N_1$ 、 $N_2$ 被称为点投影系数

➤ 进一步推导点投影法前方交会

$$\textcircled{1} \quad X_A = X_{s1} + N_1 X_1 = X_{s2} + N_2 X_2; Y_A = Y_{s1} + N_1 Y_1 = Y_{s2} + N_2 Y_2; Z_A = Z_{s1} + N_1 Z_1 = Z_{s2} + N_2 Z_2$$

$$\textcircled{2} \quad B_X = X_{s2} - X_{s1} = N_1 X_1 - N_2 X_2; B_Y = Y_{s2} - Y_{s1} = N_1 Y_1 - N_2 Y_2; B_Z = Z_{s2} - Z_{s1} = N_1 Z_1 - N_2 Z_2$$

➤ 通过左右影像的外方位元素计算相应的矩阵, 求 $X_1 - Z_2$ 六个元素

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = R_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -f \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = R_2 \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

使用 $B_X$ 和 $B_Z$ 进一步推导得到点投影系数 $N_1$ 和 $N_2$ , 表示将左右像点投影到地面的点投影系数:

$$N_1 = \frac{B_X Z_2 - B_Z X_2}{X_1 Z_2 - X_2 Z_1}; N_2 = \frac{B_X Z_1 - B_Z X_1}{X_1 Z_2 - X_2 Z_1}$$

基于得到的点投影系数, 任意一点的地面坐标 (地面摄影测量坐标系中) 可得:

$$X = X_{s1} + N_1 X_1 = X_{s2} + N_2 X_2 = X_{s1} + B_X + N_2 X_2$$

$$Y = \frac{1}{2} [(Y_{s1} + N_1 Y_1) + (Y_{s2} + N_2 Y_2)]$$

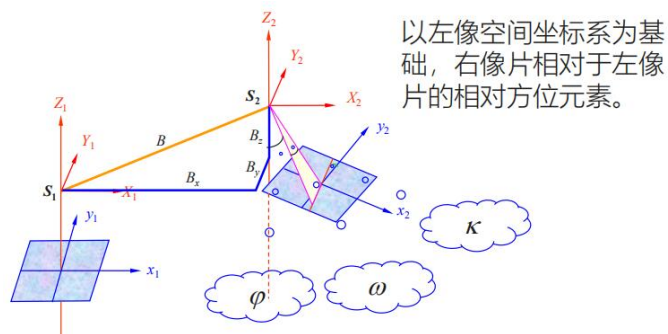
$$Z = Z_{s1} + N_1 Z_1 = Z_{s2} + N_2 Z_2 = Z_{s1} + B_Z + N_2 Z_2$$

6. 总结: 点投影系数法的计算过程:

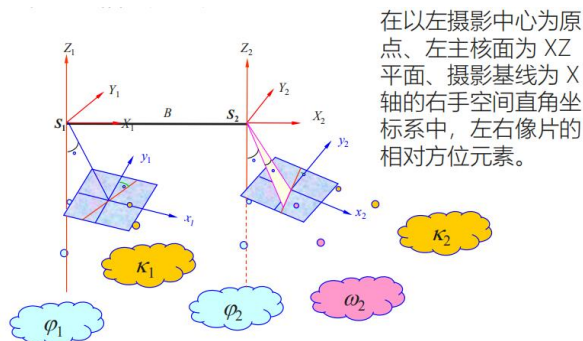
- 1) 获取已知数据:  $x_0, y_0, f, X_{s1}, Y_{s1}, Z_{s1}, \varphi_1, \omega_1, \kappa_1, X_{s2}, Y_{s2}, Z_{s2}, \varphi_2, \omega_2, \kappa_2$
- 2) 量测像点坐标  $x_1, y_1, x_2, y_2$
- 3) 由外方位线元素计算基线分量 $B_X, B_Y, B_Z$
- 4) 由外方位角元素计算像空间辅助坐标 $X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2$
- 5) 计算点投影系数 $N_1$ 和 $N_2$
- 6) 计算地面坐标 $X, Y, Z$

## ➤ 解析法相对定向

1. **解析相对定向**：利用立体像对同名光线对对相交的几何关系，根据量测的像点坐标，以解析计算的方法求解两张像片的相对方位元素的过程，称之为解析相对定向。
2. **相对定向元素**：描述立体像对中两张像片相对位置和姿态关系的参数。
  - 1) **连续法相对定向元素**：以左像空间坐标系为基础，右像片相对于左像片的相对方位元素。**连续法相对定向元素包括：\$B\_y, B\_z, \varphi, \omega, \kappa\$。**



- 2) **单独法相对定向元素**：在以左摄影中心为原点、左主核面为 XZ 平面、摄影基线为 X 轴的右手空间直角坐标系中，左右像片的相对方位元素。**单独法相对定向元素包括：\$\varphi\_1, \kappa\_1, \varphi\_2, \omega\_2, \kappa\_2\$。**



### 3. 连续法相对定向的公式推导过程：

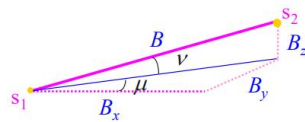
解析相对定向的原理是根据共面方程：

$$S_1 S_2 \cdot (S_1 a_1 \times S_2 a_2) = \begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 + B_x & Y_2 + B_y & Z_2 + B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} = 0$$

◇ 第二个到第三个的推导过程为第三行减去第一行

使用微小旋转矩阵表示：

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -f \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\kappa & -\varphi \\ \kappa & 1 & -\omega \\ \varphi & \omega & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$



对摄影基线分量定义两个角 $\mu$ 和 $\nu$ ，将 $B_y$ 和 $B_z$ 用 $B_x$ 来表示：

$$B_y = B_x \tan \mu \approx B_x \mu; B_z = \frac{B_x}{\cos \mu} \tan \nu \approx B_x \nu$$

因此共面方程可以表示为：
$$F = B_x \begin{vmatrix} 1 & \mu & \nu \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} = 0$$

对共面方程泰勒展开并求每个未知数的偏导数：

$$F = F^0 + \frac{\partial F}{\partial \mu} \Delta \mu + \frac{\partial F}{\partial \nu} \Delta \nu + \frac{\partial F}{\partial \varphi} \Delta \varphi + \frac{\partial F}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \Delta \kappa = 0$$

$\frac{\partial F}{\partial \mu}, \frac{\partial F}{\partial \nu}$ 的偏导数求法如下：

$$\frac{\partial F}{\partial \mu} = B_x \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} = -B_x \begin{vmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix} = B_x (X_2 Z_1 - X_1 Z_2)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \nu} = B_x \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} = B_x \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \end{vmatrix} = B_x (X_1 Y_2 - X_2 Y_1)$$

$\frac{\partial F}{\partial \varphi}, \frac{\partial F}{\partial \omega}, \frac{\partial F}{\partial \kappa}$ 的偏导数求法如下：

对  $\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\kappa & -\varphi \\ \kappa & 1 & -\omega \\ \varphi & \omega & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$  中的 $\varphi, \omega, \kappa$ 求导数得：

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}; \frac{\partial}{\partial \omega} \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}; \frac{\partial}{\partial \kappa} \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

因此 $\frac{\partial F}{\partial \varphi}, \frac{\partial F}{\partial \omega}, \frac{\partial F}{\partial \kappa}$ 可以表达为：

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi} = \begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ \frac{\partial X_2}{\partial \varphi} & \frac{\partial Y_2}{\partial \varphi} & \frac{\partial Z_2}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ f & 0 & x_2 \end{vmatrix}; \frac{\partial F}{\partial \omega} = \begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ \frac{\partial X_2}{\partial \omega} & \frac{\partial Y_2}{\partial \omega} & \frac{\partial Z_2}{\partial \omega} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ 0 & f & y_2 \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \kappa} = \begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ \frac{\partial X_2}{\partial \kappa} & \frac{\partial Y_2}{\partial \kappa} & \frac{\partial Z_2}{\partial \kappa} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ -y_2 & x_2 & 0 \end{vmatrix}$$

最终得到的线性化方程为：

$$B_x (X_2 Z_1 - X_1 Z_2) \Delta \mu + B_x (X_1 Y_2 - X_2 Y_1) \Delta \nu + B_x X_2 Y_1 \Delta \varphi + B_x (Y_1 Y_2 - Z_1 Z_2) \Delta \omega - B_x X_2 Z_1 \Delta \kappa + F^0 = 0$$

等式两边同时除以 $X_2 Z_1 - X_1 Z_2$ 得到：



$$B_x \Delta\mu + B_x \frac{X_1 Y_2 - X_2 Y_1}{X_2 Z_1 - X_1 Z_2} \Delta v + B_x \frac{X_2 Y_1}{X_2 Z_1 - X_1 Z_2} \Delta\varphi + B_x \frac{Y_1 Y_2 - Z_1 Z_2}{X_2 Z_1 - X_1 Z_2} \Delta\omega - B_x \frac{X_2 Z_1}{X_2 Z_1 - X_1 Z_2} \Delta\kappa + \frac{F^0}{X_2 Z_1 - X_1 Z_2} = 0$$

特别注意：常数项可以进行约简

$$\frac{F^0}{X_2 Z_1 - X_1 Z_2} = \frac{\begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix}}{X_2 Z_1 - X_1 Z_2} = \frac{\begin{vmatrix} B_x & B_z \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix}}{X_2 Z_1 - X_1 Z_2} Y_1 - \frac{\begin{vmatrix} B_x & B_z \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix}}{X_2 Z_1 - X_1 Z_2} Y_2 - \frac{\begin{vmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix}}{X_2 Z_1 - X_1 Z_2} B_y$$

$$= -N_1 Y_1 + N_2 Y_2 + B_y = -Q \Rightarrow Q = N_1 Y_1 - (N_2 Y_2 + B_y)$$

#### ◇ 连续法相对定向中常数项的几何意义

$Q$  为定向点上模型上下视差；当一个立体像对完成相对定向， $Q = 0$ ，当一个立体像对未完成相对定向，即同名光线不相交， $Q \neq 0$ 。

以常数项  $Q$  作为观测值建立法方程，并至少量测 5 个同名点/定像点（同名点选择在像主点附近以及其铅垂线靠近边框的附近），若有 6 个及以上的同名点则按最小二乘平差法求解未知数（相对定向元素），最后做精度评定。

求解各待定参数的改正数： $V = AX - l \rightarrow X = (A^T P A)^{-1} (A^T P l)$

单位权中误差： $\sigma_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-5}}$

权阵： $Q_{xx} = (A^T P A)^{-1}$

◇  $Q_{xx}^{ii}$  是其第  $i$  个主对角线上元素，是法方程式中第  $i$  个未知数的权倒数

第  $i$  个未知数的中误差为： $m_i = \sigma_0 \sqrt{Q_{xx}^{ii}}$

#### 4. 相对定向元素计算的具体流程：

- 1) 获取已知数据： $x_0, y_0, f, x_1, y_2, x_1, y_2$ ，假定摄影基线： $B_X = X_{s2} - X_{s1}$ ；
- 2) 设定相对定向元素的初值  $\mu = v = \varphi = \omega = \kappa = 0$ ；
- 3) 由相对定向元素计算像空间辅助坐标  $X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2$
- 4) 计算各点的  $B_Y, B_Z, N_1, N_2, Q$
- 5) 逐点计算误差方程式的系数和常数项并法化，判断是否所有定向点法化完毕，否则返回步骤(3)
- 6) 解法方程，求相对定向元素改正数
- 7) 求相对定向元素的新值
- 8) 判断迭代是否收敛（限差  $0.01' = 3 \times 10^{-5}$ ），否则将新值作为新的相对定向元素，返回步骤(3)，直到迭代结束。

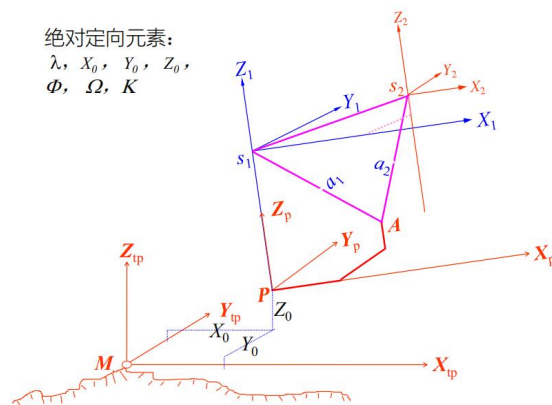
## ➤ 解析法绝对定向

1. **绝对定向**：通过将相对定向模型进行缩放、平移和旋转，使其达到绝对位置。
2. **绝对定向元素**：描述立体像对在摄影瞬间的绝对位置和姿态的参数称绝对定向元素。

绝对定向元素有 7 个：缩放  $\lambda$ ，平移  $X_0, Y_0, Z_0$ ，旋转  $\Phi, \Omega, K$

3. **绝对定向公式**：

$$\begin{bmatrix} X_{tp} \\ Y_{tp} \\ Z_{tp} \end{bmatrix} = \lambda \mathbf{R} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}$$



这里引入一个新的概念：**摄影测量坐标系**  $(X_p, Y_p, Z_p)$ ，区别于地面摄影测量坐标系  $(X_{tp}, Y_{tp}, Z_{tp})$ ，**绝对定向公式就是将摄影测量坐标系中的点坐标转换到地面摄影测量坐标系中去。**

4. **绝对定向公式泰勒展开并求偏导数的过程**：

$$F = F^0 + \frac{\partial F}{\partial \lambda} \Delta \lambda + \frac{\partial F}{\partial \phi} \Delta \phi + \frac{\partial F}{\partial \Omega} \Delta \Omega + \frac{\partial F}{\partial K} \Delta K + \frac{\partial F}{\partial X_0} \Delta X_0 + \frac{\partial F}{\partial Y_0} \Delta Y_0 + \frac{\partial F}{\partial Z_0} \Delta Z_0$$

各项系数如下：

$$\frac{\partial F}{\partial X_0} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \frac{\partial F}{\partial Y_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \frac{\partial F}{\partial Z_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \frac{\partial F}{\partial \lambda} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} (\text{其中 } X', Y', Z' \text{ 为像点坐标})$$

$$\frac{\partial F}{\partial \phi} = \begin{bmatrix} -\lambda Z' \\ 0 \\ \lambda X' \end{bmatrix}; \frac{\partial F}{\partial \Omega} = \begin{bmatrix} -\lambda Y' \sin \phi \\ \lambda X' \sin \phi - \lambda Z' \cos \phi \\ \lambda Y' \cos \phi \end{bmatrix}; \frac{\partial F}{\partial K} = \begin{bmatrix} -\lambda Y' \cos \phi \cos \Omega - \lambda Z' \sin \Omega \\ \lambda X' \cos \phi \cos \Omega + \lambda Z' \sin \Omega \cos \Omega \\ \lambda X' \sin \Omega - \lambda Y' \sin \Omega \cos \Omega \end{bmatrix}$$

结合成一个式子：

$$\begin{bmatrix} X_{tp} \\ Y_{tp} \\ Z_{tp} \end{bmatrix} = \lambda^0 \mathbf{R}^0 \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0^0 \\ Y_0^0 \\ Z_0^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X' & -\lambda Z' & -\lambda Y' \sin \phi & -\lambda Y' \cos \phi \cos \Omega - \lambda Z' \sin \Omega \\ 0 & 1 & 0 & Y' & 0 & \lambda X' \sin \phi - \lambda Z' \cos \phi & \lambda X' \cos \phi \cos \Omega + \lambda Z' \sin \Omega \cos \Omega \\ 0 & 0 & 1 & Z' & \lambda X' & \lambda Y' \cos \phi & \lambda X' \sin \Omega - \lambda Y' \sin \Omega \cos \Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \\ \Delta \lambda \\ \Delta \Phi \\ \Delta \Omega \\ \Delta K \end{bmatrix}$$



5. 在已经缩放+旋转到比较接近的情况下，可以近似地将未知数的初值设为：

$$\lambda^0 = 1; \Phi^0 = \Omega^0 = K^0 = 0$$

那么可以将误差方程写成：

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X' & -Z' & 0 & -Y' \\ 0 & 1 & 0 & Y' & 0 & -Z' & X' \\ 0 & 0 & 1 & Z' & X' & Y' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \\ \Delta \lambda \\ \Delta \Phi \\ \Delta \Omega \\ \Delta K \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{tp} \\ Y_{tp} \\ Z_{tp} \end{bmatrix} - \lambda^0 \mathbf{R}^0 \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_0^0 \\ Y_0^0 \\ Z_0^0 \end{bmatrix}$$

6. 至少量测 2 个平高控制点和 1 个高程控制点可以按最小二乘平差法求绝对定向元素

求解各待定参数的改正数：  $V = AX - l \rightarrow X = (A^T P A)^{-1} (A^T P l)$

$$\text{单位权中误差: } \sigma_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{3n-7}}$$

$$\text{权阵: } Q_{xx} = (A^T P A)^{-1}$$

☆  $Q_{xx}^{ii}$  是其第  $i$  个主对角线上元素，是法方程式中第  $i$  个未知数的权倒数

第  $i$  个未知数的中误差为：  $m_i = \sigma_0 \sqrt{Q_{xx}^{ii}}$

7. 绝对定向元素的计算过程总结：

- 1) 获取控制点的两套坐标：摄影测量坐标系  $(X_p, Y_p, Z_p)$  + 地面摄影测量坐标系  $(X_{tp}, Y_{tp}, Z_{tp})$ ；地面摄影测量坐标系由正变换得到。
- 2) 给定绝对定向元素的初值

$$\lambda^0 = 1; \Phi^0 = \Omega^0 = K^0 = 0$$

- 3) 计算误差方程式的系数和常数项
- 4) 解法方程，求绝对定向元素改正数
- 5) 计算绝对定向元素的新值
- 6) 判断迭代是否收敛

8. 正变换：由大地坐标系（地面测量坐标系）转换到地面摄影测量坐标系的坐标变换：

$$\begin{bmatrix} \Delta X_{tp} \\ \Delta Y_{tp} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_t \\ \Delta Y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ b & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_t \\ \Delta Y_t \end{bmatrix}; Z_{tp} = \lambda Z_t$$

$$a = \frac{\Delta X_{tp} \Delta Y_t + \Delta Y_{tp} \Delta X_t}{\Delta X_t^2 + \Delta Y_t^2}; b = \frac{\Delta X_{tp} \Delta X_t - \Delta Y_{tp} \Delta Y_t}{\Delta X_t^2 + \Delta Y_t^2}; \lambda = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\frac{\Delta X_{tp}^2 + \Delta Y_{tp}^2}{\Delta X_t^2 + \Delta Y_t^2}}$$

9. 逆变换：由地面摄影测量坐标系转换到大地坐标系（地面测量坐标系）的坐标变换。

$$\begin{bmatrix} \Delta X_t \\ \Delta Y_t \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{tp} \\ \Delta Y_{tp} \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} b & a \\ a & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{tp} \\ \Delta Y_{tp} \end{bmatrix}; Z_t = \frac{1}{\lambda} Z_{tp}$$

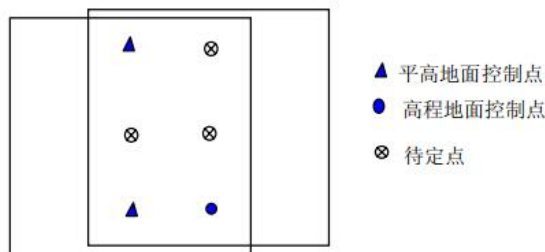
10. 双像解析摄影测量的三种方法的总结

- 1) 空间后方交会+空间前方交会;
- 2) 相对定向+绝对定向;
- 3) 光束法严密解法（一步定向法）：未知数有 9 个（6 个外方位元素+X、Y、Z）

$$v_x = \frac{\partial x}{\partial X_s} \Delta X_s + \frac{\partial x}{\partial Y_s} \Delta Y_s + \frac{\partial x}{\partial Z_s} \Delta Z_s + \frac{\partial x}{\partial \varphi} \Delta \varphi + \frac{\partial x}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial x}{\partial \kappa} \Delta \kappa + \frac{\partial x}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial x}{\partial Y} \Delta Y + \frac{\partial x}{\partial Z} \Delta Z - (x - x^0)$$

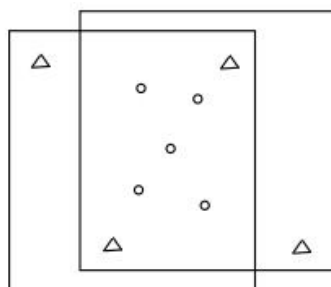
$$v_y = \frac{\partial y}{\partial X_s} \Delta X_s + \frac{\partial y}{\partial Y_s} \Delta Y_s + \frac{\partial y}{\partial Z_s} \Delta Z_s + \frac{\partial y}{\partial \varphi} \Delta \varphi + \frac{\partial y}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial y}{\partial \kappa} \Delta \kappa + \frac{\partial y}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial y}{\partial Y} \Delta Y + \frac{\partial y}{\partial Z} \Delta Z - (y - y^0)$$

11. 如图所示，假如一个立体像对上 3 个待求点，试述可用哪些方法解算待求点的三维空间坐标，试述可用什么方法解算待求点坐标？



- 1) 空间后方交会-空间前方交会：由于空间后方交会至少需要 3 个平高控制点，按最小二乘平差方法解算单张像片 6 个外方位元素，故该方法不适合。
- 2) 相对定向-绝对定向：相对定向完成后，绝对定向对定向至少需要 2 个平高控制点和 1 个高程控制点解算 7 个绝对定向元素，因此该方法适合。
- 3) 光束法：上述问题中，公共区域有 2 个平高控制点和 1 个高程控制点可以确定平差的基准，多余观测个数  $r = (2 \times 6 \times 2) - (6 \times 2 + 3 \times 3 + 2 \times 1) = 1 > 0$ ，故可用该方法解决上述问题。

12. 一个立体像对上，重叠区域内有 2 个控制点，在左右影像上分别有一个控制点和 5 个待求点，试述可用什么方法解算待求点坐标？



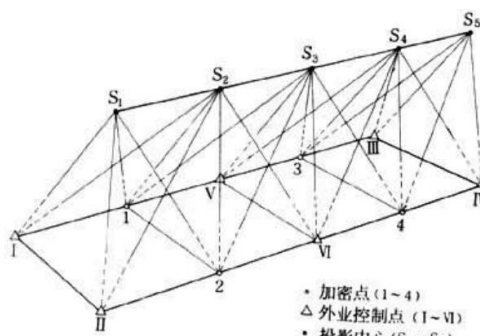


- 1) 空间后方交会-空间前方交会：由于空间后方交会至少需要3个平高控制点，条件满足，同时空间前方交会没有控制点要求，因此该方法可以使用。
- 2) 相对定向-绝对定向：相对定向完成后至少需要5个同名点，条件满足；但绝对定向至少需要2个平高控制点和1个高程控制点才能解算7个绝对定向元素。因此控制点数量不足以解决绝对定向问题，故该方法不适合。
- 3) 光束法：上述问题中，公共区域内有2个平高控制点和1个高程控制点才可确定平差的基准，显然无法满足，即使多余观测数足够，从原理上来说也无法解求，因此该方法不合适。

## 第四章·解析空中三角测量

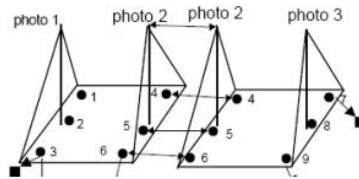
### ➤ 解析空中三角测量的相关知识

1. 解析空中三角测量：指的是用摄影测量解析法确定区域内**所有影像的外方位元素**。根据**影像上量测的像点坐标**及**少量控制点的大地坐标**，求出**未知点的大地坐标**，使得已知点增加到每个模型中不少于四个，然后利用这些已知点求解影像的外方位元素，因而解析空中三角测量也称**摄影测量加密**。
2. 解析空中三角测量的分类（按数学模型或技术）：
  - 1) 航带法：把许多立体像对构成的单个模型**连结**成一个航带模型，将航带模型视为**单元模型**进行解析处理，**通过消除航带模型中累积的系统误差**，将航带模型整体纳入到测图坐标系中，从而确定加密点的地面坐标。



- 2) 独立模型法：把一个模型视为刚体，利用各单元模型彼此间的公共点连成一个区域，在连结过程中，**每个单元模型只能作平移、缩放、旋转**，在变换中要使模型间公共点的坐标尽可能一致，控制点的坐标应与地面摄测坐标尽可能一致，同时**观测值改正数的平方和为最小**，按最小二乘原理求得待定点的地面摄测坐标。





3) 光束法：详见后。

### 3. 航带法的补充知识：如何消除航带模型中累积的系统误差

方法：通过航带模型非线性改正：用一个多项式曲面拟合航带网复杂的变形曲面，使该曲面经过航带网已知点时，所求得的坐标变形值与它们实际变形值相等或使其残差的平方和最小。（关键在于确定多项式的系数，最少需要6个点用最小二乘法）

$$\Delta X = A_0 + A_1X + A_2Y + A_3X^2 + A_4XY; X_{tp} = X + \Delta X$$

$$\Delta Y = B_0 + B_1X + B_2Y + B_3X^2 + B_4XY; Y_{tp} = Y + \Delta Y$$

$$\Delta Z = C_0 + C_1X + C_2Y + C_3X^2 + C_4XY; Z_{tp} = Z + \Delta Z$$

### 4. 独立模型法区域网平差的作业流程：

- 1) 单独法相对定向建立单元模型，获取各单元模型的模型坐标，包括摄站点。
- 2) 利用相邻模型公共点和所在模型中的控制点，各单元模型分别做三维线性变换，按各自的条件列出误差方程式及法方程式。
- 3) 建立全区域的改化法方程式，并按循环分块法进行求解，求出每个模型点的七个绝对定向元素。
- 4) 按平差后求得的绝对定向元素，计算每个单元模型中待定点的坐标，若为相邻模型的公共点，取其平均值作为最后结果。

### 5. 三种区域网平差方法的比较：

- 1) 航带法区域网平差：未知数少，便于解算，但精度不高，且自由航带坐标彼此不独立，不是严密的平差方法。
- 2) 独立模型法：未知数有7个（平面4个，高程3个），解算耗时比航带法多得多，但采用平高分求时解算时间比光束法区域法平差少得多，如果能估计模型坐标之间的相关特性，理论上与光束法同样严密。
- 3) 光束法区域网平差：未知数是各影像的外方位元素和所有待求点地面坐标，是最严密的解法，但也存在缺点：①需要建立线性化误差方程式和提供各未知数初值；②未知数多、计算量大、计算速度慢，不可将平面高程分开处理，只能是三维网平差。



## ➤ 光束法空中三角测量

1. 光束法（区域网）空中三角测量：以一张像片组成的一束光线作为一个平差单元，以中心投影的共线方程作为平差的基础方程，通过各光线束在空间的旋转和平移，使模型之间的公共光线实现最佳交会，将整体区域最佳地纳入到控制点坐标系中，从而确定加密点的地面坐标及像片的外方位元素。

- ✧ 数学模型：共线方程；
- ✧ 观测值：像点坐标；
- ✧ 平差单元：像片（单个光束）；
- ✧ 未知数：外方位元素和未知点坐标；
- ✧ 光束法是最严密的解法，能顾及像片系统误差的影响，引入非摄影测量附加观测值。（详见下）

### 2. 光束法区域网平差作业过程：

- 1) 获取各影像的外方位元素及地面坐标的近似值；
- 2) 从每张像片上控制点、待定点的像点坐标出发，按每条摄影光线的共线条件列出误差方程式；
- 3) 逐点法化建立改化法方程式，按循环分块的求解方法，先求出每张像片的外方位元素；
- 4) 按空间前方交会求出待定点的地面坐标，对于相邻像片的公共点，应取其平均值作为最后结果。

### 3. 光束法空中三角测量流程中的关键公式推导：

- 1) 建立误差方程式并法化：  $V = At + Bx - l$

$$v_x = \frac{\partial x}{\partial \varphi} \Delta \varphi + \frac{\partial x}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial x}{\partial \kappa} \Delta \kappa + \frac{\partial x}{\partial X_s} \Delta X_s + \frac{\partial x}{\partial Y_s} \Delta Y_s + \frac{\partial x}{\partial Z_s} \Delta Z_s + \frac{\partial x}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial x}{\partial Y} \Delta Y + \frac{\partial x}{\partial Z} \Delta Z - (x - x^0)$$

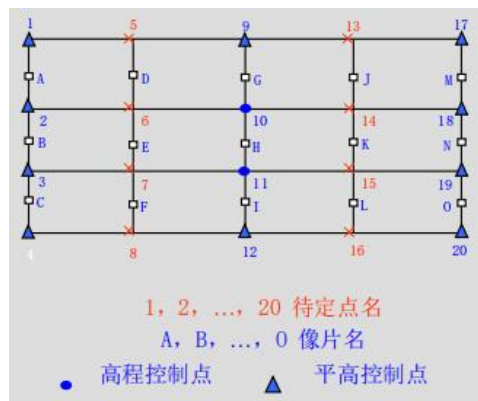
$$v_y = \frac{\partial y}{\partial \varphi} \Delta \varphi + \frac{\partial y}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial y}{\partial \kappa} \Delta \kappa + \frac{\partial y}{\partial X_s} \Delta X_s + \frac{\partial y}{\partial Y_s} \Delta Y_s + \frac{\partial y}{\partial Z_s} \Delta Z_s + \frac{\partial y}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial y}{\partial Y} \Delta Y + \frac{\partial y}{\partial Z} \Delta Z - (y - y^0)$$

法化：

$$\begin{bmatrix} A^T P A & A^T P B \\ B^T P A & B^T P B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T P l \\ B^T P l \end{bmatrix}$$

值得注意：t表示的是像片的6个外方位元素，x表示的是待求点的物方坐标（XYZ）

比如下例确定观测值个数以及未知数的个数：



图中的一条竖线代表着一张像片，小正方形是像片的几何中心（内参未知），小三角是平高控制点（平面坐标和高程均已知），小圆型是高程控制点（高程已知，平面坐标未知）， $\times$ 是待定点。

观测值个数:  $(6 \times 6 + 9 \times 9) \times 2 = 234$

6×6: 代表着最旁边的两列像片 (ABCMNO) 一张像片中有 6 个像点坐标

9×9: 代表着中间的三列像片 (DEFGHIJKL) 一张像片中有 9 个像点坐标

×2: 代表着一个像点坐标有 x 和 y 两个值可以列两个方程

未知数的个数:  $15 \times 6 + (15 + 8) \times 3 + 2 \times 2 = 163$

$15 \times 6$ : 代表这 15 张像片的外方位元素

$(15+8) \times 3$ : 15 张像片的像主点 (在此例中被认为是未知数, 其他情况看题目而定) 的 3 个物方坐标 (XYZ) + 8 个待定点的 3 个物方坐标 (XYZ)

2×2: 2 个高程控制点的平面物方坐标 (XY)

多余观测数 ( $r = n - t$ ):  $234 - 163 = 71$

一个平高控制点可以列多个误差方程，比如 1 号小三角可以列像片 A 和像片 D 中的 x、y 各两个误差方程，一共 4 个。以 x 为例，1 号小三角在像片 D 中列的误差方程式如下：

$$v_x = \frac{\partial x}{\partial X_{SD}} \Delta X_{SD} + \frac{\partial x}{\partial Y_{SD}} \Delta Y_{SD} + \frac{\partial x}{\partial Z_{SD}} \Delta Z_{SD} + \frac{\partial x}{\partial \varphi} \Delta \varphi_D + \frac{\partial x}{\partial \omega} \Delta \omega_D + \frac{\partial x}{\partial \kappa} \Delta \kappa_D - (x - x^0)$$

$$v_x = a_{11}\Delta X_{SD} + a_{12}\Delta Y_{SD} + a_{13}\Delta Z_{SD} + a_{14}\Delta\varphi_D + a_{15}\Delta\omega_D + a_{16}\Delta\kappa_D - (x - x^0)$$

而一个待定点在列误差方程的时候，区别于控制点，在列误差方程的时候需要将待求点的物方坐标（XYZ）纳入误差方程式。以 x 为例，5 号待求点在像片 D 中列的误差方程式如下：



$$v_x = \frac{\partial x}{\partial X_s} \Delta X_{sD} + \frac{\partial x}{\partial Y_s} \Delta Y_{sD} + \frac{\partial x}{\partial Z_s} \Delta Z_{sD} + \frac{\partial x}{\partial \varphi} \Delta \varphi_D + \frac{\partial x}{\partial \omega} \Delta \omega_D + \frac{\partial x}{\partial \kappa} \Delta \kappa_D + \frac{\partial x}{\partial X} \Delta X_5 + \frac{\partial x}{\partial Y} \Delta Y_5 + \frac{\partial x}{\partial Z} \Delta Z_5 - (x - x^0)$$

$$v_x = a_{11} \Delta X_{sD} + a_{12} \Delta Y_{sD} + a_{13} \Delta Z_{sD} + a_{14} \Delta \varphi_D + a_{15} \Delta \omega_D + a_{16} \Delta \kappa_D - a_{11} \Delta X_5 - a_{12} \Delta Y_5 - a_{13} \Delta Z_5 - (x - x^0)$$

初值的获取方式:

外方位元素初值: POS 系统获取的位置和姿态参数

未知点坐标初值: 多片前方交会

2) 改化法方程式的建立:

$$[(A^T P A) - (A^T P B)(B^T P B)^{-1}(B^T P A)]t = A^T P l - (A^T P B)(B^T P B)^{-1}(B^T P l)$$

3) 求出每片的外方位元素:

$$t = [(A^T P A) - (A^T P B)(B^T P B)^{-1}(B^T P A)]^{-1}[A^T P l - (A^T P B)(B^T P B)^{-1}(B^T P l)]$$

4) 加密点坐标计算:

4. 自检校光束法区域网平差: 在共线条件方程中, 利用若干附加参数来描述系统误差模型, 在区域网平差的同时, 求解这些附加参数, 以自动测定和消除系统误差。

3 参数模型:

$$\Delta x = a_1 x(r^2 - 100) - a_3 y$$

$$\Delta y = a_1 y(r^2 - 100) + a_2 x + a_3 y$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

将 $\Delta x$ 和 $\Delta y$ 引入共线方程, 以自动测定和消除系统误差。

$$x = -f \frac{a_1(X_A - X_S) + b_1(Y_A - Y_S) + c_1(Z_A - Z_S)}{a_3(X_A - X_S) + b_3(Y_A - Y_S) + c_3(Z_A - Z_S)} + \Delta x$$

$$y = -f \frac{a_2(X_A - X_S) + b_2(Y_A - Y_S) + c_2(Z_A - Z_S)}{a_3(X_A - X_S) + b_3(Y_A - Y_S) + c_3(Z_A - Z_S)} + \Delta y$$

误差方程:

$$V_1 = A_1 X_1 + A_2 X_2 + A_3 X_3 - L_1, \text{权} P_1 \quad V_2 = E X_2 - L_2, \text{权} P_2 \quad V_3 = E X_3 - L_3, \text{权} P_3$$

$X_1$ : 外方位元素和坐标未知数改正数

$X_2$ : 控制点坐标的改正数 (如果认为控制点有误差的话)

$X_3$ : 附加参数 (如果认为附加参数有误差的话)

法方程:

$$\begin{bmatrix} A_1^T P_1 A_1 & A_1^T P_1 A_2 & A_1^T P_1 A_3 \\ A_2^T P_1 A_1 & A_2^T P_1 A_2 + P_2 & A_2^T P_1 A_3 \\ A_3^T P_1 A_1 & A_3^T P_1 A_2 & A_3^T P_1 A_3 + P_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^T P_1 L_1 \\ A_2^T P_1 L_1 + P_2 L_2 \\ A_3^T P_1 L_1 + P_3 L_3 \end{bmatrix}$$



## 5. 解析空中三角测量的精度:

理论精度:

单位权中误差:  $\sigma_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}}$ ; 权阵:  $Q_{xx} = (A^T P A)^{-1}$

第*i*个未知数的中误差为:  $m_i = \sigma_0 \sqrt{Q_{xx}^{ii}}$

实际精度:

$$\mu_X = \sqrt{\frac{\sum (X_{\text{控制点}} - X_{\text{摄}})^2}{n_X}}; \mu_Y = \sqrt{\frac{\sum (Y_{\text{控制点}} - Y_{\text{摄}})^2}{n_Y}}; \mu_Z = \sqrt{\frac{\sum (Z_{\text{控制点}} - Z_{\text{摄}})^2}{n_Z}}$$

## ➤ 解析空中三角测量最新发展

1. 摄影测量区域网联合平差: 将原始的大地测量观测值、一般的控制信息 (像片元素) 或相对控制条件与摄影测量观测值 (像点坐标 $xy$ ) 一起进行平差, 以取代或减少地面控制点的使用。

可用的联合平差条件:

- 1) 大地测量观测值: 距离 (第二点)、角度、天文经纬度、局部坐标;
- 2) 像片元素: 高差仪记录、摄站坐标、像片姿态、摄站间坐标差;
- 3) 相对控制条件: 湖面等高、平面、圆周、共线。

不同原理的区域网平差的观测值和平差单元的区别:

航带法区域网平差的观测值为重心化摄测坐标, 平差单元为航带模型;

光束法区域网平差的观测值为像点坐标, 平差单元为单张像片。

2. 空间距离观测值误差方程以及联合平差法方程的建立和求解:

$$\text{空间距离: } D_{ij} = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2 + (Z_i - Z_j)^2}$$

$$\text{误差方程: } v_{ij} = c_{ij}\Delta X_i - c_{ij}\Delta X_j + d_{ij}\Delta Y_i - d_{ij}\Delta Y_j + e_{ij}\Delta Z_i - e_{ij}\Delta Z_j - (D_{ij} - D_{ij}^0)$$

$$\text{联合平差误差方程矩阵形式: } V = At + Bx - l, P; V_D = B_D x - l_D, P_D$$

法方程解的矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T P A & A^T P B \\ B^T P A & B^T P B + B_D^T P_D B_D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A^T P l \\ B^T P l + B_D^T P_D l_D \end{bmatrix}$$

3. GPS 辅助空中三角测量:

- 1) 定义: 利用安装于飞机上与航摄仪相连接的和设在地面一个或多个基准站上的至

少两台 GPS 信号接收机同步而连续观测 GPS 信号、同时获取航空摄影瞬间航摄影快门开启脉冲, 经 GPS 载波相位测量差分定位技术的离线数据后处理获取航摄影曝光时刻摄站的三维坐标, 然后将其视为带权观测值引入摄影测量区域网平差中, 经采用统一的数学模型来整体确定地面目标点位和像片方位元素。

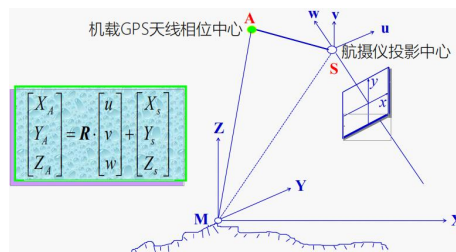
2) 作业过程:

- 现行航空摄影系统改造及偏心测定（由于 GPS 接收机与摄站中心有偏差）；
- 带 GPS 信号接收机的航空摄影；
- 解求 GPS 摄站坐标；
- GPS 摄站坐标与摄影测量数据联合平差，以确定目标点位并评定其质量

3) **GPS 辅助光束法平差的注意点**：理论上 GPS 提供的摄站坐标用于区域网平差可完全取代地面控制点，区域平差坐标系为 GPS 坐标系 (WGS84)。为了国家坐标系中的区域网平差结果，要求有一定数量的地面控制点 (**目的：提高精度+转换到 CGCS2000 坐标系中**)

4) 投影中心与 GPS 天线相位中心的几何关系:

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix}$$



$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$ : A 点的偏心分量;  $R$ : 从像空间直角坐标系向像空间辅助直角坐标系转换

的旋转矩阵;再加上 $\begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix}$ 平移到地面摄影测量坐标系中。

5) 考虑到动态 GPS 定位存在线性漂移的系统误差, 需要加上线性漂移:

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix} + \mathbf{R} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_X \\ a_Y \\ a_Z \end{bmatrix} + (t - t_0) \begin{bmatrix} b_X \\ b_Y \\ b_Z \end{bmatrix}$$

6) 将经过线性漂移改正后的摄站坐标视为带权观测值引入自检校光束法平差作为一个基础方程:

$$V_g = \bar{A}t + Rr + Dd - l_g$$

其中： $t$ 为外方位元素； $r = \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \end{bmatrix}$ 为机载 GPS 天线相位中心与航摄影投影中西偏

心分量未知数的增量； $d = \begin{bmatrix} \Delta a_x \\ \Delta a_y \\ \Delta a_z \\ \Delta b_x \\ \Delta b_y \\ \Delta b_z \end{bmatrix}$ 为线性漂移误差改正参数。

4. **POS 辅助空中三角测量**：将 POS (Position Orientation System) 获取的航摄影曝光时刻摄站的 **三维坐标及姿态参数**作为 **带权观测值引入摄影测量区域网平差**中，经统一的数学模型来整体确定地面点目标点位和像片方位元素，并对其质量进行评定的理论、技术和方法。

1) **POS (Position Orientation System)**：测定传感器的位置和姿态：GPS (接收机) + 中央处理器 + IMU 惯性测量装置。

2) **POS/GPS 辅助空中三角测量的作用**：**大量减少甚至完全免除地面控制点的使用**，缩短成图周期，提高生产效率，降低生产成本。

3) **两种应用方法**：

a) 空间前方交会解算地面点坐标 (直接传感器定向)：直接解算地面点坐标。

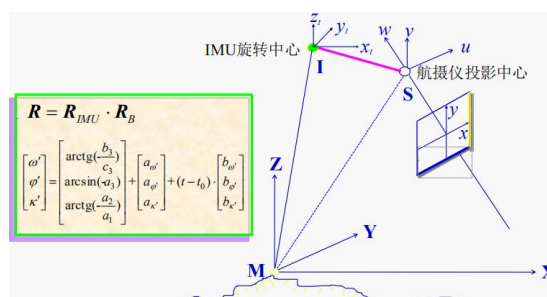
b) POS 辅助空中三角测量 (集成传感器定向)：POS 获取外方位元素后，用于空中三角测量。

4) **惯性量测装置的姿态与传感器姿态的关系**：

$$R = R_{IMU} \cdot R_B$$

$R_B$ ：从 IMU 惯性量测坐标系  $I - x_1y_1z_1$  转换到像空间直角坐标系的矩阵

$$\begin{bmatrix} \omega' \\ \varphi' \\ \kappa' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctg\left(-\frac{b_3}{c_3}\right) \\ \arctg(-a_3) \\ \arctg\left(-\frac{a_2}{a_1}\right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{\omega'} \\ a_{\varphi'} \\ a_{\kappa'} \end{bmatrix} + (t - t_0) \begin{bmatrix} b_{\omega'} \\ b_{\varphi'} \\ b_{\kappa'} \end{bmatrix}$$







### 5) POS 试验与结论:

- a) 1:50000 比例尺航测成图可无需地面控制点和空三加密;
- b) 根据本次实验结果, 1:5000~1:10000 比例尺航测成图可省去地面控制; 建议加测少量控制点参与平差, 提高整体精度, 并检核成图精度;
- c) 1:1000 和 1:2000 比例尺航测成图可大大减少野外像控测量工作量。

5. 摄影测量中恢复影像空中姿态的方法有: ①单片空间后方交会; ②先相对定向再绝对定向; ③POS 系统直接获取外方位元素。

## 第五章 · 数字影像与特征提取

### ➤ 数字影像采样

1. 数字影像: 由传感器直接获取的影像。

数字化影像: 由模拟相片经数字化处理后获得的数字影像。

2. 数字影像或数字化影像获取过程:

- 1) 光学摄影机获得模拟相片经扫描数字化获得数字化影像
- 2) 数码摄影机直接获得数字影像

3. 数字影像的表达形式:

1) 空间域: 灰度矩阵形式表达

$$g = \begin{bmatrix} g_{0,0} & g_{0,1} & \cdots & g_{0,n-1} \\ g_{1,0} & g_{1,1} & \cdots & g_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ g_{m-1,0} & g_{m-1,1} & \cdots & g_{m-1,n-1} \end{bmatrix}$$

- a) 数字影像的灰度矩阵的每个元素  $g_{i,j}$  为影像的灰度值, 对应实体的一个微小区域, 称为像元素或像元或像素;
- b) 若像素的大小  $(\Delta x, \Delta y)$  为数字化间隔; 则灰度值  $g_{i,j}$  随着像素点坐标的变化而变化:  $x = i \times \Delta x, i = 0, 1, \dots, n-1$ ;  $y = j \times \Delta y, j = 0, 1, \dots, n-1$

2) 频率域: 通过傅立叶变化, 把影像的表达由空间域变换到频率域中, 空间域不同像点的灰度值在频率域中表达为不同频率中的振幅谱。

✧ 频率域表达对数字影像处理非常重要, 用处体现在以下几点:

- ① 变换后矩阵中元素的数目与原像中相同, 但其中很多都是零值或很小的数, 数据被压缩, 更有利于储存和传输。





② 空间域中的一个卷积相当于频率域内其卷积函数的乘积，可以简化运算。

③ 在频率域内更有利于影像分解力的分析以及许多影像处理

4. **影像采样**：对实际连续函数模型离散化的量测过程；**样点**：被量测的点；

**采样间隔**：样点之间的距离

5. **量化与编码**：

在摄影底片上，影像的灰度值反映了它透明的程度，即透光能力；用透过率和不透率表示。透过率  $T = F/F_0$  不透率  $O = F_0/F$  说明影像黑白程度；

**影像的量化**：把采样点上的灰度值转换为某一种等距的灰度级；

**编码**：将离散幅值经过量化以后变为二进制数字的过程。

6. **采样定理【香农(Shannon)定理】**：

当采样间隔能使在函数  $g(x)$  中存在的最高频率中每周期取有两个样本时，则根据采样数据可以完全恢复原函数  $g(x)$ 。此时的  $f_1$  成为截止频率，采样间隔  $\Delta x$  应满足： $\Delta x \leq \frac{1}{2f_1}$ 。（采样间隔最好是使在原函数中存在的最高频率每周期至少取有 3 个样本）

注：**采样过程**：空间域采样函数  $s(x)$  与原函数  $g(x)$  乘积

$$s(x)g(x) = g(x) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(x - k\Delta x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(k\Delta x)\delta(x - k\Delta x)$$

7. **影像分辨率的多种表示方法**：

1) 像素分辨率（以成像平面作为参考平面）

2) 空间分辨率（以物方平面作为参考平面）

3) 辐射分辨率

8. **数字影像坐标系**：坐标系原点通常是影像的左上角像素中心为原点，量测的最小单位可至子像素(eg.1/10 像素)。

## ➤ 影像重采样理论

1. **重采样**：使用内插获得不位于矩阵（采样）点上的原始函数  $g(x, y)$  的数值称为重采样(resampling)。

2. 当采样间隔  $\Delta x \leq \frac{1}{2f_1}$ ，影像中大于  $f_1$  的频谱部分为零时，原始影像  $g(x)$  可由下式恢复：

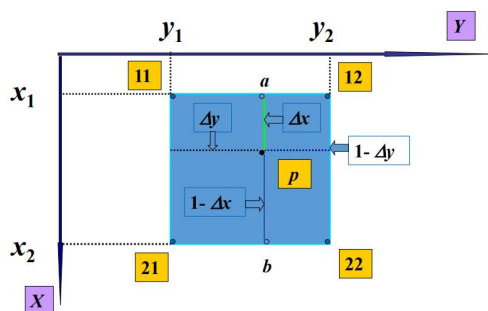
$$g(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(k\Delta x) \frac{\sin 2\pi f_1(x - k\Delta x)}{2\pi f_1(x - k\Delta x)}$$

$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(k\Delta x)$ 代表数字影像,  $\frac{\sin 2\pi f_1(x - k\Delta x)}{2\pi f_1(x - k\Delta x)}$ 代表采样函数。

上式可以理解为原始影像与 sinc 函数的卷积, 这里可以用一些简单的函数代替 sinc 函数, 得到下面三种常用的重采样方法。

### 3. 常用重采样方法——双线性插值法:

卷积核是一个三角形函数:  $W(x) = 1 - (x), 0 \leq |x| \leq 1$



需要点 P 邻近的 4 个原始像元参加计算。

重采样点的灰度值:

$$I(P) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 I(x, y) * W(i, j) = W_{11}I_{11} + W_{12}I_{12} + W_{21}I_{21} + W_{22}I_{22}$$

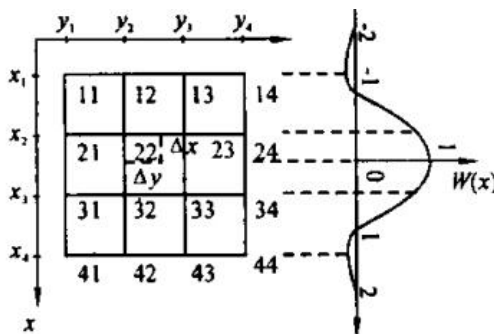
$$= (1 - \Delta x)(1 - \Delta y)I_{11} + (1 - \Delta x)\Delta y I_{12} + \Delta x(1 - \Delta y)I_{21} + \Delta x\Delta y I_{22}$$

【小块的面积乘上对角的像素的灰度值】

### 4. 常用重采样方法——双三次卷积法:

卷积核可以利用三次样条函数:

$$\begin{cases} W_1(x) = 1 - 2x^2 + |x|^3, & 0 \leq |x| \leq 1 \\ W_2(x) = 4 - 8|x| + 5x^2 - |x|^3, & 1 \leq |x| \leq 2 \\ W_3(x) = 0, & 2 \leq |x| \end{cases}$$



需要该点四周 16 个原始像元参加计算

$$I(P) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 I(x, y) * W(i, j)$$

其中  $W(i, j) = W(x_i)W(y_j)$

$$x \text{ 方向 } \begin{cases} W(x_1) = W(1 + \Delta x) = -\Delta x + 2\Delta x^2 - \Delta x^3 \\ W(x_2) = W(\Delta x) = 1 - 2\Delta x^2 + \Delta x^3 \\ W(x_3) = W(1 - \Delta x) = \Delta x + \Delta x^2 - \Delta x^3 \\ W(x_4) = W(2 - \Delta x) = -\Delta x^2 + \Delta x^3 \end{cases} ; y \text{ 方向 } \begin{cases} W(y_1) = W(1 + \Delta y) = -\Delta y + 2\Delta y^2 - \Delta y^3 \\ W(y_2) = W(\Delta y) = 1 - 2\Delta y^2 + \Delta y^3 \\ W(y_3) = W(1 - \Delta y) = \Delta y + \Delta y^2 - \Delta y^3 \\ W(y_4) = W(2 - \Delta y) = -\Delta y^2 + \Delta y^3 \end{cases}$$

#### 5. 常用重采样方法——最邻近像元法：

直接取与  $P(x, y)$  点位置 **最近像元 N** 的灰质值作为该点的灰度采样值

$I(P) = I(N)$ , N 为最邻近点, 其影像坐标为：

$$x_N = INT(x + 0.5); y_N = INT(y + 0.5)$$

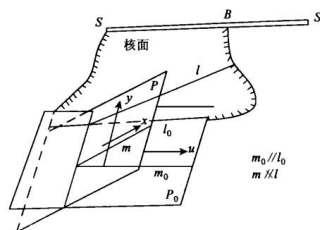
6. **三种重采样方法比较：** 最邻近像元法最简单, 计算速度快且能不破坏原始影像的灰度信息。但其几何精度较差, 前两种方法几何精度较好, 但计算时间较长, 特别是双三次卷积法较费时, 在一般情况下用双线性插值法较宜。

### ➤ 核面与核线以及核线的重采样

1. 核面与核线的相关定义见第三章。
2. **核线影像：** 由相互平行的核线影像组成的影像
3. **核线的几何性质：** **重叠影像上的同名像点必然位于同名核线上。**
4. **两种确定同名核线的方法：**
  - 1) 基于数字影像几何纠正的核线解析关系
  - 2) 基于共面条件的同名核线几何关系
5. **基于影像几何纠正的核线解析关系：**

**核线在航空摄影影像上是互不平行的, 但将影像上的核线投影到一对“相对水平”——平行于摄影基线的影像对上之后, 核线相互平行。**

此方法的实质是一个**数字纠正**, 将**倾斜影像上的核线投影到“水平”影像对上**, 从而获得“水平”影像对上的同名核线。





以左影像为例，将原始像片投影或纠正到“水平”的像片上的推导过程如下：

设像点 a 在像空间坐标系中的坐标为  $(x, y, -f)$ ；

在像空间辅助坐标系中的坐标为  $(u, v, w)$ ；

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix}$$

平行于基线的像平面上的任意一点  $a_t(u_t, v_t)$

$$u_t = u \left( \frac{-f}{w} \right) = -f \frac{a_1 x + a_2 y - a_3 f}{c_1 x + c_2 y - c_3 f}; \quad v_t = v \left( \frac{-f}{w} \right) = -f \frac{b_1 x + b_2 y - b_3 f}{c_1 x + c_2 y - c_3 f}$$

反算公式：

$$x = -f \frac{a_1 u_t + b_1 v_t - c_1 f}{a_3 u_t + b_3 v_t - c_3 f}; \quad y = -f \frac{a_2 u_t + b_2 v_t - c_2 f}{a_3 u_t + b_3 v_t - c_3 f}$$

$$v_t \text{ 等于某一个常数即表示某一核线: } x = \frac{d_1 u_t + d_2}{d_3 u_t + 1}; \quad y = \frac{e_1 u_t + e_2}{e_3 u_t + 1};$$

即同名核线等效为  $v$  坐标值相等

**几何纠正的过程：**

- 1) 将原始像片投影或纠正到“水平”的像片上；
- 2) 在相对水平的像片上，令  $v_t$  等于某个常数，等间隔取  $u$ ：  $k\Delta, (k+1)\Delta, (k+2)\Delta \dots$
- 3) 利用反算公式在倾斜像片计算得到一系列像点坐标（核线）：  $(x_0, y_0), (x_1, y_1) \dots$
- 4) 将这些位于倾斜像片上的像点进行灰度重采样，并赋值给“水平”像片上相应的

$$\text{像点: } g_0(k\Delta, c) = g(x_0, y_0); \quad g_0((k+1)\Delta, c) = g(x_1, y_1) \dots$$

#### 6. 基于共面条件的同名核线几何关系：

原理是根据共面条件确定左右核线的直线方程，直接在倾斜影像上获取同名核线，不再通过“水平”影像做媒介。上述问题可转换为已知左影像任意一个像点  $p(x_p, y_p)$ ，如何确定左影像上通过该点的核线以及它在右影像上的同名核线。

**总体思想（处理流程）** 是：  $S_1 - xyz \Rightarrow S_2 - x'y'z' \Rightarrow S_2 - u'v'w'$ （确定左片上过该点的核线  $\Rightarrow$  确定右片上同名核线）

- 1) 已知左影像上的任意一点：  $p(x_p, y_p)$ ；
- 2) 利用定向参数和共面条件确定过点  $p$  的左核线的直线方程和右核线的直线方程；

**左核线直线方程的确定：**

$$\vec{B} \cdot (\vec{S}_p \times \vec{S}_q) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ x_p & y_p & -f \\ x & y & -f \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow y = \left( \frac{A}{B} \right) x + \left( \frac{C}{B} \right) f$$

其中:  $A = f \cdot B_Y + y_p \cdot B_Z$ ;  $B = f \cdot B_X + x_p \cdot B_Z$ ;  $C = y_p \cdot B_X - x_p \cdot B_Y$

右核线直线方程的确定:

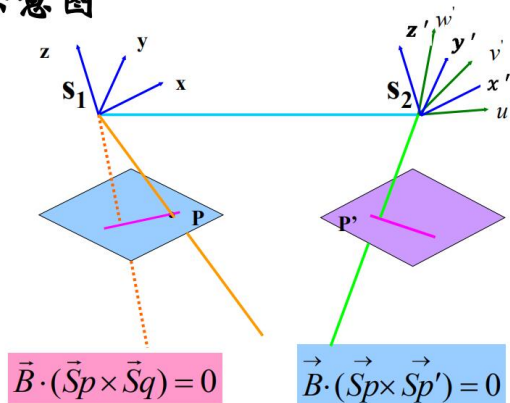
$$\vec{B} \cdot (\vec{S}_p \times \vec{S}_{p'}) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -u_s' & -v_s' & -w_s' \\ u_p' & v_p' & -w_p' \\ u' & v' & -f \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow v' = \left(\frac{A'}{B'}\right)u' + \left(\frac{C'}{B'}\right)f$$

其中:  $A' = v_p'w_s' - w_p'v_s'$ ;  $B' = u_p'w_s' - w_p'u_s'$ ;  $C' = v_p'w_s' - u_p'v_s'$

$[u_p' v_p' w_p'] = [x_p y_p - f]M_{21}$ ;  $[u_s' v_s' w_s'] = [B_X B_Y B_Z]M_{21}$ ,  $M_{21}$ 是旋转矩阵

- 3) 根据直线方程分别在原始影像进行直线影像的重采样, 并将采样的结果存放在对应的核线影像扫描行上, 同时也保留该核线的直线方程参数;
- 4) 逐条核线采集直至结束。

示意图

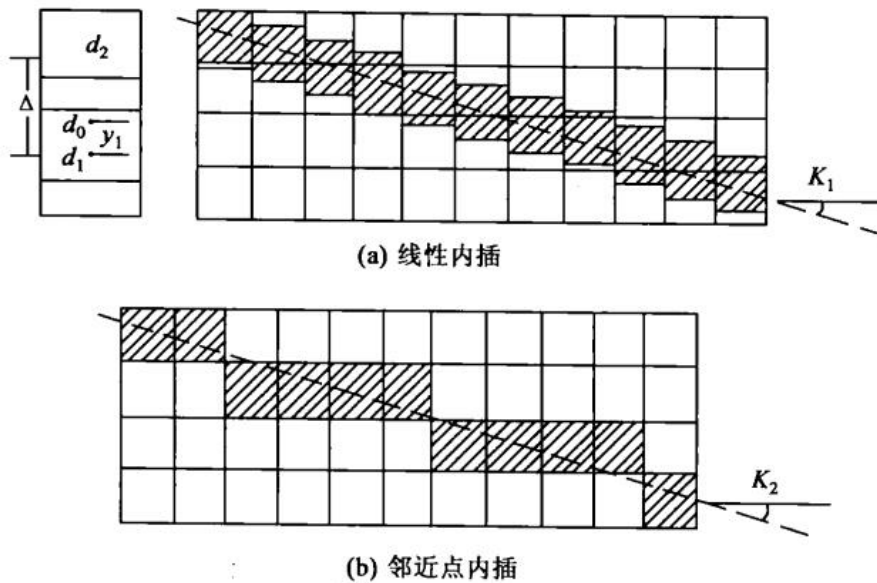


## 7. 核线的重排列 (重采样):

- 1) 在“水平”影像上获取核线影像 (上面知识点提及)
- 2) 直接在倾斜影像上获取核线影像:

根据同名核线几何关系确定影像上核线的方向:  $\tan K = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ , 从而根据该核线的一个起点坐标以及方向 K, 就能确定核线在倾斜影像上的位置, 进而获取核线影像。两种方法:

- a) 用线性内插获得核线上像素的灰度:  $d = \frac{1}{\Delta}[(\Delta - y_1)d_1 + y_1d_2]$
- b) 用邻近点法: 无需进行内插, 只需要从每条扫描线上取出 n 个像元 (对每条核线而言 K 是常数,  $n = \frac{1}{\tan K}$ ) 拼起来, 即沿核线进行像元的重新排列。(所产生的像元素在 Y 方向上的移位最大是 0.5 个像元, 中误差为 0.29 像素)



## ➤ 特征提取算法

### 1. 计算机代替人进行量测需要解决的两个问题:

- 1) 目标的识别——测量目标的属性识别
- 2) 目标的定位——根据影像目标确定目标的几何位置

### 2. 点特征主要指明显点，提取点特征的算子称为兴趣算子或有利算子（主要根据点特征的灰度特征）。

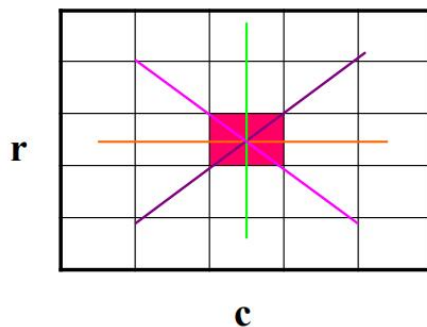
### 3. 点特征提取算法——Moravec 算子 (莫拉维克):

Moravec 算子是在四个主要方向上，选择具有最大—最小灰度方差的点作为特征点。

提取步骤:

- 1) 计算各像元的兴趣值 IV: 以像素 (c,r) 为中心的 w×w 的影像窗口中(如 5×5 的窗口)，计算四个方向相邻像素灰度差的平方和。  $k = INT(w/2)$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = \sum_{i=-k}^{k-1} (g_{c+i,r} - g_{c+i+1,r})^2 \\ V_2 = \sum_{i=-k}^{k-1} (g_{c+i,r+i} - g_{c+i+1,r+i+1})^2 \\ V_3 = \sum_{i=-k}^{k-1} (g_{c,r+i} - g_{c,r+i+1})^2 \\ V_4 = \sum_{i=-k}^{k-1} (g_{c+i,r-i} - g_{c+i+1,r-i-1})^2 \end{array} \right. \Rightarrow IV_{c,r} = \min\{V_1, V_2, V_3, V_4\}$$



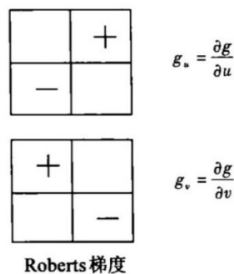
- 2) 给定一经验阈值，将兴趣值大于阈值的点（即兴趣值计算窗口的中心点）作为候选点。【阈值的选择应以候选点中包括所需要的特征点而又不含过多的非特征点为原则】
- 3) 选取候选点中的极值点作为特征点。

#### 4. 点特征提取算法——Forstner 算子

该算子通过计算各像素的 Robert's 梯度和像素 (c, r) 为中心的一个窗口（如 5×5）的灰度协方差矩阵，在影像中寻找具有尽可能小而接近圆的误差椭圆的点作为特征点

提取步骤：

- 1) 计算各像素的 Robert's 梯度【用灰度差代替偏导】：
 
$$\begin{cases} g_u = \frac{\partial g}{\partial u} = g_{i+1,j+1} - g_{i,j} \\ g_v = \frac{\partial g}{\partial v} = g_{i,j+1} - g_{i+1,j} \end{cases}$$



- 2) 计算  $l \times l$ （如 5×5 或更大）窗口中灰度的协方差矩阵。

$$Q = N^{-1} = \begin{bmatrix} \sum g_u^2 & \sum g_u g_v \\ \sum g_v g_u & \sum g_v^2 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\sum g_u^2 = \sum_{i=c-k}^{c+k-1} \sum_{j=r-k}^{r+k-1} (g_{i+1,j+1} - g_{i,j})^2 ; \quad \sum g_v^2 = \sum_{i=c-k}^{c+k-1} \sum_{j=r-k}^{r+k-1} (g_{i,j+1} - g_{i+1,j})^2$$

$$\sum g_u g_v = \sum_{i=c-k}^{c+k-1} \sum_{j=r-k}^{r+k-1} (g_{i+1,j+1} - g_{i,j})(g_{i,j+1} - g_{i+1,j}) ; \quad k = \text{int}(l/2)$$

- 3) 计算兴趣值  $q$  与权值  $w$ ：



$$w = \frac{1}{trQ} = \frac{DetN}{trN} ; q = \frac{4DetN}{(trN)^2}$$

$DetN$ 代表矩阵  $N$  的行列式,  $trN$ 代表矩阵  $N$  的迹 (即  $N$  矩阵的主对角元素的总和),  $q$  即为像素  $(c,r)$  对应的误差椭圆的圆度

- 4) **确定待选点**: 如果兴趣值大于给定的阈值, 则该像元为待选点。

$$T_q = 0.5 \sim 0.75 ; T_w = \begin{cases} f\bar{w}, & f = 0.5 \sim 1.5 \\ cw_c, & c = 5 \end{cases}$$

其中  $\bar{w}$  为权平均值,  $w_c$  为权的中值; 当  $q > T_q$  且  $w > T_w$  时该像元为待选点。

- 5) **选取极值点**: 以权值  $w$  为依据选取极值点, 在一个适当窗口中选择最大的待选点

## 5. 点特征提取算法——Harris 角点提取算法:

在 Moravec 算法的基础上发展的自相关矩阵的角点提取算法。

**计算步骤:**

- 1) 确定一个  $n \times n$  窗口, 求得在  $x, y$  方向的梯度  $g_x, g_y$ ;
- 2) 对梯度值进行高斯滤波  $G(\bar{s})$ , 高斯模板的  $\sigma$  取  $0.3 \sim 0.9$ ;
- 3) 根据公式计算强度值  $M$ :  $M = G(\bar{s}) \otimes \begin{bmatrix} g_x & g_x g_y \\ g_x g_y & g_y \end{bmatrix}$ ;
- 4) 选取局部极值点, 在窗口内取最大值。

**Harris 角点提取算法的优点:**

- 1) 计算简单, 只用到灰度的一阶差分;
- 2) 提取的点特征均匀而且合理。Harris 算子对图像中的每个点都计算其兴趣值, 然后在邻域中选择最优值;
- 3) 可定量的提取特征角点;
- 4) 是最稳定的一种点特征提取算法

## 6. 线特征提取算子 (详见《数字图像处理》P146):

- 1) **线特征**是指影像的“边缘”与“线”。“边缘”可定义为影像局部区域特征不相同的那些区域间的分界线, 而“线”则可以认为是具有很小宽度的其中间区域具有相同的影像特征的边缘对, 也就是距离很小的一对边缘构成一条线。
- 2) **线特征提取算子**通常也称边缘检测算子, 对边缘检测通常是检测一阶导数最大或二阶导数为零的点。
- 3) **常用方法**有差分算子、拉普拉斯算子、LOG 算子等
  - a) 差分算子包括: 梯度算子、Roberts 梯度算子、sobel 算子。



梯度算子:  $G[g(x,y)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x} \\ \frac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix}$  (梯度的方向在函数的最大变化率方向上)

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

差分算子:

方向差分算子:

$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & 5 & 5 \end{bmatrix}$
M0	M1	M2	M3
$\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$
M4	M5	M6	M7

Roberts 梯度算子、Prewitt 算子与 sobel 算子:

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
(a)Roberts算子		(c)Sobel算子	
$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		
(b)Prewitt算子			

- b) 二阶差分算子包括: 方向二阶差分算子、拉普拉斯算子、高斯-拉普拉斯算子 (LOG 算子, 先进行低通滤波, 然后再利用拉普拉斯算子进行高通滤波并提取零交叉点)。

拉普拉斯算子:  $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

## 7. Hough 变换: (详见《数字图像处理》P158)

用于检测图像中直线、圆、抛物线、椭圆等

原理:

直角坐标系中的一条直线对应极坐标系中的一点 $(\rho, \theta)$ :  $\rho = x\cos\theta + y\sin\theta$ , 这种线到点的变化就称为 Hough 变换。

而在直角坐标系中过任意一点的直线系在极坐标系中可以构成一条正弦曲线, 若这些正弦曲线有共同的交点, 则说明对应的这些点共线, 对应的直线方程为:

$$\rho' = x\cos\theta' + y\sin\theta'$$



### Hough 变换检测直线的算法步骤:

- 1) 在 $\rho, \theta$ 的极值范围内对其分别进行 m、n 等分, 设一个二维数组的下标与 $\rho_i, \theta_i$ 的取值相对应。
  - 2) 对图像上的边缘点作 Hough 变换, 求每个点在 $\theta_j (j = 0, 1, \dots, n-1)$  Hough 变换后的 $\rho_i$ , 判断 $(\rho_i, \theta_j)$ 与哪个数组元素对应, 则让该数组元素值加 1。
  - 3) 比较数组元素值的大小, 最大值所对应的 $(\rho_i, \theta_j)$ 就是这些共线点对应的直线方程的参数。
8. **数字影像上明显目标**主要是指地面上明显地物在影像上的反映, 或者是数字影像自身的明显标志。——需要进行定位, 需要定位算子
9. **Wong-Trinder 圆点定位算子**: 利用二值图像重心对圆点进行定位, 利用阈值 $T = \frac{\text{最小灰度值} + \text{平均灰度值}}{2}$ , 将窗口中的影像二值化, 最后计算目标重心坐标 $(x, y)$ 与圆度 $r$ 。当 $r$ 小于阈值时, 目标不是圆; 否则圆心为 $(x, y)$
10. **Forstner 定位算子**: 最佳窗口由 Forstner 特征提取算子确定, 以原点到窗口内边缘直线的距离为观测值, 梯度模之平方为权, 在点 $(x, y)$ 处可列误差方程:
- $$\begin{cases} v = x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta - (x \cos \theta + y \sin \theta) \\ w(x, y) = |\nabla g|^2 = g_x^2 + g_y^2 \end{cases}$$
- 由最小二乘法解得角点坐标 $(x_0, y_0)$ , 其结果即为窗口内像元的加权重心。
- 【最佳窗口选择→最佳窗口内加权重心化】

## 第六章 · 影像匹配基础理论与算法

### ➤ 影像相关原理

1. **影像相关**: 利用 **互相关函数**, 评价两块影像的相似性以确定同名点。
2. **影像相关的基本原理**: 首先取出以待定点为中心的小区域中的影像信号, 然后取出其在另一影像中相应区域的影像信号, 计算两者的相关系数, 以相关函数最大值对应的相应区域中心点为同名点。
3. **互相关函数与自相关函数**:
  - 1) **互相关函数**是描述随机信号 $x(t), y(t)$ 在任意两个不同时刻 $t_1, t_2$ 的取值之间的相关程度。
    - a) 两个随机信号 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的互相关函数定义为:

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(t+\tau)dt$$

b) 信号能量无限时, 取均值形式:

$$\bar{R}_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t+\tau)dt$$

c) T 有限、足够大, 实用估计:

$$\hat{R}_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t+\tau)dt$$

2) **自相关函数**是描述随机信号 $X(t)$ 在任意两个不同时刻  $t_1, t_2$  的取值之间的相关程度。**【 $x(t) = y(t)$ 时即为自相关函数】**

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x(t+\tau)dt$$

$$\bar{R}_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt$$

$$\hat{R}_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt$$

4. **自相关函数的性质:**

1) 自相关函数是偶函数:  $R_{xx}(\tau) = R_{xx}(-\tau)$ ;

2) 自相关函数在  $\tau=0$  处取得最大值:  $R_{xx}(0) \geq R_{xx}(\tau)$

**【这个性质是相关技术确定同名像点的依据】。**

5. **电子相关:** 电子相关就是采用电子线路构成的相关器来实现影像相关的功能。

6. **光学相关:** 是光学信息处理的一部分, 理论基础是光的干涉和衍射以及从而导出的一个透镜的傅里叶变换特性。

7. **数字相关:** 是利用计算机对数字影像进行数值计算的方式完成影像的相关。

**二维影像相关的步骤:**

1) 确定目标区: 以目标点为中心建立目标窗口  $m \times n$ ;

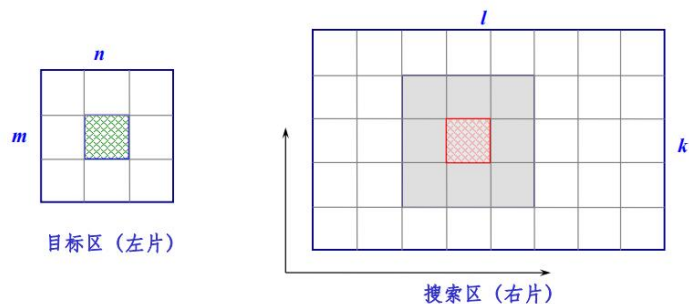
2) 确定搜索区: 根据目标点的坐标, 在右片上预测同名点近似点位, 以近似点位为中心建立  $k \times l$  搜索窗口, 相关窗口个数为  $(l-n+1) \times (k-m+1)$  个;

3) 依次在搜索区中取出  $m \times n$  个像素灰度阵列, 计算其余目标区的相似性测度  $\rho_{ij}$ ;

4) 当相似性最大或差别最小 (即  $\rho_{ij}$  取得最大时) 时, 该搜索窗口的中心像素被认为是同名点。即:

$$\rho_{c,r} = \max \left\{ \rho_{ij} \left( i = i_0 - \frac{l}{2} + \frac{n}{2}, \dots, i_0 + \frac{l}{2} - \frac{n}{2}; j = j_0 - \frac{k}{2} + \frac{m}{2}, \dots, j_0 + \frac{k}{2} - \frac{m}{2} \right) \right\}$$

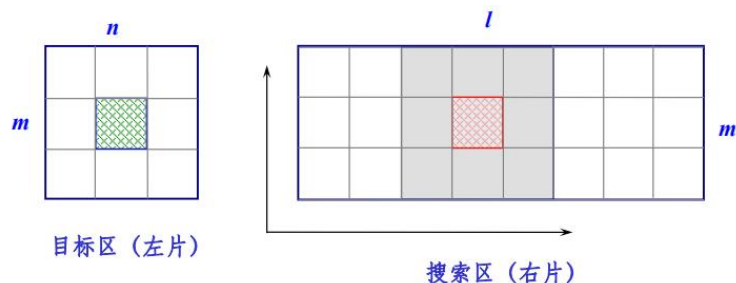
其中:  $(i_0, j_0)$  为搜索区中心像素。



### 一维核线影像相关:

在核线影像上, 只需要进行一维搜索

$$\rho_c = \max \left\{ \rho_{ij} \left( i = i_0 - \frac{l}{2} + \frac{n}{2}, \dots, i_0 + \frac{l}{2} - \frac{n}{2} \right) \right\}$$



8. **相位相关**: 是一种非线性、基于傅立叶功率谱的频域相关技术, 常用于检测两幅影像之间的平移量。相位相关匹配方法的理论依据是傅立叶平移定理, 信号在空间域上的平移产生频率域上成比例的相位平移。

$$f_2(x, y) = f_1(x - x_0, y - y_0)$$

## ➤ 影像相关的谱分析

1. **维纳-辛钦定理**: 随机信号的相关函数与其功率谱是一个傅立叶变换对, 即相关函数的傅立叶变换即功率谱, 而功率谱的逆傅立叶变换即相关函数:

$$R_{xy}(\tau) \Leftrightarrow S_{xy}(f)$$

2. **影像功率谱**:

两个随机信号  $x(t)$  和  $y(t)$  的傅立叶变换为  $X(f)$  与  $Y(f)$ , 则  $x(t)$  的自功率谱为:

$$S_x(f) = |X(f)|^2$$

$x(t)$  与  $y(t)$  的互功率谱为:  $S_{xy}(f) = X^*(f)Y(f)$

其中  $X^*(f)$  为  $X(f)$  的复共轭

3. **影像功率谱与影像相关函数的关系**

功率谱的估计函数:  $S(f) = be^{-a|f|} \rightarrow$  标准化:  $S(f) = e^{-a|f|} \rightarrow$

影像的相关函数估计:  $R(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a|f|} e^{j2\pi f\tau} df = \frac{2a}{a^2 + 4\pi^2\tau^2} \rightarrow$

令  $R(0) = 1$  得到  $R(\tau) = \frac{1}{1 + 4\pi^2\left(\frac{\tau}{a}\right)^2}$

1) 当  $a$  较小时, 功率谱  $S(f)$  较平缓, 高频信息较丰富, 此时相关函数  $R(\tau)$  较陡峭, 相关精度高, 但由可能的近似位置到正确相关的点间距离 (称为拉入范围) 较小。这就要通过低通滤波获得较大的拉入范围。

2) 当  $a$  较大时, 功率谱  $S(f)$  较陡峭, 低频信息占优势, 因而相关函数  $R(\tau)$  较平缓, 相关精度较差, 但拉入范围较大, 相关结果出错的概率较小。

4. **金字塔影像相关 (从粗到精的相关策略, 分频道相关):** 先通过低通滤波, 进行初相关, 找到同名点的粗略位置, 然后利用高频信息进行精确相关。

对于二维影像逐次进行低通滤波, 并增大采样间隔, 得到一个像元素总数逐渐变小的影像序列, 将这些影像叠置起来颇像一座金字塔, 因而称之为**金字塔影像结构**。

**分频道相关 (一维情况的分析):**

分频道可采用两像元平均、三像元平均、四像元平均等等分若干频道的方法, 灰度值为频道内相邻几个像元的灰度平均值

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		2		3		4		5		6	
1				2				3			

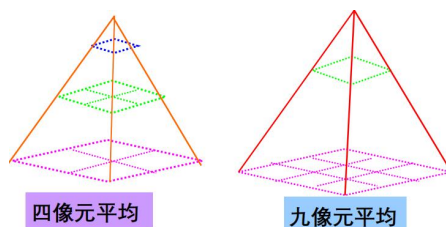
  

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1			2			3			4		
1						2					

**金字塔影像建立:**

两像元平均分频道对应着  $2 \times 2 = 4$  个像元平均为一个像元构成第二级影像;

三像元平均分频道对应着  $3 \times 3 = 9$  个像元平均为一个像元构成第二级影像;



**金字塔影像层的确定方法:**

将原始影像称为第零层, 则第一层影像的每一像素相当于零层的  $(l \times l)^1$  个像素, 第  $k$  层影像的每一像素相当于零层的  $(l \times l)^k$  个像素。



- 1) **由影像匹配窗口大小确定金字塔影像层数**：塔尖（最上层）的像元个数在列方向上介于匹配窗口像素列数的1倍与 $l$ 倍之间，若 $n$ 为影像长、宽中较小（长比宽小则选用长，否则取宽）的像素，匹配窗口长为 $w$ 个像素，则金字塔影像的层数 $k$ 满足：

$$w < INT\left(\frac{n}{l^k} + 0.5\right) < l \cdot w$$

- 2) **由先验视差确定金字塔影像层数**：若已知或可估计出影像的最大视差为 $P_{max}$ ，若在最上层影像匹配时左右搜索 $S$ 个像素， $\Delta$ 为像素大小，则金字塔影像的层数 $k$ 满足：

$$P_{max} = S \cdot l^k \cdot \Delta$$

$S \cdot l^k$ 代表着在最底层左右搜索的长度

## ➤ 数字影像匹配基本算法

1. **影像匹配**：实质上是在两幅（或多幅）影像之间识别同名点

【就是建立一个映射函数，通过匹配测度，如相似性测度、相关准则、相关量、相关数据等参数确定是否为同名点。】

2. **目标向量与搜索向量**：

影像匹配的目标窗口的灰度矩阵： $G(g_{i,j})(i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$ ，对应的灰度函数为 $g(x, y)$ ， $(x, y) \in D$ ，将 $G$ 中元素排列成一行构成一个 $N = m \cdot n$ 维的**目标向量**：

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

影像匹配的搜索区的灰度矩阵： $G'(g'_{i,j})$ ，之对应的灰度函数为 $g'(x', y')$ ， $(x', y') \in D'$ ，则 $G'$ 中任意一个 $m$ 行 $n$ 列的搜索窗口记为：

$$G'_{r,c} = (g_{i+r,j+c}) \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n;$$

$$r = INT\left(\frac{m}{2}\right) + 1, \dots, k - INT\left(\frac{m}{2}\right); c = INT\left(\frac{n}{2}\right) + 1, \dots, l - INT\left(\frac{n}{2}\right))$$

将 $G'_{r,c}$ 中元素排列成一行构成一个 $N = m \cdot n$ 维的**搜索向量**：

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

3. **常见的五种基本匹配算法测度**：①相关函数（矢量数积）测度；②协方差函数（矢量投影）测度；③相关系数（矢量夹角）测度；④差平方和（差矢量模）测度；⑤差绝对值和测度。【同名点的确定是以**匹配测度**为基础，匹配测度是研究如何衡量左右影像的相关程度的问题】



#### 4. 相关函数 (矢量数积):

$g(x, y)$  与  $g'(x', y')$  的相关函数定义为:

$$R(p, q) = \iint g(x, y) g'(x + p, y + q) dx dy$$

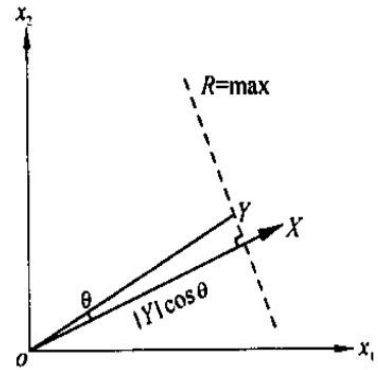
若  $R(p_0, q_0) > R(p, q)$ , 则  $p_0, q_0$  为搜索区影像相对于目标区影像的位移参数, 对于一维相关应有  $q \equiv 0$

离散灰度数据对相关函数的估计公式为:

$$R(c, r) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g_{i,j} \cdot g'_{i+r, j+c}$$

若  $R(c_0, r_0) > R(c, r)$ , 则  $r_0, c_0$  为搜索区影像相对于目标区影像的位移行列参数, 对于一维相关应有  $r \equiv 0$

相关函数几何意义及其推导:



相关函数的估计值即矢量  $X$  与  $Y$  的数积:  $R(X \cdot Y) = \sum_{i=1}^N x_i y_i$ ,

在  $N$  维空间  $x_1, x_2, \dots, x_N$  中,  $R(X \cdot Y)$  是  $y_1, y_2, \dots, y_N$  的线性函数:  $R = \sum_{i=1}^N x_i y_i = \max$

它是  $N$  维空间的一个超平面, 当  $N=2$  时  $R = x_1 y_1 + x_2 y_2$

◇ 超平面是  $n$  维欧氏空间中余维度等于一的线性子空间, 也就是必须是  $(n-1)$  维度。

$$R(X \cdot Y) = |X| \cdot |Y| \cos \theta = \max \Leftrightarrow |Y| \cos \theta = \max$$

即: 相关函数最大等价于矢量  $Y$  在  $X$  上的投影最大。

#### 5. 协方差函数 (矢量投影):

$g(x, y)$  与  $g'(x', y')$  的协方差函数定义为:

$$C(p, q) = \iint \{g(x, y) - E[g(x, y)]\} \{g'(x + p, y + q) - E[g'(x + p, y + q)]\} dx dy$$

其中:  $E[g(x, y)] = \frac{1}{|D|} \iint g(x, y) dx dy$ ;  $E[g'(x + p, y + q)] = \frac{1}{|D|} \iint g'(x + p, y + q) dx dy$

$|D|$  为  $D$  的面积

若  $C(p_0, q_0) > C(p, q)$ , 则  $p_0, q_0$  为搜索区影像相对于目标区影像的位移参数, 对于一维相关应有  $q \equiv 0$

离散灰度数据对相关函数的估计公式为:

$$R(c, r) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (g_{i,j} - \bar{g}) \cdot (g'_{i+r, j+c} - \bar{g}')$$



$$\bar{g} = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g_{i,j} ; \bar{g}' = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g'_{i+r,j+c}$$

若  $C(c_0, r_0) > C(c, r)$ , 则  $r_0, c_0$  为搜索区影像相对于目标区影像的位移行列参数, 对于一维相关应有  $r \equiv 0$

✧ 协方差函数是原始灰度值减去灰度均值 (窗口内灰度值的和的平均)

协方差函数几何意义:

协方差函数的估计值即矢量的数积:

$$C(X' \cdot Y') = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^N x_i' y_i'$$

协方差最大等价于向量  $Y$  在  $X$  上的投影最大。

协方差函数的重要性质:

✧ 如果左右影像的亮度的差异是一个常数是不影响协方差函数的计算结果的。

## 6. 相关系数 (向量夹角):

相关系数是标准化的协方差函数测度, 协方差函数除以两信号的方差即得相关系数。

相关系数是后面最小二乘匹配的基础。

$g(x, y)$  与  $g'(x', y')$  的协方差函数定义为:

$$\rho(p, q) = \frac{C(p, q)}{\sqrt{C_{gg} C_{g'g'}(p, q)}}$$

其中:

$$C_{gg} = \iint \{g(x, y) - E[g(x, y)]\}^2 dx dy$$

$$C_{g'g'}(p, q) = \iint \{g'(x + p, y + q) - E[g'(x + p, y + q)]\}^2 dx dy$$

若  $\rho(p_0, q_0) > \rho(p, q)$ , 则  $p_0, q_0$  为搜索区影像相对于目标区影像的位移参数, 对于一维相关应有  $q \equiv 0$

离散灰度数据对相关函数的估计公式为:

$$\rho(c, r) = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (g_{i,j} - \bar{g}) \cdot (g'_{i+r,j+c} - \bar{g}')}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (g_{i,j} - \bar{g})^2 \cdot \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (g'_{i+r,j+c} - \bar{g}')^2}}$$

$$\bar{g} = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g_{i,j} ; \bar{g}' = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g'_{i+r,j+c}$$





若  $C(c_0, r_0) > C(c, r)$ , 则  $r_0, c_0$  为搜索区影像相对于目标区影像的位移行列参数, 对于一维相关应有  $r \equiv 0$

**相关系数的几何意义:**

相关系数的估计值最大等价于矢量  $X'$  与  $Y'$  的夹角最小

$$\rho = \frac{(X' \cdot Y')}{|X'| |Y'|} = \frac{|X'| |Y'| \cos \alpha}{|X'| |Y'|} = \cos \alpha$$

取值范围满足:  $|\rho| \leq 1$

**相关系数的重要性质:**

◇ 灰度矢量经线性变换后相关系数不变, 当影像灰度之间存在线性畸变时, 相关系数仍能较好的评价影像的相似性程度 (相关系数是灰度线性变换的不变量)。

7. **差平方和 (差矢量模):** 窗口相应位置的灰度值相减取平方

$$S^2(p, q) = \iint [g(x, y) - g'(x + p, y + q)]^2 dx dy$$

$$S^2(c, r) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (g_{i,j} - g'_{i+r,j+c})^2$$

影像窗口灰度差的平方和即灰度向量  $X$  与  $Y$  之差矢量, 差平方和最小等于  $N$  维空间点  $Y$  与点  $X$  之距离最小。

8. **差绝对值和:** 窗口相应位置的灰度值相减取绝对值

$$S(p, q) = \iint |g(x, y) - g'(x + p, y + q)| dx dy$$

$$S(c, r) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |g_{i,j} - g'_{i+r,j+c}|$$

## ➤ 基于物方的影像匹配 (VLL 法)

1. **基于像方的影像匹配步骤 (同名像点的自动量测):**

- 1) 利用特征点检测算法获得目标点
- 2) 建立金字塔影像
- 3) 自动匹配检索计算

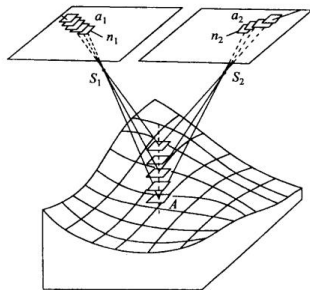
在获取了左右影像的视差之后还需要用空间前方交会解算其对应物点的空间三维坐标

2. **基于物方的影像匹配:** 基于物方的影像匹配可以直接确定物体表面点空间三维坐标。

该方法也被称为“地面元影像匹配”。此时待定点平面坐标  $(X, Y)$  是已知的, 只需要确定高程  $Z$ , 因此也可以理解为高程直接解求的影像匹配方法。

### 3. 铅垂线轨迹法 (VLL 法) 的原理:

假设物方有一条铅垂线轨迹, 则它在影像上的投影也是一直线。就是说 VLL 与地面交点 A 在影像上的构像必定位于相应的“投影差”上。



在待定点的地面平面坐标已知的情况下, 通过共线方程和合理的高程设定值, 解算其相应的像点坐标, 通过比较不同高程所对应的像点的相关测度, 取最大测度处的像点作为同名点, 相应的高程作为物点的高程。

### 4. VLL 法影像匹配步骤:

- 1) 给定地面点的平面坐标  $(X, Y)$ 、近似最低高程  $Z_{min}$ 、高程搜索步距  $\Delta Z$ 。
- 2) 根据地面点平面坐标、可能的高程  $Z_i = Z_{min} + i \times \Delta Z$ , 计算左右像点坐标:

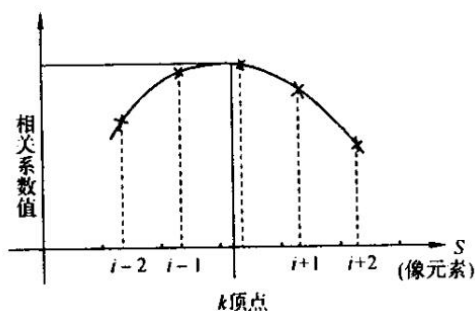
$$\begin{aligned}
 x'_i &= -f \frac{a'_1(X - X'_s) + b'_1(Y - Y'_s) + c'_1(Z - Z'_s)}{a'_3(X - X'_s) + b'_3(Y - Y'_s) + c'_3(Z - Z'_s)} \\
 y'_i &= -f \frac{a'_2(X - X'_s) + b'_2(Y - Y'_s) + c'_2(Z - Z'_s)}{a'_3(X - X'_s) + b'_3(Y - Y'_s) + c'_3(Z - Z'_s)} \\
 x''_i &= -f \frac{a''_1(X - X''_s) + b''_1(Y - Y''_s) + c''_1(Z - Z''_s)}{a''_3(X - X''_s) + b''_3(Y - Y''_s) + c''_3(Z - Z''_s)} \\
 y''_i &= -f \frac{a''_2(X - X''_s) + b''_2(Y - Y''_s) + c''_2(Z - Z''_s)}{a''_3(X - X''_s) + b''_3(Y - Y''_s) + c''_3(Z - Z''_s)}
 \end{aligned}$$

- 3) 分别以步骤 2 计算的左右像点坐标为中心, 在左右影像上取窗口影像, 计算匹配测度(如相关系数)。
- 4) 将  $i$  的值增加 1, 重复 2、3 两步, 得到一系列相关系数  $\rho_0, \rho_1, \dots, \rho_n$ , 取最大值:

$$\rho_k = \max\{\rho_0, \rho_1, \dots, \rho_n\}$$

其对应的高程为  $Z_k = Z_{min} + k \times \Delta Z$ , 则认为地面点的高程  $Z = Z_k$

- 5) 还可以利用  $\rho_k$  及其相邻的几个相关系数拟合一抛物线, 以其极值对应的高程作为 A 点的高程, 以进一步提高精度, 或以更小的高程步距在一小范围内重复以上过程。



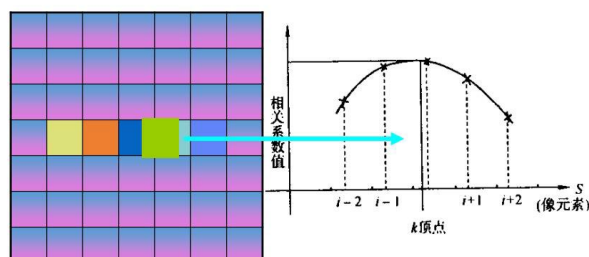
## ➤ 影像匹配精度

- 影像匹配（相关）即使在定位到整像素的情况下，其理论精度也可达到大约 0.3 像素的精度。误差服从  $[-\frac{\Delta}{2}, +\frac{\Delta}{2}]$  内的均匀分布，因此相关精度为：

$$\sigma_x^2 = \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} x^2 \rho(x) dx ; \rho(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta}, & |x| \leq \frac{\Delta}{2} \\ 0 & \end{cases}$$

$$\sigma_x = 0.29\Delta$$

- 用相关系数的抛物线拟合提高相关精度：把  $i$  点左右的若干个点处所求得的相关系数值同一个平差函数联系起来，从而将函数的最大值  $k$  处作为寻求的同名点。



取用的抛物线方程式的一般式为： $f(s) = A + B \cdot S + C \cdot S^2$

抛物线顶点  $k$  处的位置应为： $k = i - \frac{B}{2C}$

取相邻像元 3 个相关系数进行抛物线拟合时（未知数为 3 个，超过则平差）：

$$\rho_{i-1} = A - B + C ; \rho_i = A ; \rho_{i+1} = A + B + C$$

$$k = i - \frac{\rho_{i+1} - \rho_{i-1}}{2(\rho_{i+1} - 2\rho_i + \rho_{i-1})}$$

由相关系数抛物线拟合可使相关精度达到 0.15~0.2 子像素精度

## ➤ 最小二乘影像匹配

- 最小二乘影像匹配能够达到很高的精度的原因：由于该方法充分利用了影像窗口内的信息，可以非常灵活地引入各种已知参数和条件（如共线方程等几何条件、已知的控



制点坐标等), 采用相关度量或算法进行整体平差分析, 求解出各种变形参数, 利用变形参数在初匹配的结果基础上通过重采样使得两个窗口的差别最小, 进一步提高了匹配精度, 使影像匹配可以达到 1/10 或 1/100 像素的精度。同时可以引入“粗差检测”, 从而大大提高影像匹配的可靠性。

2. **最小二乘匹配的缺点:** 当初始值不准确时系统的收敛性等问题有待解决。

3. **最小二乘影像匹配的原理与基本思想:**

灰度差的平方和最小 ( $\sum vv = \min$ )

如果认为影像灰度只存在偶然误差而不存在系统误差, 那么误差方程可以写成:

$$n_1 + g_1(x, y) = n_2 + g_2(x, y); v = g_1(x, y) - g_2(x, y)$$

【事实上, 影像灰度的系统变形包括辐射畸变和几何畸变 (见下)】

**基本思想:** 在影像匹配中引入这些变形参数, 利用多余观测值, 按最小二乘的原则, 解求这些参数, 就是最小二乘影像匹配的基本思想。

4. **影像灰度的系统变形:**

- 1) **辐射畸变:** ①照明及被摄影物体辐射面的方向不同; ②大气与摄影机物镜所产生的衰减; ③摄影处理条件的差异以及影像数字化过程中所产生的误差等等。
- 2) **几何畸变:** ①摄影机方位不同所产生的影像的透视畸变 (摄影基线越长, 地形起伏越大, 畸变越大); ②影像的各种畸变; ③由于地形坡度所产生的影像畸变等。在航空摄影的情况下, 地形高差则是几何畸变的主要因素。

5. **仅考虑辐射的线性畸变的最小二乘匹配——相关系数:**

假设灰度分布  $g_2$  相对于另一个灰度分布  $g_1$  存在着线性畸变, 其中  $h$  为参数,  $n$  为随机噪声, 那么有:

$$g_1(x, y) + n_1 = h_0 + h_1 g_2(x, y) + g_2(x, y) + n_2$$

按照此式可以得到仅考虑辐射线性畸变的最小二乘匹配的数学模型, 知道一对同名点就可以列一个误差方程:

$$v = h_0 + h_1 g_2 - (g_1 - g_2)$$

按  $\sum vv = \min$  的原理, 可得法方程式:

$$V = AX - L; A = [1, g_2]; X = [h_0, h_1]^T; L = g_1 - g_2$$

根据若干组观测值, 按  $\sum vv = \min$  的原理, 得到总的法方程式:  $X = (A^T A)^{-1} A^T L$



$$\begin{bmatrix} n & \sum g_2 \\ \sum g_2 & \sum g_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum g_1 - \sum g_2 \\ \sum g_1 g_2 - \sum g_2^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} h_1 = \frac{\sum g_1 \sum g_2 - n \sum g_1 g_2}{(\sum g_2)^2 - n \sum g_2^2} - 1 \\ h_0 = \frac{1}{n} (\sum g_1 - \sum g_2 - (\sum g_2) h_1) \end{cases}$$

做中心化处理:  $\sum g_1 = \sum g_2 = h_0 = 0$ , 那么:

$$h_1 = \frac{\sum g_1 g_2}{\sum g_2^2} - 1$$

因此, 残余的灰度差的平方和为:

$$\sum vv = \sum \left( g_2 \times \left( \frac{\sum g_1 g_2}{\sum g_2^2} - 1 \right) + g_2 - g_1 \right)^2 = \sum \left( g_2 \times \frac{\sum g_1 g_2}{\sum g_2^2} - g_1 \right)^2$$

由于相关系数:

$$\rho^2 = \frac{(\sum g_1 g_2)^2}{\sum g_1^2 \sum g_2^2}$$

那么相关系数与  $\sum vv$  存在以下关系:

$$\sum vv = \sum g_1^2 (1 - \rho^2)$$

信噪比 (SNR): 信号  $\sum g_1^2$  与噪声  $\sum vv$  功率的比值:

$$(SNR)^2 = \frac{\sum g_1^2}{\sum vv}$$

信噪比与相关系数也存在一定的关系:

$$\rho = \sqrt{1 - \frac{1}{(SNR)^2}} \quad ; \quad (SNR)^2 = \frac{1}{1 - \rho^2}$$

由此, 我们知道以“相关系数最大”作为影像匹配搜索同名点的准则, 实质是搜索“信噪比最大”的灰度序列。

6. 影像匹配目的本质上是确定影像相对移位, 目标窗口对于搜索区不断地移动一个整像素, 移动过程计算相关系数, 搜索最大相关系数的相关窗口作为同名区域。最小二乘影像匹配算法可引入几何变形参数, 直接解算影像移位。
7. 仅考虑影像相对位移:

假设两个一维灰度函数  $g_1(x), g_2(x)$ , 除随机噪声外,  $g_2(x)$  相对于  $g_1(x)$  只存在零次几何变形——移位量  $x_0$  【相当于是最小二乘影像匹配的视差值】。

$$g_1(x) + n_1(x) = g_2(x + x_0) + n_2(x) \quad ; \quad v(x) = g_2(x + x_0) - g_1(x)$$

进行线性化并用差分代替灰度函数的导数  $\dot{g}_2$  得到误差方程式:

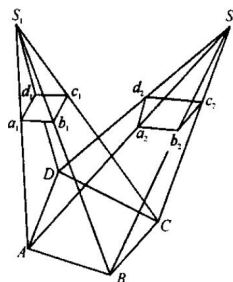
$$v = \dot{g}_2 \cdot \Delta x - (g_1(x) - g_2(x)) = \dot{g}_2 \cdot \Delta x - \Delta g \quad ; \quad \dot{g}_2 = \frac{g_2(x + \Delta) - g_2(x - \Delta)}{2\Delta}$$

按照最小二乘法原理, 解得影像的相对移位:

$$\Delta x = \frac{\sum(\dot{g}_2 \cdot \Delta g)}{\sum \dot{g}_2^2}$$

## 8. 单点最小二乘影像匹配:

两个二维影像之间的几何变形，不仅仅存在着相对移位还存在着图形变化



几何变形:

$$x_2 = a_0 + a_1x + a_2y ; y_2 = b_0 + b_1x + b_2y$$

灰度畸变+几何变形:

$$\begin{aligned} g_1(x, y) + n_1(x, y) &= h_0 + h_1 \cdot g_2(x_2, y_2) + n_2(x, y) \\ &= h_0 + h_1 \cdot g_2(a_0 + a_1x + a_2y, b_0 + b_1x + b_2y) + n_2(x, y) \end{aligned}$$

线性化之后得到:

$$V = C_1dh_0 + C_2dh_1 + C_3da_0 + C_4da_1 + C_5da_2 + C_6db_0 + C_7db_1 + C_8db_2 - \Delta g$$

$dh_0 \sim db_2$  是 8 个待定参数的改正值，其初值分别为:

$$h_0 = 0 ; h_1 = 1 ; a_0 = 0 ; a_1 = 1 ; a_2 = 0 ; b_0 = 0 ; b_1 = 0 ; b_2 = 1$$

误差方程的系数为:

$$C_1 = 1 ; C_2 = g_2 ; C_3 = \dot{g}_x ; C_4 = x\dot{g}_x ; C_5 = y\dot{g}_x ; C_6 = \dot{g}_y ; C_7 = x\dot{g}_y ; C_8 = y\dot{g}_y$$

在数字影像匹配中，灰度均是按规则格网排列的离散阵列，且采样间隔为常数 $\Delta$ ，可

被视为单位长度，上式中的偏导数均用差分代替:

$$\dot{g}_x = \dot{g}_I(I, J) = \frac{1}{2}[g_2(I+1, J) - g_2(I-1, J)]$$

$$\dot{g}_y = \dot{g}_J(I, J) = \frac{1}{2}[g_2(I, J+1) - g_2(I, J-1)]$$

最小二乘法匹配的流程:

- 1) **几何变形改正:** 根据几何变形改正参数:  $a_0; a_1; a_2; b_0; b_1; b_2$ ，将左方影像窗口的影像坐标变换至右方影像阵列;
- 2) **重采样:** 由于换算所得的坐标  $x_2, y_2$  一般不可能是右方影像阵列中的整数行列



号，因此重采样是必须的，一般采用双线性内插。

- 3) **辐射畸变改正**：利用由最小二乘影像匹配所求得辐射畸变改正参数： $h_0, h_1$ ；对上述重采样的结果作辐射改正。
- 4) **计算相关系数判断是否需要继续迭代**：计算左方影像窗口 $g_1$ 与经过几何辐射改正之后的右方影像窗口的灰度阵列 $h_0 + h_1 \cdot g_2(x_2, y_2)$ 之间的相关系数，根据几何变形参数的改正值是否小于某个阈值并收敛判断是否迭代结束。
- 5) **求解变形参数的改正值**：采用最小二乘影像匹配求解 8 个变形参数的改正值  
 $dh_0 \sim db_2$
- 6) **计算变形参数**：利用上一次迭代（或者原始影像）来计算变形参数（为了降低由于反复重采样造成的对影像信息的损失）：

$$a_0^i = a_0^{i-1} + da_0^i + a_0^{i-1}da_1^i + b_0^{i-1}da_2^i$$

$$a_1^i = a_1^{i-1} + a_1^{i-1}da_1^i + b_1^{i-1}da_2^i$$

$$a_2^i = a_2^{i-1} + a_2^{i-1}da_1^i + b_2^{i-1}da_2^i$$

$$b_0^i = b_0^{i-1} + db_0^i + a_0^{i-1}db_1^i + b_0^{i-1}db_2^i$$

$$b_1^i = b_1^{i-1} + a_1^{i-1}db_1^i + b_1^{i-1}db_2^i$$

$$b_2^i = b_2^{i-1} + a_2^{i-1}db_1^i + b_2^{i-1}db_2^i$$

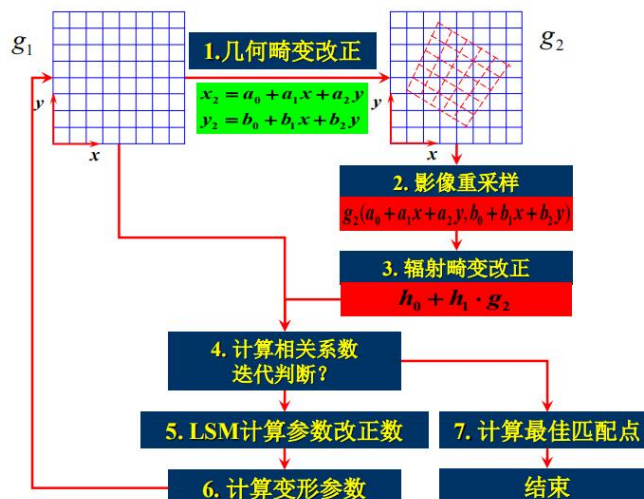
$$h_0^i = h_0^{i-1} + dh_0^i + h_0^{i-1}dh_1^i$$

$$h_1^i = h_1^{i-1} + h_1^{i-1}dh_1^i$$

- 7) **计算最佳的匹配点位**：可用灰度梯度的平方为权，在左方影像窗口内对坐标作加权平均（匹配精度取决于影像灰度的梯度 $\dot{g}_x$ 和 $\dot{g}_y$ ），根据最小二乘匹配计算得到的几何变换参数直接计算右方影像窗口的匹配坐标。

$$x_i = \frac{\sum x \cdot \dot{g}_x^2}{\sum \dot{g}_x^2} ; y_i = \frac{\sum y \cdot \dot{g}_y^2}{\sum \dot{g}_y^2} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = a_0 + a_1x_i + a_2y_i \\ y_2 = b_0 + b_1x_i + b_2y_i \end{cases}$$





9. 最小二乘影像匹配的精度：最小二乘匹配算法可以根据法方程式系数矩阵的逆矩阵，同时求得其精度指标。

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{\sigma_0^2}{\sum \dot{g}^2}; \sigma_0^2 = \frac{1}{(n-1)\sum v^2} \approx \sigma_v^2; \sigma_g^2 = \frac{\sigma_g^2}{n}; \hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sigma_v^2}{\sigma_g^2}$$

其中 $n$ 为观测值的个数（目标区像素个数）， $\sigma_v^2$ 是误差方程的误差（每个误差方程的残差的平方和）， $\sigma_g^2$ 为每个窗口梯度的方差， $\sum \dot{g}^2$ 为每个窗口梯度的平方和。

定义一个信噪比： $SNR = \frac{\sigma_g}{\sigma_v}$ （梯度中误差/灰度残差），根据 $(SNR)^2 = \frac{1}{1-\rho^2}$ ，得到最小

二乘影像一维匹配的方差

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n \cdot (SNR)^2} \cdot \frac{\sigma_g^2}{\sigma_g^2} = \frac{1-\rho^2}{n} \cdot \frac{\sigma_g^2}{\sigma_g^2}$$

得到几个重要结论：

- ◇ 影像匹配的精度与相关系数有关，相关系数愈大则精度愈高。它与影像窗口的“信噪比”有关，信噪比愈大，相关系数愈大，则匹配的精度愈高。
- ◇ 影像匹配的精度还与影像的纹理结构有关，即与 $\frac{\sigma_g^2}{\sigma_v^2}$ 有关。特别是当 $\sigma_g^2$ 愈大（纹理越丰富），则影像匹配精度愈高。当 $\sigma_g^2 = 0$ 时，即目标窗口内灰度没有变化时，则无法进行影像匹配。

## ➤ 特征匹配

1. 特征匹配：用于匹配特征点、线、面的匹配算法，区别于前述的基于灰度的匹配。
2. 特征匹配使用的几种场合：①当待匹配的点位位于低反差区内，其匹配的成功率不高；②目的只需要配准某些点线或面；③在城市中，被处理的对象主要是人工建筑物，灰度匹配难以适应





3. 特征匹配步骤:

- 1) 特征提取;
- 2) 利用一组参数对特征作描述;
- 3) 利用参数进行特征匹配。

4. 基于特征点的影像匹配策略:

1) 特征提取:

- a) 根据各特征点的兴趣值将特征点分成几个等级;同时对于不同的目的,特征点的提取应有所不同。
- b) 特征点的分布则可有两种方式:
  - i. **随机分布**:按顺序进行特征提取,但控制特征的密度
  - ii. **均匀分布**:将影像划分成规则矩形格网,每一格网内提取特征点

2) 特征点的匹配:

- a) **影像方位参数未知时**,必须进行二维影像匹配。主要利用明显点对解求影像的方位参数,建立影像模型,形成核线进行一维匹配。二维匹配的搜索范围在最上一层影像由先验视差确定,在其后各层,只需要在很小的范围内搜索。
- b) **影像方位参数已知时**,可直接进行带核线约束条件的一维匹配,但在上下方向可能各搜索一个像素,也可以沿核线重采样形成核线影像,进行一维影像匹配。但在影像方位不精确或采用近似核线的概念时,也可能有必要在上下方向各搜索一两个像素。

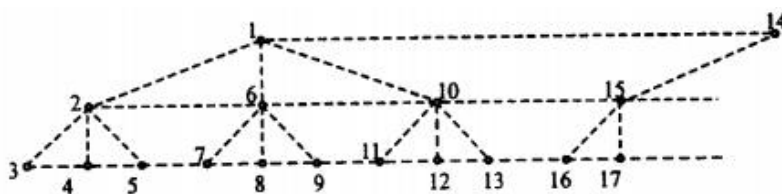
3) 对匹配的备选点采用如下方法选择:

- a) 对右影像也进行相应的特征提取,挑选预测区内的特征点作为可能的匹配点
- b) 右影像不进行特征提取,将预测区内的每一点都作为可能的匹配点;
- c) 右影像不进行特征提取,但不将所有的点作为可能的匹配点,而是动态地确定各选点。

4) 特征点的提取与匹配的顺序:

- a) **深度优先**:从顶层金字塔开始逐个自顶到底匹配,匹配完后匹配同一层的所有点,返回上一层再按同样的顺序匹配下一个点。深度优先的缺点在于当上一层匹配的误差比较大时会影响下一层的匹配精度,由于误差累积会导致影

像匹配的可靠性比较低。



b) **广度优先**：先将上一层影像的全部点进行特征提取与匹配后，将结果化算到下一层，并加密进行匹配，直至原始影像。广度优先的优点于相对于深度优先影像匹配的可靠性比较高，计算效率比较高。

5) **匹配的准则**：除了运用一定的相似性测度，一般还可考虑特征的方向和周围已匹配点的结果。

6) **粗差的剔除**：小范围内利用倾斜平面或曲面模型进行视差拟合，将残差大于某一阈值点作为粗差剔除。

## 5. SIFT (Scale Invariant Feature Transform, 即尺度不变特征变换) 特征匹配：

**SIFT 特征向量具有如下特性：**

- 1) SIFT 特征是图像的局部特征，其对**旋转、尺度缩放、亮度变化保持不变性**，对视角变化、仿射变换、噪声也保持一定程度的稳定性。
- 2) 信息量丰富，适用于在海量特征数据库中进行快速、准确的匹配。
- 3) 多量性，即使少数的几个物体也可以产生大量 SIFT 特征向量。
- 4) 高速性，经优化的 SIFT 匹配算法甚至可以达到实时的要求。
- 5) 可扩展性。

**SIFT 点特征匹配一般包括下面四个步骤：**

- 1) **尺度空间的极值探测**：首先在尺度空间进行特征检测，并确定关键点(Keypoints)的位置和关键点所处的尺度。然后使用关键点邻域梯度的主方向作为该点的方向特征，以实现算子对尺度和方向的无关性

**尺度空间的基本思想**：在视觉信息处理模型中引入一个被视为尺度的参数，通过连续变换尺度参数获得不同尺度下的视觉处理信息，然后综合这些信息以深入地挖掘图像的本质特征。

高斯卷积核是实现尺度变换的唯一变换核：

$$G(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

一幅二维图像，在不同尺度下的尺度空间表示可由图像与高斯核卷积得到：

$$L(x, y, \sigma) = G(x, y, \sigma) * I(x, y)$$

$\sigma$  越大，影像越模糊，细节保留的越少。

为了有效地提取稳定的关键点，Lowe 提出利用**高斯差分函数 (DOG)** 对原始影像进行卷积。DoG 算子定义为两个不同尺度的高斯核的差分

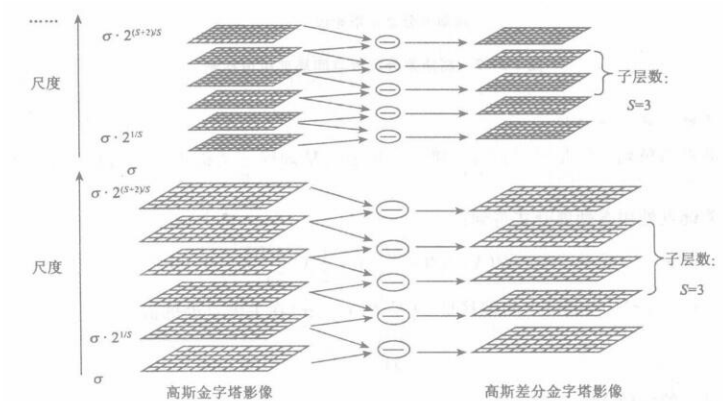
$$D(x, y, \sigma) = (G(x, y, k\sigma) - G(x, y, \sigma)) * I(x, y) = L(x, y, k\sigma) - L(x, y, \sigma)$$

DoG 算子是归一化 LoG (Laplacian-of-Gaussian) 算子的近似：

$$G(x, y, k\sigma) - G(x, y, \sigma) \approx (k - 1)\sigma^2 \nabla^2 G$$

**高斯差分尺度空间的生成：**卷积核为  $\sigma \cdot 2^{\frac{n}{s}}$

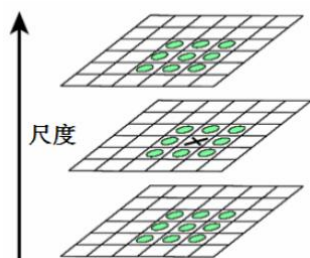
其中， $\sigma$  为基准尺度空间因子， $n$  为金字塔影像索引号， $s$  为该层尺度空间的子层数；将同一尺度空间的相邻高斯金字塔影像相减，生成高斯差分金字塔影像。



当尺度空间子层数  $s=3$  时，提取的极值点具有最好的重复性。

**局部极值探测：**初步确定关键点位置和所在尺度。

在检测尺度空间极值时，图中标记为叉号的像素需要跟包括**同一尺度的周围邻域 8 个像素**和**相邻尺度对应位置的周围邻域  $9 \times 2$  个像素**总共 **26 个像素**进行比较，以确保在尺度空间和二维图像空间都检测到局部极值。



- 2) **关键点的精确定位**：拟合三维二次函数以精确确定关键点的位置和尺度，同时去除低对比度的关键点和不稳定的边缘响应点。

消除边缘响应：一个定义不好的高斯差分算子的极值在横跨边缘的地方有较大的主曲率，而在垂直边缘的方向有较小的主曲率。（DoG 算子会产生较强的边缘响应。）为了增强匹配的稳定性，需要删除低对比度的点，以增强匹配稳定性、提高抗噪声能力。

- 3) **确定关键点的主方向**：利用关键点邻域像素的**梯度方向分布特性**为每个关键点**指定方向参数**，使算子具备旋转不变性。

$$m(x, y) = \sqrt{(L(x+1, y) - L(x-1, y))^2 + (L(x, y+1) - L(x, y-1))^2}$$

$$\theta(x, y) = \arctan \frac{L(x+1, y) - L(x-1, y)}{L(x, y+1) - L(x, y-1)}$$

**直方图统计邻域像素的梯度方向**：

梯度直方图的范围是 0~360 度，其中每 10 度一个柱，总共 36 个柱。

**直方图的峰值则代表了该关键点处邻域梯度的主方向，即作为该关键点的方向。**

当存在另一个相当于主峰值 **80%能量** 的峰值时，则将这个方向认为是该关键点的**辅方向**。

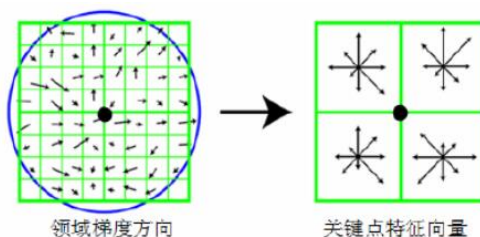
【优化：统计直方图之前，利用高斯函数对窗口内各像素的梯度大小进行加权，越靠近关键点的像素的贡献越大】

**生成 SIFT 特征向量**：

将坐标轴旋转为关键点的方向，以确保旋转不变性。

以关键点为中心取 8×8 的窗口，然后在每 4×4 的小块上计算 8 个方向的梯度方向直方图，绘制每个梯度方向的累加值，即可形成一个种子点，一个关键点由 2×2=4 个种子点组成，每个种子点有 8 个方向的方向向量信息。

【小技巧：当不为整梯度方向时，应该取和整梯度方向距离的倒数作为权值分别加入两边的整梯度方向累加值】





实际计算过程，每个关键点使用  $4 \times 4$  共 16 个种子点来描述，这样对于一个关键点就可以产生 128 个数据，即最终形成 128 维的 SIFT 特征向量。

- 4) **关键点的描述**：采用关键点特征向量的**欧式距离**来作为两幅图像中关键点的相似性判定度量。取图像 1 中的某个关键点，并找出其与图像 2 中**欧式距离最近的前两个关键点**，在这两个关键点中，如果**最近的距离除以次近的距离**少于某个比例**阈值（经验值为 0.8）**，则接受这一对匹配点。【降低这个比例阈值，SIFT 匹配点数目会减少，但更加稳定】

## 第七章 · 数字地面模型的建立与应用

### ➤ 数字地面模型

1. **数字地面模型 DTM (Digital Terrain Model)**：是地形表面形态等多种信息的一个数字表示，DTM 是定义在某一区域  $D$  上的  $m$  维向量有限序列  $\{V_i, i = 1, 2, 3, \dots, n\}$ 。
2. **数字高程模型 DEM(Digital Elevation Model) 或 DHM(Digital Height Model)**是表示区域  $D$  上地形的三维向量有限序列  $\{V_i = (X_i, Y_i, Z_i), i = 1, 2, 3, \dots, n\}$ 。
3. **数字表面模型 DSM (Digital Surface Model)**：和 DEM 相比，DEM 只包含了地形的高程信息，并未包含其它地表信息，DSM 是在 DEM 的基础上，进一步涵盖了除地面以外的其它地表信息的高程。
4. **数字高程模型 DEM 表示形式**：
  - 1) **规则矩形格网**：利用一系列在  $X, Y$  方向上都是等间隔排列的地形点的高程  $Z$  表示地形，形成一个矩形格网 DEM。【存储量最小、便于使用管理。缺点是有时不能准确表示地形的结构与细部】

$$X_i = X_0 + i \times D_X, i = 1, 2, 3, \dots, N_X - 1$$

$$Y_i = Y_0 + j \times D_Y, j = 1, 2, 3, \dots, N_Y - 1$$

- 2) **不规则三角网 TIN**：若将按地形特征采集的点按一定规则连接成覆盖整个区域且互不重叠的许多三角形，构成一个不规则三角网 TIN 表示的 DEM,通常称为三角网 DEM 或 TIN。【能较好地顾及地貌特征点、线，表示复杂地形表面比矩形格网精确。缺点是数据量较大，数据结构较复杂，使用与管理也较复杂】
- 3) **Grid-TIN 混合网**：一般地区使用矩形网数据结构，沿地形特征则附加三角网数据结构。



5. DEM 数据点采集方法:

- 1) **地面测量**: 利用自动记录的测距经纬仪在野外实测
- 2) **现有地图数字化**: 用数字化仪对已有地图上的信息, 进行数字化的方法。手扶跟踪数字化仪; 扫描数字化仪
- 3) **空间传感器**: 利用 GPS、雷达和激光测高仪等进行数据采集
- 4) **数字摄影测量的 DEM 数据采集方式**: 利用附有自动记录装置(接口)的立体测图仪或立体坐标仪、解析测图仪以及数字摄影测量系统, 进行人工、半自动、全自动量测来获取数据。

【上述三种都是非摄影测量的方法, 第四种是摄影测量的方法】

6. 数字摄影测量的 DEM 数据采集方式:

- 1) **沿等高线采样**: 沿等高线采样可按等距离间隔记录数据或按等时间间隔记录数据方式进行。【数据点的高程为当前等高线的高程值】
- 2) **规则格网采样**: 方法简单、精度较高、作业效率也较高; 特征点可能丢失。【数据完全与格网型 DEM 保持一致】
- 3) **沿断面扫描**: 获取数据的精度比其它方法要差, 特别是在地形变化趋势改变处, 常常存在系统误差。【沿断面获取的数据, 与网格型 DEM 数据接近】
- 4) **渐进采样**: 先按预定的比较稀疏的间隔进行采样, 获得一个较稀疏的格网, 然后分析是否需要加密。
  - ✧ 判断是否需要加密的方法 1: 利用高程的二阶差分是否超过给定阈值。
  - ✧ 判断是否需要加密的方法 2: 计算两点间中点的二次内插值与线性内插值之差, 判断该差值是否超过给定的阈值。当超过阈值时, 则对格网进行加密采样。
- 5) **选择采样**: 为了准确反映地形, 可根据地形特征进行选择采样, 尤其适合 TIN 的建立, 但其数据存贮管理和应用比较复杂。
- 6) **混合采样**: 将规则采样与选择采样结合起来进行。
- 7) **自动化 DEM 数据采集**: 按影像上的规则格网利用数字影像匹配进行数据采集。
  - a) 基于像方的自动影像匹配处理流程:
    - i. 生成核线影像对, 并生成金字塔序列影像对;
    - ii. 在原始影像上提取密集特征点/特征线;



- iii. 基于特征点影像匹配策略, 获得匹配点;
  - iv. 将自动量测的同名像点前方交会, 计算其物方坐标, 得到三维点云;
  - b) 根据格网 DEM 的平面坐标逐点按基于物方的影像匹配算法, 匹配获得格网 DEM 上每个格网点上的高程值
7. **DEM 的质量控制:** 在 DTM 数据采集过程中根据地形的复杂程度动态地调整取样密度; 由采样定理确定采样间隔, 由地形剖面恢复误差确定采样间隔及考虑内插误差的采样间隔和插值分析方法等【内插方法不能弥补取样不当造成信息损失】
8. **DEM 数据预处理:** 是 DEM 内插之前的准备工作, 它是整个数据处理的一部分, 它一般包括数据格式的转换、坐标系统的变换、数据的编辑、栅格数据的矢量化转换及数据分块等内容。【数据分块+子区边界提取】

## ➤ 数字高程模型的内插方法

1. **DEM 内插**就是根据参考点上的高程求出其它待定点上的高程。【为什么要进行内插: 所采集的原始数据排列一般是不规则的】

- 1) 整体函数内插: 用一个整体函数拟合整个区域;
- 2) 局部函数内插: 逐点内插法

2. **内插方法——移动曲面内插方法【逐点内插方法】:**

根据采样数据点拟合一个二次曲面, 使得每个数据点都满足此二次曲面函数; 解求二次曲面函数参数的过程即局部函数拟合的过程; 选择二次曲面函数如下:

$$Z = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$$

利用采样数据按最小二乘平差原则建立误差方程式解算二次曲面函数的系数

(A,B,C,D,E,F)

**移动曲面法的计算过程:**

- 1) 以格网点为中心建立局部坐标

【对 DEM 每一个格网点, 将坐标原点移至该 DEM 格网点 $P(X_p, Y_p)$ 】

$$\bar{X}_i = X_i - X_p ; \bar{Y}_i = Y_i - Y_p$$

- 2) 选取邻近数据点:  $d_i = \sqrt{\bar{X}_i^2 + \bar{Y}_i^2} < R$  (如果半径内没有 6 个点则扩大半径)
- 3) 列出误差方程式:  $v_i = \bar{X}_i^2 A + \bar{X}_i \bar{Y}_i B + \bar{Y}_i^2 C + \bar{X}_i D + \bar{Y}_i E + F - Z_i \Rightarrow V = MX - Z$
- 4) 计算每一数据点的权:  $P_i = \frac{1}{d_i^2} \Rightarrow P_i = \left(\frac{R-d_i}{d_i}\right)^2 \Rightarrow P_i = e^{\frac{d_{2i}}{k^2}}$



5) 法化求解:  $X = (M^T P M)^{-1} M^T P Z$

【由于  $\bar{X}_i = \bar{Y}_i = 0$  时即为格网点, 因此系数 F 是待定点内插高程值  $Z_p$ 】

优化方法: 采用了多个邻近点之加权平均水平面移动拟合法内插:

$$Z_p = \sum_{i=1}^n P_i Z_i / \sum_{i=1}^n P_i$$

移动曲面拟合法注意事项:

- 1) 对点的选择除满足  $n > 6$  外, 应保证各个象限都有数据点;
- 2) 当地形起伏较大时, 半径 R 不能取得很大;
- 3) 当数据点较稀或分布不均匀时, 利用二次曲面移动拟合可能产生很大的误差

### 3. 内插方法——多面函数 (MQ) 内插方法【区域内插方法】:

【一句话概括: 根据已知点求出区域里的  $a$  值, 然后根据  $a$  值求所需要的高程】

【把断裂线放在分块的边缘, 确保每块表面都是光滑的】

任何一个圆滑的数学表面总是可以用一系列有规则的数学表面的总和, 以任意的精度进行逼近。” 也就是一个数学表面上某点  $(X, Y)$  处高程  $Z$  的表达式为:

$$Z = f(X, Y) = \sum_{j=1}^n a_j q(X, Y, X_j, Y_j) ; q(X, Y, X_j, Y_j) = [(X - X_j)^2 + (Y - Y_j)^2 + \delta]^{\frac{1}{2}}$$

其中  $q(X, Y, X_j, Y_j)$  为核函数,  $(X, Y)$  为待定点,  $(X_j, Y_j)$  为核函数中心

【核函数取合理的时候, 无论取什么核函数, 得到的结果相差不大】

若有  $m$  个已知点, 且  $m \geq n$ , 可任选其中的  $n$  个点作为核函数的中心点, 各点满足:

$$Z_i = \sum_{j=1}^n a_j q_{ij} ; i = 1, 2, \dots, m ; j = 1, 2, \dots, n$$

列出误差方程  $V = Qa - Z$ :

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & q_{m2} & \cdots & q_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_m \end{pmatrix}$$

法化求解得到:  $a = (Q^T Q)^{-1} Q^T Z$

任意一点上的高程  $Z_k (k > n)$  为:  $Z_k = Q_k^T \cdot a = Q_k^T (Q^T Q)^{-1} Q^T Z$

其中:  $Q_k^T = (q_{k1}, q_{k2}, q_{k3}, \dots, q_{kn})$ ;  $q_{kj} = q(X_k, Y_k, X_j, Y_j)$

特殊情况, 当  $m = n$  时, 即全部数据点取为核函数的中心, 那么上式变成:



$$a = Q^{-1}Z; Z_k = Q_k^T \cdot a = Q_k^T Q^{-1}Z = (q_{k1}, q_{k2}, q_{k3}, \dots, q_{kn}) \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & q_{m2} & \cdots & q_{mn} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_m \end{pmatrix}$$

【实际上不会这么做，因为一旦有一个点出错就不能内插出结果】

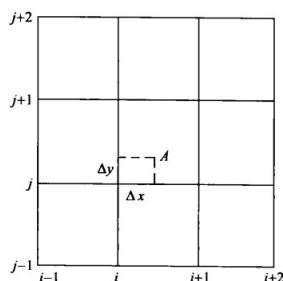
#### 4. 内插方法——有限元内插方法：

为了解算一个函数，把它分成为许多适当大小的“单元”，在每一单元中用一个简单的函数，例如多项式来近似地代表它。

一次样条有限元 DEM 内插：

$$\phi(x, y) = (1 - \Delta x)(1 - \Delta y)C_{i,j} + \Delta x(1 - \Delta y)C_{i+1,j} + (1 - \Delta x)\Delta y C_{i,j+1} + \Delta x\Delta y C_{i+1,j+1}$$

其中 $\Delta x$ 和 $\Delta y$ 是以格网边长为单位时点 A 相对于点 $P_{i,j}$ 的坐标增量 【对角面积乘角点】



列误差方程：若 A 点是已知高程点，作为观测值，以格网高程 $Z_{i,j}$ 作为待定的未知数

$$v_A = (1 - \Delta X)(1 - \Delta Y)Z_{i,j} + \Delta X(1 - \Delta Y)Z_{i+1,j} + (1 - \Delta X)\Delta Y Z_{i,j+1} + \Delta X\Delta Y Z_{i+1,j+1} - Z_A$$

其中： $\Delta X = \frac{X_A - X_i}{d}$  ( $0 \leq \Delta X < 1$ )； $\Delta Y = \frac{Y_A - Y_i}{d}$  ( $0 \leq \Delta Y < 1$ )； $d = X_{i+1} - X_i = Y_{i+1} - Y_i$

上式称为 HIFI 程序的第一类观测值误差方程

可以利用 X 和 Y 方向上的二次差分条件（曲率为零）构成第二类误差方程式，即虚拟观测值误差方程式：

$$v_X(i, j) = Z_{i-1,j} - 2Z_{i,j} + Z_{i+1,j} - 0; v_Y(i, j) = Z_{i,j-1} - 2Z_{i,j} + Z_{i,j+1} - 0$$

#### 5. 断裂线的处理：

计算单元中的断裂线的基本要点如下：

- 1) 线性内插，加密断裂线点，特别是断裂线与 DEM 格网线交点之平面坐标与高程
- 2) 将计算单元按断裂线划分成子区，确定每个子区由哪几条断裂线与边界线组成；
- 3) 分子区内插的原则是：不属于该子区的数据点不参加该子区的平差计算；

【判断的方法有：“跌落法”和符号判断法】

- 4) 分子区进行内插计算。



## ➤ DEM 的精度及存贮管理

### 1. 估计 DEM 精度的方法：

- 1) 由地形功率谱与内插方法的传递函数估计 DEM 精度；
- 2) 利用检查点的 DEM 精度评定：在 DEM 内插时，预留一部分数据点不参加 DEM 内插，作为检查点。

### 2. DEM 数据文件的存贮：文件头+格格网点的高程。

### 3. DEM 数据压缩中常用的方法有：整型量存贮、差分映射、差分游程法、压缩编码

- 1) 整型量存贮：将高程数据减去一常数。
- 2) 差分映射：相邻数据间的增量，数据范围较小，可以利用一个字节存贮一个数据，使数据压缩至原有存贮量的近四分之一。
  - a) 差分游程法：当差分的绝对值大于 127 时，将该数据之前的数据作为一个游程，而从该项数据开始一新的游程。
  - b) 小模块差分法（小模块增量法）：将 DEM 分成较大的格网——小模块，每一模块包含 5 X 5 或 10 X 10 个 DEM 格网。
- 3) 压缩编码：当根据各数出现的概率设计一定的编码，用位数（bit）最短的码表示出现概率最大的数，出现概率较小数用位数较长的码表示，则每一数据所占的平均位数比原来的固定位数（16 或 8）小。

## ➤ 三角网数字地面模型（TIN）

### 1. 不规则三角网：非规则网的数字地面模型，能够很好地估计地貌特征点和线。

【三角形网是唯一的且三角形之间不重叠，构建过程中是不需要内插的】

### 2. 采样数据类型：

- 1) 高程点：已知其平面坐标(X,Y,Z)；
- 2) 特征线：
  - a) 地形线：山脊线、山谷线、地形变化线(通常为具有三维坐标的多点折线)；
  - b) 水涯线：河流、湖泊等边界线；
  - c) 道路网络线；
- 3) 断裂线：陡坎线、地形断裂线；
- 4) 等高线。

### 3. 构建不规则三角网(TIN)的方法——角度判断法建立 TIN:

**原理:** 当已知三角形的两个顶点后, 利用余弦定理计算备选第三顶点的三角形内角的大小, 选择最大者对应的点为该三角形的第三顶点。

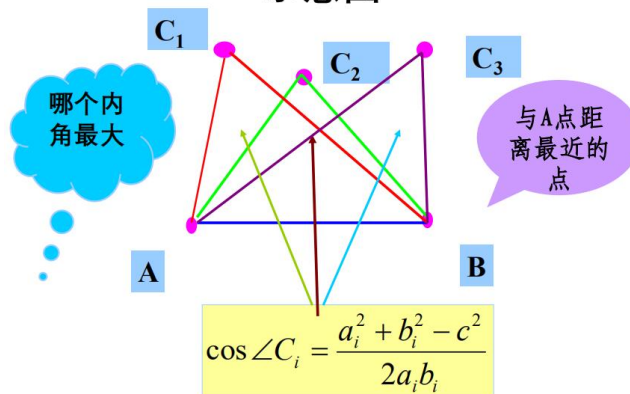
**建立 TIN 的步骤:**

- 1) 将原始数据**分块**: 检索所处理三角形邻近点;
- 2) **确定第一个三角形**: 从数据文件中取第一个点 A, 并将距离其最近的另一个点 B 作为三角形的第二个点, 利用余弦定理计算  $\angle C_i$ :

$$\cos \angle C_i = \frac{a_i^2 + b_i^2 - c^2}{2a_i b_i}$$

其中:  $a_i = BC_i, b_i = AC_i, c = AB$ , 若  $\angle C = \max \{\angle C_i\}$  则 C 为该三角形的第三点

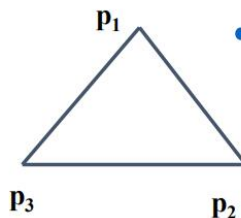
示意图



- 3) **三角形的扩展**: 对每一个已生成的三角形的新增加的两边, 按**角度最大**的原则向外进行扩展, 并进行是否重复的检测。

✧ **向外处理的方法**: 若从顶点为  $P_1(X_1, Y_1), P_2(X_2, Y_2), P_3(X_3, Y_3)$  的三角形之  $P_1P_2$  边向外扩展, 应取位于直线  $P_1P_2$  与  $P_3$  异侧的点。

• 向外扩展的处理: 若从顶点为  $P_1(X_1, Y_1), P_2(X_2, Y_2), P_3(X_3, Y_3)$  的三角形之  $P_1P_2$  边向外扩展, 应取位于直线  $P_1P_2$  与  $P_3$  异侧的点



$P_1P_2$  直线方程为:

$$F(X, Y) = (Y_2 - Y_1)(X - X_1) - (X_2 - X_1)(Y_2 - Y_1) = 0$$

若备选点 P 之坐标为  $(X, Y)$

$$F(X, Y) \cdot F(X_3, Y_3) < 0$$

✧ **重复与交叉的检测**：任意一边最多只能是两个三角形的公共边，即每个边仅能拓展一次，可以记录下拓展的次数，如果拓展次数超过则拓展无效。

#### 4. 泰森多边形与狄洛尼三角网的概念：

区域 D 上有 n 个离散点  $P_i(X_i, Y_i)$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ )，若将 D 用一组直线段分成 n 个互相相邻的多边形，满足：

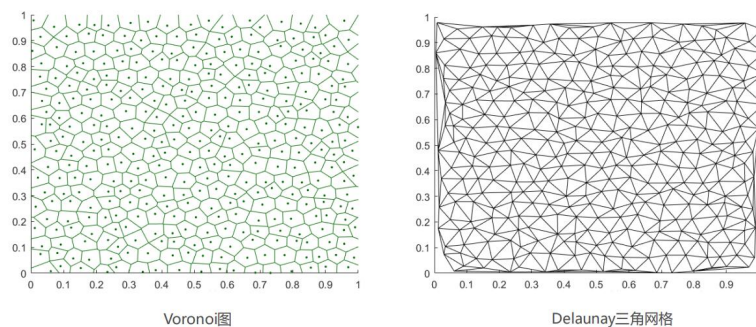
- 1) 每个多边形内含且仅含一个离散点
- 2) D 中任意一点  $P'(X', Y')$  若位于  $P_i$  所在的多边形内，则满足：

$$\sqrt{(X' - X_i)^2 + (Y' - Y_i)^2} < \sqrt{(X' - X_j)^2 + (Y' - Y_j)^2} \quad (j \neq i)$$

- 3) 若  $P'(X', Y')$  在与其相邻的两多边形的公共边上，则：

$$\sqrt{(X' - X_i)^2 + (Y' - Y_i)^2} = \sqrt{(X' - X_j)^2 + (Y' - Y_j)^2} \quad (j \neq i)$$

此多边形称为**泰森多边形**。用**直线段连接每两个相邻多边形内的离散点**而生成三角网称为**狄洛尼三角网**。



#### 泰森多边形与狄洛尼三角网的特点：

- 1) 泰森多边形的分法是唯一的。
- 2) 每个泰森多边形均是凸多边形；任意两个泰森多边形不存在公共区域。
- 3) 狄洛尼三角网在均匀分布点的情况下，可避免产生狭长和过小锐角三角形。
- 4) 利用数学形态学可建立泰森多边形与狄洛尼三角网。

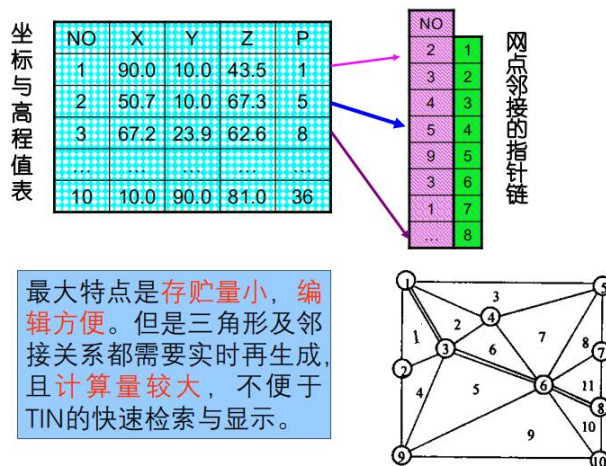
#### 5. 三角网数字地面模型的常用的三种存贮方法：

- 1) **直接表示网点邻接关系的结构**：

最大特点是存贮量小，编辑方便。但是三角形及邻接关系都需要实时再生成，且计算量较大，不便于 TIN 的快速检索与显示。

P: **网点邻接的指针链**。以第一行 (P=1) 和第二行 (P=5) 为例做解释：表示点 1 的邻接网点是指针链中的第一个到第四个，点 2 的邻接网点从指针链中的第五个

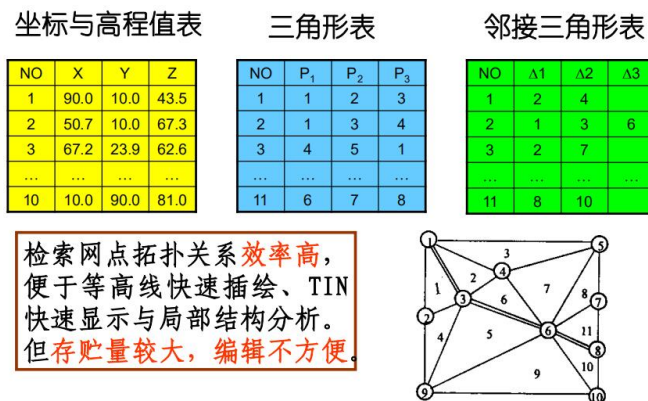
开始，可以推断点1有4个邻接网点。



## 2) 直接表示三角形及邻接关系的结构：

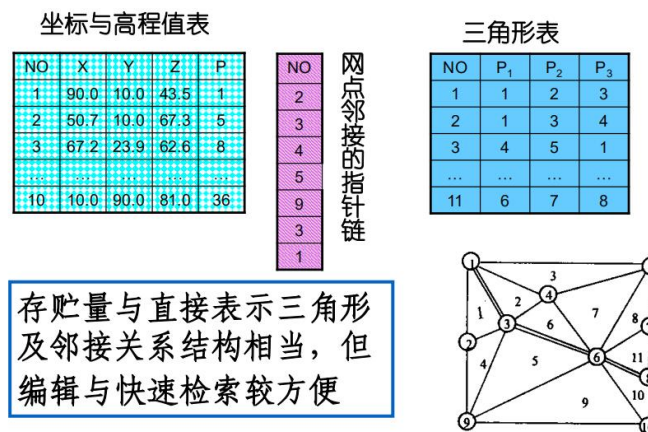
检索网点拓扑关系效率高，便于等高线快速插绘、TIN快速显示与局部结构分析。但存储量较大，编辑不方便

从左到右三个NO分别代表着：点的序号、三角形的序号、三角形的序号。



## 3) 混合表示网点及三角形邻接关系的结构：

存储量与直接表示三角形及邻接关系结构相当，但编辑与快速检索较方便。





## ➤ 数字地面模型的应用

### 1. 基于矩形格网的 DEM 多项式内插:

#### 1) 双线性多项式 (双曲抛物面) 内插: 根据最邻近的四个数据点确定双线性多项

式:  $Z = a_{00} + a_{10}X + a_{01}Y + a_{11}XY = (1 \ X) \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} \\ a_{10} & a_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ Y \end{pmatrix}$ , 求出 4 个系数, 再根据待定点的坐标(X,Y)与求出的系数内插出该点的高程。

✧ 双线性多项式内插只能保证相邻区域接边处的连续, 不能保证光滑。

✧ 因其计算量较小, 是最常用的方法。

#### 2) 双三次多项式 (三次曲面) 内插:

三次曲面方程为:

$$Z = \sum_{j=0}^3 \sum_{i=0}^3 a_{ij} X^i Y^j = a_{00} + a_{10}X + a_{20}X^2 + a_{30}X^3 + a_{01}Y + a_{11}XY + a_{21}X^2Y + a_{31}X^3Y + a_{02}Y^2 + a_{12}XY^2 + a_{22}X^2Y^2 + a_{32}X^3Y^2 + a_{03}Y^3 + a_{13}XY^3 + a_{23}X^2Y^3 + a_{33}X^3Y^3$$

待定参数有 16 个, 除了 P 所在的格网的四顶点高程之外还需要知道其一阶偏导和二阶混合导数, 可按下列式计算:

$$\begin{aligned} (Z_x)_{ij} &= \frac{\partial Z_{ij}}{\partial x} = \frac{1}{2} (Z_{i+1,j} - Z_{i-1,j}) \\ (Z_y)_{ij} &= \frac{\partial Z_{ij}}{\partial y} = \frac{1}{2} (Z_{i,j+1} - Z_{i,j-1}) \\ (Z_{xy})_{ij} &= \frac{1}{4} (Z_{i+1,j+1} + Z_{i-1,j-1} - Z_{i-1,j+1} - Z_{i+1,j-1}) \end{aligned}$$

✧ 保证相邻曲面之间的连续与光滑

### 2. 不规则三角网在 DEM 中的内插:

基本步骤:

#### 1) 格网点的检索: 确定点 P 落在 TIN 的哪个三角形中。

保存 TIN 建立之前数据分块的检索文件, 根据(X,Y)计算出 P 落在哪一数据块中, 将该数据块中的点取出逐一计算这些点 $P_i(X_i, Y_i)$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ )与 P 的距离的平方:  $d_i^2 = (X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2$ , 取距离最小的点设为 Q, 依次取出 Q 为顶点的三角形并判断 P 是否在该三角形内。

#### 2) 高程内插: 确定 P 点的高程。

若 P(X,Y)所在的三角形为 $\Delta Q_1Q_2Q_3$ , 三个顶点分别为 $Q_1(X_1, Y_1, Z_1)$ ,  $Q_2(X_2, Y_2, Z_2)$ ,  $Q_3(X_3, Y_3, Z_3)$ , 则由三个顶点确定的平面方程为:



$$\begin{vmatrix} X & Y & Z & 1 \\ X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

由此解得 P 点的高程为：(以  $Y_{21}$  为例，意思代表为  $Y_{21} = Y_2 - Y_1$ )

$$Z = Z_1 - \frac{(X - X_1)(Y_{21}Z_{31} - Y_{31}Z_{21}) + (Y - Y_1)(Z_{21}X_{31} - Z_{31}X_{21})}{X_{21}X_{31} - X_{31}X_{21}}$$

### 3. 基于矩形格网型 DEM 的等高线的绘制：

- 1) 利用 DEM 的矩形格网点的高程内插出格网边上的等高线点，并将这些等高线点按顺序排列（即等高线的跟踪）；

✧ 两种方法：①对每条等高线边内插边排序（以下介绍）；②对同一高程的等高线先内插出所有等高线点再逐一排列每条等高线的点。

对每条等高线边内插边排序方法的具体步骤：

- a) 确定等高线高程：根据 DEM 中的最低点高程  $Z_{min}$  与最高点高程  $Z_{max}$  计算最低等高线高程  $z_{min}$  与最高等高线高程  $z_{max}$ 。（ $\Delta Z$  为等高距）

$$z_{min} = INT\left(\frac{Z_{min}}{\Delta Z} + 1\right) \cdot \Delta Z ; z_{max} = INT\left(\frac{Z_{max}}{\Delta Z}\right) \cdot \Delta Z$$

各等高线高程为： $z_k = z_{min} + k \cdot \Delta Z$

【最高的等高线比最高的点低，最低的等高线比最低的点高】

- b) 计算状态矩阵：分别表示等高线穿过 DEM 格网水平边与竖直边的状态，

“1” 代表格网竖直边或水平边有高程为  $z_k$  的等高线通过；“0” 代表格网竖直边或水平边没有高程为  $z_k$  的等高线通过。

$$h_{i,j}^{(k)} = \begin{cases} 1, (Z_{i,j} - z_k)(Z_{i+1,j} - z_k) < 0 \\ 0, (Z_{i,j} - z_k)(Z_{i+1,j} - z_k) > 0 \end{cases} ; v_{i,j}^{(k)} = \begin{cases} 1, (Z_{i,j} - z_k)(Z_{i,j+1} - z_k) < 0 \\ 0, (Z_{i,j} - z_k)(Z_{i,j+1} - z_k) > 0 \end{cases}$$

如果有正好通过边的交点的情况出现：在程序处理之前先判断是否有正好为整数的情况，如果有的话让他加上一个足够小的数，比如 0.00001。

- c) 等高线的起点和终点的处理：在开始处理之前需要判断等高线是开曲线还是闭曲线：

✧ 如果是闭曲线（与边界不相交的曲线），由于其起点也是终点，处理完起点之后对应的状态矩阵元素需要保留原值 1，以保证能搜索到终点；

✧ 如果是开曲线（与边界相交的曲线），则不需要保留起点的原值，直接置零。

- d) 内插等高线点：线性内插出格网  $(i, j)$  水平和竖直边上的等高线坐标  $(X_p, Y_p)$ 。



与 DEM 水平边的交点:

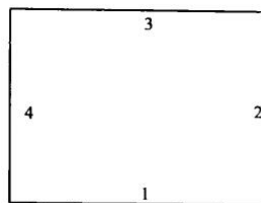
$$X_p = X_i + \frac{Z_k - Z_{i,j}}{Z_{i+1,j} - Z_{i,j}} \cdot \Delta X ; Y_p = Y_j$$

与 DEM 竖直边的交点:

$$Y_p = Y_j + \frac{Z_k - Z_{i,j}}{Z_{i,j+1} - Z_{i,j}} \cdot \Delta Y ; X_p = X_i$$

e) 搜索下一个等高线点: 等高线进入边号 IN 和离去边号 OUT 有 4 种可能:

1、2、3、4, 从进入边开始, 按逆时针的顺序依次搜索离去边, 同时将离去边号的正对位号 (1 对 3, 2 对 4) 作为下一个格网的进入边号。每处理完一个等高线点 (状态矩阵元素为 1) 后将状态矩阵元素置零, 当状态矩阵变成零矩阵说明等高线搜索完毕。



f) 特殊地: 地形特征线是表示地貌形态、特征的重要结构线。若在等高线绘制过程中不考虑地形特征线, 就不能正确地表示地貌形态、降低精度, 就不能完整地表达山脊山谷的走向及地貌的细部。因此, 必须在 DTM 数据采集、建立及应用的整个过程中考虑地形特征线。——使用分而治之的方法, 特征线将格网分成两部分, 分别判断是否通过边界。

2) 利用这些顺序排列的等高线点的平面坐标 X,Y 进行插补, 进一步加密等高线并绘制成光滑的曲线 (即等高线的光滑)。

4. 对于等高线光滑的插补方法的要求如下:

- 1) 曲线应通过已知的等高线点 (称为节点)
- 2) 曲线在节点处光滑, 即其一阶导数 (或二阶导数) 是连续的
- 3) 相邻两个节点间的曲线没有多余的摆动;
- 4) 同一等高线自身不能相交

5. 等高线跟踪时任意断面 (悬崖等) 的生成 (所有的高程都断在这里, 只进不出):

给定一条任意方向的断面线的直线方程(直线的参数方程):

$$X = X_0 + t \cdot \cos \alpha ; Y = Y_0 + t \cdot \sin \alpha$$

确定断面线的起点和终点  $A(X_A, Y_A)$  和终点  $B(X_B, Y_B)$





沿断面线方向按一定采样间隔： $t = i \cdot \Delta$ ，获取断面上的平面坐标 $(X_t, Y_t)$

逐点按 TIN 内插方法插值计算 $(X_t, Y_t)$ 的高程 $Z_t$

## 6. 基于三角网的等高线绘制：

### 1) 基于三角形搜索的基本过程（即三角网提供了邻接三角形的信息）：

- 对给定的等高线高程 $z$ ，与所有网点高程 $Z_i, (i = 1, 2, \dots, n)$ 进行比较，若 $Z_i = z$ ；则将 $Z_i$ 加上（或减）一个微小正数 $\varepsilon$ ，使程序设计简单而又不影响等高线的精度。
- 设立三角形标志数组，其初始值为零，每一元素与一个三角形对应，凡处理过的三角形将标志置为 1，以后不再处理，直至等高线高程改变。【同一高程的等高线穿过一个三角形最多一次】
- 按顺序判断每一个三角形的三边中的两条边是否有等高线穿过。若三角形一边的两端点为 $P_1(X_1, Y_1, Z_1)$ ， $P_2(X_2, Y_2, Z_2)$ ，则：

$$(Z_1 - Z)(Z_2 - Z) \begin{cases} > 0, \text{ 该边有等高线点} \\ < 0, \text{ 该边无等高线点} \end{cases}$$

直至搜索到等高线与网边的第一个交点，称该点为**搜索起点**，也是当前三角形的等高线进入边。线性内插该点的平面坐标 $(X, Y)$ ：

$$X = X_1 + \frac{X_2 - X_1}{Z_2 - Z_1}(z - Z_1) ; Y = Y_1 + \frac{Y_2 - Y_1}{Z_2 - Z_1}(z - Z_1)$$

- 搜索该等高线在该三角形的离去边，也是相邻三角形的进入边，并内插其平面坐标。搜索与内插方法与上面的搜索起点相同，不同的只是仅对该三角形的另两边作处理。
- 进入相邻三角形，重复第(d)步，直至离去边没有相邻三角形（此时等高线为开曲线）或相邻三角形即搜索起点所在的三角形（此时等高线为闭曲线）时为止。【对于开曲线，还需要将已搜索到的等高线点顺序倒过来，并回到搜索起点向另一方向搜索，直至到达边界（即离去边没有相邻三角形）】
- 当一条等高线全部跟踪完后，将其光滑输出，然后继续三角形的搜索，直至全部三角形处理完，再改变等高线高程，重复以上过程，直到完成全部等高线的绘制为止。

### 2) 基于格网点搜索的等高线绘制（仅记录了网点邻接关系）：

- 建立一个与邻接关系对应的标志数组，初值为零。【由于网点邻接关系中对每

条格网边描述了两次, 为了避免重复搜索, 每当一个边被处理后, 与该边对应的标志数组两个单元均置 1。则以后检测两个单元中的任意一个, 均知道该边已处理过而不再重复处理】

- b) 按格网点的顺序(网点邻接的指针链)进行搜索。
- c) 对每一格网点 P, 按该点的邻接网点的顺序搜索, 直至搜索到第一个有等高线穿过 PQ1 的邻接端点 Q1, 并内插该等高线点坐标。
- d) 以  $Q_n$  为端点搜索下一个有等高线穿过格网边的邻接端点  $Q_{n+1}$ 。  
若  $Q_n$  的邻接格网边  $Q_n Q_{n+1}$  有等高线通过  $\rightarrow$  内插该点平面坐标, 并以  $Q_{n+1}$  为端点继续搜索下一个邻接端点。  
若  $Q_n$  的邻接格网边中没有等高线通过的  $\rightarrow$  回到  $Q_{n-1}$ , 然后从  $Q_{n-1}$  的邻接关系表中取出以  $Q_{n-1}$  为一端点的格网边的另一端点号, 逐一判断, 以搜索到下一个等高线点, 并内插其平面坐标。
- e) 重复第(d)步, 直至找不出下一个点。此时, 最后一个点的平面坐标若与起始点坐标相同, 则为闭曲线, 这条等高线搜索完毕。否则该等高线为开曲线, 将已搜索到的等高线点的顺序倒过来, 从原来搜索到的起点继续向相反的方向搜索。
- f) 将等高线光滑输出。
- g) 转第(c)步, 直到该点为端点的所有格网边处理完。
- h) 转第(b)步直到 TIN 的每一点处理完, 然后改变等高线的高程值, 重复以上过程, 将全部等高线绘出。

## 7. 立体透视图的生成: 透视变换+消隐

### 1) 透视变换(三维变成二维, 利用共线方程):

- a) 选择适当的参考面高程  $Z_0$  以及高程  $Z$  的放大倍数  $m$ , 用来夸大地形立体

$$Z_{ij} = m \cdot (Z_{ij} - Z_0)$$

- b) 选择适当的视点位置  $X_S, Y_S, Z_S$ ; 视线方位  $t$  (视线方向),  $\varphi$  (视线的俯视角)
- c) 透视变换: S 为视点, y 轴为中心视线, 先将物方坐标系旋转至像方空间坐标系  $S-x_1y_1z_1$ : x 和 y 轴绕着 z 轴旋转  $\rightarrow$  z 和 y 轴绕着旋转过后的 x 轴旋转



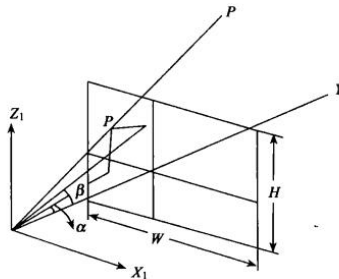
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos t & \sin t & 0 \\ -\sin t & \cos t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_S \\ Y - Y_S \\ Z - Z_S \end{bmatrix}$$

缩放投影到透视平面上，即设置透视平面到视点 S 的距离——像面主距  $f$

◇ 如何确定像面主距  $f$ ：

① 计算 DEM 四个角点的视线投影角  $\alpha, \beta$ ：

$$\tan\alpha_i = \frac{x_{1i}}{y_{1i}}; \tan\beta_i = \frac{z_{1i}}{y_{1i}} \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$



② 从而再由像面的大小求主距  $f$ ：

$$f_\alpha = \frac{W}{\tan\alpha_{\max} - \tan\alpha_{\min}}; f_\beta = \frac{H}{\tan\beta_{\max} - \tan\beta_{\min}}; f = \min\{f_\alpha, f_\beta\}$$

d) 根据选定的或计算得到的参数以及主距计算物方至像方的透视变换，得到

DEM 各个节点  $(X, Y, Z)$  的像方坐标  $(x, y)$ ：【 $(x, y)$  实际上是  $(x, z)$ 】

$$x = f \frac{a_1(X - X_S) + b_1(Y - Y_S) + c_1(Z - Z_S)}{a_2(X - X_S) + b_2(Y - Y_S) + c_2(Z - Z_S)}$$

$$y(\text{实际是 } z) = f \frac{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)}{a_2(X - X_S) + b_2(Y - Y_S) + c_2(Z - Z_S)}$$

其中的  $a_1 = \cos t$ ;  $a_2 = -\cos\varphi \sin t$ ;  $a_3 = \sin\varphi \sin t$ ;  $b_1 = \sin t$ ;

$$b_2 = \cos\varphi \cos t; b_3 = \sin\varphi \cos t; c_1 = 0; c_2 = -\sin\varphi; c_3 = \cos\varphi$$

## 2) 消隐：峰值法或高度缓冲器算法

**点的处理方法：**将该“点”的高程  $z(k)$  与缓冲区中的相应单元存放的高程  $z_{buf}(k)$  进行比较，当前景的高程高于后景的高程的时候 ( $z(k) \leq z_{buf}(k)$ )，后景不予绘制，并将新的最大高度值赋予相应缓冲区单元。

**线的处理方法：**利用端点线性内插出每一个单元的高程值，再用点的处理方法。

## 8. 单像测测-摄影迭代法：

- 1) 进行单幅影像空间后方交会，确定影像的方位元素；
- 2) 量测像点坐标  $(x, y)$ ，取高程近似值  $Z_0$ ；
- 3) 将  $(x, y)$  与  $Z_0$  代入共线方程，计算出地面平面坐标近似值  $(X_1, Y_1)$ ；

- 4) 由 $(X_1, Y_1)$ 及 DEM 内插出高程 $Z_1$ ;
- 5) 重复(4)(5)两步骤, 直至 $(X_{i+1}, Y_{i+1}, Z_{i+1})$ 与 $(X_i, Y_i, Z_i)$ 之差小于给定的限差。

◇ 单像修测算法为迭代算法, 在特殊情况下不收敛

## 第八章 · 数字微分纠正

### ➤ 数字微分纠正的概念

1. **数字微分纠正**: 根据**参数**与**数字地面模型**, 利用相应的**构像方程式**, 或按一定的数学模型用控制点解算, 从原始非正射投影的数字影像获取**正射影像**, 这种过程是将影像化为很多微小的区域逐一进行。
2. **数字微分纠正的三要素**: 数字高程模型、原始影像 (已知定向参数)、构像方程。
3. **微分纠正的本质**: 实现两个二维影像之间的几何变换问题。

### ➤ 框幅式中心投影影像的数字微分纠正

1. **数字微分纠正可分为**: 点元素纠正、线元素纠正、面元素纠正

【在原理上最适合点元素微分纠正。但能否真正做到点元素微分纠正, 它取决于能否真实地测定每个像元的物方坐标】

2. **数字微分纠正的任务**是实现两个二维图像之间的几何变换。**方法有正解法与反解法。**

设任意像元在原始图像和纠正后图像中的坐标分别为 $(x, y)$ 和 $(X, Y)$ :

**反解法 (间接解法)**: 从正射影像出发, 通过 DEM 和中心构像方程, 反算正射影像像素与中心投影影像的对应坐标, 并插值获得该像素的色彩值。

$$x = f_x(X, Y); y = f_y(X, Y)$$

**正解法 (直接解法)**: 从原始图像出发, 将原始图像上逐个像元, 用正解公式求得纠正后的像点坐标。

$$X = \varphi_x(x, y); \varphi_y(x, y)$$

3. **反解法 (间接法) 数字微分纠正的步骤**:

- 1) **计算地面点坐标**: 计算正射影像上任意一点 $(X', Y')$ 所对应的地面坐标 $(X, Y)$ , 其中正射影像比例尺分母为  $M$ :  $X = X_0 + M \cdot X'$ ;  $Y = Y_0 + M \cdot Y'$
- 2) **由 DEM 内插高程, 计算像点坐标**: 利用共线方程, 求解地面坐标 $(X, Y)$ 所对应的原始影像上的 $x, y$ 坐标或行列号。式中  $Z$  是  $P$  点的高程。

$$x = -f \frac{a_1(X - X_S) + b_1(Y - Y_S) + c_1(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)}$$

$$y = -f \frac{a_2(X - X_S) + b_2(Y - Y_S) + c_2(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)}$$

这里通过 $X, Y, Z$ 直接解求扫描坐标行列号 $(I, J)$ :

$$I = \frac{L_1X + L_2Y + L_3Z + L_4}{L_9X + L_{10}Y + L_{11} + 1} ; J = \frac{L_5X + L_6Y + L_7Z + L_8}{L_9X + L_{10}Y + L_{11} + 1}$$

意义：知道地面点的三维坐标就可以直接得到对应的正射影像坐标。

- 3) **灰度内插**：所求得的像点坐标不一定正好落在像元中心，因此需要进行双线性内插，求得像点 $p$ 的灰度值 $g(x, y)$ 。
- 4) **灰度赋值**：将像点 $p$ 的灰度值赋给纠正后的像元 $p$ ，即 $G(X, Y) = g(x, y)$ 。

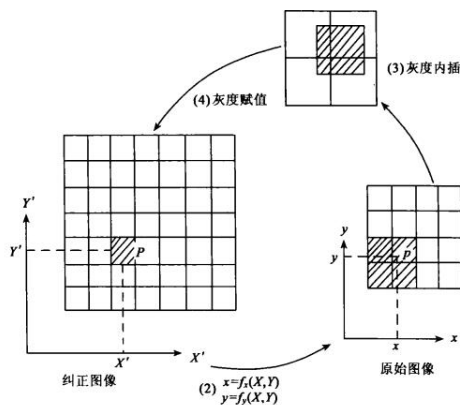


图 8-2-1 反解法数字纠正

#### 4. 正解法（直接法）数字微分纠正的步骤：

从原始影像出发，逐个像素利用共线方程将原始影像坐标 $(x, y)$ 直接解求对应的地面坐标 $(X, Y)$ ，正算公式为：

$$X = Z \cdot \frac{a_1x + a_2y - a_3f}{c_1x + c_2y - c_3f} ; Y = Z \cdot \frac{b_1x + b_2y - b_3f}{c_1x + c_2y - c_3f}$$

但正算公式需要先求得 $Z$ ，但是 $Z$ 是 $X$ 和 $Y$ 的函数，因此需要先假定一个高程近似值 $Z_0$ ，代入共线方程计算出地面坐标 $(X_1, Y_1)$ ，并由 DEM 内插出高程 $Z_1$ ，经过多次迭代，直到 $(X_{i+1}, Y_{i+1}, Z_{i+1})$ 与 $(X_i, Y_i, Z_i)$ 之差小于给定的限差为止。

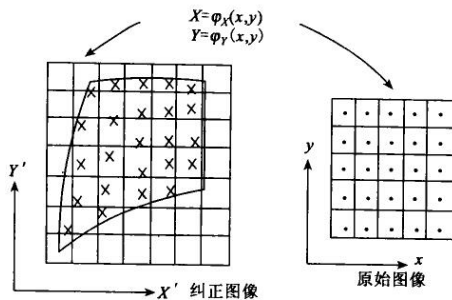


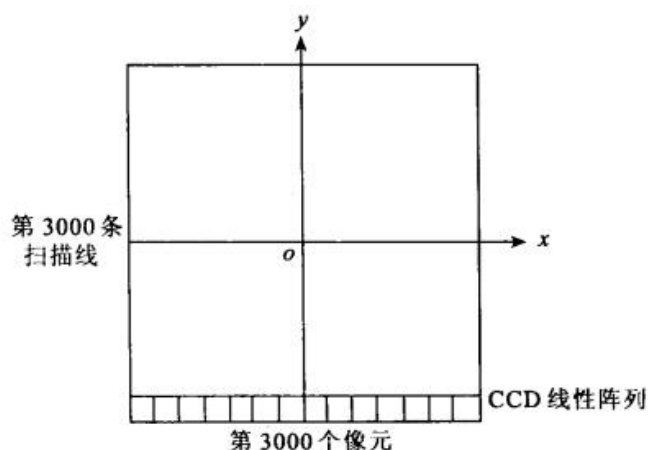
图 8-2-2 正解法数字纠正

5. **正解法的两大缺陷**：①求解过程中需要多次迭代高程；②在纠正后的图像上，所得的像点是非规则排列的，有的像元素内可能出现“空白”（无像点），而有的像元素可能出现重复（多个像点），因此很难实现灰度内插并获得规则排列的数字影像。【因此常用的方法是反解法而不是正解法】
6. **数字纠正实际解法**：几乎没有逐点采用反解公式求解像点坐标的，而均以“面元素”作为“纠正单元”，一般以正方形作为纠正单元。即用反解公式计算该纠正单元4个“角点”的像点坐标 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ 和 $(x_4, y_4)$ ，而纠正单元内的坐标 $(x_{ij}, y_{ij})$ 则用**双线性内插**求得。

### ➤ 线性阵列扫描影像的数字纠正

1. **线阵推扫式成像的特点**：①沿轨道方向近似为平行投影；②垂直与轨道方向（线阵）为严格的中心投影；③扫描列的外方位元素随时间变化。

✧ 扫描方向为 x 方向，前进方向为 y 方向，原点设在每幅影像的中央。



2. 由若干条线阵列扫描影像的构像方程：

$$\begin{bmatrix} x \\ 0 \\ -f \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} a_1(t) & b_1(t) & c_1(t) \\ a_2(t) & b_2(t) & c_2(t) \\ a_3(t) & b_3(t) & c_3(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_s(t) \\ Y - Y_s(t) \\ Z - Z_s(t) \end{bmatrix}$$

✧ **特点**：沿着前进方向，即 y 方向为 0；外方位元素随时间 t 变化

3. 线阵扫描影像的间接法纠正的步骤（需要进行迭代计算）：

1) 计算摄影时刻 t 的近似值： $y = (l_p - l_0)\delta = \frac{t}{\mu}\delta$

其中 $l_p, l_0$ 分别表示在点 p 和原点 o 处的扫描线行数； $\delta$ 为 CCD 一个探测像元的宽度； $\mu$ 为扫描线的时间间隔。



2) 采用线性内插方法获得  $t$  时刻的外方位元素:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(t) &= \varphi(0) + \Delta\varphi \cdot t \\ \omega(t) &= \omega(0) + \Delta\omega \cdot t \\ \kappa(t) &= \kappa(0) + \Delta\kappa \cdot t \\ X_s(t) &= X_s(0) + \Delta X_s \cdot t \\ Y_s(t) &= Y_s(0) + \Delta Y_s \cdot t \\ Z_s(t) &= Z_s(0) + \Delta Z_s \cdot t \end{aligned} \right\} \quad (8-3-8)$$

其中  $\varphi(0), \omega(0), \kappa(0), X_s(0), Y_s(0), Z_s(0)$  为影像中心行外方位元素;  $\Delta\varphi, \Delta\omega, \Delta\kappa, \Delta X_s, \Delta Y_s, \Delta Z_s$  为变化率参数。

3) 按照构像方程计算像片坐标:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1(t) & b_1(t) & c_1(t) \\ a_2(t) & b_2(t) & c_2(t) \\ a_3(t) & b_3(t) & c_3(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_s(t) \\ Y - Y_s(t) \\ Z - Z_s(t) \end{bmatrix}$$

4) 利用  $y$  方向为 0 作为迭代终止的判断依据, 判断迭代收敛条件。

如果收敛终止迭代, 通过(3)计算  $x$ ; 反之修改摄影时刻, 继续迭代。

迭代收敛条件:  $|y_{i+1} - y_i| \leq \varepsilon$ ; 迭代摄影时刻:  $t = t + \frac{|y|}{P_s} \cdot \Delta t$

4. 线阵扫描影像的直接法纠正的步骤 (和框幅式直接法数字微分纠正的几乎一样):

1) 使用 DEM 的平均高程  $Z_0$  和正算公式计算出平面坐标  $(X_1, Y_1)$ :

$$\begin{aligned} X &= X_s(t) + (Z - Z_s(t)) \cdot \frac{a_1(t)x + a_2(t)y - a_3(t)f}{c_1(t)x + c_2(t)y - c_3(t)f} \\ Y &= Y_s(t) + (Z - Z_s(t)) \cdot \frac{b_1(t)x + b_2(t)y - b_3(t)f}{c_1(t)x + c_2(t)y - c_3(t)f} \end{aligned}$$

2) 在 DEM 中内插获得  $(X_1, Y_1)$  点处的高程  $Z_1$ ;

3) 由高程  $Z_1$  和正算公式计算出平面坐标  $(X_2, Y_2)$ ;

4) 计算  $(X_1, Y_1)$  和  $(X_2, Y_2)$  间的距离  $\Delta S$ , 若  $\Delta S$  大于规定值, 则令  $X_1 = X_2, Y_1 = Y_2$ , 然后返回步骤 2 继续迭代; 反之则终止迭代过程;

5. 线阵扫描影像直接法与间接法相结合的纠正方案 (不需要迭代计算): 首先在影像上确定一个规则格网, 其所有格网点的行列坐标是已知的, 其间隔按像元的地面分辨率换算后与数字高程模型 DEM 的间隔一致, 用直接法解算它们的地面坐标 (非规则网点), 再由它们内插出地面规则格网点所对应的影像坐标, 最后按间接法进行纠正。

1) 影像规则格网点对应的地面坐标的解算: 通过直接法得到地面非规则格网

$$X = X_s(t) + (Z - Z_s(t)) \cdot \frac{a_1(t)x - a_3(t)f}{c_1(t)x - c_3(t)f}; \quad Y = Y_s(t) + (Z - Z_s(t)) \cdot \frac{b_1(t)x - b_3(t)f}{c_1(t)x - c_3(t)f}$$

2) 地面规则格网点对应的像点坐标的内插:

以  $P_{11}$  点为例子, 位于  $P'_{11}, P'_{12}, P'_{21}, P'_{22}$  四点所组成的非规则格网内, 由这四点的地



面坐标和影像坐标拟合两个平面：

$$x' = a_0 + a_1X' + a_2Y' ; y' = b_0 + b_1X' + b_2Y'$$

之后可以根据得到的两个平面计算 $P_{11}$ 的地面坐标 $(X_{11}, Y_{11})$ 对应的影像坐标

$(x_{11}, y_{11})$ 。【间接法纠正】同理可计算其他所有的规则格网点对应的影像坐标。

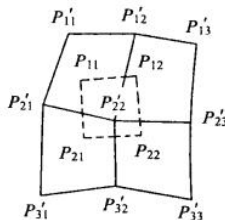


图 8-3-2 由不规则格网内  
插规则格网

3) **各地面元对应像素坐标的计算：**在地面规则格网点的影像坐标已知后，由这些点的坐标经两次双线性内插即可计算得到每一地面元所对应的影像坐标，再经过灰度重采样与赋值，即可完成纠正处理。

6. **多项式纠正的基本思想：**假设影像变形规律可以近似地看作平移、缩放、旋转、仿射、偏扭、弯曲等基本形变的合成。利用控制点、已有的线划图以及已有的正射影像作为控制信息，建立纠正影像与被纠正的对应关系，即 $(X_i, Y_i)$ 对应的影像坐标 $(x_i, y_i)$ 。选用时往往是根据可提供的特征点数来决定多项式的阶数且要求有较多的多余控制点。

## ➤ 正射影像的质量控制

1. **正射影像的精度检查**主要是指几何精度检查，有以下三种方法：

- 1) 利用已知点检测，用于检查正射影像的绝对精度。
- 2) 与等高线图或数字线划图套合后进行目视检查。
- 3) 对每个立体像对分别由左影像和右影像制作同一地区的两幅正射影像，然后量测两幅正射影像上同名点的视差进行检查。

2. **正射影像的拼接**分为几何拼接和色彩均衡与色彩拼接

**正射影像的拼接：**①自动拼接线的生成；②人工选择拼接线

**正射影像的匀光匀色处理：**①基于频率域滤波的影像匀光；②基于 Wallis 滤波器的匀色处理；③最小二乘区域网匀色处理。

- 1) **基于频率域滤波的影像匀光：**利用频率域的低通滤波方法得到原始影像的背景影



像后，利用原始影像与低通滤波结果执行相减操作，即可得到亮度分布改善的影像。

- 2) **基于 Wallis 滤波器的匀色处理**：使不同的影像或影像的不同位置的灰度方差和均值具有近似相等的数值。

## 第九章 · 数字测图

### ➤ 矢量数据采集

1. **计算机辅助测图（数字测图）**：在计算机的辅助下，完成除了人工立体观测值之外的其它大部分操作，包括数据采集、数据处理、形成数字地面模型与数字地图并存入磁带、磁盘或光盘中。
2. **数字测图的三个主要过程**：矢量数据采集、编辑与符号化输出。
3. 不同地物有不同的**属性码（或特征码）**，因而量测每一个地物之前必须输入属性码。
4. **矢量数据采集设备**：①解析测图仪；②模拟光机型测图仪与计算机相联的机助系统；③DPW 直接利用计算机的显示器进行影像的立体观测
5. **矢量数据采集的流程**：

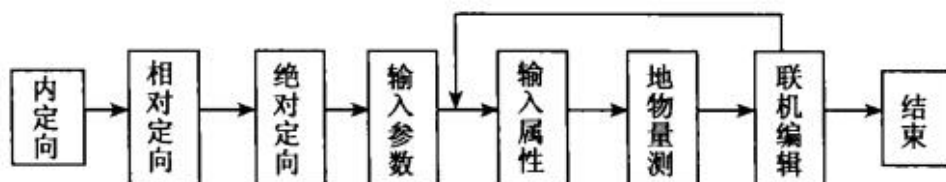


图 9-1-1 数据采集流程图

6. **测标**：影像上量测位置的表示，分为左测标和右测标
  - 1) **立体测标的驱动方式**：
    - a) **像方驱动**：量测像点坐标（左右）通过前方交会得到物方坐标；
    - b) **物方驱动**：过物方输入 $(X + \Delta X, Y + \Delta Y, Z + \Delta Z)$ ，根据左右共线方程求出左右像方坐标，从而得到左右测标量测影像上的位置
  - 2) **立体测标的显示方式**：
    - a) **移动测标**：测标移动，背景影像固定
    - b) **固定测标**：测标不动，背景影像移动（测标固定在窗口中间）

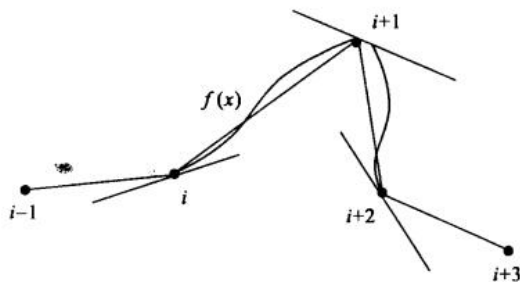
## ➤ 矢量数据编辑

1. 矢量数据的图形显示：图形放大、图形漫游、图形窗口
2. 矢量数据的图形编辑：删除、插入、修改任意一点、直角化处理、平行化处理、Snap 功能（点吻合、点与线的吻合、线与线的吻合）、复制（或拷贝）、字符编辑

## ➤ 曲线拟合

1. 曲线拟合——分段三次多项式：在相邻两个节点 $i(x_i, y_i)$ 与 $i+1(x_{i+1}, y_{i+1})$ 之间拟合一条三次曲线 $f(x)$ ，要求它通过这两个节点，同时要求它在节点上的导数等于给定的已知值，可以得到 4 个等式，由这四个等式可以确定三次多项式 $f(x)$ 的所有参数：

$$f(x) = \begin{cases} x = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \\ y = b_0 + b_1t + b_2t^2 + b_3t^3 \end{cases}$$



切线方向的确定：

- 1) 三点法：有两种方法

- a) 方法 1：假定某一点 $P_i(x_i, y_i)$ 上的切线垂直于该节点相对于相邻两点

$P_{i-1}(x_{i-1}, y_{i-1})$ 、 $P_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1})$ 张角的角平分线，即点 $P_i(x_i, y_i)$ 处的切线方向角为：

$$\theta_i = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} (\arctan \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} + \arctan \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}})$$

- b) 方法 2：假定点 $P_i(x_i, y_i)$ 处的切线方向等于其相邻两点 $P_{i-1}(x_{i-1}, y_{i-1})$ 、 $P_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1})$ 所确定的方向，即：

$$\tan \theta_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}}$$

- 2) 五点法：由相邻的 5 个点结算曲线在 $P_i(x_i, y_i)$ 点处的斜率，以点 $P_i$ 为端点的两弦斜率的加权平均值，权 $P_l$ 和 $P_r$ 分别等于 $P_i$ 点前三点（ $P_{i-2}, P_{i-1}, P_i$ ）的斜率之差的绝对值以及后三点（ $P_i, P_{i+1}, P_{i+2}$ ）的斜率之差的绝对值。

$$\tan\theta_i = \frac{P_l \tan \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} + P_r \tan \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}}{P_l + P_r}$$

$$\text{其中: } P_l = \left| \tan \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} - \tan \frac{y_{i-1} - y_{i-2}}{x_{i-1} - x_{i-2}} \right|; P_r = \left| \tan \frac{y_{i+2} - y_{i+1}}{x_{i+2} - x_{i+1}} - \tan \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \right|$$

2. 曲线拟合——分段圆弧：已知两点 $P_i(x_i, y_i)$ 和 $P_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1})$ 及其切线方向 $k_i$ 、 $k_{i+1}$ ，可作两个相切的圆弧，分别过 $P_i$ 和 $P_{i+1}$ ，且在 $P_i, P_{i+1}$ 的切线方向分别为 $k_i$ 、 $k_{i+1}$ 。两圆弧相切与 $P$ ，在一定假设条件下可得到唯一解。

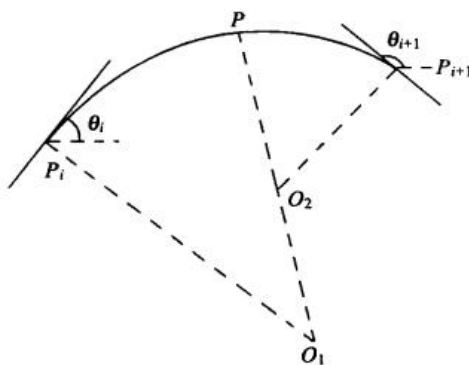


图 9-3-2 分段圆弧内插