空间滤波和空间滤波器的定义

- 在$M\times N$的图像f上，使用$m\times n$的滤波器：

$$g(x,y)=\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)f(x+s,y+t)$$

其中，m=2a+1,n=2b+1,

w(s,t)是滤波器系数，f(x,y)是图像值

- 空间滤波的简化形式：

$$R=w_1z_1+w_2z_2+\ldots+w_{mn}z_{mn}=\sum_{i=1}^{mn}w_iz_i$$

其中，w是滤波器系数，z是与该系数对应的图像灰度值，mn为滤波器中包含的像素点总数

三、线性空间滤波

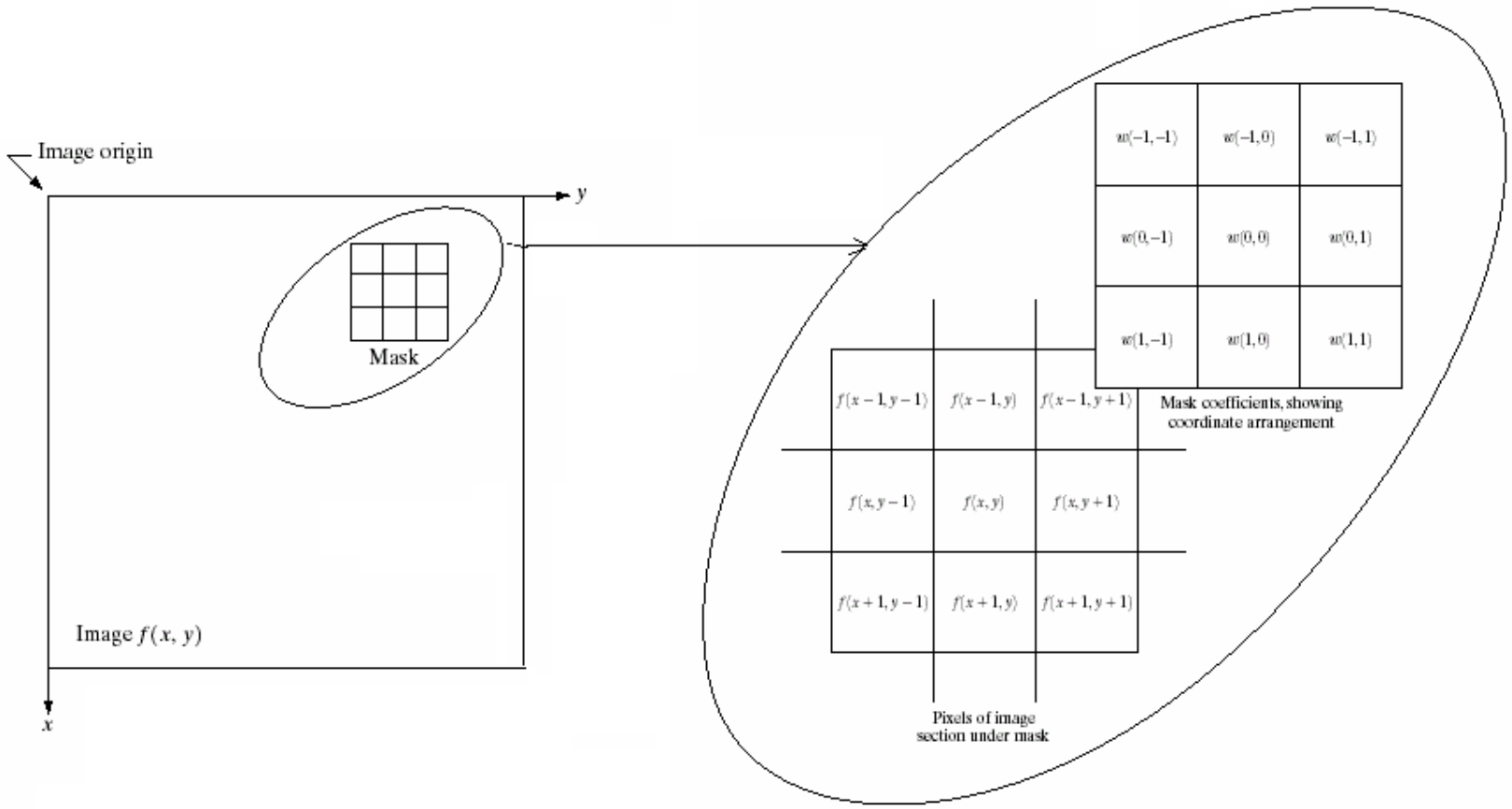


Image origin
y
Mask
Image f(x, y)
x
w(−1,−1)
w(−1,0)
w(−1,1)
w(0,−1)
w(0,0)
w(0,1)
w(1,−1)
w(1,0)
w(1,1)
Mask coefficients, showing coordinate arrangement
f(x−1,y−1)
f(x−1,y)
f(x−1,y+1)
f(x,y−1)
f(x,y)
f(x,y+1)
f(x+1,y−1)
f(x+1,y)
f(x+1,y+1)
Pixels of image section under mask

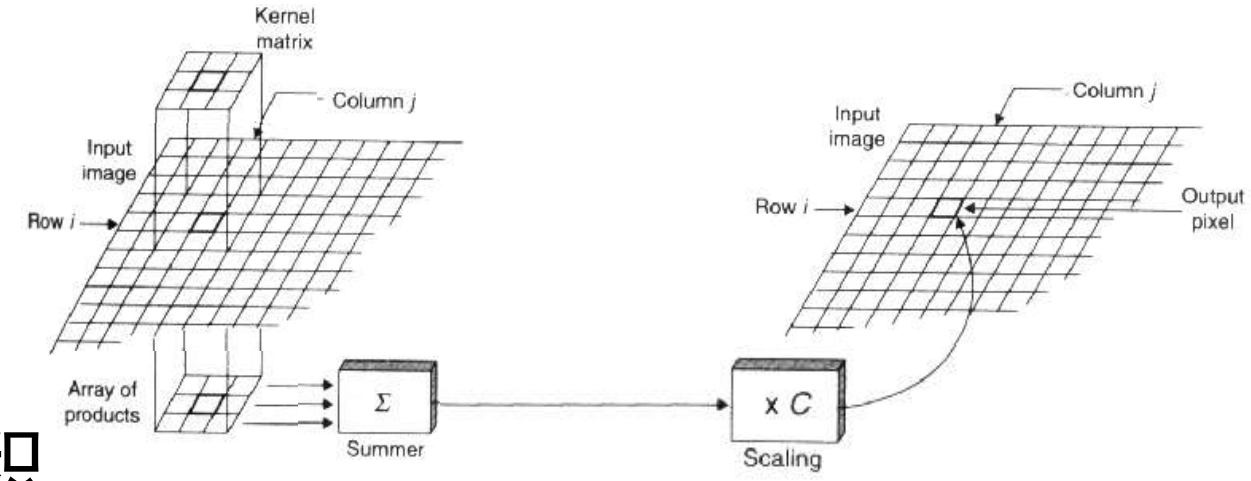
空间滤波基础

三、线性空间滤波

- **线性空间滤波有时也称为图像与掩模的卷积**
- **滤波器也称卷积模板**
- **对于3x3掩模，可简化写成：**

$$R = \sum_{i=1}^{9} w_i z_i$$

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9



四、模板卷积

- **模板卷积编程极为方便**
- **只需要一个固定的卷积程序**
- **改变不同模板（即3x3或5x5数组中的值），即可适应不同的滤波要求**
- **模板卷积在图像预处理中得到非常广泛的应用**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$h = \frac{1}{9}$$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	0								

$$h = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	0	10							

$$h = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	0	10	20						

$$h = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	0	10	20	30					

$$h = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	0	10	20	30	30				

$$h = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	0	10	20	30	30	30			

$$h = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	0	10	20	30	30	30	20		

$$h = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	0	10	20	30	30	30	20	10	
	0	20	40	60	60	60	40	20	
	0	30	60	90	90	90	60	30	
	0	30	50	80	80	90	60	30	
	0	30	50	80	80	90	60	30	
	0	20	30	50	50	60	40	20	
	10	20	30	30	30	30	20	10	
	10	10	10	0	0	0	0	0	

$$h = \frac{1}{9}$$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

均值滤波器

Filtered by

$$h = \frac{1}{25}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

均值滤波器

- 包含在滤波器领域内像素的平均值，也称为均值滤波器
- 作用
  - 减小图像灰度的“尖锐”变化，减小噪声
  - 由于图像边缘是由图像灰度尖锐变化引起的，所以也存在边缘模糊的问题

均值滤波器

$$R = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} z_i$$

a

$\frac{1}{9}\times$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

b

$\frac{1}{16}\times$

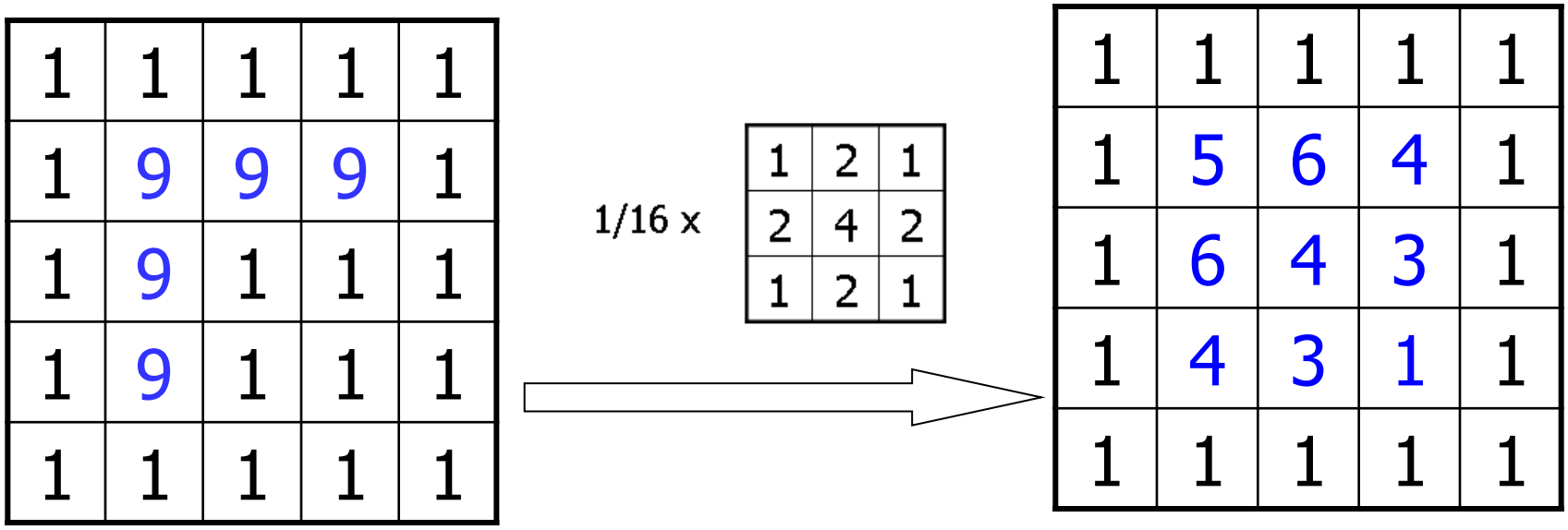
1	2	1
2	4	2
1	2	1

图a是标准的像素平均值

图b是像素的加权平均，表明一些像素更为重要

$$g(x,y) = \frac{\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x+s, y+t)}{\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b} w(s,t)}$$

一、平滑线性空间滤波器[计算举例]



1	1	1	1	1
1	9	9	9	1
1	9	1	1	1
1	9	1	1	1
1	1	1	1	1

1	2	1
2	4	2
1	2	1

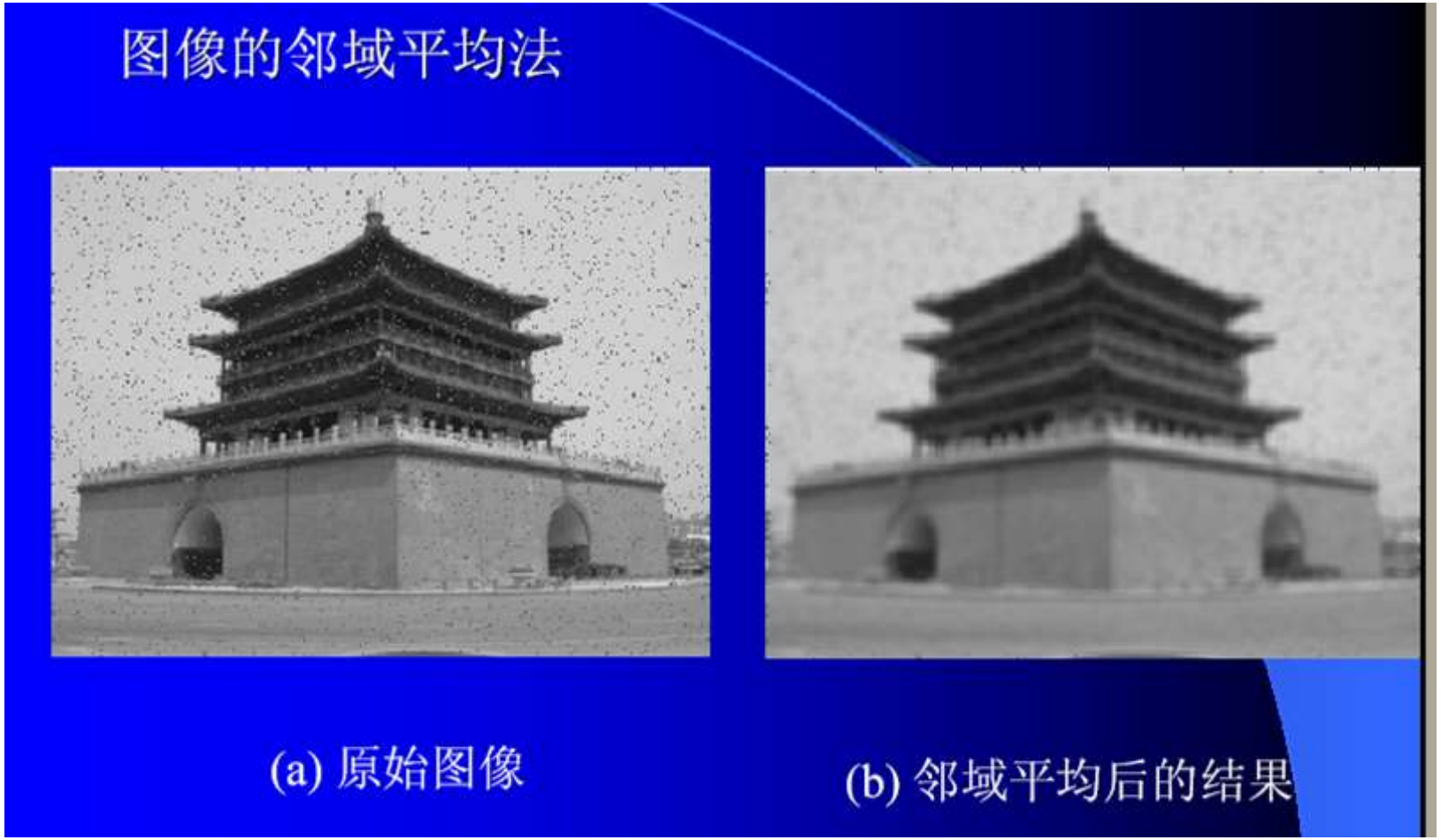
1	1	1	1	1
1	5	6	4	1
1	6	4	3	1
1	4	3	1	1
1	1	1	1	1

均值滤波器——例1

- 模板尺寸对过滤器效果的影响

  模板尺寸越大，图像越模糊，图像细节丢越多

均值滤波器——例3



均值滤波器——例2

– 平滑空域滤波的缺点和问题

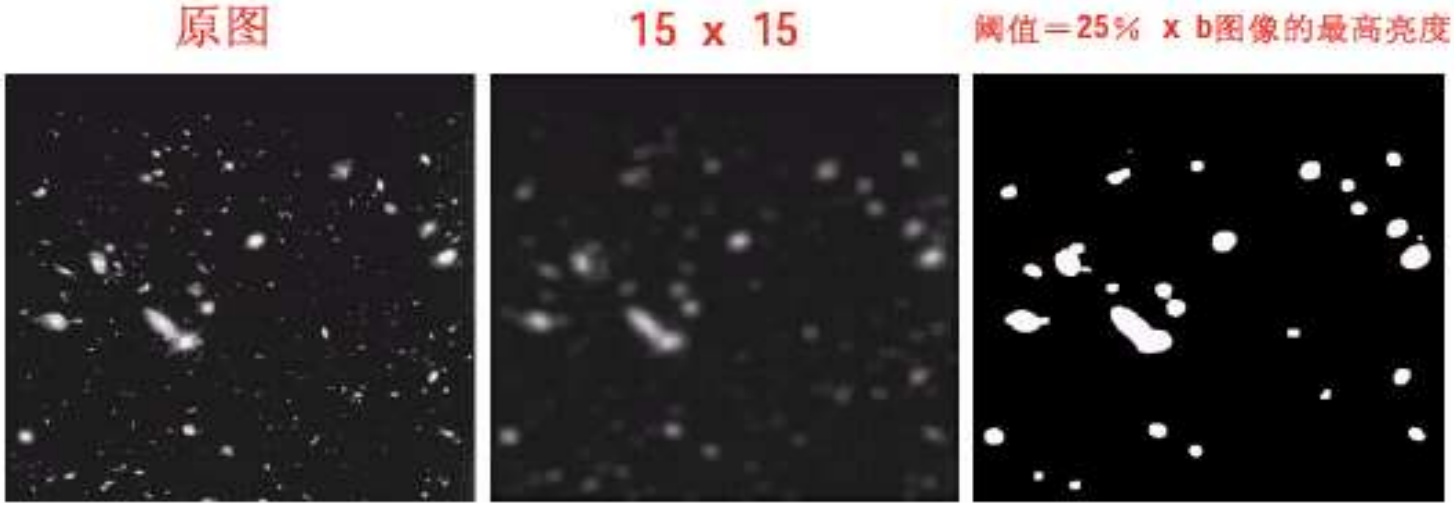
如果图像处理的目的是去除噪音，那么，平滑滤波在去除噪音的同时也钝化了图像的边和尖锐的细节

3×3模板

9x9 模板

线性滤波器——例4

提取感兴趣物体而模糊图像



a b c

FIGURE 3.36 (a) Image from the Hubble Space Telescope. (b) Image processed by a 15 × 15 averaging mask. (c) Result of thresholding (b). (Original image courtesy of NASA.)

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

?

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

No change

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

?

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Shift right by 2 pixel

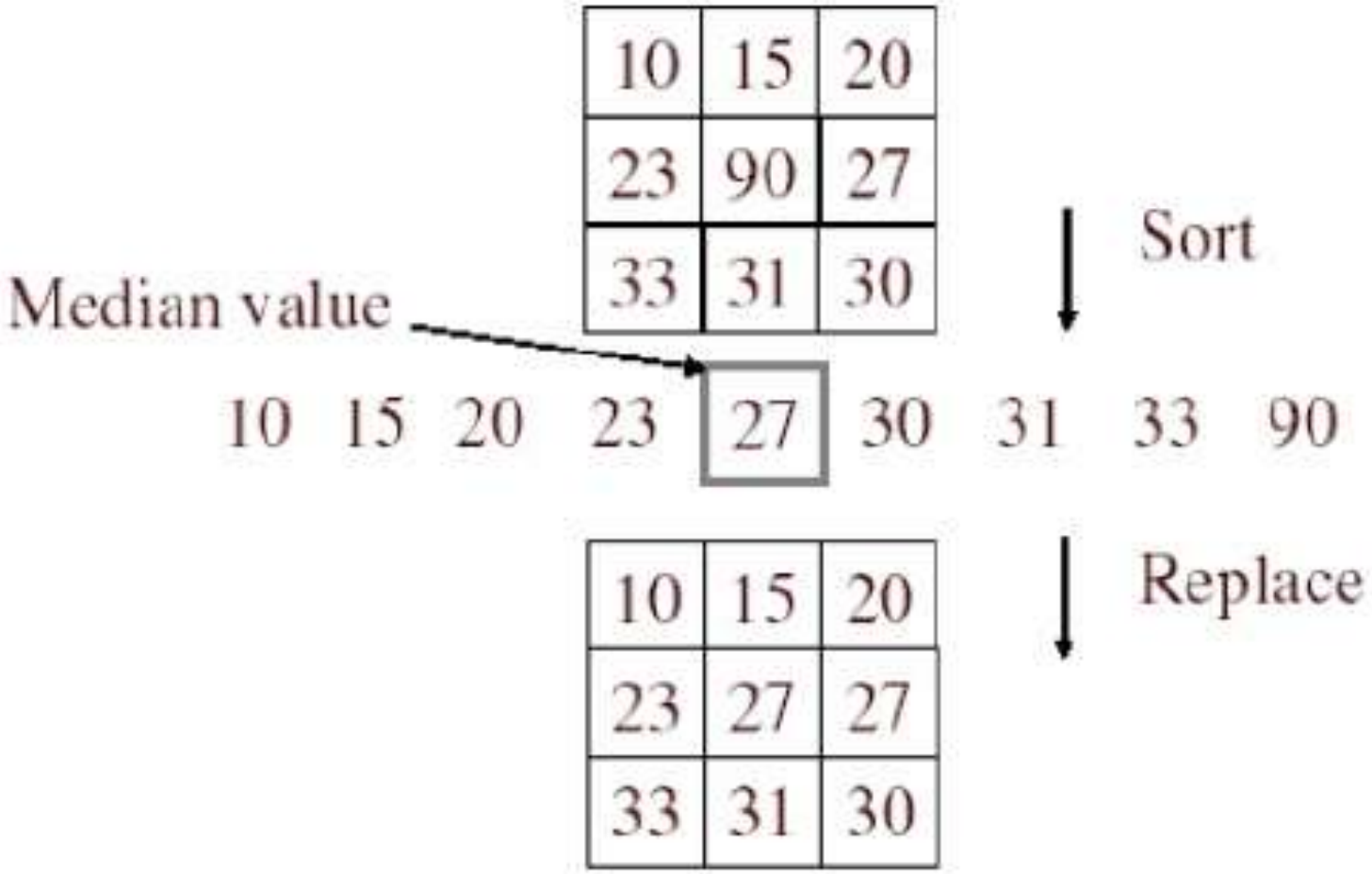
- 平滑空间滤波器的作用
  - 模糊处理:去除图像中一些不重要的细节
  - 减小噪声
- 平滑空间滤波器的分类
  - 线性滤波器：均值滤波器
  - 非线性滤波器
    - 最大值滤波器
    - 中值滤波器
    - 最小值滤波器

统计排序滤波器

- 什么是统计排序滤波器？
  - 是一种非线性滤波器
  - 基于滤波器所在图像区域中像素的排序，由排序结果决定的值代替中心像素的值
- 分类
  - 中值滤波器：用像素领域内的中间值代替该像素
  - 最大值滤波器：用像素领域内的最大值代替该像素
  - 最小值滤波器：用像素领域内的最小值代替该像素

统计排序滤波器

- 中值滤波器
  - ✓ 主要用途：去除噪声
  - ✓ 计算公式：$R = mid\ \{z_k \mid k = 1,2,\ldots,n\}$
- 最大值滤波器
  - ✓ 主要用途：寻找最亮点
  - ✓ 计算公式：$R = max\ \{z_k \mid k = 1,2,\ldots,n\}$
- 最小值滤波器
  - ✓ 主要用途：寻找最暗点
  - ✓ 计算公式：$R = min\ \{z_k \mid k = 1,2,\ldots,n\}$

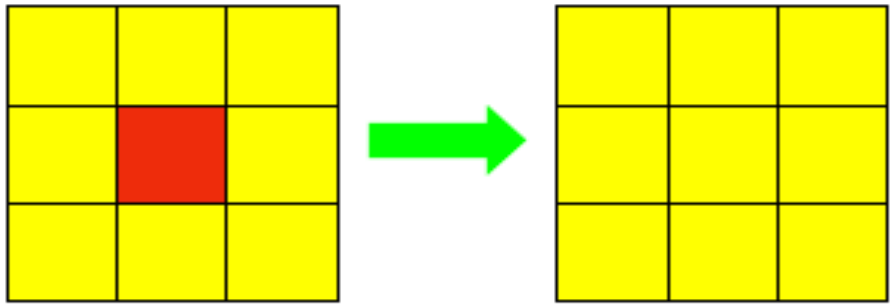

10 15 20
23 90 27
33 31 30
Sort
Median value
10 15 20 23 27 30 31 33 90
10 15 20
23 27 27
33 31 30
Replace

中值滤波器

- 中值滤波的原理
  - ✓ 用模板区域内像素的中间值，作为结果值

$$R = \mathrm{mid}\{z_k \mid k = 1,2,\ldots,n\}$$

  - ✓ 强迫突出的亮点（暗点）更象它周围的值，以消除孤立的亮点（暗点）



中值滤波器

- 中值滤波算法的实现
  - ✓将模板区域内的像素排序，求出中间值

  例如： 3x3的模板， 第5大的是中值，
  5x5的模板， 第13大的是中值，
  7x7的模板， 第25大的是中值，
  9x9的模板， 第41大的是中值。

  - ✓对于同值像素，连续排列。

  如（10,15,20,20,20,20,20,25,100）

中值滤波器

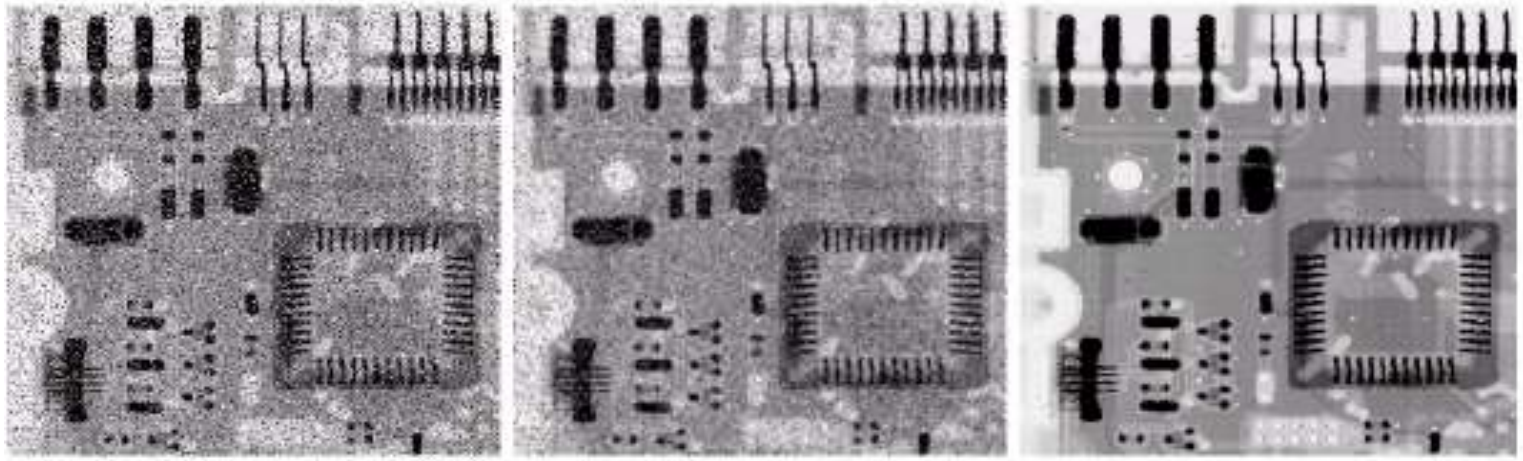
二维中值滤波的窗口形状和尺寸对滤波效果影响较大，不同的图像内容和不同的应用要求，往往采用不同的窗口形状和尺寸。常用的二维中值滤波窗口有线状、方形、圆形、十字形以及圆环形等。窗口尺寸一般先用3×3，再取5×5逐渐增大， 直到滤波效果满意为止。就一般经验来讲，对于有缓变的较长轮廓线物体的图像，采用方形或圆形窗口为宜。对于包含有尖顶物体的图像， 用十字形窗口， 而窗口大小则以不超过图像中最小有效物体的尺寸为宜。如果图像中点、线、尖角细节较多，则不宜采用中值滤波。

中值滤波器

- 中值滤波算法的特点
  - 在去除噪音的同时，可以比较好地保留边的锐度和图像的细节（优于均值滤波器）
  - 能够有效去除脉冲噪声：以黑白点叠加在图像上

中值滤波器

原图　　3x3均值滤波　　3x3中值滤波

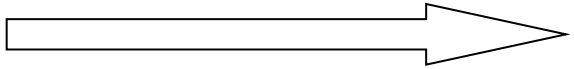


a b c

FIGURE 3.37 (a) X-ray image of circuit board corrupted by salt-and-pepper noise. (b) Noise reduction with a 3×3 averaging mask. (c) Noise reduction with a 3×3 median filter. (Original image courtesy of Mr. Joseph E. Pascente, Lixi, Inc.)

1	1	1	1	1
1	3	4	9	1
1	0	3	4	1
1	4	3	3	1
1	1	1	1	1

中值滤波



1	1	1	1	1
1	1	3	1	1
1	3	3	3	1
1	1	3	1	1
1	1	1	1	1

第４章　图像增强

第六节　图像平滑化处理

二、统计排序滤波器[最大值滤波]

- **最大值滤波器取统计排序结果的最大值作为新图像的像素值**
- **例如：3x3掩模覆盖的图像区域值为：**

2	3	4
3	8	9
2	4	3

- **排序后：　2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 8, 9**
- **取最大值9代替原来的像素值8**

第４章　图像增强

第六节 平滑空间滤波器

二、统计排序滤波器[最大值滤波--计算举例]

- **左边图像经最大值滤波器处理后，得到右边图像**

1	1	1	1	1
1	3	4	9	1
1	0	3	4	1
1	4	3	3	1
1	1	1	1	1

最大值滤波

去掉“胡椒”噪声

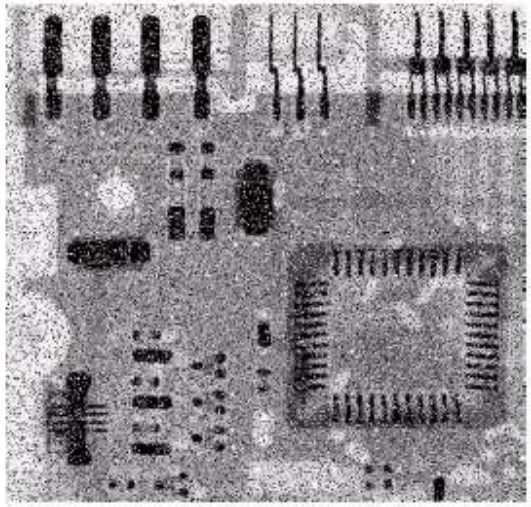
1	1	1	1	1
1	4	9	9	1
1	4	9	9	1
1	4	4	4	1
1	1	1	1	1

第４章　图像增强

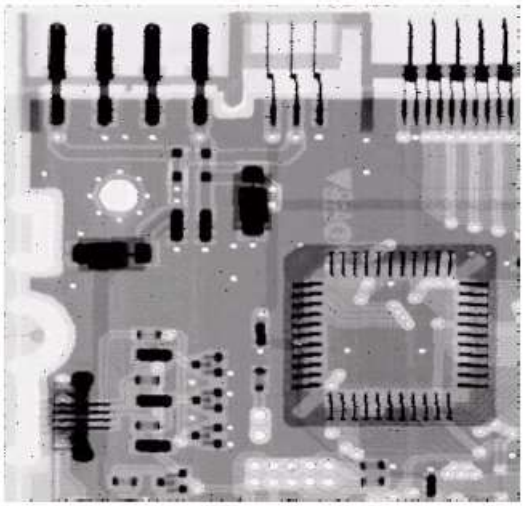
第六节　图像平滑化处理

二、统计排序滤波器[最大值滤波—效果举例]

- **最大值滤波器对处理暗脉冲(胡椒)噪声最为有效**



盐椒噪声污染图像



3x3最大值滤波

最大值濾波器

第４章　图像增强

第六节　图像平滑化处理

二、统计排序滤波器[最小值滤波]

- **最小值滤波器取统计排序结果的最小值作为新图像的像素值**
- **例如：3x3掩模覆盖的图像区域值为：**

2	3	4
3	8	9
2	4	3

- **排序后：　2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 8, 9**
- **取最小值2代替原来的像素值8**

第４章　图像增强

第六节 平滑空间滤波器

二、统计排序滤波器[最小值滤波--计算举例]

- **左边图像经最小值滤波器处理后，得到右边图像**

1	1	1	1	1
1	3	4	9	1
1	0	3	4	1
1	4	3	3	1
1	1	1	1	1

最大值滤波

去掉“盐”噪声

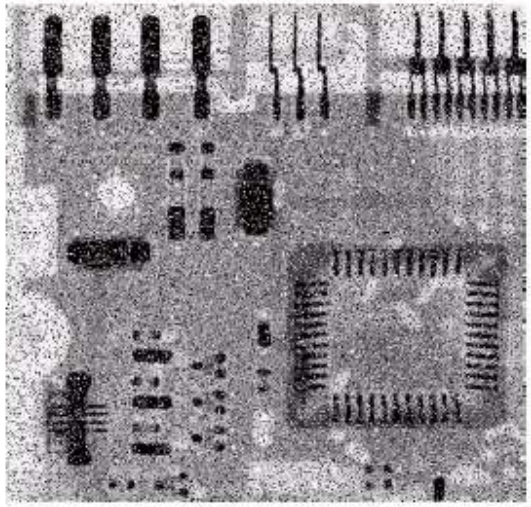
1	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	0	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1

第４章　图像增强

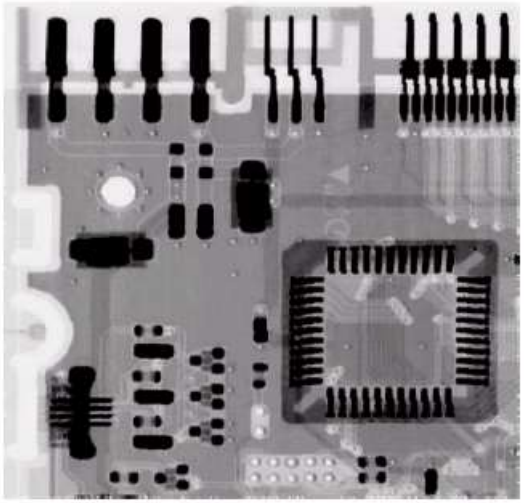
第六节　图像平滑化处理

二、统计排序滤波器[最小值滤波—效果举例]

- **最小值滤波器对处理亮脉冲(盐)噪声最为有效**



盐椒噪声污染图像



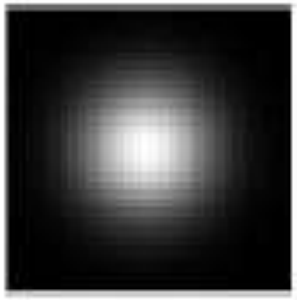
3x3最小值滤波

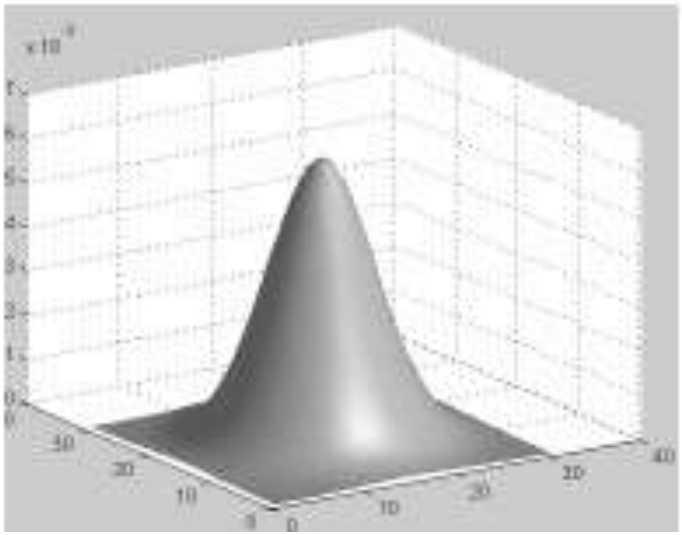
最小值滤波器

Gaussian平滑滤波器

$$G(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$$

(Recall 1D Gaussian)

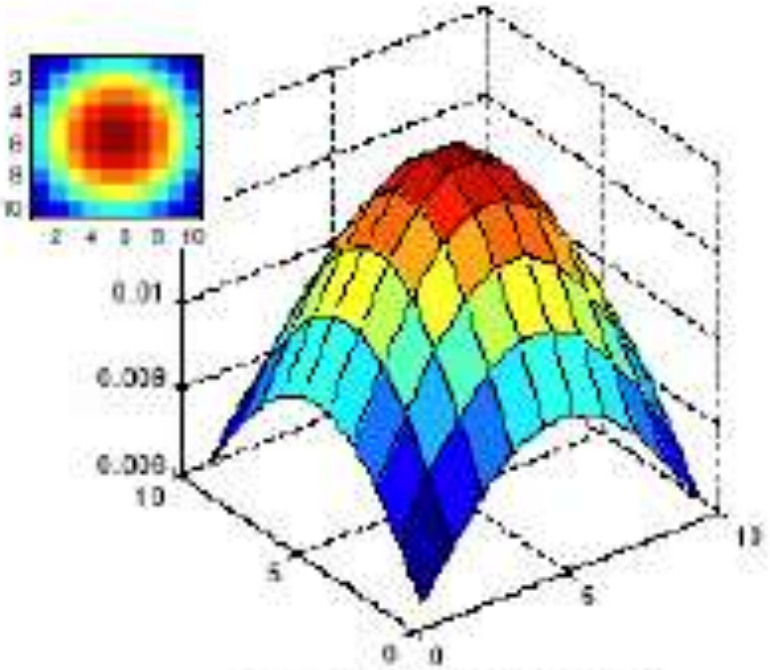




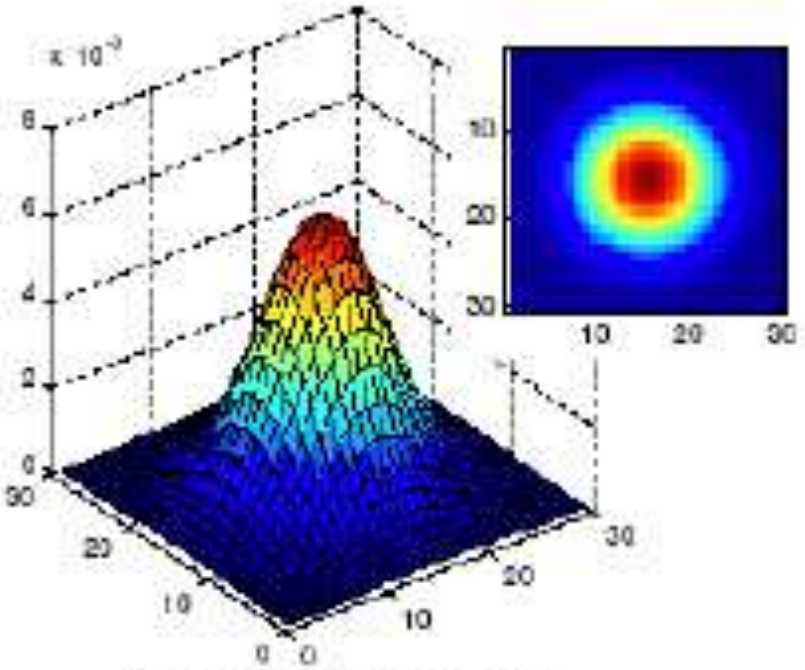
0.003	0.013	0.022	0.013	0.003
0.013	0.059	0.097	0.059	0.013
0.022	0.097	0.159	0.097	0.022
0.013	0.059	0.097	0.059	0.013
0.003	0.013	0.022	0.013	0.003

5 x 5, $\sigma = 1$

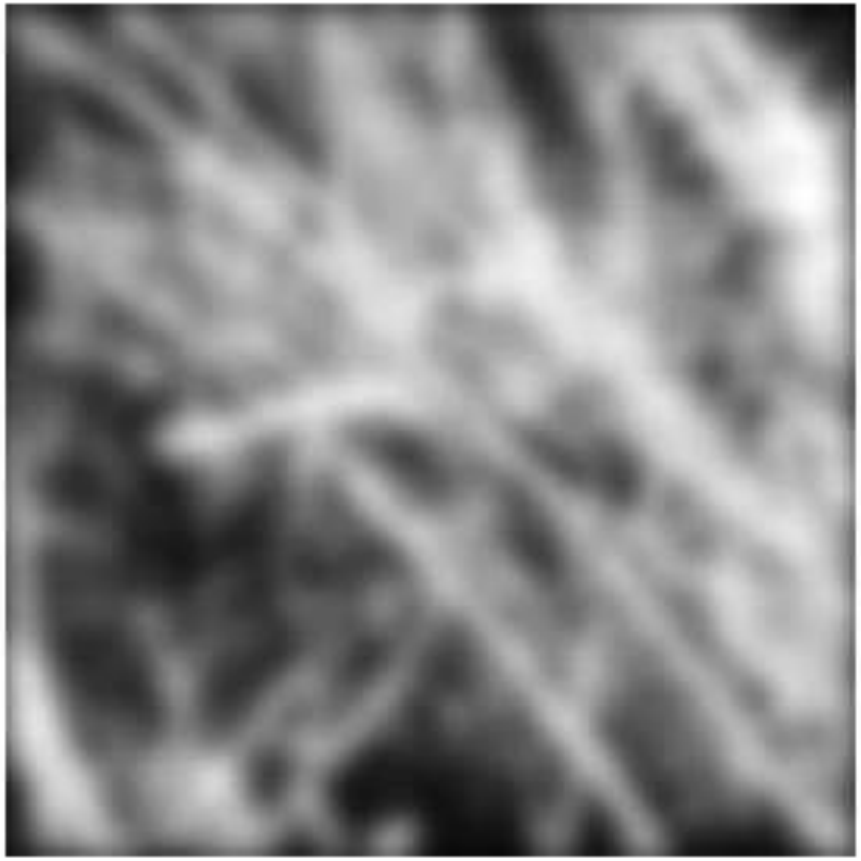
$$H_2=\frac{1}{16}\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 4 & 2\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix}$$

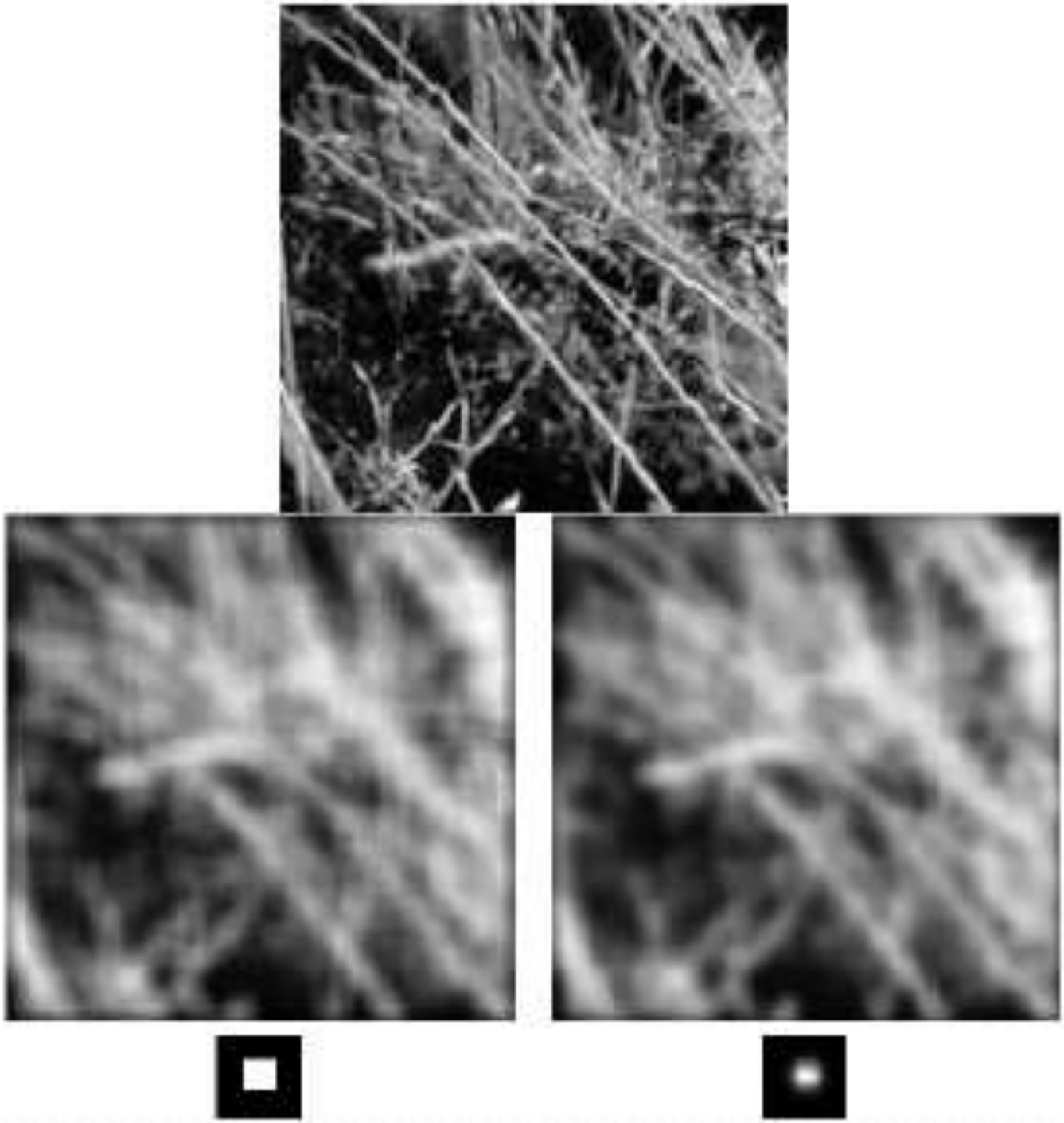


σ – 5 with 10x10 kernel



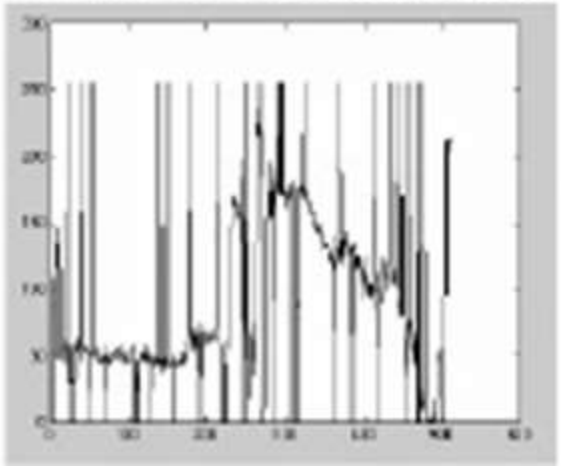
σ – 5 with 30x30 kernel



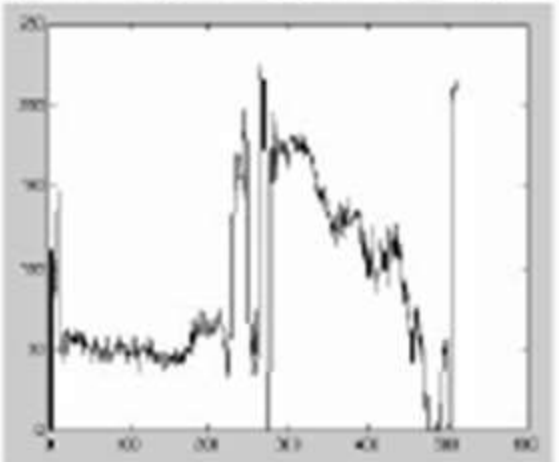


- 椒盐噪声 (Salt and Pepper Noise)
  - 出现位置随机，噪声幅值基本相同
  - 亮噪声
  - 暗噪声
- 高斯噪声 (Gaussian Noise)
  - 每个像素
  - 噪声的幅值随机，服从高斯正态分布

Salt-and-pepper noise

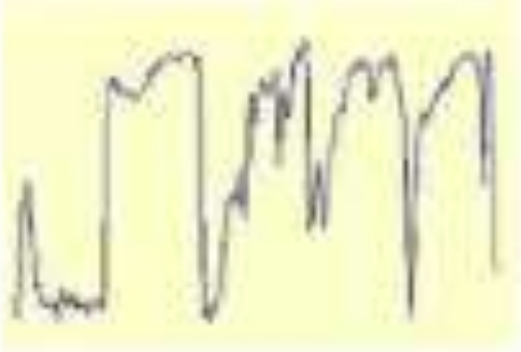


Median filtered



MATLAB: medfilt2(image, [h w])

Image Noise



$$f(x,y) = \overbrace{\bar{f}(x,y)}^{\text{Ideal Image}} + \overbrace{\eta(x,y)}^{\text{Noise process}}$$

Gaussian i.i.d. ("white") noise:
$\eta(x,y) \sim \mathcal{N}(\mu,\sigma)$

Original

Salt and pepper noise

Impulse noise

Gaussian noise

- **Salt and pepper noise**: contains random occurrences of black and white pixels
- **Impulse noise**: contains random occurrences of white pixels
- **Gaussian noise**: variations in intensity drawn from a Gaussian normal distribution

3x3

5x5

7x7

What's wrong with the results?

高斯滤波，$\sigma^2=1$

高斯滤波，$\sigma^2=3$

Original image

Add pepper noise

3×3 Gaussian filter, $\sigma = 0.5$

3×3 Median filter