计系3 期末速通教程

3. 运算

3.1 整数加减法

3.1.1 整数加法

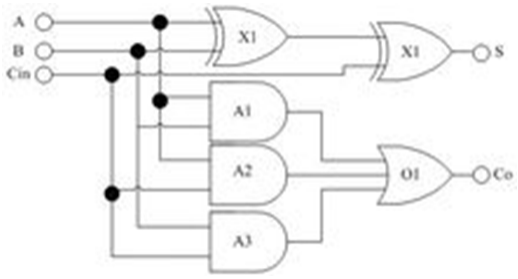
[**溢出**] 若结果超出整数的表达范围, 则发生溢出.

(1) 正负操作数相加: 不溢出.

(2) 两正操作数相加: 符号位为 1 时溢出.

(3) 两负操作数相加: 符号位为 0 时溢出.

[**硬件实现**] 一位全加器的逻辑表达式: $\begin{cases} S = A \oplus B \oplus Cin \\ Co = A \cdot Cin + B \cdot Cin + A \cdot B \end{cases}$, 其中 A, B 为加数, Cin 为进位输入, S 为和, Co 为进位输出.



3.1.2 整数减法

[**溢出**] 若结果超出整数的表达范围, 则发生溢出.

(1) 两同号操作数相减: 不溢出.

(2) 负操作数减正操作数: 符号位为 0 时溢出.

(3) 正操作数减负操作数: 符号位为 1 时溢出.

(4) MIPS中, 指令 `add` 检测溢出, `addu` 忽略溢出.

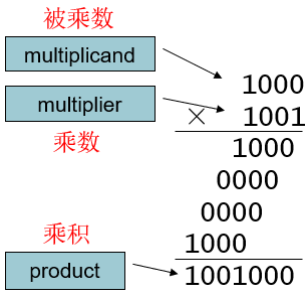
[**硬件实现**] 用取反 $+1$ (在最低位的进位上提供)求补码后用加法器即可.

3.2 整数乘除法

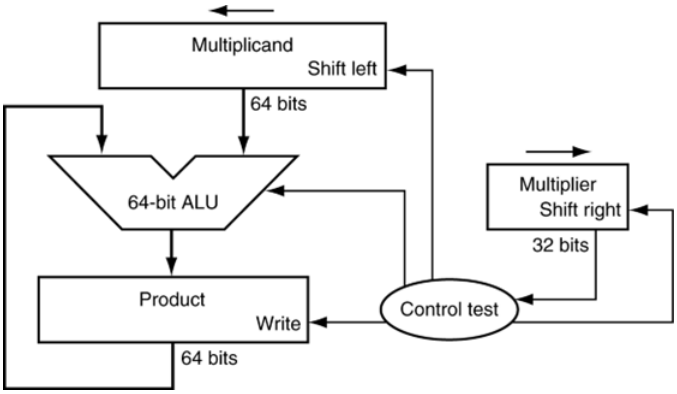
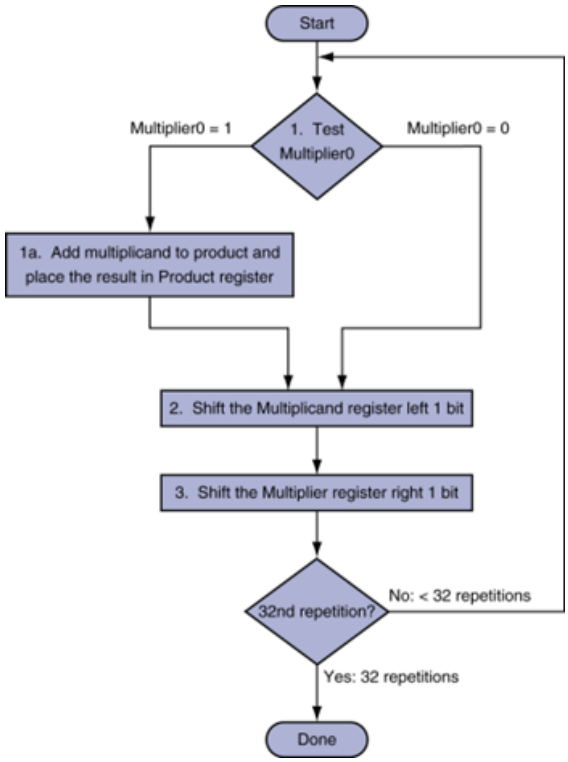
3.2.1 整数乘法

[乘法器]

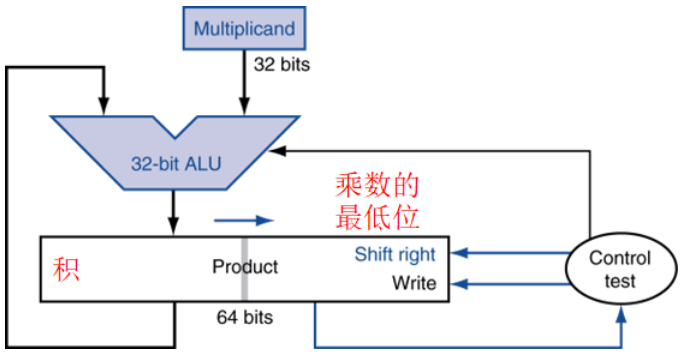
(1) 二进制数乘法过程:



(2) 无符号数乘法器与流程图:

乘法器	流程图
	

(3) 优化后的无符号数乘法器: 将乘数和积放在一个 64 位寄存器中.

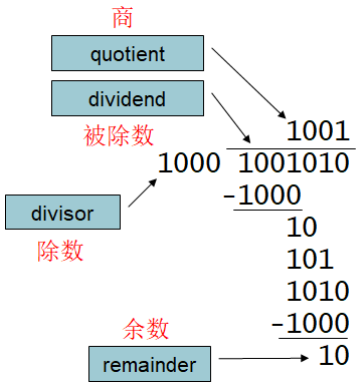


(4) 有符号数乘法器: 先做无符号数乘法, 再单独计算符号位.

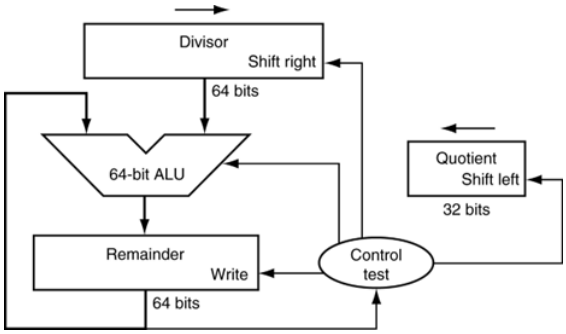
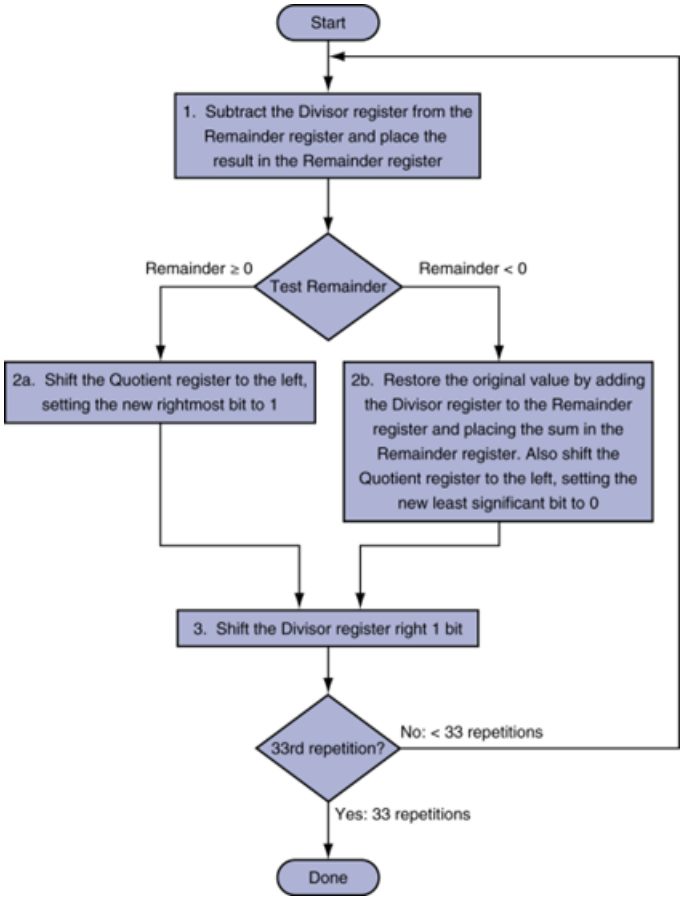
3.2.2 整数除法

[除法器]

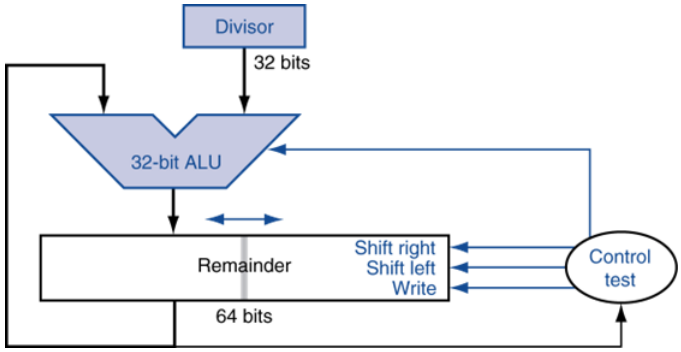
(1) 二进制数除法过程:

二进制数除法过程	过程
	(1) 除数判 0 . (2) 除法步骤: ① 若除数 $\leq$ 被除数, 则商 $+1$, 做减法. ② 否则, 商 $+0$, 从被除数中提取下一 bit . (3) 恢复余数: 做减法后, 若余数 <0 , 则加回除数. (4) 有符号数除法: ① 先对无符号数做除法. ② 根据符号位调整商和余数的符号.

(2) 无符号数除法器与流程图:

除法器	流程图
	

(3) 优化后的无符号数除法器: 将被除数和余数放在一个 64 位寄存器中.



除法器可与乘法器使用同一硬件.

(4) 有符号数除法器: 先做无符号数乘法, 再考虑符号位.

① 符号相同时商为正数, 相异时商为负数.

② 余数与被除数同号.

3.3 浮点数加减法

[例3.3.1] 计算 $9.999 \times 10^{1} + 1.610 \times 10^{-1}$.

[解]

(1) 对阶: 将小阶的值调整到与大阶一致.

$$\text{原式} = 9.999 \times 10^{1} + 0.016 \times 10^{1}.$$

(2) 尾数相加.

$$9.999 \times 10^{1} + 0.016 \times 10^{1} = 10.015 \times 10^{1}.$$

(3) 结果规格化, 检查是否溢出.

$$10.015 \times 10^{1} = 1.0015 \times 10^{2}.$$

(4) 舍入.

1.0015×10^{2} 向偶数舍入为 1.002×10^{2}.

(5) 检查是否需重新规格化.

[例3.3.2] 计算 $1.000_2 \times 2^{-1} + (-1.110_2 \times 2^{-2})$.

[解]

(1) 对阶: $\text{原式} = 1.000_2 \times 2^{-1} + (-0.111_2 \times 2^{-1})$.

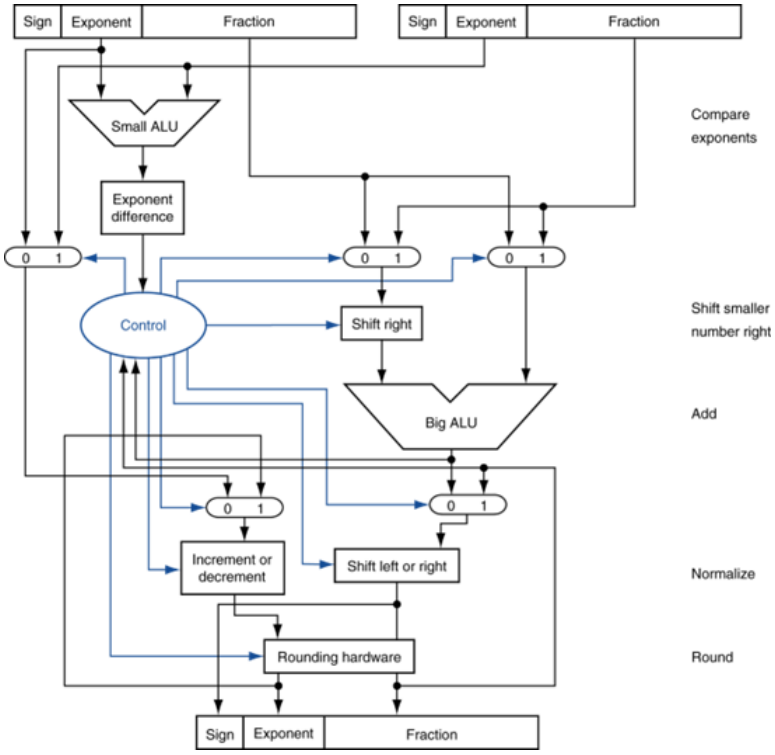
(2) 尾数相加: $1.000_2 \times 2^{-1} + (-0.111_2 \times 2^{-1}) = 0.001_2 \times 2^{-1}$.

(3) 结果规格化, 检查是否溢出: $0.001_2 \times 2^{-1} = 1.000_2 \times 2^{-4}$.

(4) 舍入. $1.000_2 \times 2^{-4}$ 无需舍入.

(5) 检查是否需重新规格化.

[浮点加法器]



3.4 浮点数乘法

[例3.4.1] 计算 $(1.110 \times 10^{10}) \times (9.200 \times 10^{-5})$.

[解]

(1) 阶码相加: $10 + (-5) = 5$.

(2) 尾数相乘: $1.110 \times 9.200 = 10.212$.

(3) 结果规格化, 检查是否溢出: $10.212 \times 10^5 = 1.0212 \times 10^6$.

(4) 舍入: 1.0212×10^6 舍入为 1.021×10^6.

(5) 检查是否需重新规格化.

(6) 确定积的符号: 为 $+$.

[例3.4.2] 计算 $(1.000_2 \times 2^{-1}) \times (-1.110_2 \times 2^{-2})$.

[解]

(1) 阶码相加: $(-1) + (-2) = -3$.

(2) 尾数相乘: $1.000_2 \times 1.110_2 = 1.110_2$.

(3) 结果规格化, 检查是否溢出: $1.110_2 \times 2^{-3}$ 无需规格化.

(4) 舍入: $1.110_2 \times 2^{-3}$ 无需舍入.

(5) 检查是否需重新规格化.

(6) 确定积的符号: 为 $-$.