

# 第2章 图像增强

# 第2章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 一、图像逻辑运算

- 图像逻辑运算指对两幅输入图像, 每对点 (像素) 进行逻辑处理 (按位求与、按位求或、输出最大值、按位求异或、相加求模等), 最终得到一幅新的输出图像的运算

# 第2章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 二、图像逻辑运算定义

设 $f(x, y)$ 和 $h(x, y)$ 为两幅输入图像，则：

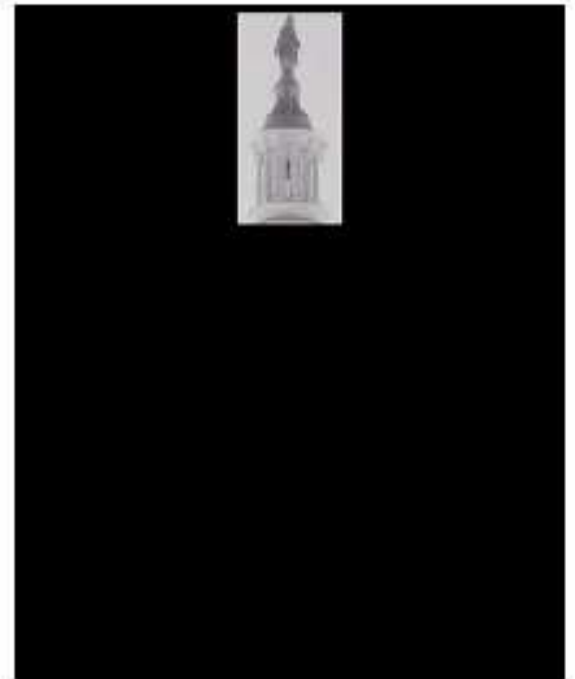
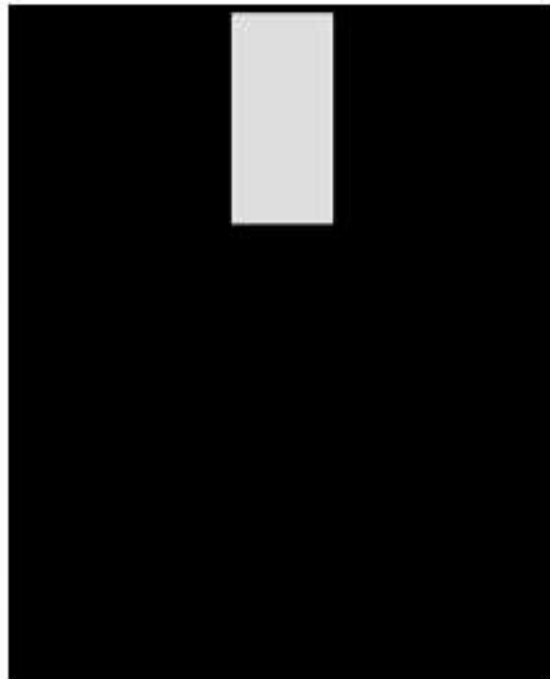
- 与运算： $g(x, y) = \text{AND} [f(x, y), h(x, y)]$
- 或运算： $g(x, y) = \text{OR} [f(x, y), h(x, y)]$
- 求最大值运算： $g(x, y) = \text{MAX} [f(x, y), h(x, y)]$
- 异或运算： $g(x, y) = \text{XOR} [f(x, y), h(x, y)]$
- 求模运算： $g(x, y) = [f(x, y) + 128] \bmod 256_3$

# 第2章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 三、图像逻辑运算举例

- 图像与运算举例

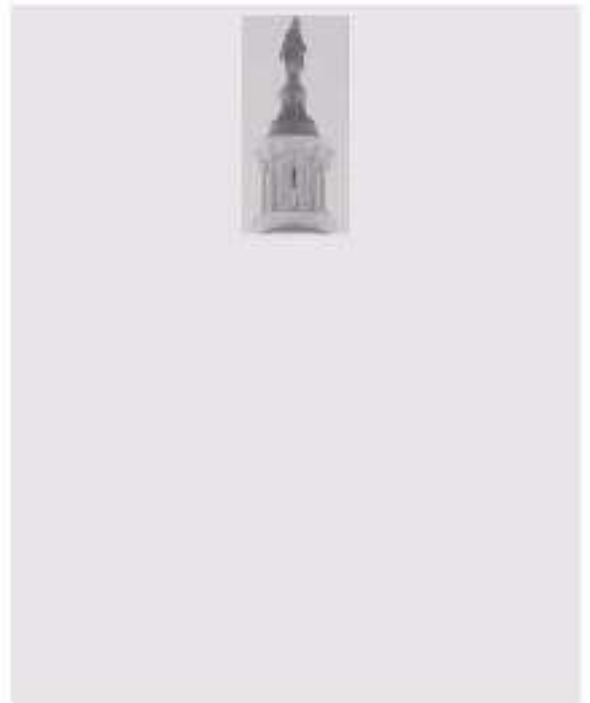
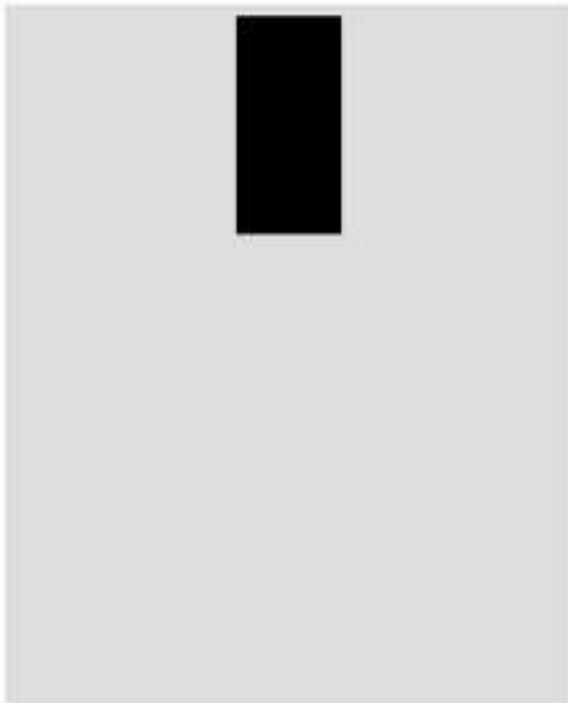


# 第2章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 三、图像逻辑运算举例

- 图像或运算举例

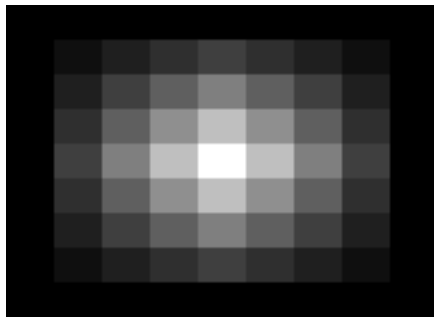


# 第2章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 三、图像逻辑运算举例

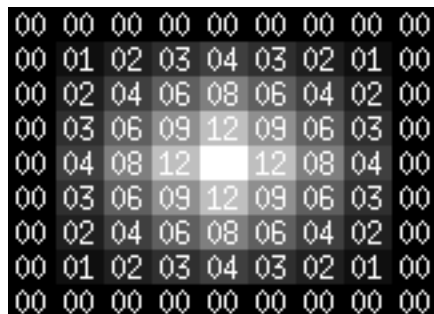
- 图像求最大值、异或、相加求模运算举例



A



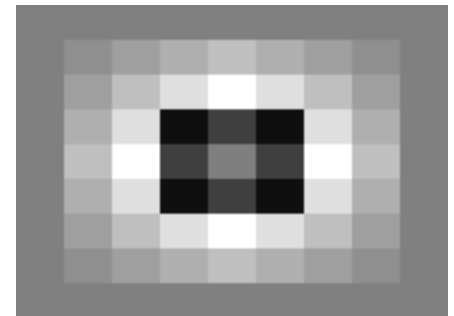
B



MAX(A, B)



XOR(A, B)



(A+128) mod 256

# 第2章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 四、图像算术运算

- 图像算术运算指两幅输入图像进行点对点的加、减、乘、除计算而得到输出图像的运算

# 第2章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 五、图像算术运算定义

设 $f(x, y)$ 和 $h(x, y)$ 为两幅输入图像，则：

- 图像相加运算： $g(x, y) = f(x, y) + h(x, y)$
- 图像相减运算： $C(x, y) = f(x, y) - h(x, y)$
- 图像相乘运算： $C(x, y) = f(x, y) \times h(x, y)$
- 图像相除运算： $C(x, y) = f(x, y) / h(x, y)$



# 第2章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 六、图像减运算

- 两幅图像相减举例

3	2	2	1
2	2	1	1
1	2	3	3
1	2	2	3

$f(x,y)$

1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1

$h(x,y)$

2	1	1	0
1	1	0	0
0	1	2	2
0	1	1	2

$g(x,y)$

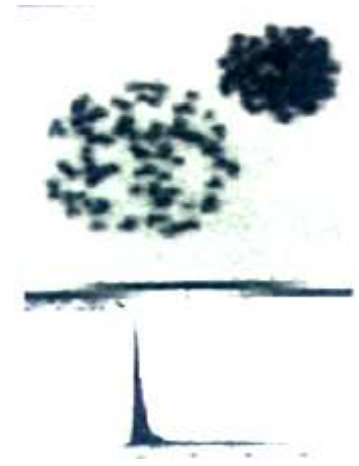
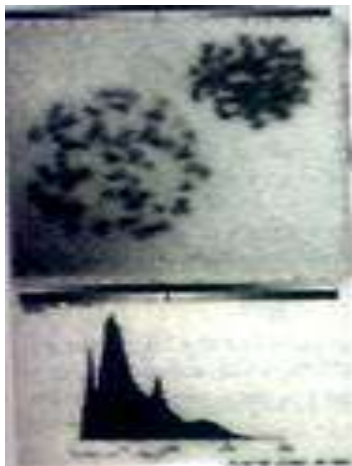
# 第 2 章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 六、图像减运算

#### 1、减去背景噪声

- 当一光学系统存在背景噪声时，可以将由该光学系统拍摄的相片与背景相处相减，除去背景噪声（缓慢变化的加性非随机噪声）



# 第2章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 六、图像减运算

#### 2、减去背景

- 当只需要观察前景图像时, 将背景图像减去



背景图像



减去背景后的图像

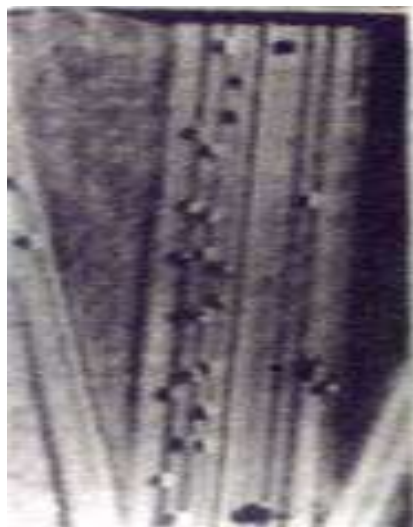
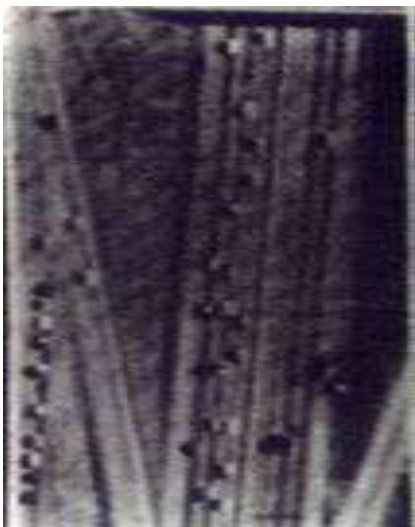
# 第2章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 六、图像减运算

#### 3、运动检测

- 当一场景有运动物体时，可以通过与没有任何运动物体时拍摄下来的照片相减，检测出运动的物体



# 代数运算——减法

- 去除不需要的叠加性图案  
例：电视制作的蓝屏技术

$f(x, y)$



减去背景 $b(x, y)$

$g(x, y)$



叠加蓝色背景



# 第 2 章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 六、图像减运算

#### 3、运动检测

- 当一场景有运动物体时，可以通过与没有任何运动物体时拍摄下来的照片相减，检测出运动的物体
- 将时间较近的两幅图像相减也可以检测出是否存在运动的物体

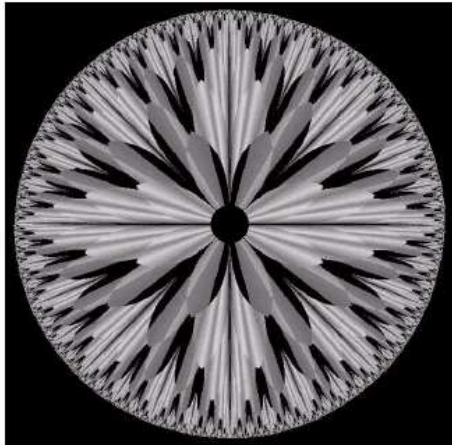
# 第2章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

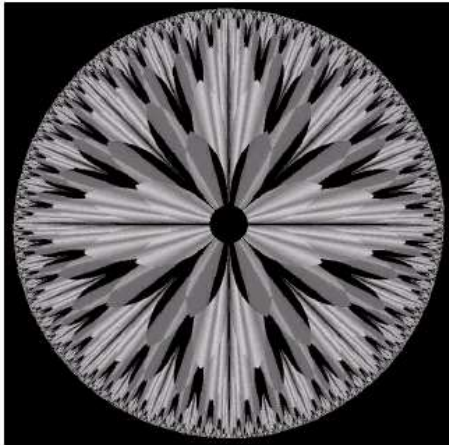
### 六、图像减运算

#### 4、求差值图像

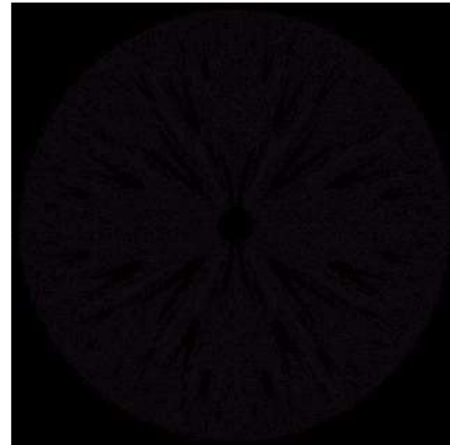
- 将两幅在对应像素上具有相关性的图像(如视频在时间上较近的两幅图像等)相减,得到的差值图像(幅值一般都较小)



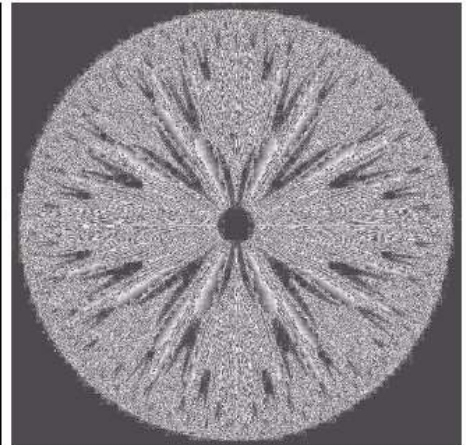
原图



只取高四位的图



差值图像



均衡化后的差值图像



# 第 2 章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 七、图像加运算

- 两幅图像相加举例

2	1	1	0
1	1	0	0
0	1	2	2
0	1	1	2

$f(x,y)$

1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1

$h(x,y)$

3	2	2	1
2	2	1	1
1	2	3	3
1	2	2	3

$g(x,y)$



# 第2章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 七、图像加运算

#### 1、通过求平均值降噪 (Averaging for Noise Reduction)

- 当某一静止场景的多幅图像被随机噪声所污染，可以通过将这些图像相加，提高图像的信噪比，降低随机噪声对图像的干扰
- 假设单幅图像的功率信噪比为 $p(x, y)$ ，则 $M$ 幅图像相加求平均值后，功率信噪比提高 $M$ 倍，即等于 $M \times p(x, y)$

# 第2章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 七、图像加运算

#### 1、通过求平均值降噪

- 举例：由于大气湍流及空气中微粒污染，使星空的照片受到随机干扰



$M=\infty$



$M=1$

# 第 2 章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 七、图像加运算

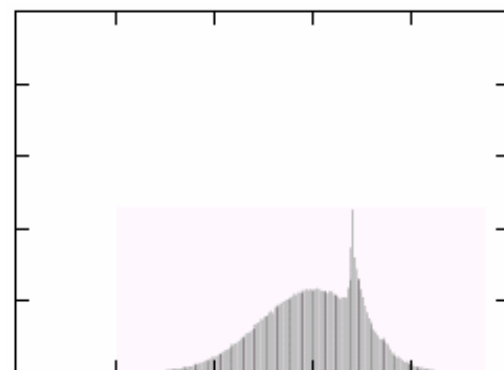
#### 1、通过求平均值降噪



M=8



差值图像



差值图像直方图 19

# 第 2 章 图像增强

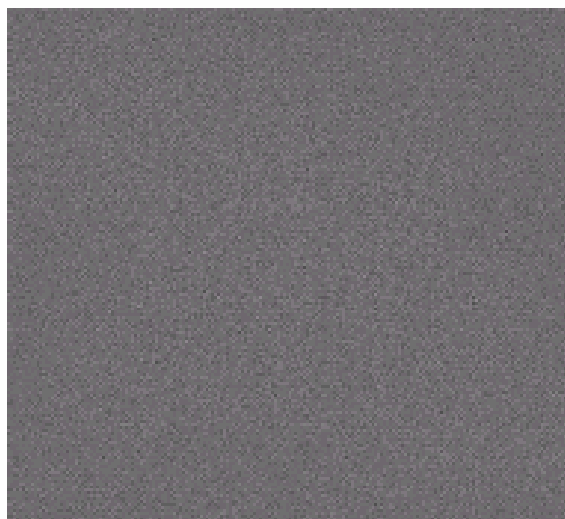
## 第三节 算术/逻辑操作

### 七、图像加运算

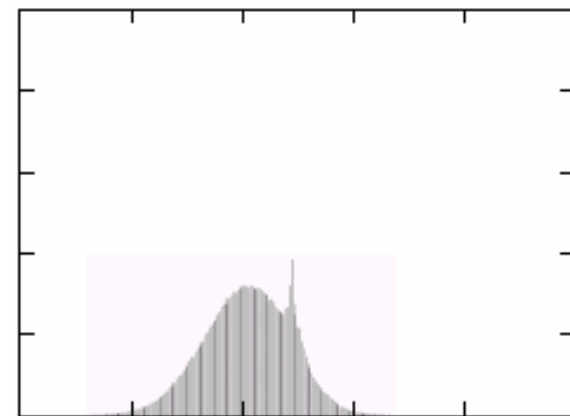
#### 1、通过求平均值降噪



M=16



差值图像



差值图像直方图 20

# 第 2 章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 七、图像加运算

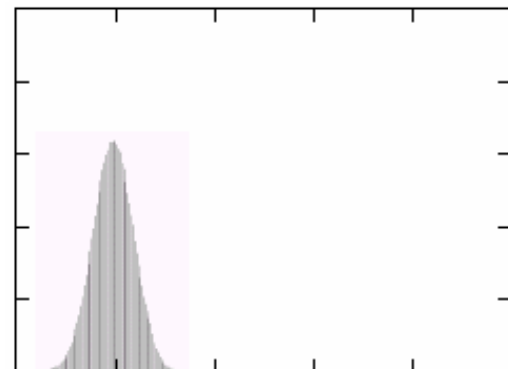
#### 1、通过求平均值降噪



M=64



差值图像



差值图像直方图

# 第 2 章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 七、图像加运算

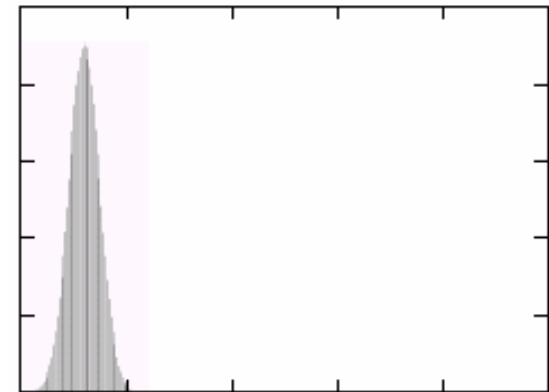
#### 1、通过求平均值降噪



M=128



差值图像



差值图像直方图 22

# 第 2 章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 七、图像加运算

#### 2、图像叠加

- 将两幅图像透明叠加在一起(相当于二次曝光)



# 第 2 章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 八、图像乘运算

#### 1、图像标定

- 图像数字化仪器对一幅图像各点的敏感程度有可能不同，对每一点（像素）乘上一个系数，可以纠正这一影响



# 代数运算——乘法



=



×



# 第 2 章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 八、图像乘运算

#### 2、图像掩膜

- 在需要被完整保留下来的区域，掩膜图像的值为1，而在需要抑制掉的区域，掩膜图像的值为0。将原图像乘掩膜图像，可抹去图像的相应部分。
- 利用一个互补的掩膜图像，乘上另一幅图像
- 将两幅图像相加，可得到一幅新的图像

# 第 2 章 图像增强

## 第三节 算术/逻辑操作

### 八、图像乘运算

#### 2、图像掩膜(实例)



# 直方图运算

- 直方图定义
- 直方图均衡化

# 直方图定义

- 图像直方图的定义（1）

一个灰度级在范围 $[0, L-1]$ 的数字图像的直方图是一个离散函数

$$h(r_k) = n_k$$

$n_k$ 是图像中灰度级为 $r_k$ 的像素个数

$r_k$ 是第 $k$ 个灰度级,  $k = 0, 1, 2, \dots, L-1$

由于 $r_k$ 的增量是1, 直方图可表示为:

$$p(k) = n_k$$

即, 图像中不同灰度级像素出现的次数

# 直方图定义

- 图像直方图的定义（2）

一个灰度级在范围 $[0, L-1]$ 的数字图像的直方图是一个离散函数

$$p(r_k) = n_k/n$$

$n$  是图像的像素总数

$n_k$  是图像中灰度级为 $r_k$ 的像素个数

$r_k$  是第 $k$ 个灰度级,  $k = 0, 1, 2, \dots, L-1$

# 直方图定义

- 两种图像直方图定义的比较

$$h(r_k) = n_k \quad \text{定义(1)}$$

$$p(r_k) = n_k/n \quad \text{定义(2)}$$

其中，定义（2）

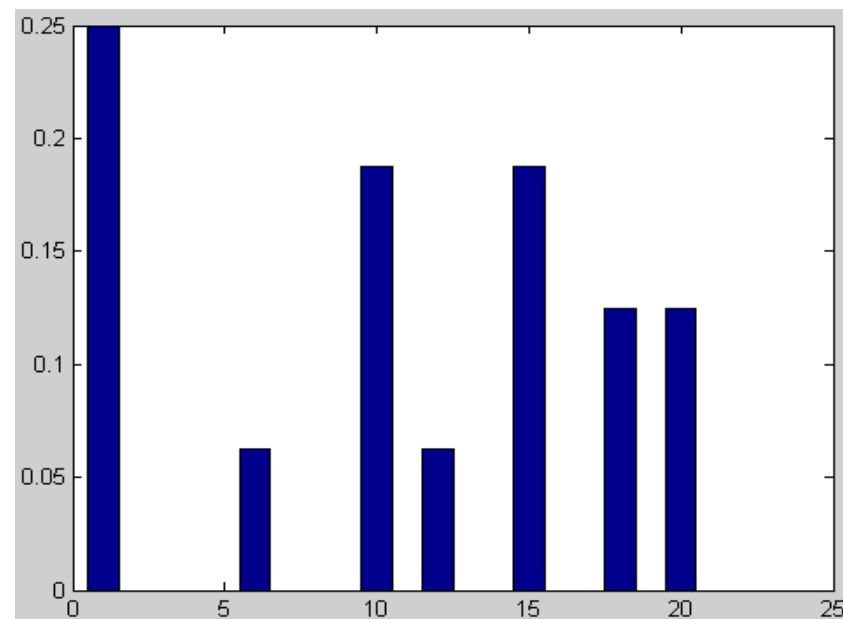
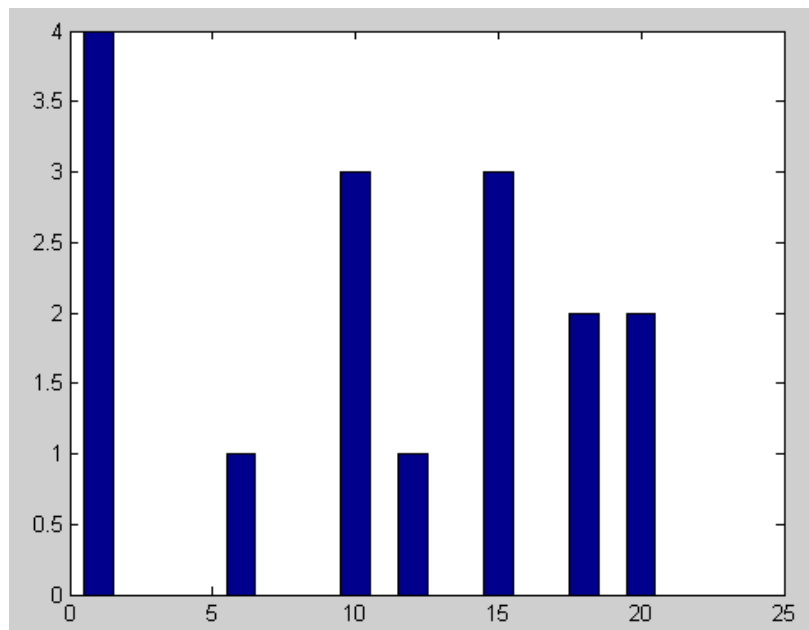
- ✓ 使函数值正则化到 $[0,1]$ 区间，成为实数函数
- ✓ 函数值的范围与像素的总数无关
- ✓ 给出灰度级 $r_k$ 在图像中出现的概率密度统计

注意：直方图仅仅描述了图像中像素的灰度级分布，但没有描述出像素的空间关系

20	12	1	15
18	10	1	15
18	10	1	20
6	10	1	15

灰度级： 像素个数

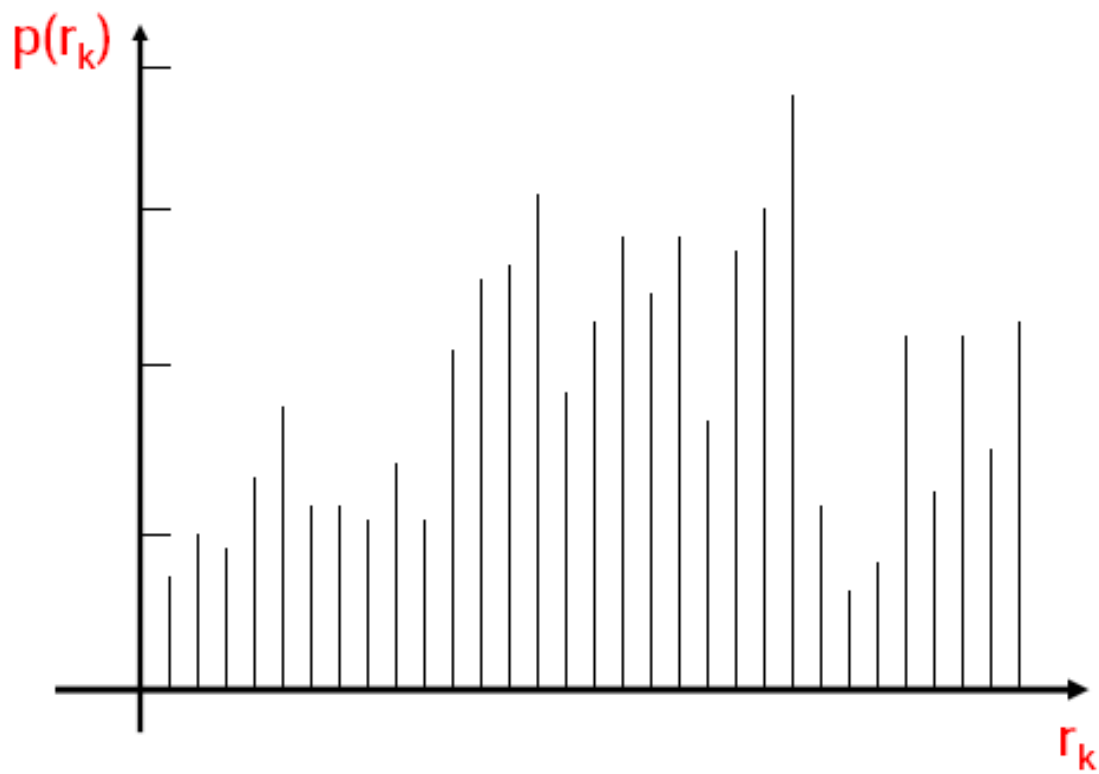
- 1: 4
- 6: 1
- 10: 3
- 12: 1
- 15: 3
- 18: 2
- 20: 2

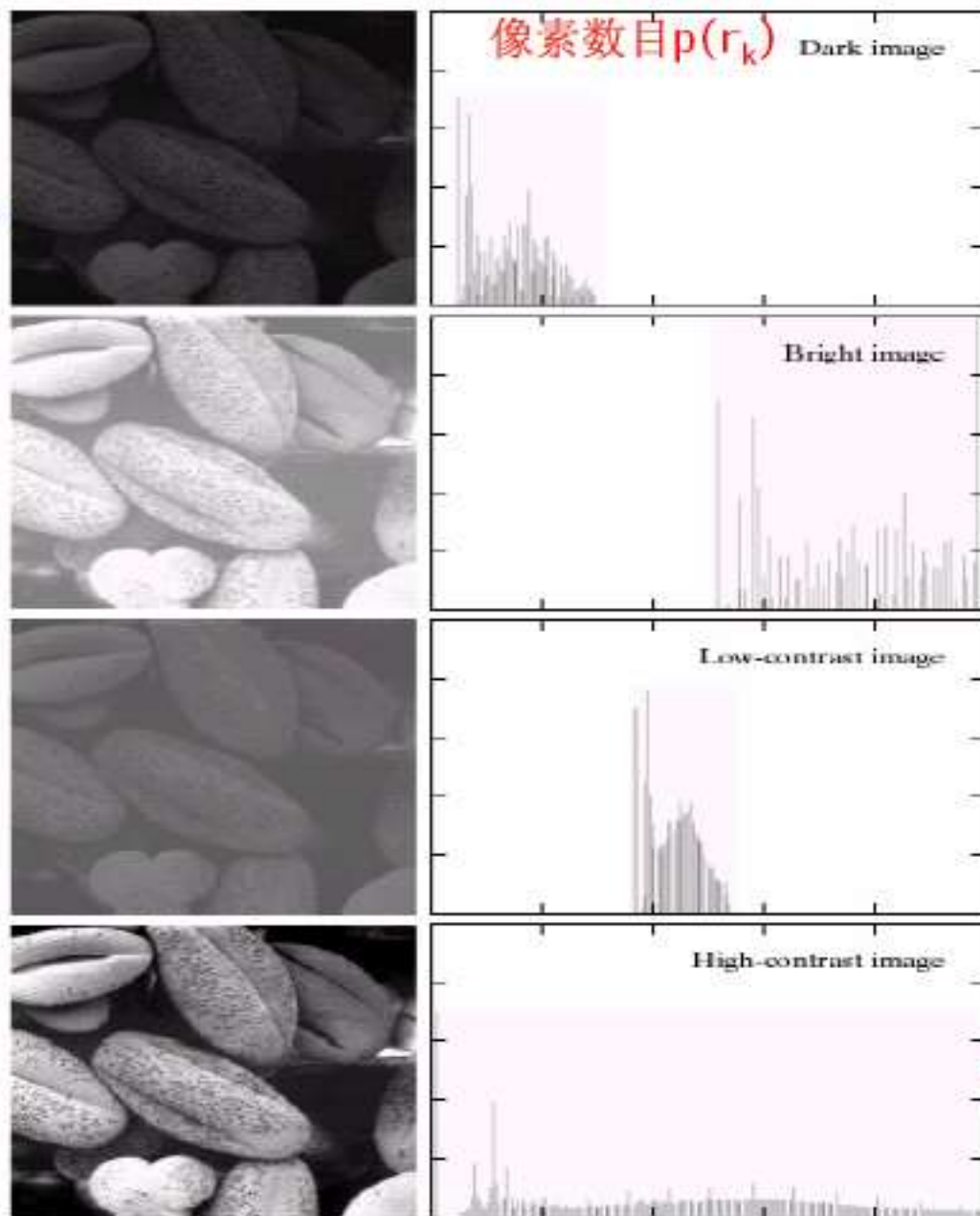




# 直方图定义

- 图像直方图的定义举例





灰度级 $r_k$

直方图均衡化达到的效果

# 直方图均衡化

- 直方图应用举例——直方图均衡化
  - ✓ 希望一幅图像的像素占有全部可能的灰度级且分布均匀，能够具有高对比度
  - ✓ 使用的方法是灰度级变换： $s = T(r)$
  - ✓ 基本思想是把原始图的直方图变换为均匀分布的形式，这样就增加了像素灰度值的动态范围从而达到增强图像整体对比度的效果

# 直方图均衡化

$$s=T(r) \quad 0 \leq r \leq 1$$

$T(r)$ 满足下列两个条件:

- (1)  $T(r)$ 在区间 $0 \leq r \leq 1$ 中为单值且单调递增
- (2) 当 $0 \leq r \leq 1$ 时,  $0 \leq T(r) \leq 1$

条件 (1) 保证原图各灰度级在变换后仍保持从黑到白 (或从白到黑) 的排列次序

条件 (2) 保证变换前后灰度值动态范围的一致性

# 直方图均衡化

累积分布函数  $s = T(r) = \int_0^r p_r(w)dw$  满足上述两个条件

- ① 累积分布函数在 $[0,1]$ 区间单调递增;
- ② 当 $r$ 属于 $[0,1]$ ,  $T(r)$  也属于 $[0,1]$ 。

事实上,  $s$ 的累积分布函数就是原始图的累积直方图。

# 直方图均衡化

对于离散值:  $p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$

已知变换函数的离散形式为:

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n}$$
$$k=0, 1, 2, \dots, L-1$$

$s_k$ 称作直方图均衡化

将输入图像中灰度级为 $r_k$ （横坐标）的像素映射到输出图像中灰度级为 $s_k$ （横坐标）的对应像素

**求得 $s_k$ 的值后，还需将其取整扩展变换回 $[0, L-1]$ 区间**

# 直方图均衡化

已知灰度级为 $L=6$ 的直方图分布如下，求进行直方图均衡化后的结果。

r	0	1	2	3	4	5
P(r)	0.12	0.18	0.15	0.2	0.25	0.1

序号	操作	步骤和结果					
1	原始图灰度级k	0	1	2	3	4	5
2	原始直方图 $r_k$	0.12	0.18	0.15	0.2	0.25	0.1
3	计算累积直方图 $s_k$	0.12	0.30	0.45	0.65	0.90	1.00
4	取整扩展（四舍五入） $s_k = \text{round}((L-1) * s_k)$	Round(0.6)=1	Round(1.5)=2	Round(2.25)=2	Round(3.25)=3	Round(4.5)=5	Round(5)=5
5	确定对应关系( $r_k \rightarrow s_k$ )	0->1	1->2	2->2	3->3	4->5	5->5
6	根据映射关系计算均衡化直方图	0	0.12	0.18+0.15=0.33	0.2	0	0.25+0.1=0.35

# • 直方图均衡化

练习：已知灰度级为 $L=8$ 的直方图分布如下，求进行直方图均衡化后的结果。

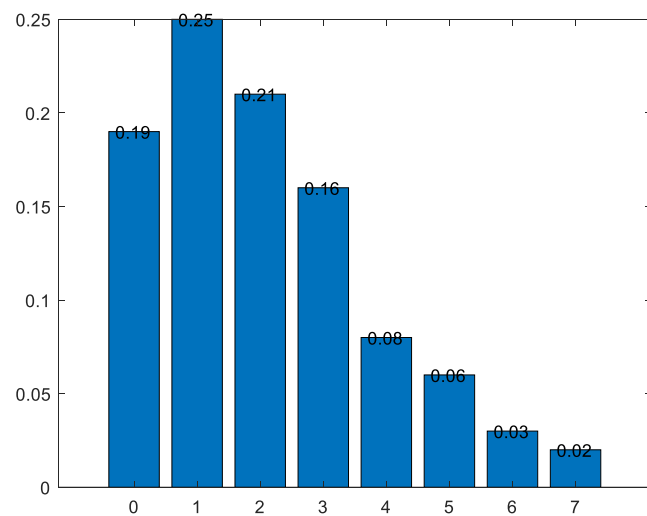
r	0	1	2	3	4	5	6	7
P(r)	0.07	0.15	0.15	0.2	0.2	0.1	0.08	0.05

s	0	1	2	3	4	5	6	7
P(s)	0.07	0	0.15	0.15	0.2	0.2	0.1	0.13

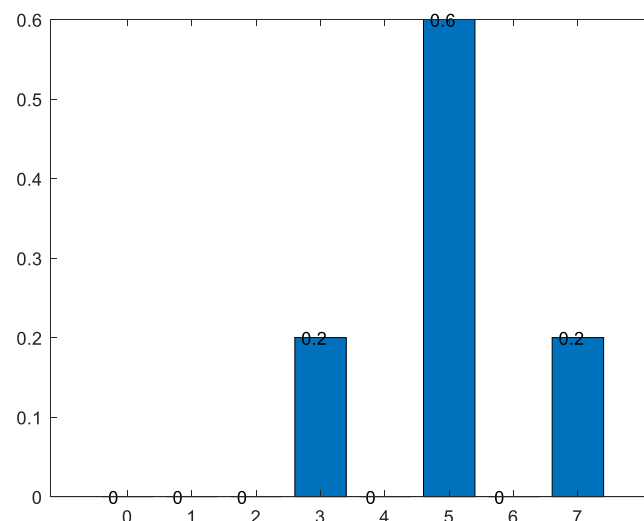




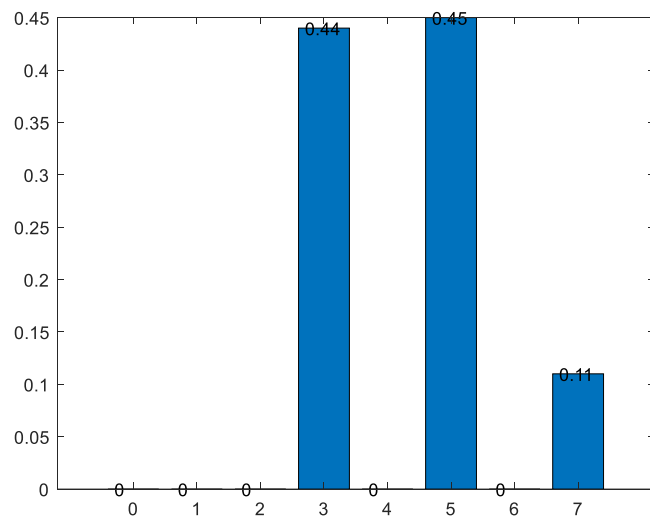
# 直方图规定化



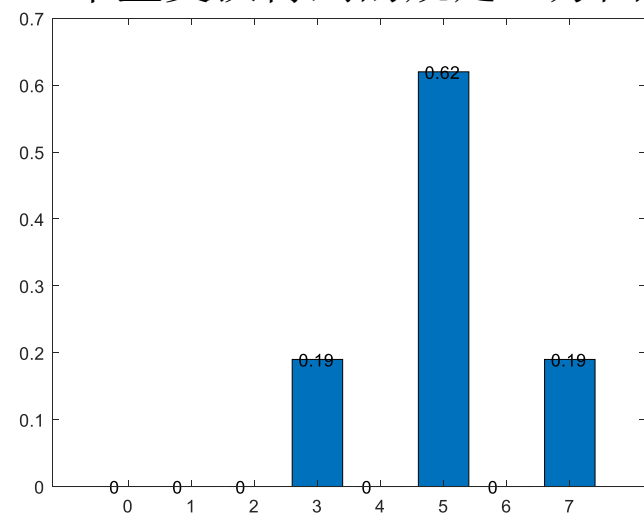
原始直方图



希望变换得到的规定直方图



SML映射规则得到的结果



GML映射规则得到的结果

**直方图匹配 (规定化)** 指定希望处理的图像所具有的直方图形状

输入  $r$  对应的概率密度函数  $P_r(r)$

输出  $z$  对应的概率密度函数  $P_z(z)$

令  $s$  为一随机变量,且有: 
$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w)dw$$

$z$ ,且有: 
$$G(z) = \int_0^z p_z(t)dt = s$$

得到  $G(z) = T(r)$

因此  $z = G^{-1}(s) = G^{-1}[T(r)]$

其中  $T(r)$  可以求得,  $G(z)$  也可以求得

# 直方图规定化

设 $G^{-1}$ 存在,且满足前面的(a)和(b)条件,则用下面的步骤可由输入图像得到一个有规定概率密度函数的图像:

(1) 根据  $s = T(r) = \int_0^r p_r(w)dw$  求得变换函数 $T(r)$ ;

(2) 根据  $G(z) = \int_0^z p_z(t)dt = s$  求得变换函数 $G(z)$ ;

(3) 求得反变换函数 $G^{-1}$ ;

(4)对输入图像的所有像素应用  $z = G^{-1}(s)$  =得到输出图像.

上面公式的离散形式:

$$\begin{aligned} s_k &= T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) \\ &= \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} \end{aligned}$$

$$v_k = G(z_k) = \sum_{i=0}^k p_z(z_i) = s_k$$

$$z_k = G^{-1}[T(r_k)] = G^{-1}(s_k)$$

## 直方图规定化

调整原始图像的直方图去逼近所规定的目标直方图，主要分以下几个步骤：

(1) 对原始图的直方图进行灰度均衡化：

$$t_k = E_{H_s}(s_i) = \sum_{i=0}^k p_s(s_i) \quad k = 0, 1, \dots, M-1$$

(2) 规定需要的直方图，并对规定的直方图进行均衡化变换：

$$v_l = E_{H_u}(s_i) = \sum_{j=0}^l p_u(u_j) \quad l = 0, 1, \dots, N-1$$

(3) 将步骤 (2) 得到的变换反转过来用于步骤 (1) 的结果，即将原始直方图对应映射到规定的直方图，也就是将所有  $p_s(s_i)$  对应到  $p_u(u_j)$ 。

# 直方图规定化

单映射规则（SML）：

从小到大依次找到能使下式最小的k和l：

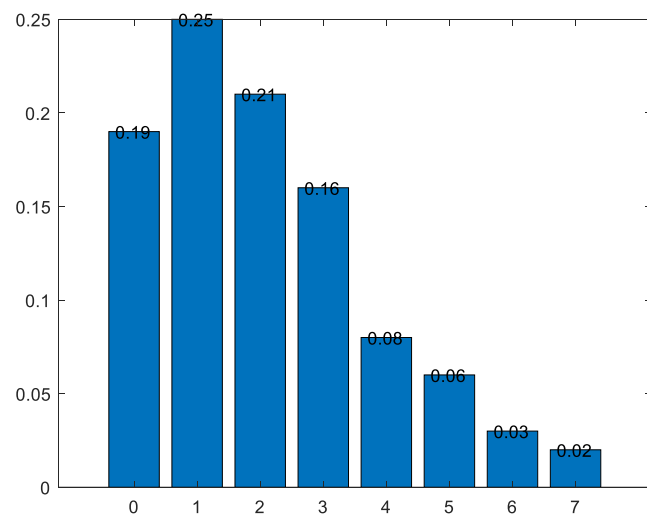
$$\left| \sum_{i=0}^k p_s(s_i) - \sum_{j=0}^l p_u(u_j) \right| \quad \begin{cases} k = 0, 1, \dots, M-1 \\ l = 0, 1, \dots, N-1 \end{cases}$$

然后将  $p_s(s_i)$  对应到  $p_u(u_j)$  去。由于每个  $p_s(s_i)$  是分别对应过去的，可以称之为单映射规则。

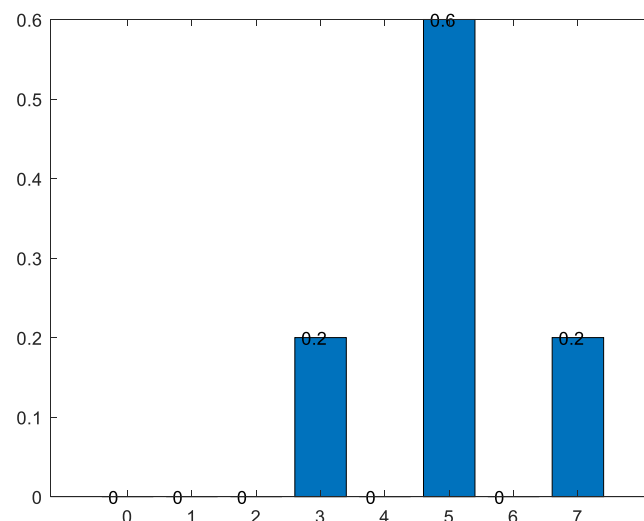
# 直方图规定化

序号	操作	步骤和结果							
1	原始图灰度级k	0	1	2	3	4	5	6	7
2	原始直方图	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
3	计算原始累积直方图	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1.00
4	计算规定累积直方图				0.2		0.6		0.2
5	SML映射				0.2	0.2	0.8	0.8	1.0
6	确定映射对应关系	3	3	5	5	5	7	7	7
7	变换后直方图	0,1映射到3		2,3,4映射到5			5,6,7映射到7		
8	变换后直方图				0.44		0.45		0.11

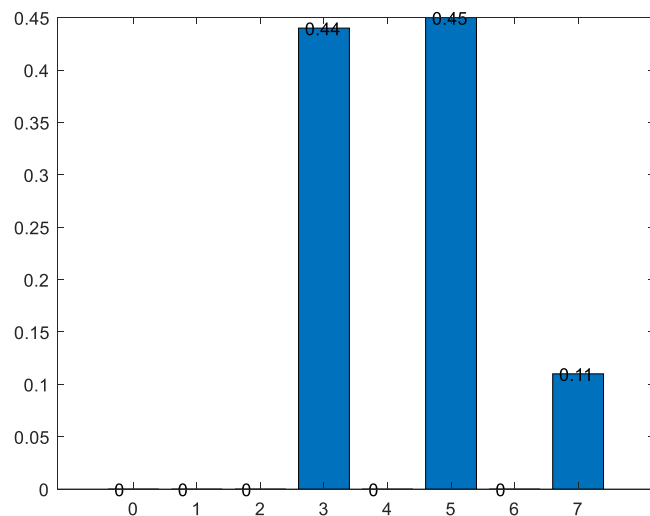
# 直方图规定化



原始直方图



希望变换得到的规定直方图



SML映射规则得到的结果



# 直方图规定化

组映射规则（GML）：

设有一个整数函数  $I(l), l = 0, 1, \dots, N-1$

满足  $0 \leq I(0) \leq \dots \leq I(l) \leq \dots \leq I(N-1) \leq M-1$ 。先确定能使下式达到最小的  $I(l)$

$$\left| \sum_{i=0}^{I(l)} p_s(s_i) - \sum_{j=0}^l p_u(u_j) \right| \quad l = 0, 1, \dots, N-1$$

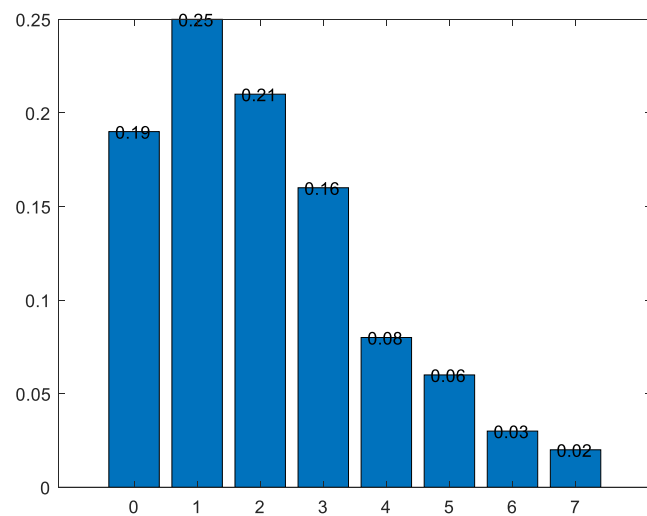
如果  $l=0$ ，则将其i从0到 $I(0)$ 的  $p_s(s_i)$ 对应到  $p_u(u_j)$ 去；

如果  $l \geq 1$ ，则将其i从  $I(l-1)+1$  到  $I(l)$  的  $p_s(s_i)$ 都对应到  $p_u(u_j)$ 去。

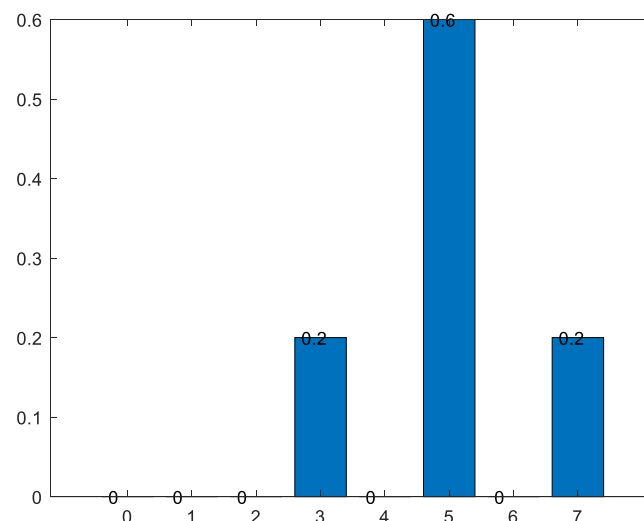
# 直方图规定化

序号	操作	步骤和结果							
1	原始图灰度级k	0	1	2	3	4	5	6	7
2	原始直方图	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
3	计算原始累积直方图	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1.00
4	计算规定累积直方图				0.2		0.6		0.2
5	SML映射				0.2	0.2	0.8	0.8	1.0
6S	确定映射对应关系	3	3	5	5	5	7	7	7
7S	变换后直方图	0,1映射到3		2,3,4映射到5			5,6,7映射到7		
8S	变换后直方图				0.44		0.45		0.11
6G	GML映射	3	5	5	5	7	7	7	7
7G	查找映射对应关系	0映射到3	1,2,3映射到5			4,5,6,7映射到7			
8G	变换后直方图				0.19		0.62		0.19

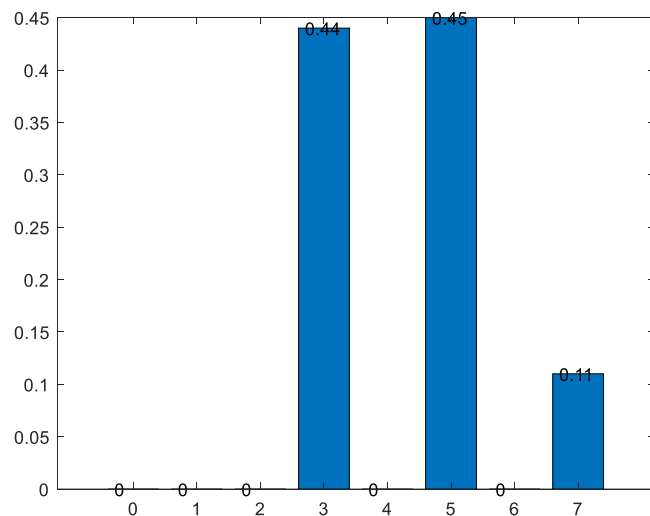
# 直方图规定化



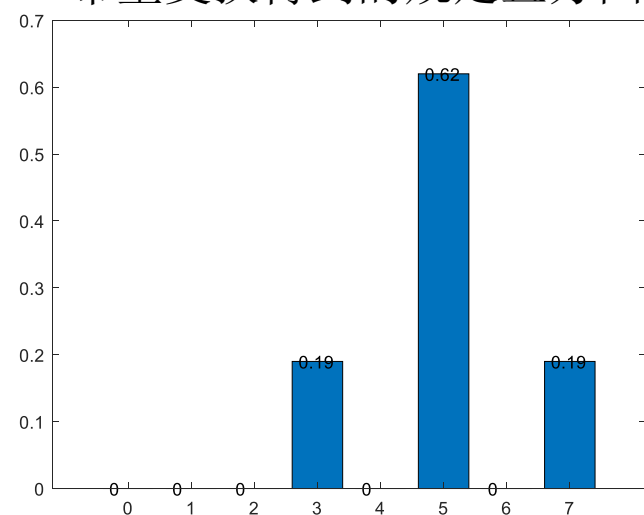
原始直方图



希望变换得到的规定直方图



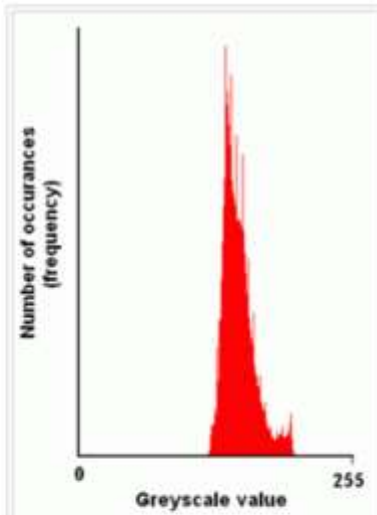
SML映射规则得到的结果



GML映射规则得到的结果



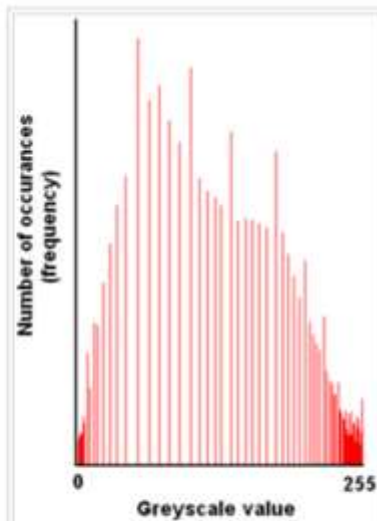
未经均衡化的图像



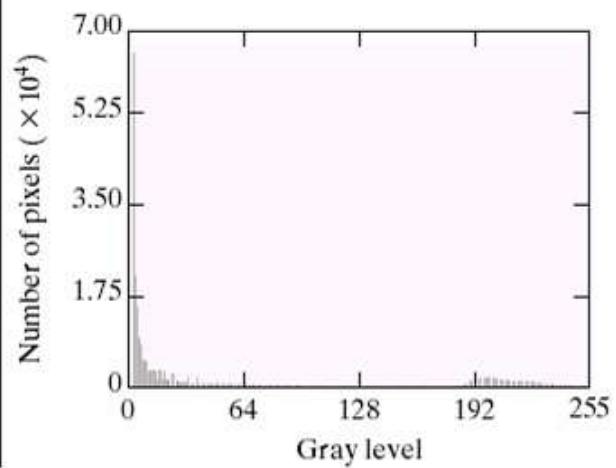
相应的直方图



经过均衡化的同一幅图像

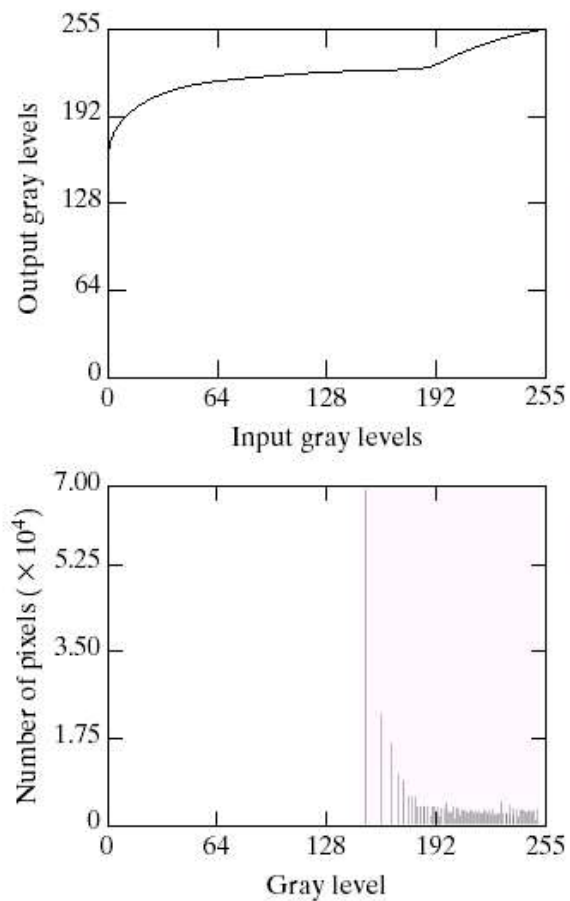


相应的直方图



a b

由NASA表面探测器拍摄的火星卫星图像 (b)直方图



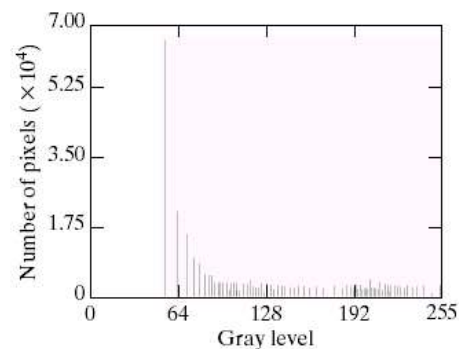
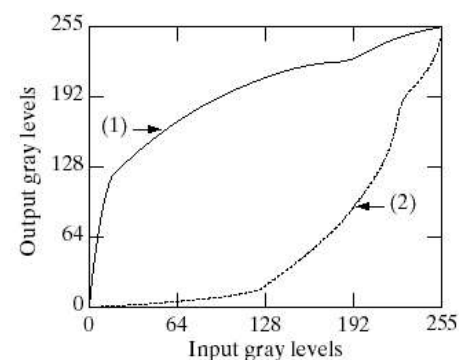
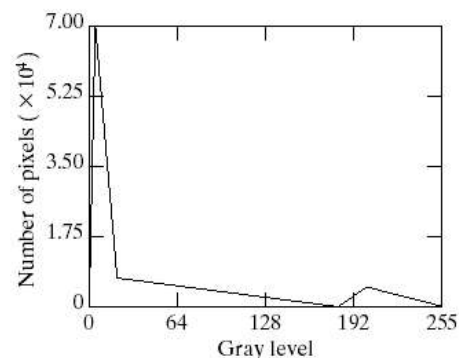
a b  
c

**FIGURE 3.21**  
(a) Transformation function for histogram equalization.  
(b) Histogram-equalized image (note the washed-out appearance).  
(c) Histogram of (b).

(a) 直方图均衡化变换函数 (b)均衡过的图像 (c) b的直方图

a c  
b  
d

**FIGURE 3.22**  
(a) Specified histogram.  
(b) Curve (1) is from Eq. (3.3-14), using the histogram in (a); curve (2) was obtained using the iterative procedure in Eq. (3.3-17).  
(c) Enhanced image using mappings from curve (2).  
(d) Histogram of (c).



- (a) 规定的直方图
- (b) 曲线(1)为变换函数 $G$ 的曲线  
曲线(2)为反变换函数 $G^{-1}$ 的曲线
- (c) 用曲线(2)增强所得图像
- (d) (c)的直方图