

基于几何模型与递推模型的多波束测线布设问题

摘要

多波束测线是海域测量中的重要技术,测量海域地貌关键是实现对待测海域进行测线布设。本文利用几何模型与递推模型建立覆盖宽度、重叠率等海域测量值的函数关系,旨在构建多波束测线布设模型,从而解决测线布设问题。

针对问题一,本文建立了海水深度、覆盖宽度和重叠率关于测量船位置的**几何模型**:首先通过正弦定理和三角函数构建覆盖宽度关于海水深度的函数关系,再根据三角形相似的性质构建海水深度关于测线位置的函数关系,最后根据覆盖宽度和海水深度的函数关系将题设中的重叠率从平面推广到坡面。将相关数据带入模型求解并分析可知,在相邻测线间距一定时,覆盖宽度和重叠率随海水深度的增加而增加。

针对问题二,本文建立了**三维海域覆盖宽度模型**:首先以坡面法线在水平面上的投影为 x 轴,根据右手法则建立**三维海域坐标系**,其次本文定义了海水深度坡面角和覆盖宽度坡面角这两个**降维参数**,从而将问题二降维到问题一中的**几何模型**,再通过几何关系得到坡面法线的方向向量和测线在坡面投影的方向向量,然后根据空间解析几何得到两个**降维参数**之间的函数关系,最后带入问题一的模型进行求解并分析。发现当测量船沿着海水等深线方向测量时,覆盖宽度大小不变,航线方向沿着水深增加方向时,覆盖宽度增加。

针对问题三,本文建立了**海域航线递推模型**:首先比较测量船沿测线方向间隔相同时测量船覆盖面积的大小,发现测线方向角 β 为 $\pi/2$ 是测线布设最优方向,再根据几何关系求出**递推模型**的初始值关于最大海水深度的函数关系,以及测线间距关于覆盖宽度的函数关系,然后根据待测海域的宽度设定**海域航线递推模型**的约束条件,最后将重叠率定为**10%**用 matlab 求解模型可以得到,总共需要布置**34**条测线,总长度为**68**海里。将布设的测线可视化后分析,发现当测线坐标距离原点越远时,所布设的测线越密集,即当海水深度越小时,所需布设的测线就越密集。

针对问题四,本文建立了基于海域划分的**测线布设递推模型**:首先对附件内容进行可视化得到海域等深线情况。再根据等深线排布情况对海域进行划分,得到4个矩形子海域,其次分别对这4个矩形子海域进行**平面拟合**,得到子海域的平面方程,从而计算每个子海域的坡角和**递推模型**的初始值,最后利用问题三中的**海域航线递推模型**求解每个子海域测线的布设情况,得到待测海域布设的测线总长度为**173.5**海里,无漏测部分,重叠率超过20%部分的总长度为**16.03**海里。

本文对模型进行合理性检验和灵敏度分析,发现本文建立的模型求解结果符合实际的物理规律。

关键词: 几何模型; 递推模型; 海域航线递推模型; 测线布设递推模型

一、问题重述

1.1 问题背景

单波束测深是利用声波在水中的传播特性来测量水体深度的技术. 声波在均匀介质中作匀速直线传播, 在不同界面上产生反射, 利用这一原理, 从测量船换能器垂直向海底发射声波信号, 并记录从声波发射到信号接收的传播时间, 通过声波在海水中的传播速度和传播时间计算出海水的深度, 其工作原理如图 1(a)所示, 由于单波束测深过程中采取单点连续的测量方法, 因此, 其测深数据分布的特点是沿航迹的数据十分密集, 而在测线间没有数据。

多波束测深系统是在单波束测深的基础上发展起来的, 该系统在与航迹垂直的平面内一次能发射出数十个乃至上百个波束, 再由接收换能器接收由海底返回的声波, 其工作原理如图 1(b)所示. 多波束测深系统克服了单波束测深的缺点, 海底平坦的海域内, 能够测量出以测量船测线为轴线且具有一定宽度的全覆盖水深条带图 1(c)。

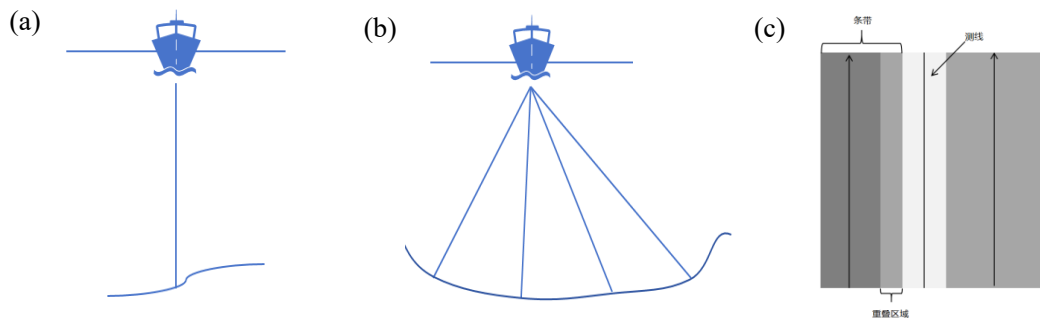


图 1 测量船工作原理示意图

1.2 问题提出

问题 1: 问题要求针对测量船的运动过程与多波束测量系统的操作方式, 构建一个数学模型, 用以计算多波束测深技术在海底坡面上的覆盖宽度以及相邻测量条带之间的重叠比例。

问题 2: 问题要求考虑测量船测探一个矩形待测海域的水深, 矩形区域和水平面之间存在一定夹角, 建立多波束测深覆盖宽度的数学模型。

问题 3: 考虑一个南北长 2 海里、东西宽 4 海里的矩形海域, 海域中心点处的海水深度为 110m, 西深东浅, 坡度为 1.5° , 多波束换能器的开角为 120° . 请设计一组测量长度最短、可完全覆盖整个待测海域的测线, 且相邻条带之间的重叠率满足 $10\% \sim 20\%$ 的要求。

问题 4: 海水深度数据是若干年前某海域 (南北长 5 海里、东西宽 4 海里) 单波束测量的测深数据, 现希望利用这组数据为多波束测量船的测量布线提供帮助. 在设计测线时, 有如下要求: 1) 沿测线扫描形成的条带尽可能地覆盖整个待测海域; 2) 相邻条带之间的重叠率尽量控制在 20% 以下; 3) 测线的总长度尽可能短. 在得到具体的测线后, 请计算如下指标: 1) 测线的总长度; 2) 漏测海区占总待测海域面积的百分比; 3) 在重叠区域中, 重叠率超过 20% 部分的总长度。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

问题要求建立多波束测深一维海域的覆盖宽度及相邻条带之间重叠率的数学模型。首先运用三角函数、正弦定理等平面解析几何相关知识，建立一维海域测量模型。然后根据三角函数和正弦定理构建多波束测深条带的覆盖宽度 W 的数学表达式。其次，再通过几何关系得到测量宽度与重叠率的函数关系。最后求解得到海水深度、覆盖宽度以及相邻测线的覆盖率。分析海水深度、覆盖宽度、与相邻测线的覆盖率的规律。

2.2 问题二的分析

问题要求建立多波束测深二维海域的覆盖宽度的数学模型。首先构造空间直角坐标系，以坡面法线在水平面上的投影记为 x 轴，将 x 轴在水平面上逆时针旋转 90° 后记为 y 轴，根据右手法则，指向天空的方向记为 z 轴。根据三角函数关系得到坡面法线的方向向量。然后做出三维海域测量模型的二维简易俯视图，根据三角函数得到测线方向在坡面上投影的方向向量，由空间解析几何相关知识可知法向量投影与测线方向的夹角为定值。最后对得到测探系统测量海域的覆盖宽度进行可视处理，分析测探系统测量海域的覆盖宽度及其与测线方向夹角的规律。

2.3 问题三的分析

问题要求设计一组测量船的航迹最短并且能够完全覆盖整个待测海域的测线。首先，以西南角为坐标原点，做出一个南北长 2 海里、东西宽 4 海里的矩形海域的侧视图。然后做出海域航线递推模型计算出相邻测线的距离，再由几何关系得相邻测线之间的重叠率与测量船该位置的海水深度的函数关系。再由几何关系得到海域航线递推模型，依据相邻测线重叠率的限制条件，以及确保探测系统能够全面覆盖目标海域的要求。最后，循环递推计算每一条测线与前一条测线的重复率和测量船的位置，观察分析两者之间的规律。

2.4 问题四的分析

问题要求对一般待测海域的测线进行布设，首先将待测海域可视化，由空间解析几何知识拟合平面与水平面夹角 α 的关系式，然后根据海水等深线的分布情况对待测海域进行区块划分，得到 4 个矩形区域，最后将划分后的每个矩形待测海域带入问题三中建立的模型求出所需布设的测线总长度。分析观察海水深度与测线布设的关系。

三、模型假设

1. 假设测量船在测量时平稳航行，只用考虑航行路线；
2. 假设海平面水平，不考虑风向、洋流、潮汐、漂浮海冰等因素造成的影响；
3. 假设多波束换能器的开交 θ 始终为 120° ；
4. 假设多波束测深系统进行海底探测得到的数据真实有效；
5. 假设声波在海水中作匀速直线传播，且不会遇到阻挡物。

四、符号说明

符号	意义	单位
D	海水深度	m
D_0	初始位置海水深度	m
D_{\max}	海水最大深度	m
$D_{(r/l), i}$	初始位置右/左边第 i 条测线处的海水深度	m
W	覆盖宽度	m
$W_{(r/l), i}$	第 i 条测线右/左半部分的覆盖宽度	m
η	重叠率	%
φ	海水深度坡面角	$^{\circ}$
ψ	覆盖宽度坡面角	$^{\circ}$
\boldsymbol{n}	坡面法线的方向向量	
\boldsymbol{l}	测线方向在坡面上投影的方向向量	
x_i	第 i 条测线的坐标	m
L	海域宽度	m
d_i	第 i 条测线与第 $(i+1)$ 条测线之间的水平距离	m

注：未申明的变量以其在符号出现处的具体说明为准。

五、模型的建立与求解

5.1 问题一：海域测量模型的建立与求解

当海底面与水平面夹角为 α 的坡面，且测线方向与水平面平行时，每条测线与海底面的交线均为海底面的等高线，结合平面解析几何相关知识，可以建立多波束测深的覆盖宽度模型以及计算相邻条带之间重叠率的海域测量模型。

5.1.1 海域测量模型的建立

首先作出海水深度与覆盖宽度示意图，如图 2 所示，其中 D 为海水深度， W 为覆盖宽度，运用三角函数、正弦定理等平面解析几何相关知识，即可建立一维海域测量模型。

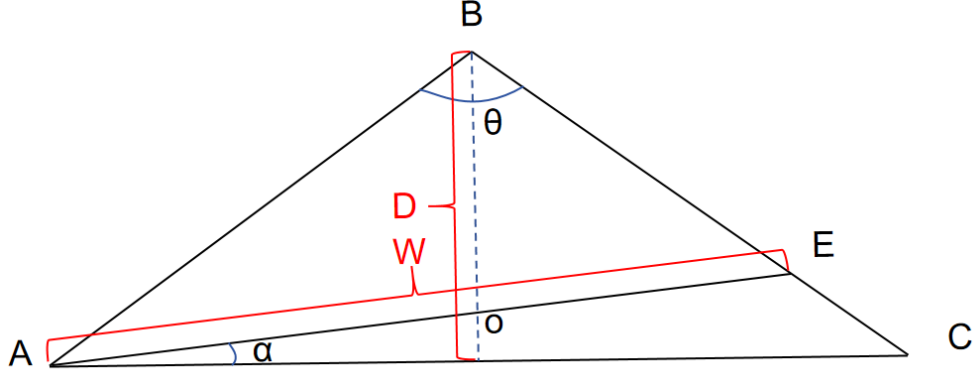


图 2 测量模型示意图

● 覆盖宽度模型建立

首先构建多波束测深条带的覆盖宽度 W 的数学表达式，根据三角函数和正弦定理，可得：

$$\frac{|AO|}{\sin \frac{\theta}{2}} = \frac{D}{\sin \left(\frac{\pi - \theta}{2} - \alpha \right)} \quad (1)$$

化简得左半边覆盖宽度：

$$|AO| = \frac{D \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} + \alpha \right)} \quad (2)$$

同理，右半边覆盖宽度：

$$|EO| = \frac{D \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} - \alpha \right)} \quad (3)$$

故覆盖宽度为：

$$W = |AE| = |AO| + |EO| = \frac{D \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} + \alpha \right)} + \frac{D \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} - \alpha \right)} \quad (4)$$

● 不同测线海水深度模型建立

由于海底坡面与水平面成 α 角，所以测量船在不同测线位置时，海水的深度不同，如图 3 所示，其中 d 为测线间距， D_0 为初始位置海水深度， D_{l1} 为初始位置左边第一根测线位置的海水深度， D_{r1} 为初始位置右边第一根测线位置的海水深度。

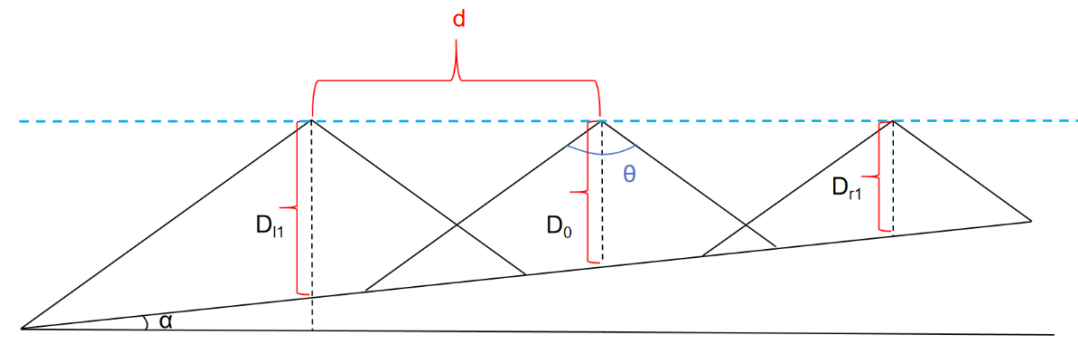


图 3 不同测线的海水深度示意图

由三角形相似原理可得：

$$\begin{cases} D_{ri} = D_0 - id \tan \alpha \\ D_{li} = D_0 + id \tan \alpha \end{cases} \quad (5)$$

综上所述，在第 i 条测线处海水的深度为：

$$D_i = D_0 - id \tan \alpha \quad (6)$$

当测线在初始位置左边时 d 取负值，当测线在初始位置右边时 d 取正值。

● 重叠率模型建立

首先将平面情况的重叠率推广到坡面情况，如图 4 其中： W_{ri} 为第 i 条测线右侧的覆盖宽度， $W_{l, (i+1)}$ 为第 $(i+1)$ 条测线左侧的覆盖宽度， d 为测线间距， η 为重叠率。

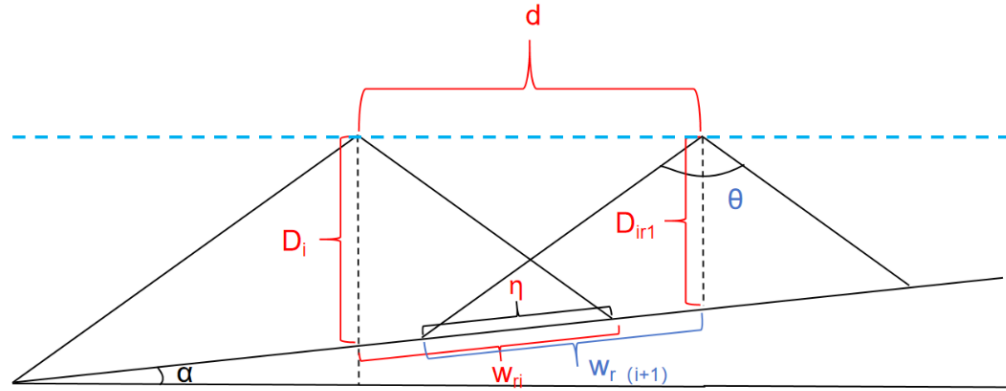


图 4 重叠率定义示意图

平面情况下的 W 可以看作是第一条测线右侧的覆盖宽度与第二条测线左侧的覆盖宽度之和，因此重叠率可定义为：

$$\eta = 1 - \frac{d}{(W_{ri} + W_{l, (i+1)}) \cos \alpha} \quad (7)$$

由(1)式可得：

$$\begin{cases} W_{r1} = \frac{D_1 \sin \frac{\theta}{2}}{\cos\left(\frac{\theta}{2} - \alpha\right)} \\ W_{l2} = \frac{D_2 \sin \frac{\theta}{2}}{\cos\left(\frac{\theta}{2} + \alpha\right)} \end{cases} \quad (8)$$

5.1.2 海域测量模型的求解

综合式(4)、(6)、(7)，可以得到海域测量模型为：

$$\begin{cases} D_i = D_0 - id \tan \alpha \\ W = \frac{D \sin \frac{\theta}{2}}{\cos\left(\frac{\theta}{2} + \alpha\right)} + \frac{D \sin \frac{\theta}{2}}{\cos\left(\frac{\theta}{2} - \alpha\right)} \\ \eta = 1 - \frac{d}{(W_{ri} + W_{l,(i+1)}) \cos \alpha} \end{cases} \quad (9)$$

其中多波束换能器的开交 θ 为 120° 、坡角 α 为 1.5° 和海域坐标原点处的海水深度 D 为 70m 等数据带入本文的海域测量模型中，再利用 matlab 编写程序求解一海域测量模型的海水深度、覆盖宽度以及相邻测线的覆盖率，如表 1

表 1 问题 1 的计算结果表

距中心点处的距离/m	-800	-600	-400	-200	0	200	400	400	800
海水深度/m	90.94	85.71	80.47	75.23	70.00	64.76	59.52	54.28	49.051
覆盖宽度/m	315.81	297.62	279.44	261.25	243.07	224.88	206.69	188.51	170.32
重叠率/%	—	34.86	30.76	26.11	20.79	14.64	7.46	-1.04	-11.25

5.2 问题二：三维海域覆盖宽度模型建立与求解

首先定义 2 个降维参数 φ 和 ψ 即可将三维海域模型降为问题一中的海域测量模型，如图 5 所示。其中(a)为在测线垂直方向的投影图，(b)为测线方向的投影图， W_l 为测线左半边的覆盖宽度， W_r 为测线右半边的覆盖宽度， D_r 为测量船在距海域中心点距离为 r 处的海水深度，根据几何关系可得：

$$D_r = D_0 - r \tan \varphi \quad (10)$$

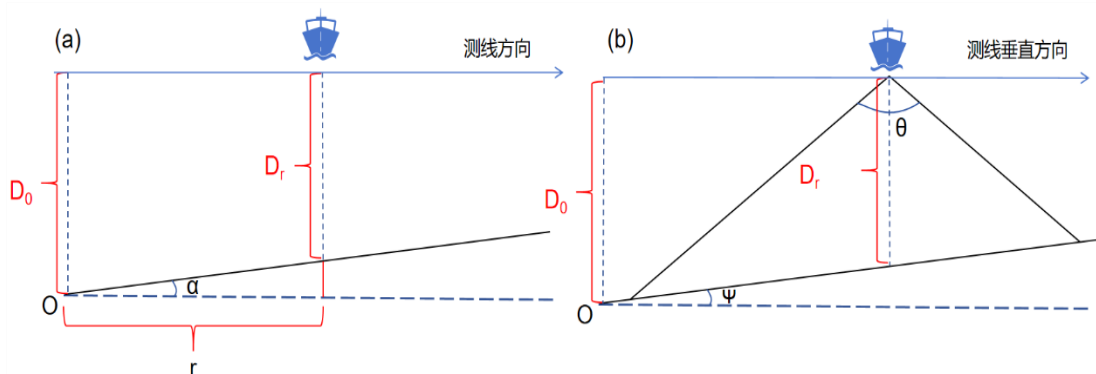


图 5 降维参数示意图

5.2.1 三维海域覆盖宽度模型的建立

首先构造空间直角坐标系，以坡面法线在水平面上的投影记为 x 轴，将 x 轴在水平面上逆时针旋转 90° 后记为 y 轴，根据右手法则，指向天空的方向记为 z 轴。

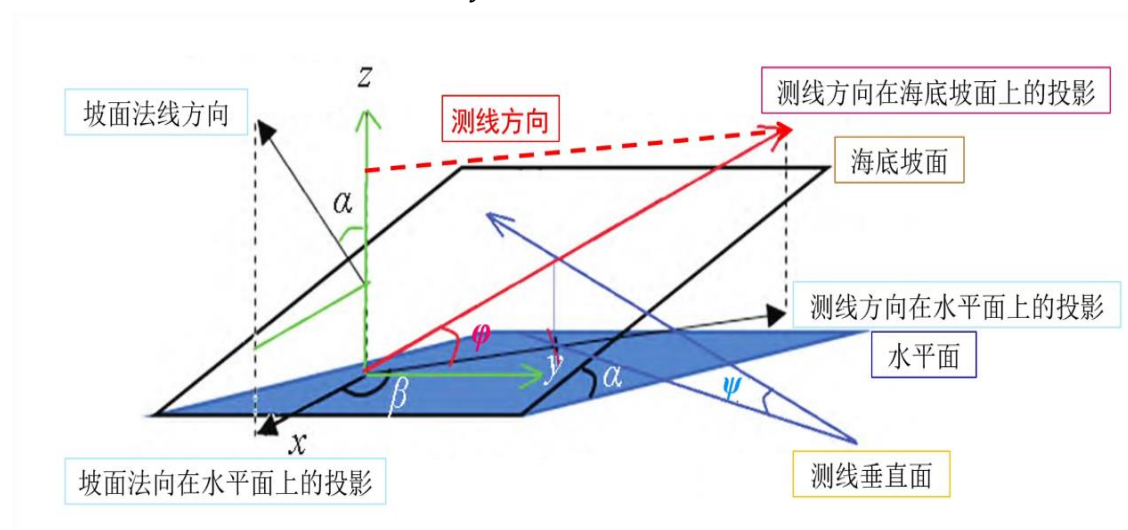


图 6 三维海域覆盖宽度模型示意图

根据三角函数关系可得坡面法线的方向向量为：

$$\mathbf{n} = (\sin\alpha, 0, \cos\alpha) \quad (11)$$

● 降维参数 φ 和 ψ 的建立

为了求出测线方向在坡面上投影的方向向量，现做出三维海域测量模型的二维简易俯视图，如图 7 所示

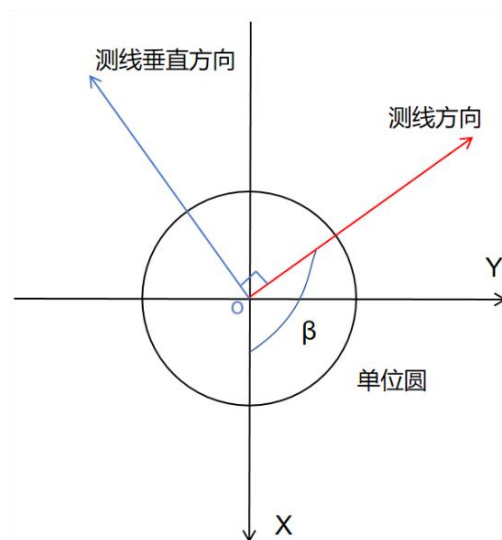


图 7 降维过程计算示意图

根据三角函数相关知识可得，测线方向的方向向量为 $(\cos\beta, \sin\beta, 0)$ 。将测线方向的方向向量分别投影到空间直角坐标系上可得，测线方向在坡面上投影的方向向量为：

$$\mathbf{l} = (\cos \varphi \cos \beta, \cos \varphi \sin \beta, \sin \varphi) \quad (12)$$

根据空间解析几何相关知识可知, 坡面法线的方向向量与测线方向在坡面上投影的方向向量垂直, 则内积为 0, 得到:

$$\tan \varphi = -\tan \alpha \cos \beta \quad (13)$$

同理可得测线垂直方向在坡面上投影的方向向量为:

$$\mathbf{l}_{\perp} = (-\cos \psi \sin \beta, \cos \psi \cos \beta, \sin \psi) \quad (14)$$

因为坡面法线的方向向量与测线垂直方向在坡面上投影的方向向量垂直, 则内积为 0, 得到:

$$\tan \psi = \tan \alpha \sin \beta \quad (15)$$

5.2.2 三维海域覆盖宽度模型的求解

由式(4)、(10)和图 5(b)可知, 降维后的待测海域指定位置的覆盖宽度为:

$$W = W_l + W_r = \frac{D_r \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} + \psi \right)} + \frac{D_r \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} - \psi \right)} \quad (16)$$

综合式(10)、(13)、(15)、(16), 可以得到三维海域覆盖宽度模型为:

$$\begin{cases} D_r = D_0 - r \tan \varphi \\ \tan \varphi = -\tan \alpha \cos \beta \\ \tan \psi = \tan \alpha \sin \beta \\ W = \frac{D_r \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} + \psi \right)} + \frac{D_r \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} - \psi \right)} \end{cases} \quad (17)$$

其中多波束换能器的开交 θ 为 120° 、坡角 α 为 1.5° 和海域中心点处的海水深度 D_0 为 120m 等数据带入本文的海域测量模型中, 再利用 matlab 编写程序求解三维海域覆盖宽度模型, 如表 2

表 2 待测海域指定位置处测线的覆盖宽度表

覆盖宽度/m		测量船距海域中心点处的距离/海里							
		0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1
测线 方向 夹角 / $^\circ$	0	415.6922	466.0911	516.4899	566.8888	617.2876	667.6865	718.0854	768.4842
	45	416.1915	451.8717	487.5519	523.2321	558.9123	594.5924	630.2726	665.9528
	90	416.6919	416.6919	416.6919	416.6919	416.6919	416.6919	416.6919	416.6919
	135	416.1915	380.5113	344.8312	309.1510	273.4708	237.7906	202.1104	166.4302
	180	415.6922	365.2933	314.8945	264.4956	214.0967	163.6979	113.2990	62.9002
	225	416.1915	380.5113	344.8312	309.1510	273.4708	237.7906	202.1104	166.4302
	270	416.6919	416.6919	416.6919	416.6919	416.6919	416.6919	416.6919	416.6919
	315	416.1915	451.8717	487.5519	523.2321	558.9123	594.5924	630.2726	665.9528

5.3 问题三：海域航线递推模型的建立与求解

由表 2 中的第 3 行和第 7 行可知,当测线方向与坡面法线方向在水平面上的投影垂直($\beta = \pi/2$ 或 $\beta = 3\pi/2$)时,在测线方向上,海水深度保持不变,覆盖宽度保持不变,故选择 $\beta = \pi/2$ 为测线铺设方向。

5.3.1 海域航线递推模型的建立

● 海域最大深度模型建立

以西南角为坐标原点,做出一个南北长 2 海里、东西宽 4 海里的矩形海域的侧视图,如图 8。其中 D_{\max} 为矩形海域中最深处的海水深度, D_0 为海域中心点的海水深度是 110m, L 为东西向海域宽度;由几何关系可知:

$$D_{\max} = D_0 + \frac{L \tan \alpha}{2} = 206.99m \quad (18)$$

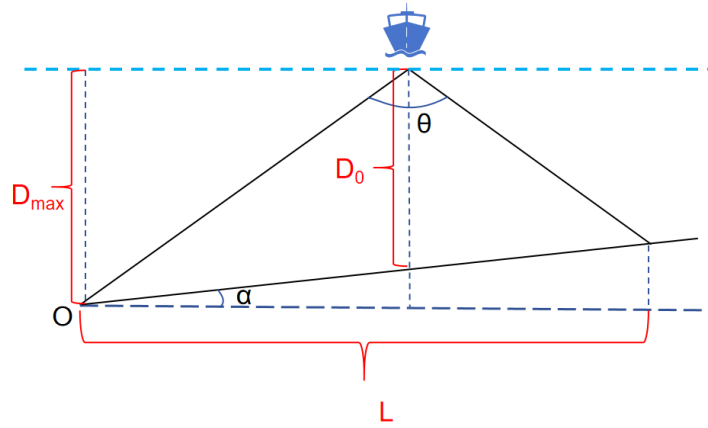


图 8 海域最大深度模型示意图

5.3.2 海域航线递推模型参数建立

首先作出海域航线递推模型参数示意图,如图 9。其中 x_1 为第 1 条测线的坐标, x_2 为第 2 条测线的坐标, d_1 为第 1 条测线与第 2 条测线之间的距离。

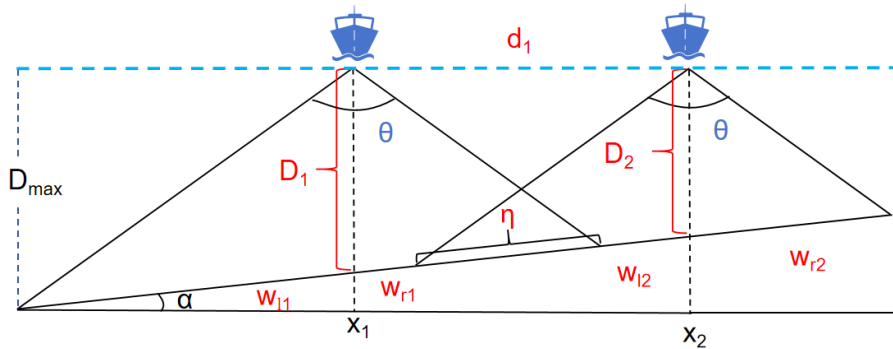


图 9 递推模型示意图

● 测线处海水深度模型建立

由几何关系可知:

$$\begin{cases} x_1 = D_{\max} \tan \frac{\theta}{2} \\ D_1 = D_{\max} - x_1 \tan \alpha \\ D_2 = D_1 - d_1 \tan \alpha \end{cases} \quad (19)$$

● 测线间距模型建立

由式(7)可知：

$$\eta = 1 - \frac{d_1}{(W_{r1} + W_{r2}) \cos \alpha} \quad (20)$$

移项得：

$$d_1 = (W_{r1} + W_{r2}) (1 - \eta) \cos \alpha \quad (21)$$

根据式(2)和(3)的左右覆盖宽度定义可得：

$$d_1 = \left[\frac{D_1 \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} + \alpha \right)} + \frac{D_2 \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} - \alpha \right)} \right] (1 - \eta) \cos \alpha \quad (22)$$

将式(19)中 D_2 带入得：

$$d_1 = \left[\frac{D_1 \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} + \alpha \right)} + \frac{(D_1 - d_1 \tan \alpha) \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} - \alpha \right)} \right] (1 - \eta) \cos \alpha \quad (23)$$

移项得：

$$d_1 = \left[\frac{D_1 \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} + \alpha \right)} + \frac{D_1 \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} - \alpha \right)} - \frac{d_1 \tan \alpha \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} + \alpha \right)} \right] (1 - \eta) \cos \alpha \quad (24)$$

中括号内的前两项之和为第一条测线覆盖宽度，根据式(4)得：

$$d_1 = \frac{W_1 (1 - \eta) \cos \alpha}{1 + \frac{\sin \alpha \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \left(\frac{\theta}{2} + \alpha \right)} (1 - \eta)} \quad (25)$$

5.3.3 海域航线递推模型求解

由图 9 中的几何关系可知：

$$x_2 = x_1 + d_1 \quad (26)$$

假设已经得到第 i 条测线的坐标 x_i 和海水深度 D_i ，则第 $(i+1)$ 条测线的坐标和海水深度的递推公式为：

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + d_i \\ D_{i+1} = D_i - d_i \tan \alpha \end{cases} \quad (27)$$

根据式(25)可知:

$$d_i = \frac{W_i(1-\eta)\cos\alpha}{1 + \frac{\sin\alpha\sin\frac{\theta}{2}}{\cos(\frac{\theta}{2}+\alpha)}(1-\eta)} \quad (28)$$

根据式(2)和(3)的左右覆盖宽度定义可得:

$$W_i = W_{li} + W_{ri} = \frac{D_i\sin\frac{\theta}{2}}{\cos(\frac{\theta}{2}+\alpha)} + \frac{D_i\sin\frac{\theta}{2}}{\cos(\frac{\theta}{2}-\alpha)} \quad (29)$$

因为矩形海域东西宽度为 4 海里, 所以最后一条测线的右侧坐标大于 4 海里时, 停止布置测线, 则有约束条件:

$$x_i + W_{ri}\cos\alpha > 4 \quad (30)$$

综合式 (27)、(28)、(29)、(30)可得海域航线递推模型为:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{i+1} = x_i + d_i \\ d_i = \frac{W_i(1-\eta)\cos\alpha}{1 + \frac{\sin\alpha\sin\frac{\theta}{2}}{\cos(\frac{\theta}{2}+\alpha)}(1-\eta)} \\ W_i = W_{li} + W_{ri} = \frac{D_i\sin\frac{\theta}{2}}{\cos(\frac{\theta}{2}+\alpha)} + \frac{D_i\sin\frac{\theta}{2}}{\cos(\frac{\theta}{2}-\alpha)} \\ D_{i+1} = D_i - d_i\tan\alpha \\ x_i + W_{ri}\cos\alpha > 4 \end{array} \right. \quad (31)$$

根据式(19), 初始值 x_1 为 358.52 米, D_1 为 197.60 米; 模型中多波束换能器的开交 θ 为 120° 、坡角 α 为 1.5° ; 为了在满足题设中覆盖率要求的情况下达到最佳效果, 取 $\eta=10\%$; 将数据带入上述海域航线递推模型中, 再利用 matlab 求解, 当满足约束条件时停止计算, 可以得到测线坐标和测线处海水深度如表 3 所示。

表 3 测线坐标和测线处海水深度数据表

X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
358.52	950.53	1496.10	1998.86	2462.18	2889.16	3282.63	3645.24	3979.40	4287.34	4571.12	4832.64
X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20	X21	X22	X23	X24
5073.64	5295.74	5500.41	5689.02	5862.84	6023.02	6170.63	6306.66	6432.02	6547.55	6654.01	6752.12
X25	X26	X27	X28	X29	X30	X31	X32	X33	X34		
6842.53	6925.85	7002.64	7073.39	7138.60	7198.69	7254.07	7305.10	7352.13	7395.47		

D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D1	D2
197.60	182.10	167.81	154.65	142.51	131.33	121.03	111.53	102.78	94.72	197.60	182.10
D13	D14	D15	D16	D17	D18	D19	D20	D21	D22	D13	D14
74.13	68.31	62.95	58.02	53.46	49.27	45.40	41.84	38.56	35.53	74.13	68.31
D25	D26	D27	D28	D29	D30	D31	D32	D33	D34	D25	D26
27.81	25.63	23.62	21.76	20.06	18.48	17.03	15.70	14.47	13.33	27.81	25.63

● 测线布设可视化

将表 3 中的 34 条测线坐标在南北长 2 海里，东西宽 4 海里的矩形海域上绘制出来，作出其俯视图，如图 10 所示。

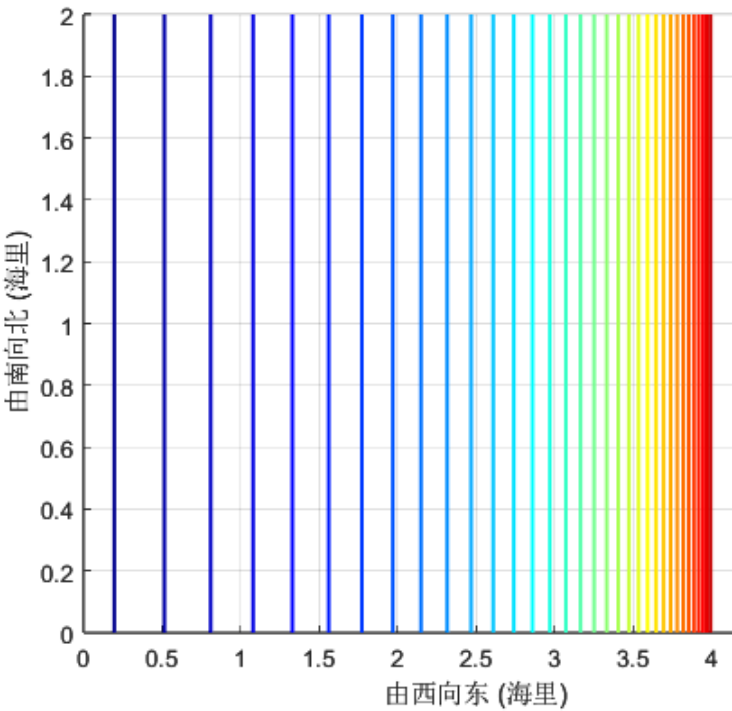


图 10 测线布设示意图

观察图 10 可以发现，当测线坐标距离原点越远时，所布设的测线越密集，也就是说，当海水深度越小时，所需布设的测线就越密集；总共需要布置 34 条测线，总长度 68 海里。

5.4 问题四海域拟合模型的建立与求解

问题四要求对一般待测海域的测线进行布设，在满足精度要求的情况下，根据多波束系统在不同水深海域的覆盖率大小，把待测海域按水深划分成若干个矩形区域，再将划分后的每个矩形待测海域带入问题三中建立的模型求出所需布设的测线总长度。

5.4.1 待测海域可视化

利用 matlab 可以画出附件中待测海域的等深线海域图，如图 12：

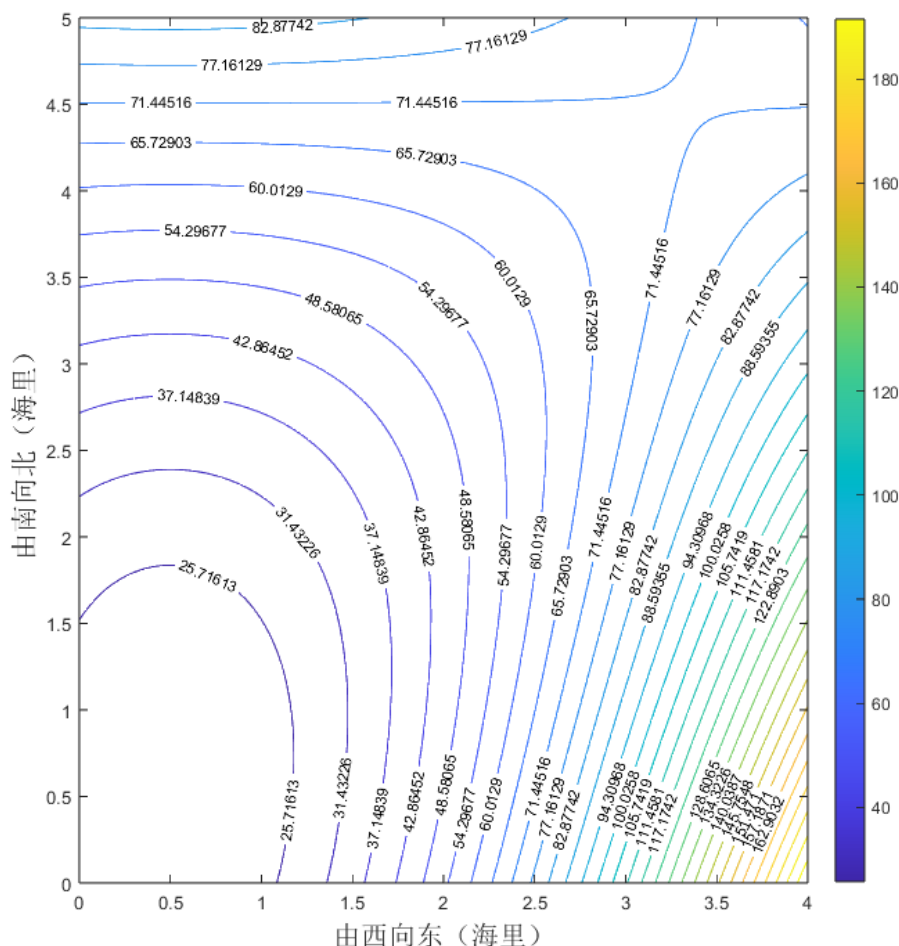


图 11 海域等深线示意图

从上图可以看出，待测海域东南处地势最高，西南处地势最低，等深线越密集的地方说明坡面的坡度越大。

5.4.2 海域分块处理

根据海水等深线的分布情况对待测海域进行区块划分，得到 4 个矩形区域 (A、B、C、D)，如图 13。其中，A 区域东西长 2.5 海里，南北宽 1.5 海里；B 区域东西长 1.5 海里，南北宽 1.5 海里；C 区域东西长 2.5 海里，南北宽 3.5 海里；D 区域东西长 1.5 海里，南北宽 3.5 海里。

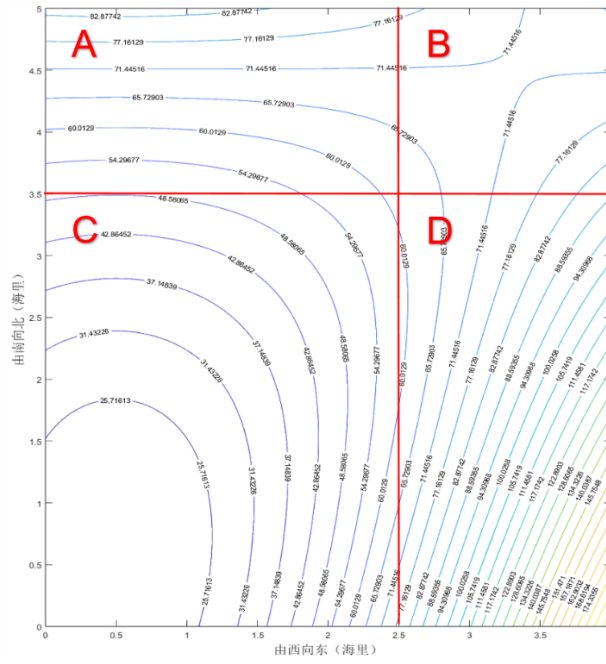


图 12 海域划分示意图

5.4.3 拟合海域平面方程与坡角的建立

设拟合平面方程为：

$$z = Ax + By + C \quad (32)$$

由空间解析几何知识可知，拟合平面的法线方向(正向朝上)为：

$$(-A, -B, 1) \quad (33)$$

拟合平面与水平面的夹角 α 满足关系式：

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1}} \quad (34)$$

5.4.4 拟合海域中心点处海水深度模型建立

设海域东西长 a 海里、南北宽 b 海里，则海域中心点处的坐标为：

$$\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right) \quad (35)$$

带入拟合平面方程可得海域中心点处海水深度：

$$z_0 = A \cdot \frac{a}{2} + B \cdot \frac{b}{2} + C \quad (36)$$

● 初始值确定

为了将数据带入第三问中的海域航线递推模型，需要确定第一条测线的坐标 x_1 以及第一条测线处的海水深度 D_1 ，根据式(18)、(19)、(34)、(36)可得：

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1}} \\ z_0 = A \cdot \frac{a}{2} + B \cdot \frac{b}{2} + C \\ x_1 = \left(z_0 + \frac{\text{atan} \alpha}{2} \right) \tan \frac{\theta}{2} \\ D_1 = z_0 + \frac{\text{atan} \alpha}{2} - x_1 \tan \alpha \end{cases} \quad (37)$$

5.4.5 拟合平面方程求解

将附件中的数据按上述分块方法分为 A、B、C、D, 4 个矩形区域, 再用 matlab 中的 fit 函数通过最小二乘法来确定最佳拟合平面的参数。

● 4 个矩形海域拟合

用 matlab 读取 A 区数据作出拟合平面如图:

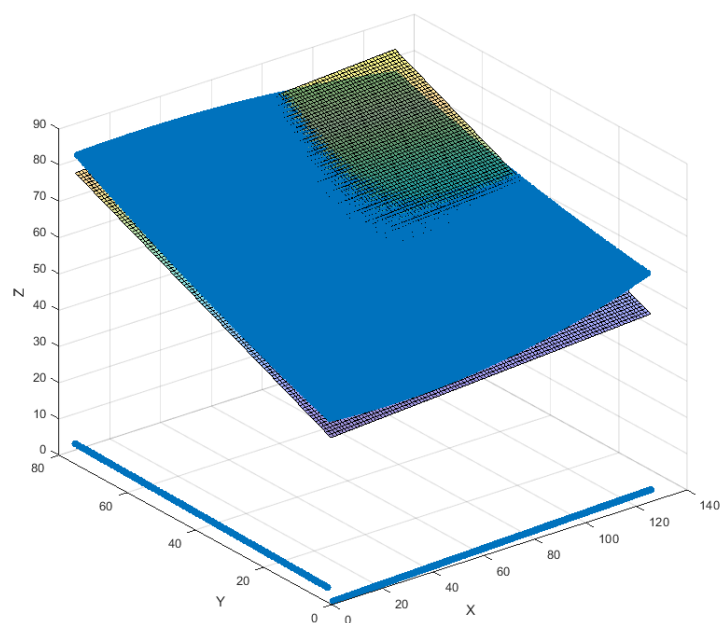


图 13 A 海域拟合示意图

得到 A 区的拟合平面方程为:

$$Z = 44.8005 + 0.0450 * X + 0.4586 * Y \quad (38)$$

同理, 可以得到 B、C、D 三个矩形海域的拟合平面如图:

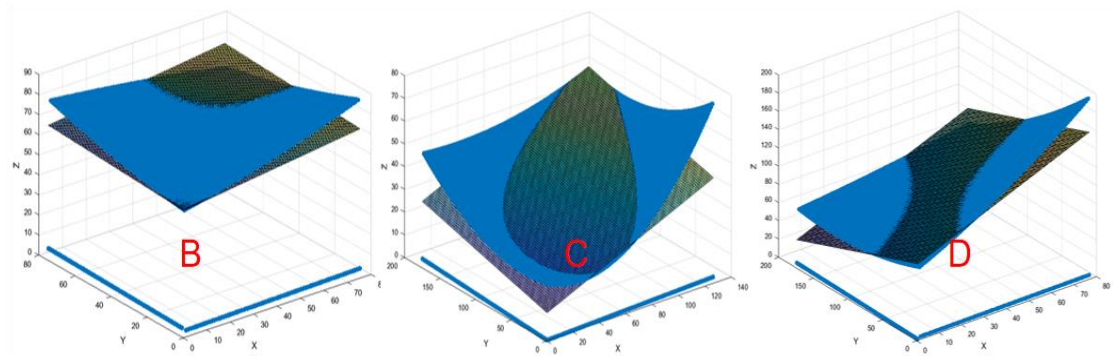


图 14 BCD 海域拟合示意图

得到 B、C、D 三个矩形海域的拟合平面方程为：

$$\begin{cases} Z = 62.3733 + 0.1482 * X + 0.0515 * Y \\ Z = 11.7058 + 0.2697 * X + 0.0950 * Y \\ Z = 82.5288 + 1.0193 * X - 0.3088 * Y \end{cases} \quad (39)$$

由 4 个矩形海域的拟合平面方程和式(34)可以得到各海域的坡角 α , 如下表：

表 4 子海域坡角数据表

子海域	A	B	C	D
坡角	0.82	0.27	0.46	3.14

5.4.6 划分海域布设模型求解

将各划分海域的大小和拟合方程带入式(35)、(36)可知, A、B、C、D, 4 个矩形区域的海域中点处海水深度分别为: 46.8058m、63.0738m、12.2092m、85.3011m。

再将算出来的数据以及各海域的坡角带入式(37)可算出初始值 x_1 和 D_1 , 如下表:

表 5 子海域初始值数据表

子海域	A	B	C	D
X_1	138.4595	120.5843	53.3396	279.7249
D_1	77.9579	69.0511	30.3674	146.1540

将表中数据依次带入问题三中的海域航线递推模型可以求得 A、B、C、D, 4 个矩形海域各自所布设的测线条数。

● 测线布设结果

将测线布设结果用第三问中结果可视化的 matlab 代码可视化, 如图:

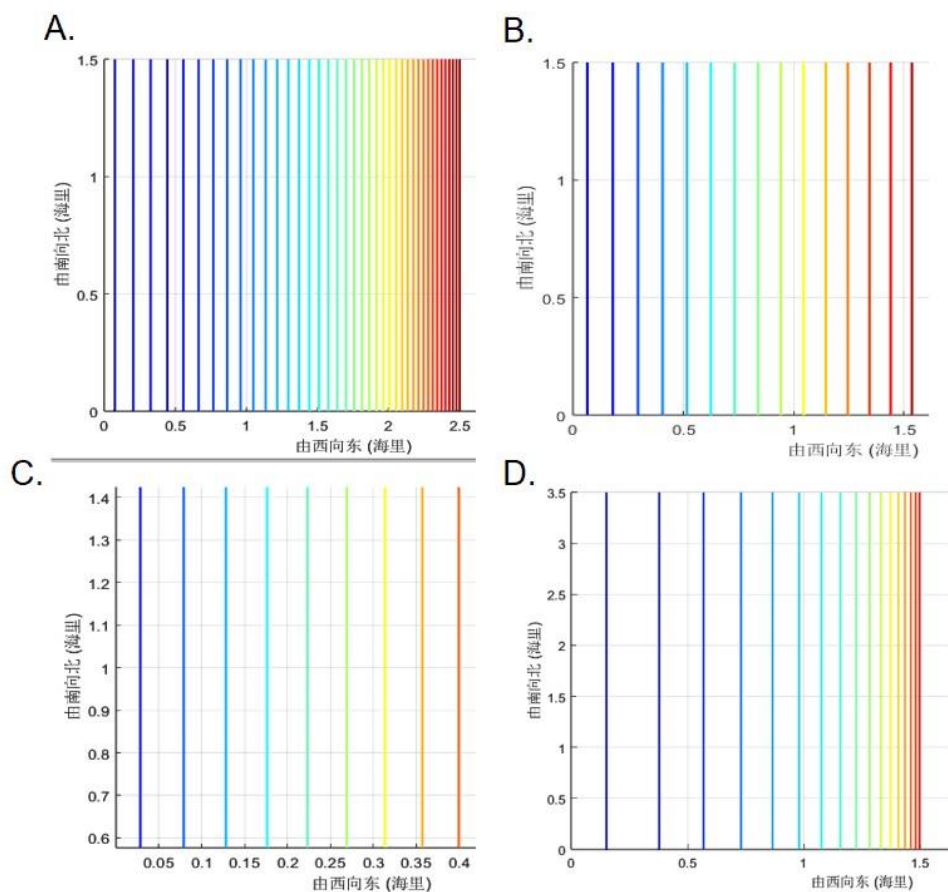


图 15 子海域测线布设可视化图

观察图 15 发现待测子海域坡角越小，测线布设越均匀；随着海域深度的增加，测线间隔越来越小，进一步验证了前文中海水深度与测线布设的关系，反映了模型的可靠性。

最后得到 4 个子海域测线布设条数与测线总长度，如下表：

表 6 测线布设数据表

待测子海域	A	B	C	D
测线条数	40	15	9	17
总长度(海里)	60	22.5	31.5	59.5

最终得到待测海域布设的测线总长度为 173.5 海里，无漏测部分，重叠率超过 20%部分的总长度为 16.03 海里。

六、模型的分析与检验

6.1 合理性分析

● 问题一结果的合理性分析

问题一主要探求测船在平面海底沿着等高线进行测线时覆盖宽度及相邻条带之间的重叠率，在深度、多波测角、海底平面坡度已知的前提下采用三角函数对其覆盖宽度进行求解可以简单准确的求得其对应点位处的覆盖宽度，覆盖宽度随着深度的改变而不断变化随着深度的不断减小覆盖宽度不断减小，在相同航线间距之间覆盖宽度重合率不断减小，与预测结果相同复合测量船在待测海域上运动规律与客观事实相符，说明模型合理。

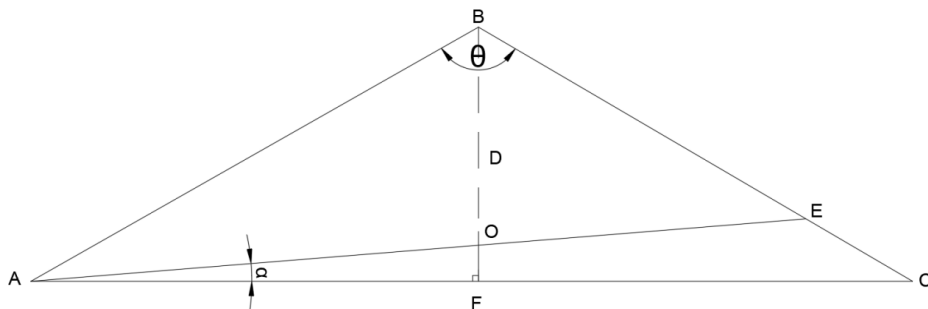


图 16 问题一模型示意图

● 问题二结果的合理性分析

问题二主要探求在航线不确定航向角的情况下对覆盖宽度进行求解，当航向角为 90° 或 270° 时即测线沿等高线航行时与问题一情况相同，若测线并非沿着等高线则分类讨论，当航向角确定的情况下航线确定，因为海底面为平面因而以航线为切线得到的海底切向夹角固定，测探系统的测量宽度可以确定为一定值，因而第二问求解结果复合实际情况。

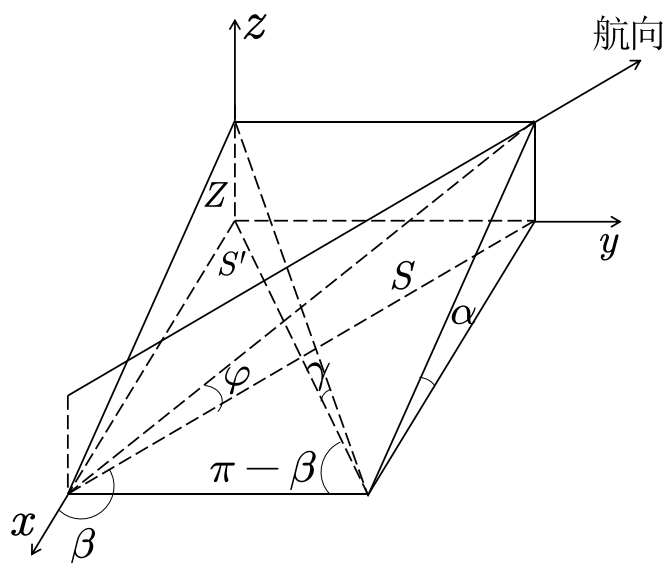


图 17 问题二模型示意图

● 问题三结果的合理性分析

通过对侧向角进行遍布长迭代并求其测向角的最优值能够全面的对不同测线情况进行分析,再通过问题二得到的计算方法对测线进行排线并计算不同侧向角的测线总长,最后得到最优解,运用遍布长迭代能够全面的对不同测向角的测线排布情况进行分析,结果具有较强的可信度。

● 问题四结果的合理性分析

相比较第三问,第四问主要探讨在复杂海域内的测线布线因而在问题四首先需要利用计算机对题目所给的数据进行分析,得到待测海底面的等高线画图进而得到待测海底的大致趋势能够较好的反应海底的坡面分布,再对其地面进行坡角分析后再对海底进行区块划分得到不同方向的四大区块,随后沿着等高线对测线进行排布能够更好的确定测线排布,使得排布更加合理。

6.2 灵敏度检验

6.2.1 问题一灵敏度检验

为检验模型灵敏度,通过对模型的参数进行分析,本文将针对海底坡面夹角 α 与初始深度 D_0 进行分析,本文建立覆盖宽度 W 、重叠率 η 的计算模型主要与海域中心水体深度 D_i 、初始给定深度 D_0 、海底坡面夹角 α 、多波束张角 θ 、测线间间距 x 有关。首先考虑到水体深度 D_i 与初始给定深度 D_0 、海底坡面夹角 α 和测线距离中心处的距离存在函数关系即:

$$D_i = D_0 - id \tan \alpha \quad (40)$$

因而将水体深度 D_i 转化为与初始深度 D_0 与海底坡面夹角 α 变化的影响评估因素不再做变量进行考虑,而多波束张角又受多方面因素的影响因而将其视作常数处理,根据问题表格所给出的相邻测线间距因而将 x 定位 200m。

● 针对海底坡面夹角 α 的分析

海底坡面夹角在题目给定的 1.5° 上下浮动 0.5° 并观察随着 α 值的变化对深度 D_i 的影响计算后如图所示:

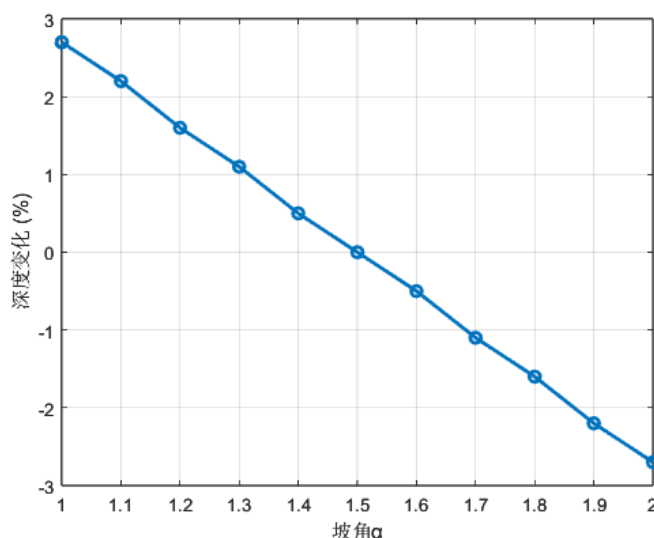


图 16 坡角灵敏度分析示意图

表 7 问题一海底坡面夹角 α 灵敏度分析表

α (%)	-33.3	-22.6	-20.0	-13.3	-6.6	0	6.6	13.3	20.0	22.6	33.3
深度变化率 (%)	2.7	2.2	1.6	1.1	0.5	0	-0.5	-1.1	-1.6	-2.2	-2.7

通过图可以直观的观察随着海底坡面夹角 α 在 $[-33\%,33\%]$ 变化,深度随着夹角的变化率的扰动在 $[-2.7\%, 2.7\%]$ 且变化较为稳定,说明本文建立的模型与海底坡角 α 较为稳定。

● 针对初始深度 D_0 的分析

初始深度在题目给定的 70m 上下浮动 10m 并观察随着 D_0 值的变化对于深度 D_i 的影响计算后如图所示:

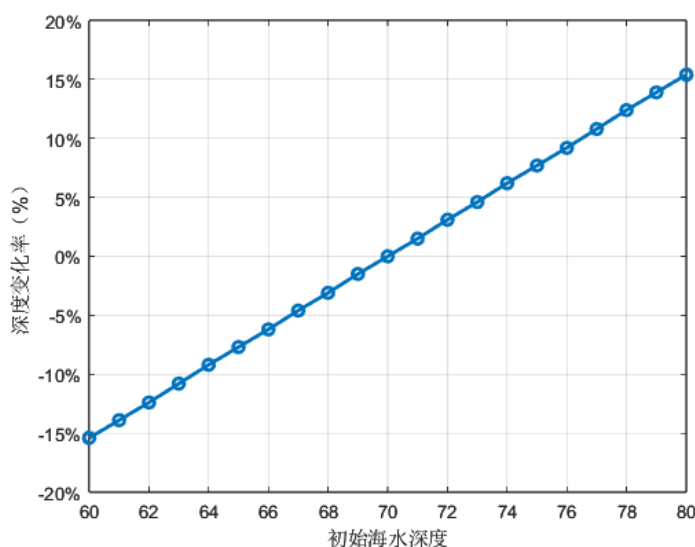


图 17 初始深度灵敏度分析示意图

并给出数据表格:

表 8 问题一初始深度 D_0 灵敏度分析表

D_0	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	-
变化率 (%)	-15.4	-13.9	-12.4	-10.8	-9.2	-7.7	-6.2	-4.6	-3.1	-1.5	-
D_0	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
变化率 (%)	0	1.5	3.1	4.6	6.2	7.7	9.2	10.8	12.4	13.9	15.4

通过图可直观得到随着初始深度 D_0 变化时深度变化率扰动幅度在 $[-15.4\%, 15.4\%]$ 之间说明初始深度 D_0 对本文建立模型与敏感度较高。

6.2.1 问题二灵敏度检验

问题二主要在问题一模型的基础上将确定的测向角变由定值转化为变量,其余变量与第一问相同,即与常数初始给定深度 D_0 、海底坡面夹角 α 、多波束张角 θ 、测线间间距 x 相关,不同的是随着切向角的不断变化,无法较好的评估初始深度 D_0 与海底坡面夹角 α 对于模型的影响,因而主要考虑随着多波束张角 θ 的变化对于深度变化率的影响,在题目给定的 120° 上下浮动 5° 结果如下:

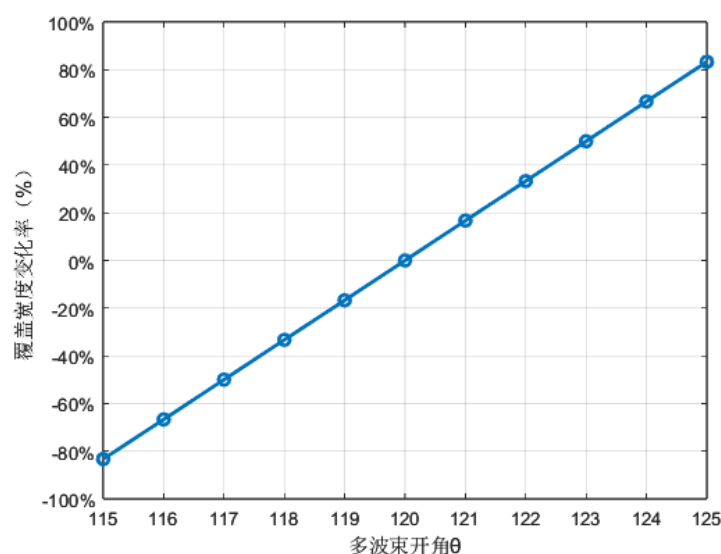


图 18 多波束张角灵敏度分析示意图

通过图可以直观的观察随着多波束张角 θ 在小幅度内变化时，深度随着夹角的变化率的变化率在 $[-83.3\%, 83.3\%]$ 变化幅度较大，说明模型对于多波束张角 θ 的敏感度较高。

七、模型的评价、改进与推广

7.1 模型的优点

1. 本文构建的模型展现出显著的原创性；
2. 本文所建立的模型求解结果具有高度的准确性；
3. 本文所采用的算法具备高效的时间复杂度，能够迅速得出模型结果；
4. 本文的模型构建过程条理清晰、易于理解，通过严密的逻辑推导和合理的假设，简化了复杂的多波束问题；
5. 在本文的建模过程中，运用了直观的图示和详尽的注释，使得抽象的数学问题得以形象化和直观化。

7.2 模型的缺点

1. 本文考虑影响模型的影响因素较为片面；
2. 本文建立的模型在普适性方面存在一定的局限性。

7.3 拟合方法的改进

1. 针对问题三，可以通过构建规划模型来明确约束条件、决策变量以及目标函数，从而降低计算过程的复杂性。
2. 面对风、洋流等因素对测量船的影响，本文可以针对其对航向角度造成的偏差，剔除异常值，然后插值、平滑处理，对造成的偏差进行改正，减少模型建立考虑因素的片面性。
3. 在第四个问题求解的过程中，本文直接使用附录中的数据，未考虑两点之间差值过大的情况，可能会导致构建的海域拟合平面不准确。

7.4 模型的推广

该模型适用于海洋调查与勘测领域，能够辅助设计测量船的航线轨迹，确保测量船的总航迹最短，同时满足相邻测线之间的重复率要求，并确保测探系统全面覆盖待测区域。此外，该模型亦可应用于工程勘察领域，以提高工作效率并增强勘察的准确性。优化模型亦可推广至运筹学及优化问题领域，解决测量船航线最短规划、路径选择和资源分配等问题，以实现既定目标并满足工作要求。综上所述，本文所建立的模型在航线规划与决策优化方面展现出广泛的应用潜力，适用于多个领域的路径优化设计及资源分配问题。

八、参考文献

- [1] 杨柳, 王超, 吴忠明. 多波束测深系统与单波束测深仪在长江河道测量应用中的比较与分析[J]. 水利水电快报, 2021, 42(5): 23.
- [2] 高君, 肖付民, 裴文斌等. 多波束测深仪扫幅宽度评估方法[J]. 测绘科学技术学报, 2013, 30(01): 28-32.
- [3] 成芳, 胡迺成. 多波束测量测线布设优化方法研究[J]. 海洋技术学报, 2016, 35(02): 87-91.
- [4] 丁继胜, 周兴华, 刘忠臣等. 多波束测深声纳系统的工作原理[J]. 海洋测绘, 1999(03): 15-22.

九、附录

附录 1			
介绍：支撑材料的文件列表			
 图片	2024/8/15 21:58	文件夹	
 海域数据	2024/8/15 22:15	文件夹	
 matlab程序	2024/8/16 0:43	文件夹	
名称	修改日期	类型	大小
 图18	2024/8/15 21:21	MATLAB Figure	27 KB
 图17	2024/8/15 21:15	MATLAB Figure	27 KB
 图16	2024/8/15 21:10	MATLAB Figure	27 KB
 图15	2024/8/16 0:51	PNG 文件	105 KB
 图14	2024/8/15 21:58	PPTX 演示文稿	299 KB
 图13	2024/8/15 21:38	MATLAB Figure	715 KB
 图12	2024/8/14 23:13	PPTX 演示文稿	236 KB
 图11	2024/8/13 13:28	MATLAB Figure	35 KB
 图9	2024/8/13 20:10	PPTX 演示文稿	86 KB
 图5	2024/8/15 0:11	PPTX 演示文稿	91 KB
 图 2、3、4、7、8	2024/8/12 21:40	PPTX 演示文稿	99 KB
名称	修改日期	类型	大小
 A区	2024/8/15 18:06	XLSX 工作表	56 KB
 B区	2024/8/15 18:13	XLSX 工作表	40 KB
 C区	2024/8/15 18:13	XLSX 工作表	133 KB
 D区	2024/8/15 21:51	XLSX 工作表	125 KB
 海域数据表	2024/8/15 18:01	XLSX 工作表	595 KB
 原始海域数据	2024/8/15 18:12	XLSX 工作表	303 KB
名称	修改日期	类型	大小
 问题一坡角灵敏度检验	2024/8/15 21:09	MATLAB Live Scr...	23 KB
 问题一初始深度灵敏性检验	2024/8/16 0:33	MATLAB Live Scr...	29 KB
 问题二覆盖宽度求解代码	2024/8/12 22:01	MATLAB Live Scr...	5 KB
 问题二多波束开角灵敏度检验	2024/8/16 0:22	MATLAB Live Scr...	25 KB
 第一问重叠率求解代码	2024/8/10 15:16	MATLAB Live Scr...	4 KB
 第一问海水深度求解代码	2024/8/10 15:14	MATLAB Live Scr...	4 KB
 第一问覆盖宽度求解代码	2024/8/10 15:11	MATLAB Live Scr...	4 KB
 第四问待测海域可视化代码	2024/8/14 23:05	MATLAB Live Scr...	67 KB
 第四问测线布设可视化代码	2024/8/16 0:43	MATLAB Live Scr...	20 KB
 第四问A区求解代码	2024/8/16 0:23	MATLAB Live Scr...	5 KB
 第三问递推代码	2024/8/14 19:44	MATLAB Live Scr...	5 KB
 第三问测线可视化代码	2024/8/14 19:44	MATLAB Live Scr...	19 KB
 A区拟合代码	2024/8/15 21:55	MATLAB Live Scr...	26 KB

附录 2

介绍：该代码是 **matlab** 语言编写的，作用是求解问题一中的海水深度

```
% 已知数值
alpha = 1.5; % 坡角，单位为度
d = 200; % 测线间距，固定值为 200
D_0 = 70; % 初始海域深度 D_0，单位为米
% 将坡角 alpha 转换为弧度
alpha_rad = deg2rad(alpha);
% 测线编号 i 的取值范围
i_values = [-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4];
% 计算每条测线对应的 D_i 值
D_i = D_0 - i_values .* d .* tan(alpha_rad);
% 显示计算结果
disp('i_values = [-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4]');
disp('对应的 D_i 值为:');
disp(D_i);
```

附录 3

介绍：该代码是 **matlab** 语言编写的，作用是求解问题一中的覆盖宽度

```
% 已知参数
Di = [90.9487, 85.7116, 80.4744, 75.2372, 70, 64.7628, 59.5256, 54.2884, 49.0513]; % 海水深度
theta = 120; % 开交角度，单位为度
alpha = 1.5; % 坡角，单位为度
% 将角度转换为弧度
theta_rad = deg2rad(theta);
alpha_rad = deg2rad(alpha);
% 预先计算三角函数值
sin_theta = sin(theta_rad); % sin(θ)
cos_alpha = cos(alpha_rad); % cos(α)
cos_theta_half = cos(theta_rad / 2); % cos(θ/2)
sin_theta_half = sin(theta_rad / 2); % sin(θ/2)
% 计算每个 Di 对应的覆盖宽度 W
W = Di .* sin_theta .* cos_alpha ./ ((cos_theta_half .* cos_alpha).^2 - (sin_theta_half .* sin(alpha_rad)).^2);
% 显示结果
W
```

附录 4

介绍：该代码是 **matlab** 语言编写的，作用是求解问题一中的重叠率

```
% 给定的参数
theta = 120; % 多波束换能器开角，单位为度
alpha = 1.5; % 坡角，单位为度
d = 200; % 测线间距
% 将角度转换为弧度制
theta_rad = deg2rad(theta);
alpha_rad = deg2rad(alpha);
% D 的值
D1 = [90.9487, 85.7116, 80.4744, 75.2372, 64.7628, 59.5256, 54.2884]; %
对应于 Wri
D2 = [85.7116, 80.4744, 75.2372, 64.7628, 59.5256, 54.2884, 49.0513]; %
对应于 Wl,(i+1)
% 计算 Wri 和 Wl,(i+1)
Wri = (D1 .* sin(theta_rad/2)) ./ cos(theta_rad/2 + alpha_rad);
Wl_next = (D2 .* sin(theta_rad/2)) ./ cos(theta_rad/2 - alpha_rad);
% 计算重叠率 eta
eta = 1 - d ./ ((Wri + Wl_next) .* cos(alpha_rad));
% 输出结果
fprintf('重叠率  $\eta$  的值分别为: \n');
disp(eta);
```

附录 5

介绍：该代码是 **matlab** 语言编写的，作用是求解问题二中的覆盖宽度

```
% 已知参数
theta = 120; % 开交角，单位度
alpha = 1.5; % 坡角，单位度
D_0 = 120; % 海域中心点处的海水深度，单位米
% 转换角度为弧度
theta_rad = deg2rad(theta);
alpha_rad = deg2rad(alpha);
% 距离 r 和夹角  $\beta$  的取值范围
r_values = [0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8, 2.1]; % 单位为海里
beta_values = [0, 45, 90, 135, 180, 225, 270, 315]; % 单位为度
% 初始化存储结果的矩阵
W_matrix = zeros(length(r_values), length(beta_values));
% 计算覆盖宽度 W
for i = 1:length(r_values)
    r = r_values(i);
```

```

    for j = 1:length(beta_values)
        beta = beta_values(j);
        beta_rad = deg2rad(beta);
        % 计算 varphi 和 psi
        tan_varphi = -tan(alpha_rad) * cos(beta_rad);
        varphi = atan(tan_varphi);
        tan_psi = tan(alpha_rad) * sin(beta_rad);
        psi = atan(tan_psi);
        % 计算 Dr
        Dr = D_0 - r * tan_varphi * 1852; % 1 海里约为 1852 米
        % 计算 W
        W = (Dr * sin(theta_rad / 2) / cos(theta_rad / 2 + psi)) + ...
            (Dr * sin(theta_rad / 2) / cos(theta_rad / 2 - psi));
        % 存储结果
        W_matrix(i, j) = W;
    end
end
% 显示结果
disp('覆盖宽度 W 的矩阵 (单位: 米): ');
disp(W_matrix);

```

附录 6

介绍：该代码是 **matlab** 语言编写的，作用是求解第三问的递推模型

```

% 参数初始化
alpha = 1.5; % 角度，单位为度
theta = 120; % 角度，单位为度
eta = 0.1; % 比例因子
% 将角度转换为弧度
alpha_rad = deg2rad(alpha);
theta_rad = deg2rad(theta);
% 初始值
x_i = 358.52;
D_i = 197.60;
% 约束条件
constraint_value = 7408;
% 初始化存储每次递推的结果
x_values = [];
D_values = [];
% 迭代计算
i = 1;
while true
    % 计算 W_li 和 W_ri

```

```

W_li = (D_i * sin(theta_rad / 2)) / cos(theta_rad / 2 + alpha_rad);
W_ri = (D_i * sin(theta_rad / 2)) / cos(theta_rad / 2 - alpha_rad);
W_i = W_li + W_ri;
% 计算 d_i
d_i = (W_i * (1 - eta) * cos(alpha_rad)) / (1 + (sin(alpha_rad) *
sin(theta_rad / 2)) / cos(theta_rad / 2 + alpha_rad) * (1 - eta));
% 更新 x_i 和 D_i
x_next = x_i + d_i;
D_next = D_i - d_i * tan(alpha_rad);
% 存储当前的 x_i 和 D_i
x_values(end+1) = x_i;
D_values(end+1) = D_i;
% 检查约束条件
if x_i + W_ri * cos(alpha_rad) > constraint_value
    break;
end
% 更新变量
x_i = x_next;
D_i = D_next;
i = i + 1;
end
% 显示每次递推的 x_i 和 D_i 的值
fprintf('迭代次数: %d\n', length(x_values));
fprintf('每次递推的 x_i 和 D_i 的值:\n');
for j = 1:length(x_values)
    fprintf('Iteration %d: x_i = %.2f, D_i = %.2f\n', j, x_values(j),
D_values(j));
end

```

附录 7

介绍：该代码是 **matlab** 语言编写的，作用是对问题三结果可视化

% 定义 X 坐标（单位为米）

```

x_coords_m = [358.52, 950.53, 1496.10, 1998.86, 2462.18, 2889.16,
3282.63, 3645.24, ...
3979.40, 4287.34, 4571.12, 4832.64, 5073.64, 5295.74,
5500.41, 5689.02, ...
5862.84, 6023.02, 6170.63, 6306.66, 6432.02, 6547.55,
6654.01, 6752.12, ...
6842.53, 6925.85, 7002.64, 7073.39, 7138.60, 7198.69,
7254.07, 7305.10, ...
7352.13, 7395.47];

```

% 转换 X 坐标为海里

```

x_coords_nmi = x_coords_m / 1852;
% 定义 Y 坐标范围（单位为海里）
y_min_nmi = 0;
y_max_nmi = 2; % 2 海里
% 获取颜色图，从冷色系到暖色系
cmap = colormap(jet(length(x_coords_nmi))); % 使用 jet 颜色映射
% 绘制直线
figure;
hold on;
for i = 1:length(x_coords_nmi)
    plot([x_coords_nmi(i), x_coords_nmi(i)], [y_min_nmi, y_max_nmi],
        'Color', cmap(i, :), 'LineWidth', 1.5);
end
hold off;
% 设置图形属性
axis([0, max(x_coords_nmi) + 1, y_min_nmi, y_max_nmi]); % 轴范围可以根据
需要调整
xlabel('由西向东（海里）');
ylabel('由南向北（海里）');
grid on;

```

附录 8

介绍：该代码是 matlab 语言编写的，作用是将附件中的海域可视化

```

% 定义 Excel 文件路径
file_path = 'C:\Users\HuangShaoze\Desktop\B 题\附件.xlsx';
% 读取 Excel 文件中的数据
data = xlsread(file_path);
% 分离 X, Y, Z 轴数据
X = data(1, 2:end); % X 轴坐标（第一行，去掉第一个元素）
Y = data(2:end, 1); % Y 轴坐标（第一列，去掉第一个元素）
Z = data(2:end, 2:end); % Z 轴坐标（去掉第一行和第一列的交点数据）
% 绘制等深线图
figure;
[C, h] = contour(X, Y, Z, 30); % 绘制 30 条等深线，并获取等高线矩阵和等高线
对象
clabel(C, h, 'FontSize', 8, 'Color', 'black'); % 在等高线上添加标签
xlabel('由西向东（海里）', 'FontSize', 15); % 设置 X 轴标题字体大小
ylabel('由南向北（海里）', 'FontSize', 15); % 设置 Y 轴标题字体大小
% 调整颜色条字体大小
colorbar_handle = colorbar;
set(colorbar_handle.Label, 'FontSize', 30); % 设置颜色栏字体大小

```

附录 9

介绍：该代码是 **matlab** 语言编写的，作用是拟合子海域平面方程

```
% 读取 Excel 数据
filename = 'C:\Users\HuangShaoze\Desktop\支撑材料\海域数据\A 区.xlsx';
data = readmatrix(filename);
% 获取行和列数
[numRows, numCols] = size(data);
% 创建 X 和 Y 的网格
[X, Y] = meshgrid(1:numCols, 1:numRows);
% Z 是数据矩阵
Z = data;
% 将数据转换为列向量
X = X(:);
Y = Y(:);
Z = Z(:);
% 去除包含 NaN 值的行
validIdx = ~isnan(X) & ~isnan(Y) & ~isnan(Z);
X = X(validIdx);
Y = Y(validIdx);
Z = Z(validIdx);
% 拟合平面
fitModel = fit([X, Y], Z, 'poly11');
% 提取拟合平面的系数
coefficients = coeffvalues(fitModel);
% 显示拟合方程
fprintf('拟合的平面方程为: \n');
fprintf('Z = %.4f + %.4f*X + %.4f*Y\n', coefficients(1),
coefficients(2), coefficients(3));
% 绘制拟合结果
figure;
scatter3(X, Y, Z, 'filled');
hold on;
% 创建网格以用于绘制拟合平面
[xGrid, yGrid] = meshgrid(linspace(min(X), max(X), 100),
linspace(min(Y), max(Y), 100));
zGrid = feval(fitModel, xGrid, yGrid);
% 绘制拟合平面
surf(xGrid, yGrid, zGrid, 'FaceAlpha', 0.5);
xlabel('X');
ylabel('Y');
zlabel('Z');
hold off;
```

% 将文件位置中的 A 区分别改为 B、C、D 即可得到其他三个海域的拟合方程

附 10

介绍：该代码是 matlab 语言编写的，作用是计算子海域所需布设测线的数量

```
% 参数初始化
alpha = 0.82; % 角度，单位为度
theta = 120; % 角度，单位为度
eta = 0.1; % 比例因子
% 将角度转换为弧度
alpha_rad = deg2rad(alpha);
theta_rad = deg2rad(theta);
% 初始值
x_i = 138.4595;
D_i = 77.9579;
% 约束条件
constraint_value = 4630;
% 初始化存储每次递推的结果
x_values = [];
D_values = [];
% 迭代计算
i = 1;
while true
    % 计算 W_li 和 W_ri
    W_li = (D_i * sin(theta_rad / 2)) / cos(theta_rad / 2 + alpha_rad);
    W_ri = (D_i * sin(theta_rad / 2)) / cos(theta_rad / 2 - alpha_rad);
    W_i = W_li + W_ri;
    % 计算 d_i
    d_i = (W_i * (1 - eta) * cos(alpha_rad)) / (1 + (sin(alpha_rad) *
sin(theta_rad / 2)) / cos(theta_rad / 2 + alpha_rad) * (1 - eta));
    % 更新 x_i 和 D_i
    x_next = x_i + d_i;
    D_next = D_i - d_i * tan(alpha_rad);
    % 存储当前的 x_i 和 D_i
    x_values(end+1) = x_i;
    D_values(end+1) = D_i;
    % 检查约束条件
    if x_i + W_ri * cos(alpha_rad) > constraint_value
        break;
    end
    % 更新变量
    x_i = x_next;
    D_i = D_next;
```

```

        i = i + 1;
end
% 显示每次递推的 x_i 和 D_i 的值
fprintf('迭代次数: %d\n', length(x_values));
fprintf('每次递推的 x_i 和 D_i 的值:\n');
for j = 1:length(x_values)
    fprintf('Iteration %d: x_i = %.2f, D_i = %.2f\n', j, x_values(j),
D_values(j));
end
% 更改每次的初始值和  $\alpha$  角即可求得其他海域测线布设情况

```

附录 11

介绍：该代码是 **matlab** 语言编写的，作用是坡角灵敏度分析

```

% 定义坡角 alpha 和深度变化率的值
alpha = [1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2.0];
depth_change_rate = [2.7, 2.2, 1.6, 1.1, 0.5, 0, -0.5, -1.1, -1.6, -
2.2, -2.7];
% 绘制折线图
plot(alpha, depth_change_rate, '-o', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 6);
% 添加标题和坐标轴标签
xlabel('坡角  $\alpha$ ');
ylabel('深度变化 (%)');
% 设置网格
grid on;
% 显示图形
hold off;

```

附录 12

介绍：该代码是 **matlab** 语言编写的，作用是初始深度灵敏度分析

```

% 定义横坐标和纵坐标数据
x = 60:80; % 横坐标数据
y = [-15.4, -13.9, -12.4, -10.8, -9.2, -7.7, -6.2, -4.6, -3.1, -1.5, 0,
1.5, 3.1, 4.6, 6.2, 7.7, 9.2, 10.8, 12.4, 13.9, 15.4]; % 纵坐标数据
% 绘制折线图
plot(x, y, '-o', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 6);
% 添加标题和坐标轴标签
xlabel('初始海水深度');
ylabel('深度变化率 (%)');
% 将 y 轴的值格式化为百分数
ytickformat('percentage');

```



```
% 设置网格
grid on;
% 显示图形
hold off;
```

附录 13

介绍：该代码是 **matlab** 语言编写的，作用是开角灵敏度分析

```
% 定义横坐标和纵坐标数据
x = 115:125; % 横坐标数据
y = [-83.3, -66.7, -50.0, -33.3, -16.7, 0, 16.7, 33.3, 50.0, 66.7, 83.3]; % 纵坐标数据
% 绘制折线图
plot(x, y, '-o', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 6);
% 添加标题和坐标轴标签
xlabel('多波束开角  $\theta$ ');
ylabel('覆盖宽度变化率 (%)');
% 将 y 轴的值格式化为百分数
ytickformat('percentage');
% 设置网格
grid on;
% 显示图形
hold off;
```