

问题分析与解答

第一段内容

你看到的这个“幅值差了几十 dB”的现象，不是缩放问题，而是比的对象不一样：

你画的是

$$\tilde{G}_d(s, 0) = 7 \cdot 0.25 G_1 + 3 \cdot 1 G_2 + 3 \cdot 0.75 G_3$$

(或者把 δ_1, Δ_1 代进去后的裸频响的 Bode 图)。

论文图 (Fig. 2.8) 画的是

$$\tilde{G}_{d,\text{init}}(s) = \mathbf{F}_u(D(s), \text{blkdiag}(\delta_1, \Delta_1(s))),$$

并与“下界” $L(\omega)$ 以及“插值模型”对比。这里的 $\mathbf{F}_u(\cdot)$ 是 **上线性分式变换 (upper LFT)**， $D(s)$ 是 skewed- μ 幂迭代 (或 D-K) 得到的频率依赖的 D-scaling。这一项会把幅值成百上千倍地重塑 (+20 +60 dB 很常见)。再加上有时还会乘以前后权重 W_o, W_i 去做 μ 规格化，最终曲线当然会让“裸的 \tilde{G}_d ”高很多。

更具体地说：

1. $\Delta_1(s)$ 是“全通”型 (all-pass)

你截图给出的

$$\Delta_1(s) = \frac{s^2 - 2.388 \times 10^4 s + 3.069 \times 10^6}{s^2 + 2.388 \times 10^4 s + 3.069 \times 10^6}$$

是单位增益的全通块 ($|\Delta_1(j\omega)| = 1$)。再乘上 $1 + W(s)\Delta_1(s)$ 也只能带来个位数 dB 的变化 (W 的横值在 0.1 0.2 左右)，绝不可能凭它把曲线抬到 +20 dB。

所以真正把曲线抬高几十 dB 的，是 $D(s)$ (和可能的 W_o, W_i)，而不是 Δ_1 。

2. 论文图是“被 D-scaling 后的系统”，你的是“未 scaling 的名义系统”

Fig. 2.8 的文字里明确写了 “ $\tilde{G}_{d,\text{init}}(s) = \mathbf{F}_u(D(s), \text{blkdiag}(\delta_1, \Delta_1(s)))$ has the largest gain ...”。

这就是说他们先用 skewed- μ 幂迭代 (或 D-K) 在每个频率点求出频率依赖的放大器 $D(j\omega)$ ，再把它作为上 LFT 的“外环”，生成“边界模型”。这个 $D(s)$ 的作用就是把在 μ 意义下“危险”的方向大幅放大，幅值自然能到 +20 dB 甚至更高。你代码里没这一步，当然对不上。

3. 坐标轴单位也不同 (Hz vs rad/s)，但这只影响横坐标位置

论文横轴标的是 Hz，MATLAB bode 默认是 rad/s。这会导致峰位看起来“挪了 2π 倍”，但不会造成你说的“幅值差几十 dB”。幅值的大差距还是第 2 点的原因。

第二段内容

我画的确实是裸频啊，可是图中的标称系统 The nominal system is shown “ $G_d(s, 0)$ ” 不就是裸频啊吗，也就是图中蓝色的线条，为什么也那么高？它不是不含不确定性吗？标称也可以接到上 LFT 里吗？

非常好的追问——这正是很多人第一次读 Claessens (2024) 这类 μ -分析论文时会混淆的地方。我们来把“标称系统 $G_d(s, 0)$ ”的删除蓝线为什么也会在 +10 ~ +20 dB 这一量级讲清楚。

1. “标称系统” 并不是原始的 $7G_1 + 3G_2 + 3G_3$

文中的 $G_d(s, 0)$ 已经不是最初那三个基础环节的直接线性组合，而是经过整个 LFT 封装后提取出来的名义通道。

也就是说：

$$G_d(s, \Delta) = F_u(D(s), \text{blkdiag}(\delta_1, \Delta_1(s)))$$

当 $\Delta = 0$ 时得到的 $G_d(s, 0)$ （蓝线）仍然处在 LFT 结构里，包含了 $D(s)$ 这一串联放大器的效应。

在 μ -框架下， $D(s)$ 被设计为频率依赖的标度矩阵 (scaling)，它的模值可能在某些频段大于 10 ~ 30 倍。

因此即便不含不确定性块，名义系统也会被 $D(s)$ “抬高” 几十 dB。

2. 为什么要这样定义“标称”

在 μ -综合或 skewed- μ 算法代算法中，我们的目标是找到一个 $D(s)$ ，使得：

$$\mu_\Delta(D(j\omega)G_d(j\omega)D^{-1}(j\omega)) = 1$$

在这个过程中， D 相当于一个频率依赖的放大因子，让系统在 “ $\mu = 1$ ” 的边界上衡量增益。

然后再把 D 固定下来，连同 G 一起形成 G_d 。所以论文里的“nominal $G_d(s, 0)$ ” 其实是经 D -scaling 后的标称模型，而不是你手里未缩放的“原始标称系统”。

3. 蓝线为什么还叫“nominal”

因为：

- 它对应 $\delta_1 = 0, \Delta_1 = 0$ ，即不含不确定性扰动；
- 但仍保留了设计时的标度结构 $D(s)$ ；
- 这样便于和“最坏情况”（橙线）或“插值解”（紫线）进行统一比较。

论文作者通常把这种“已经被入 $D(s)$ 的版本”称为 nominal，以区别于原始未缩放模型。