

(1) 与二叉堆类似，按从上到下，每一层内从左到右的顺序在数组中排列

$x_{11}, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2d}, x_{31}, x_{32}, \dots, x_{3d^2}, \dots$
 第一层 1个 第二层 d 个 第三层 d^2 个

数组以 0 开始

● 若结点索引为 i ，则父节点为 $\frac{i-1}{d}$ (非根结点)

● 若结点索引为 i ，子节点为 $(di+1), (di+2), \dots, (di+d)$

$$(2) \quad \frac{d^h + d - 2}{d - 1} \leq n \leq \frac{d^{h+1} - 1}{d - 1} \quad (d \geq 2)$$

$$\Rightarrow d^h \leq d^h + d - 2 \leq n(d-1) \leq d^{h+1} - 1$$

$$\Rightarrow \log_d d^h \leq \log_d n(d-1) \leq \log_d (d^{h+1} - 1)$$

$$\Rightarrow h \leq \log_d n(d-1) < h+1$$

$$\Rightarrow \lfloor \log_d n(d-1) \rfloor = h$$

(3) extract_max 的复杂度取决于 $\text{max_heapify-}d$ 的复杂度

对于 $\text{max_heapify-}d$ ，每次调用它时需要比较 d 次大小，且最多递归 $h = \lfloor \log_d n(d-1) \rfloor$ 次

$$\Rightarrow O(d \times \lfloor \log_d n(d-1) \rfloor) = O(d \log_d n)$$

(4) Insert 的复杂度取决于 Increase-Key 的复杂度且相等，故见 (5)

(5) Increase-Key 的复杂度取决于迭代次数

由于最多迭代次数为堆的高度，即 $\lfloor \log_d n(d-1) \rfloor$ ，故复杂度为 $O(\log_d n)$

