

Report-Project2

黄子骞 21307130013

算法选择

在此次 pj 中，我选择使用 Dijkstra 算法来实现导航系统中最短路径的查找，因为在地图为一个带权图，其中没有负权边，并且极大概率有环出现，综合以上几点，可选的最短路径算法有 Dijkstra 算法以及 Bellman-Ford 算法，考虑到没有负权出现，因此选择效率相对较高的 Dijkstra 算法。

具体实现

edge结构

- `is_access`: 记录两个地点之间是否有边（由于考虑到在通行时可以从A到B，一定可以以相同的方式从B到A，因此只表示是否有边，不记录方向）
- `bus_time`: 记录公交通行时间
- `walk_time`: 记录步行时间

node结构

- `name`: 保存地点名称
- `number`: 保存地点编号（便于实现邻接矩阵）
- `distance`: 用于在heap中保存距离
- 重载`<`: 使得在使用`make_heap`时可以获得极小堆

navigator类

- 私有成员
 - `map`: 保存地图的边信息
 - `nodes`: 保存地图所有地点信息
- 公有成员函数：
 - `init_map`: 从 `map.txt` 中读取地图信息并且初始化地图
 - `find_shortest_path_walk`: 输入起点与终点，输出最短路径，记录运行时间并输出
 1. 调用 `algorithm` 库中的 `clock()` 开启计时

2. 在地图中找到起点与终点位置
 3. 利用 *algorithm* 库中的 *make_heap()* 函数构造极小堆并初始化其距离（起点为0，其他为正无穷）
 4. 按照 Dijkstra 算法，利用循环不断从堆顶取距离最小元素并进行 relaxation 操作更新堆中部分元素的距离，最后维护堆
 5. 调用 *print_map* 输出最短路径
 6. 结束计时并输出
- *find_shortest_path_bus*：与 *find_shortest_path_walk* 相同，区别在于选择公交通行时间数据
 - *find_shortest_path_nolimits*：同上，区别在于在公交、步行中选择较快的数据
 - *decrease_dis*：实现对于 heap 中元素进行 relaxation 操作
 - *print_path*：根据 Dijkstra 算法得到的记录前驱的 pre 数组来还原并打印最短路径
 - *find_number*：输入地点的名字，返回其编号（用于确定其在邻接矩阵中的位置）
 - *find_node*：在 heap 中寻找需要修改的 node，返回其位置
 - *print_nodes*：输出地图中包含的所有地点
 - *print_map*：输出 map 中包含的边信息

使用方法

1. 运行程序后会有如下提示：

```
Please enter your command(1-quit , 2-navigator):  
2
```

此时输入命令，1表示退出，2表示进入导航

2. 进入导航后会依次提示输出起点、终点、出行方式信息，样例如下：

```
Please enter your start point: TJU  
Please enter your end point: SHU  
Please decide your trip mode(1-on foot, 2-by bus, 3-no limits): 1
```

3. 信息输入完成后，将进行最短路径的计算并输出相应信息：样例如下：

```
Your best route: TJU ---> WJC ---> FDU ---> SHU  
Total time on foot is: 120 min  
Running time is: 1 ms
```

性能分析

- **find_shortest_path** 复杂度分析 (设地点数为 N , 边数为 E) :
 1. 在图中寻找给定起点与终点需要 $O(N)$
 2. 初始化堆中需要 $O(N)$
 3. 对于不断查找的循环, 最多循环 N 次 (所有点都走过一遍)
 1. 取出堆顶元素, 即直接索引 `heap` 中的第一个元素即可
 2. 遍历堆, 同时查地图的相应两点间是否有边, 若有则进行 `relaxation` 操作, 每次 `relaxation` 操作在本算法在实际上就是一个赋值操作, 并没有进行维护, 且该操作总的次数受 E 限制, 总的时间复杂度为 $O(E)$
 3. 所有的 `relaxation` 操作结束后, 将堆顶元素 `pop` 出去并重新建堆, 此过程时间复杂度为 $O(N)$综上, 这个循环的总时间复杂度为 $O(E + N^2)$, 即 $O(N^2)$
 4. 最后还原路径的操作最多需要 N 次操作综上, 寻找最短路径函数的复杂度为

$$O(N^2)$$

本算法相较于课上所描述的 Dijkstra 算法区别在于进行 `relaxation` 操作时, 由于c++没有提供对 `heap` 进行 `decrease_key` 的操作, 由于pj时间较紧张, 因此使用了的令 `relaxation` 仅仅修改值, 一个循环中所有 `relaxation` 结束后再 `make_heap` 重新建堆的策略, 故复杂度高了一些。

对于改进方法, 可以自己实现一个 `decrease_key` 操作在修改的同时进行维护, 这样 `relaxation` 操作的复杂度就为 $O(\log N)$, 同时省去了了每次循环重新建堆的开销, 函数总的复杂度降低为

$$O(E \log N)$$