

1.bitXor

用 $(x \& y)$ 去找出 x, y 中那些都为 1 的位, 用 $(\sim x \& \sim y)$ 找出 x, y 中那些都为 0 的位, 由于最后结果我们要这些位为 0, 而在 x, y 中一个 1 一个 0 的位为 1, 因此 $\sim(x \& y) \& \sim(\sim x \& \sim y)$ 即可有此效果。

2.tmin

因为 1 的二进制表示为 $000\dots 1$, 所以我们令它左移 31 位就可得到 $100\dots 0$, 即为补码表示最小整数。

3.isTmax

首先, 补码表示的最大整数为 $01111\dots 1$, 即除了最高位为 0, 其他位均为 1。我们可以用 $(\sim x \wedge (x + 1))$ 来验证是否除最高位外均为 1, 因为只有均为 1, 在+1 后不断进位, $(\sim x \wedge (x + 1))$ 的值才能为 0。

同时, 由于-1 ($11111\dots 1$) 除最高位外也都为 1, 因此需要额外排除它的干扰, 只有当 x 不为-1 时, $!(\sim x)$ 的值为 0, 因此 $!(((\sim x \wedge (x + 1))) \mid !(\sim x))$ 即可保证 x 为 $0111\dots 1$ 时候返回 1。

其他时候返回 0。

本题出现问题: 一开始没有考虑到-1 的情况, 只判断了低 31 位导致产生错误。

4.allOddBits

前两行代码可以构建一个二进制表示为 $101010\dots 10$ 的数。

进一步利用这个数与 x 进行 $\&$ 运算, 提取出 x 的奇数位。

最后将上一步结果与 $101010\dots 10$ 作 \wedge 运算来比较 x 奇数位是否均为 1, 并对结果做 $!$ 运算, 此时 x 若奇数位均为 1, 结果返回 1。

5.negate

使用公式 $\sim x + 1 = -x$ 。

6.isAsciiDigit

首先使用 `is_less` 和 `is_larger` 来保存 x 与上下限的差值, 之后仅需判断差值的符号位是否均为 0 即可 (由于在此题的条件中, 若即使出现溢出时, `is_less` 和 `is_larger` 的符号位不可能同时为 0, 因此可以这样判断)。

7.conditional

当 x 为 0 时, `test` 为 $000\dots 0$, 当 x 不为 0 时, `test` 为 $111\dots 1$, 此时, `test` 与 $\sim \text{test}$ 之间必定会有一个为 $000\dots 0$, 为 $000\dots 0$ 的那一侧便不输出, 因此用 $(\text{test} \& y) \mid (\sim \text{test} \& z)$, 利用 `test` 是否为 $000\dots 0$ 来做判断输出 y 还是 z 。

8.isLessOrEqual

当 x, y 符号位相同, 且 $x \leq y$ 时, $y - x$ 的符号位一定为 0;

当 x, y 符号位不同时, 仅需确认 x 的符号位为 1 即可;

最后一行分别表示上述两种情况, 只要有一种情况成立 (即 $\&$ 的一侧为 $0000\dots 0$) 则返回 1。

9.logicalNeg

在这里我考虑 x 与 $-x$ 符号位相同时, x 为 0 或 `INT_MIN`, 因此只需验证 x 与 $-x$ 的符号位是否相同, 并排除 `INT_MIN` 干扰即可 (即保证符号位为 0 而不为 1), 当同号且 x 不为 `INT_MIN` 时, $((\text{sign}_x \wedge \text{sign_neg}_x) \mid \text{sign}_x)$ 结果为 $000\dots 0$, 其他时候为 $111\dots 1$ 。

本题出现问题: 一开始未考虑到 `INT_MIN` 的干扰导致出现错误。

10.howManyBits

首先将正负数都统一成统一情况 (若负数则取反), 即找最高位的 1 并+1 (符号位) 得到表示 x 的最小位数。

先检查最高的 16 位, 若含 1, 则表明要表示 x 需要 $(32-16)=16$ 位以上, 因此使 `test_16` 保存为 16, 同时将 x 右移 16 位以此使得最高的 16 位都变为 0, 进而可以无影响的研究剩余位; 若不含 1, 则表明要表示 x 需要小于等于 16 位, 此时 `test_16` 为 0, 同时在这情况下最高的 16 位同样为 0, 可以直接继续研究剩余位。

重复上述步骤, 直到只剩一位无法再分。

将所有测试结果相加并+1 (符号位) 得到结果。

11.floatScale2

首先用 sign, exp, frac 分别保存符号位, 阶码以及尾数;

若 exp 为 special 状态, 直接返回 uf;

若 exp 为 denormalized 状态, 此时有几种可能性:

1 - 尾数的最高位为 0, 此时其他不变将尾数左移 1 位即可;

2 - 尾数的最高位为 1, 此时尾数左移 1 位同时 exp+1 (因为 exp+1 后变为 normalized 状态, M 的整数位变为 1);

3 - 尾数为 0, 则直接返回 uf (0 乘一切都 0);

若 exp 为 normalized 状态, 先令 exp+1, 后则有两种可能:

1 - 若变为 special 状态则直接返回同符号的无穷;

2 - 若仍为 normalized 状态则其他部分不变, 返回 exp 部分+1 后的结果。

12.floatFloat2Int

首先记录 uf 的符号位, 阶码, 尾数;

若为 denormalized 状态, 则直接返回 0, 其他情况则计算出 E;

以下根据 E 的大小有三种可能:

① 若 $E > 31$, 则超出 int 表示范围, 返回 0x80000000;

② 若 $E < 0$, 则直接返回 0;

③ 若 $E \geq 0$ 且 $E \leq 31$, 此时将尾数适当左移或右移, 使得小数点在适当的位置 (即只保存整数部分, 此时有四种情况:

1 - uf 为正, 同时移动后未覆盖符号位, 此时直接返回;

2 - uf 为正, 移动后覆盖了符号位, 此时 E 一定为 31, 此时一定超过 int 表示范围, 返回 0x80000000;

3 - uf 为负, 移动后未覆盖符号位, 此时返回相反数;

4 - uf 为负, 移动后覆盖了符号位, 此时 E 一定为 31, 此时当结果不为 100...0 时, 超出负数表示最小值, 返回 0x80000000, 若结果为 100...0, 根据题意, 同样返回 0x80000000。

13.floatPower2

将 x 取值范围划分为三个部分:

1 - $x > 127$ 时, 超出表示范围, 返回正无穷;

2 - $x < -149$ 时, 无法表示, 返回 0;

3 - $-126 \leq x \leq 127$ 时, 用 normalized 状态表示, frac 为 0, exp 为 $x + \text{Bias}$;

4 - $-149 \leq x < -126$ 时, 用 denormalized 状态表示, exp 为 0, frac 根据 x 大小通过移位操作确定。