1. Celem laboratoriów była implementacja trzech jednowymiarowych generatorów liczb pseudolosowych z zadaną dystrybuantą oraz fgp danymi wzorami 1 i 2, oraz porównanie ich zgodności metodą χ^2 daną wzorem 3.

$$f(x) = \frac{4}{5}(1 + x - x^3) \qquad (1)$$

$$F(x) = \frac{4}{5}\left(x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right) \qquad (2)$$

$$\chi^2_{k-1} = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i - p_i M}{p_i M} \qquad (3)$$

gdzie: p_i- prawdopodobieństwo że zmienna losowa znajdzie się w danym podprzedziale, N – całkowita liczba wylosowanych zmiennych, n_i- ilość wygenerowanych liczb, która znalazła się w danym podprzedziale.

2. Metody generowania

2.1. Rozkład złożony

Z racji, że dystrybuanta jest określona wielomianem, można ją przedstawić jako rozkład złożony

$$F(x) = \sum_{i=1}^{n} g_i H_i(x) \qquad (4)$$

gdzie: g_i- dystrybuanta rozkładu dyskretnego, $H_i(x)$-dystrybuanta rozkładu podlegającego superpozycji.

Po przekształceniach i znalezieniu funkcji odwrotnych dla H_1, H_2 otrzymujemy algorytm generowania liczny metodą rozkładu złożonego dany wzorem 5.

$$X = \begin{cases} U_2 & dla\ U_1 \leq g_1 \\ \sqrt{1 - \sqrt{1 - U_2}} & dla\ U_1 > g_1 \end{cases} \qquad (5)$$

gdzie: g_1= 4/5, $U_1 U_2$- liczby wylosowane ze znormalizowanego rozkładu jednorodnego.

2.2. Łańcuch Markowa

Polegająca na wygenerowaniu łańcucha liczb, a następnie modyfikacji wartości elementu względem elementu poprzedzającego go. Dodatkowo ustalone zostaje prawdopodobieństwo akceptacji nowego stanu (p_{acc}), które przyjmuje wartość minimalną pomiędzy ilorazem wartości fgp dla wyrazu i-tego oraz wartości fgp dla wyrazu i-1, a 1. Wartość i-tego wyrazu generujemy za pomocą algorytmu Metropolisa.

$$X_i = \begin{cases} X_{new} = X_{i-1} + (2 * U_1 - 1)\Delta & dla\ X_{new} \in [0,1]\ i\ U_2 \leq p_{acc} \\ X_{i-1} & w\ przeciwnym\ wypadku \end{cases} \qquad (5)$$

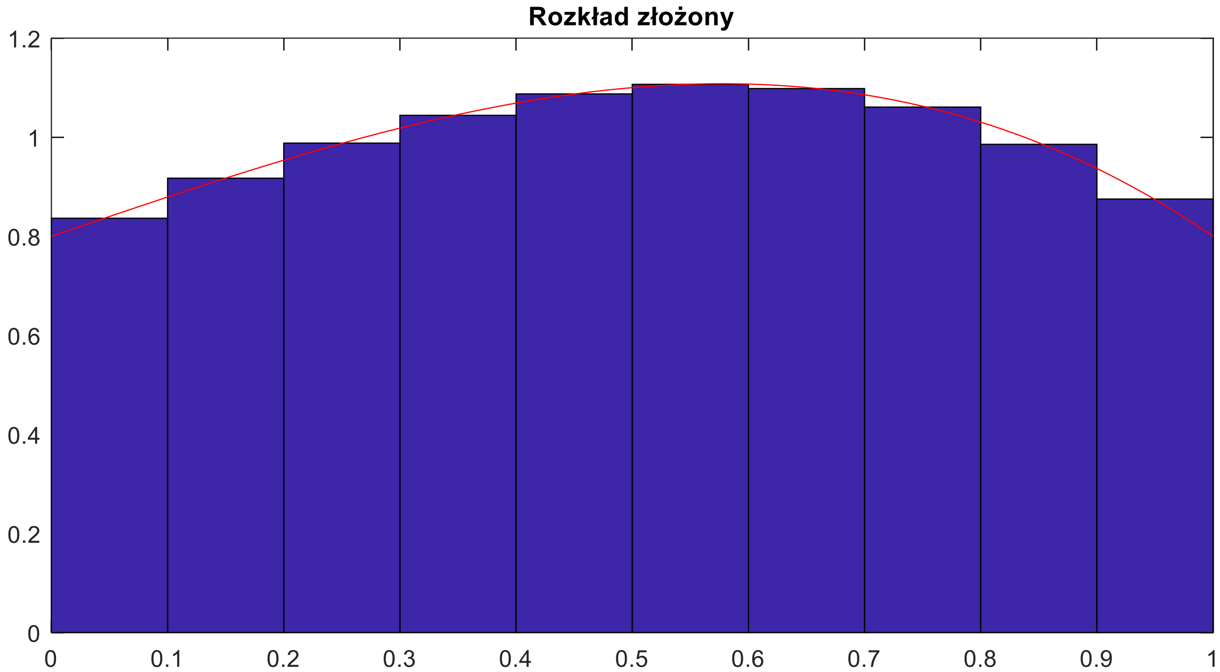
2.3. Metoda eliminacji

W tej metodzie ogranicza się od góry fgp inną funkcją o rozkładzie g(x), dla której posiadamy generator G. Algorytm ten prezentuje się następująco:

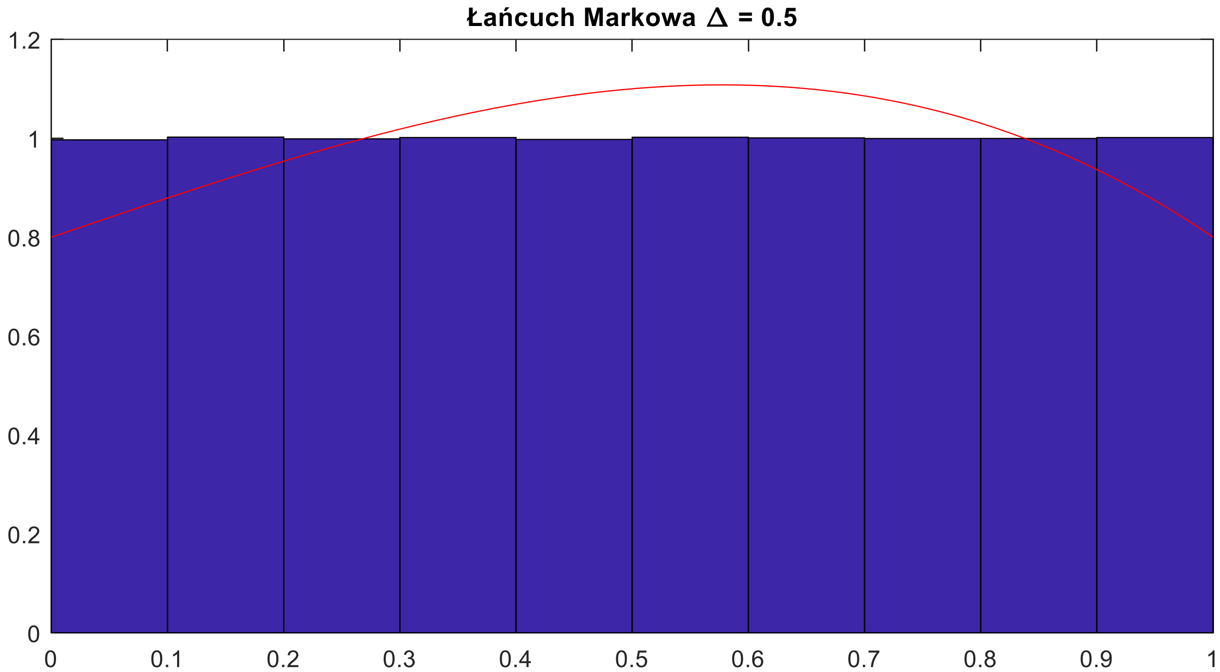
$$G_2 \sim G,\ np. G = 1.15U_1 \tag{6}$$

$$\begin{cases} G_2 \leq f(U_1) \Rightarrow X = U_1 \\ G_2 > f(U_1) \Rightarrow losujemy\ nowe\ wartosci\ G_2, U_1 \end{cases} \tag{7}$$

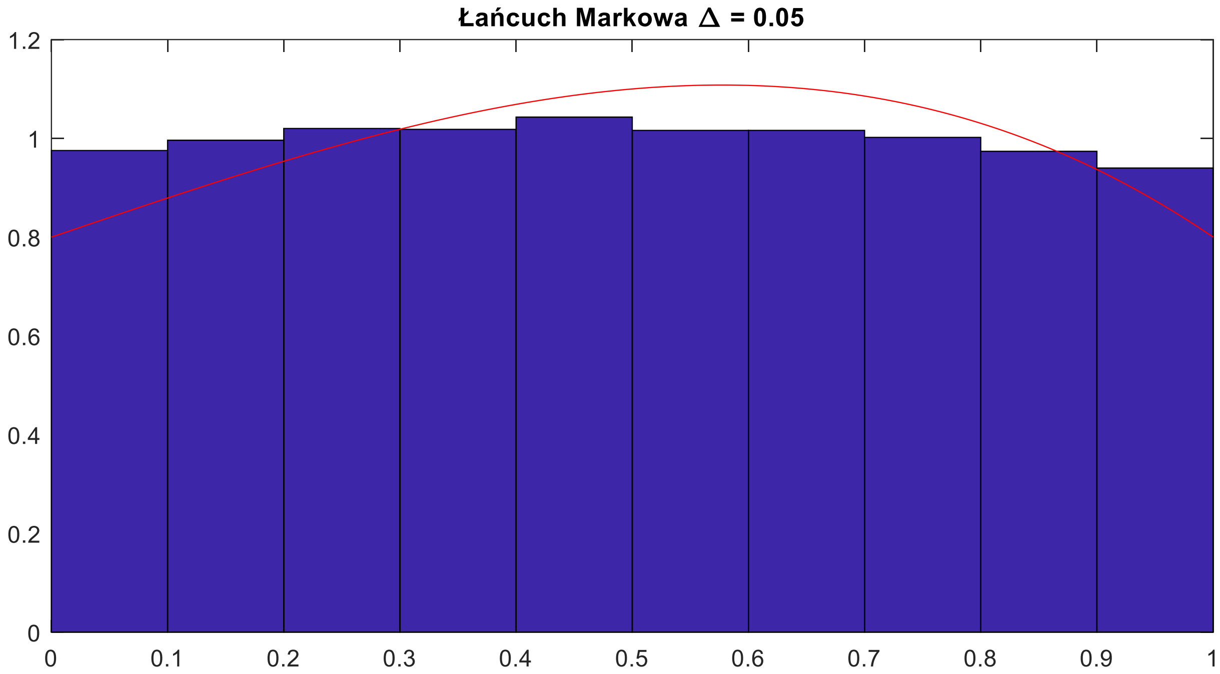
3. Wyniki



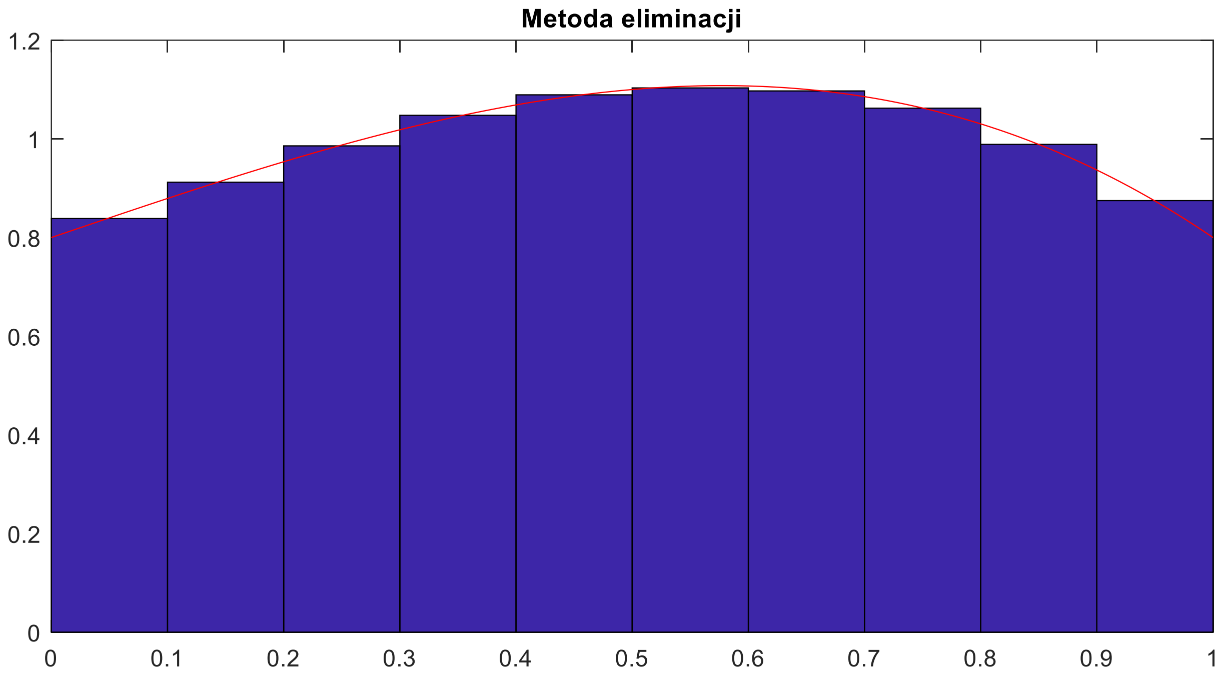
Rys 1. Porównanie histogramu liczb wygenerowanych poprzez metodę rozkładu złożonego z funkcją dystrybuanty F(x).



Rys 2. Porównanie histogramu liczb wygenerowanych poprzez metodę łańcucha Markowa (Δ=0.5) z funkcją dystrybuanty F(x).



Rys 3. Porównanie histogramu liczb wygenerowanych poprzez metodę łańcucha Markowa (Δ=0.05) z funkcją dystrybuanty F(x).



Rys 4. Porównanie histogramu liczb wygenerowanych poprzez metodę eliminacji z funkcją dystrybuanty F(x).

```
Wartosc Chi^2 dla generatora nr: 0
 wynosi: 3.04513
Wartosc Chi^2 dla generatora nr: 1
 wynosi: 3699.47
Wartosc Chi^2 dla generatora nr: 2
 wynosi: 2527.98
Wartosc Chi^2 dla generatora nr: 3
 wynosi: 6.64492
```

Rys 5. Wyniki testu χ^2 dla generatorów 0 – złożony, 1 – łańcuch Markowa delta = 0.5, 2 – łańcuch Markowa delta = 0.05, 3 – metoda eliminacji;

Dla 9 stopni swobody i poziomu istotności α = 0.05 wartości krytyczne są następujące: $\chi_0^2(0.05) = 3{,}3251,\ \chi_0^2(0.95) = 16{,}9190.$

4. Wnioski

   Dla metody generatora złożonego wartość testu chi^2 jest najniższa, oznacza to, że najdokładniej spośród wszystkich metod odwzorował on dystrybuantę. Metoda eliminacji także się sprawdziła, bowiem jej wartość testu jest mniejsza od 16.9190. Metody łańcucha Markowa, niezależnie od parametru delta, nie były w stanie odwzorować F(x). Na rysunku 2 widać, że rozkład ten jest wręcz idealnie liniowy. Rysunek 3 przedstawia lekką dysproporcję w rozkładzie, co może sugerować, że należałoby zmniejszyć jeszcze bardziej współczynnik delta. Aktualne poziomy tj. 0.5 i 0.05 powodują za duże zmiany wartości wylosowanej, co uniemożliwia akceptację warunku na wstawienie zmodyfikowanej wartości w miejsce i-tej zmiennej.