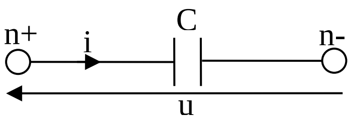
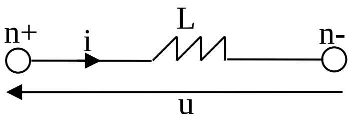
WYKŁAD 2
Analiza częstotliwościowa (AC) sieci reaktancyjnych liniowych

- Analiza częstotliwościowa (AC – alternating current analysis) sieci liniowej to obliczanie amplitudy i fazy sygnału w sieci liniowej dla ustalonego zakresu częstotliwości w stanie ustalonym przy wymuszeniu sinusoidalnym
- Analizę AC prowadzi się dla sieci reaktancyjnych (z pojemnościami, indukcyjnościami). W sieciach rezystancyjnych daje ona wynik o zerowej fazie i amplitudzie niezależnej od częstotliwości.

Do opisu stanu ustalonego sinusoidalnego stosuje się metodę wskazów. W oparciu o nią tworzy się modele immitancyjne elementów reaktancyjnych liniowych.

Tablica 1 Element	Schemat	Równanie różniczkowe	Zdefiniowanie	Model immitancyjny
Pojemność		$i = C\,du/dt$	Prądowe	$I = j\omega C\, U$ admitancja
Indukcyjność		$u = L\,di/dt$	Napięciowe	$U = j\omega L\, I$ impedancja

Zasada tworzenia modeli immitancyjnych do analizy AC:

Rzeczywiste wyrażenie $A*\sin(\omega t+\varphi)$ -> zespolone wyrażenie $A*\exp(j\varphi)$.

Sygnały sinusoidalne i, u -> sygnały zespolone I, U .

element rezystancyjny liniowy i=Gu -> element zespolony I=G U .

Moduł wskazu |U| jest amplitudą napięcia sinusoidalnego u (analogicznie dla prądu).

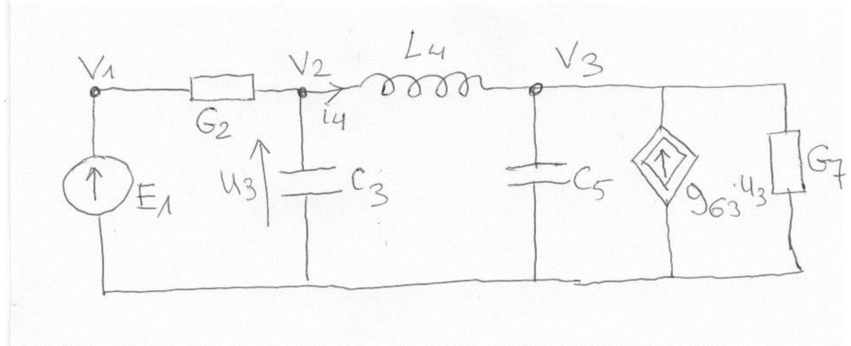
Argument wskazu arg(U) jest fazą napięcia sinusoidalnego (analogicznie dla prądu).

Pojemność liniowa i=C du/dt -> admitancję $I = C*j\omega*U = j\omega C*U = Y_C*U$.

Indukcyjność liniowa u=L di/dt -> impedancję $U = L*j\omega*I = j\omega L*I = Z_L*I$.

Przykład 1: formułowanie równań immitancyjnych ZMPW do analizy AC

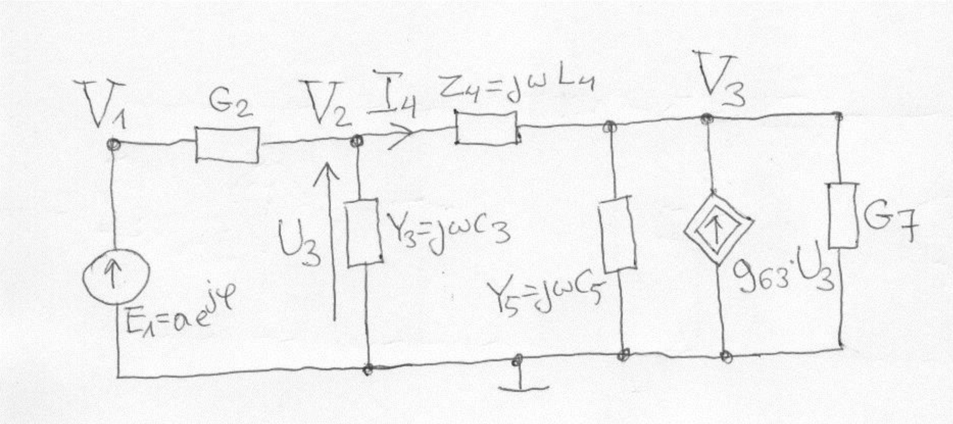
Dana jest sieć reaktancyjna liniowa:



Każdy element zastępujemy modelem immitancyjnym:

$$u_1 = \mathrm{a} * \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow U_1 = E_1 = ae^{j\varphi}$$
$$i_2 = G_2 u_2 \Rightarrow I_2 = G_2 U_2$$
$$i_3 = C_3 du_3 / dt \Rightarrow I_3 = j\omega C_3 U_3$$
$$u_4 = L_4 di_4 / dt \Rightarrow U_4 = j\omega L_4 I_4$$
$$i_5 = C_5 du_5 / dt \Rightarrow I_5 = j\omega C_5 U_5$$
$$i_6 = g_{63} u_3 \Rightarrow I_6 = g_{63} U_3$$
$$i_7 = G_7 u_7 \Rightarrow I_7 = G_7 U_7$$

Modele immitancyjne gałęzi łączymy w sieć immitancyjną o tej samej topologii:



Tworzymy równania ZMPW sieci immitancyjnej:
(zmienne sieciowe : V1,V2,V3,I1,I4); I1, I4 wskazy prądów gałęzi 1. i 4.

$I_1+G_2*(V_1-V_2)=0$
$-G_2*(V_1-V_2)+j\omega C_3*V_2+I_4=0$
$-I_4+j\omega C_5*V_3-g_{63}*V_2+G_7*V_3=0$
$V_1=E_1*\exp(j\varphi)$
$-(V_2-V_3)+j\omega L_4*I_4=0$

Postać macierzowa

$$\begin{bmatrix} G_2 & -G_2 & 0 & 1 & 0 \\ -G_2 & G_2 + j\omega C_3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -g_{63} & G_7 + j\omega C_5 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & j\omega L_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ I_1 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ a\exp(j\varphi) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Y(jω) X = B

Rozwiązujemy ten układ równań zespolonych numerycznie (w Matlabie):

$X=Y(j\omega) \backslash B;$

Obliczamy sygnał zespolony na wyjściu $V_3=X(3)$ dla pulsacji ω:

$V_3=X(3);$

Obliczamy amplitudę sygnału na wyjściu:

$$|V_3|=\mathrm{sqrt}\ (\ \mathrm{Re}^2 V_3+\mathrm{Im}^2 V_3\ ) = \mathrm{abs}(X(3))\ ;$$

Obliczamy fazę (argument główny) sygnału na wyjściu w stopniach jako argument główny, tj. z zakresu (-π, π]:

$$\mathrm{Arg}\ V_3=\mathrm{arctg}\ [\mathrm{Im}\ V_3\ /\ \mathrm{Re}\ V_3] =180*\mathrm{angle}(X(3))/\mathrm{pi}\ ;$$

Uwaga: argument główny w radianach jest z zakresu (– π , π).

Spice wykreśla zwykły argument (bez przeskoków)`.

Argument zwykły daje instrukcja Matlaba:

$$\mathrm{arg}\ V_3=(180/\mathrm{pi})*\mathrm{unwrap}(\mathrm{angle}(X(3));$$

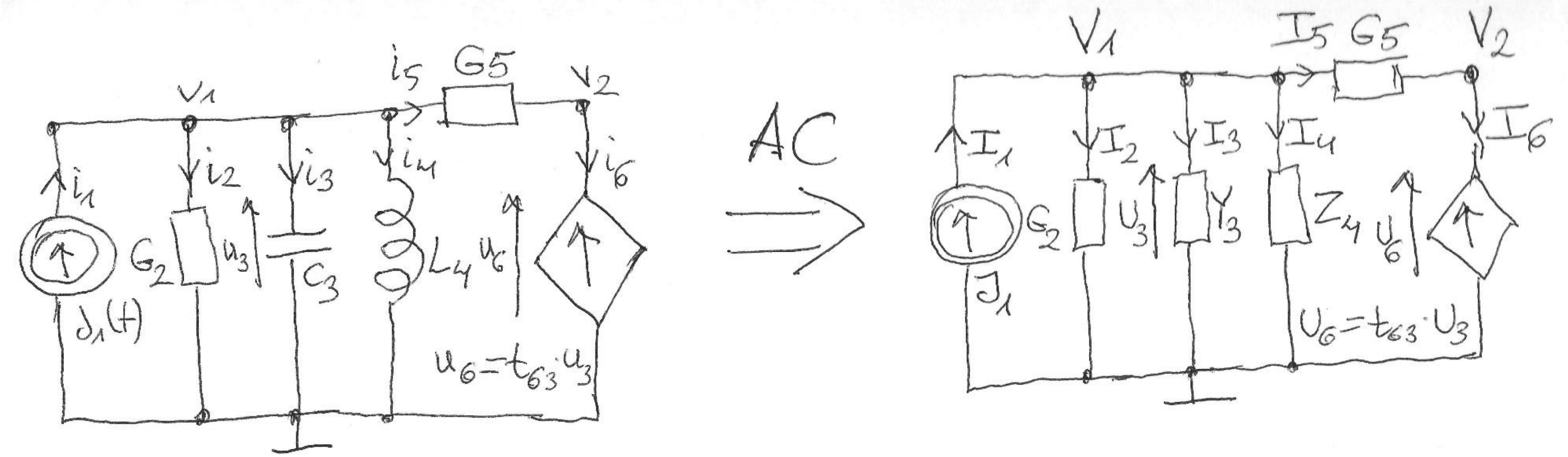
Algorytm analizy AC sieci liniowej

Dane: fmin – częstotliwość początkowa, fmax – częstotliwość końcowa, skala – typ skali częstotliwości, może być ‘lin’ – liniowa lub ’log’ - logarytmiczna, npoints – liczba punktów w zakresie analizy lub w dekadzie, mout, nout - numery węzłów określające wyjście sieci.

```
i=1; f=fmin;
if (skala==’lin’)  deltaf=(fmax-fmin)/(npoints-1); else deltaf=10^(1/npoints); end
while(1)
      ω = 2πf ;
      ułożenie macierzy Y i B sieci immitancyjnej dla pulsacji ω jak w przykładach;

      X= Y\B;
      syg_wyj=X(mout)-X(nout);  % może też być względem masy syg_wyj=X(mout)

      ff(i)=f;   ch_amp(i)=abs(syg_wyj);  ch_faz(i)=180*unwrap(angle(syg_wyj))/pi;  i=i+1;

      if (skala==’lin’) f=f+deltaf; else f=f*deltaf; end
      if (f>fmax) break; end
end
wykres charakterystyki amplitudowej i fazowej na podstawie ff, ch_amp, ch_faz;
```

Przykład 2:

Przekształcamy gałęzie sieci pierwotnej w gałęzie sieci immitancyjnej:



$j_1(t)=A*\sin(\omega*t) \rightarrow J_1=A*\exp(j*0)=A$

$i_2=G_2*u_2 \rightarrow I_2=G_2*U_2$

$i_3=C_3*di_3/dt) \rightarrow I_3=Y_3*U_3$, gdzie $Y_3=j*\omega*C_3$ (admitancja pojemności)

$u_4=L_4*di_4/dt \rightarrow U_4=Z_4*I_4$, gdzie $Z_4=j*\omega*L_4$ (impedancja indukcyjności)

$i_5=G_5*u_5 \rightarrow I_5=G_5*U_5$

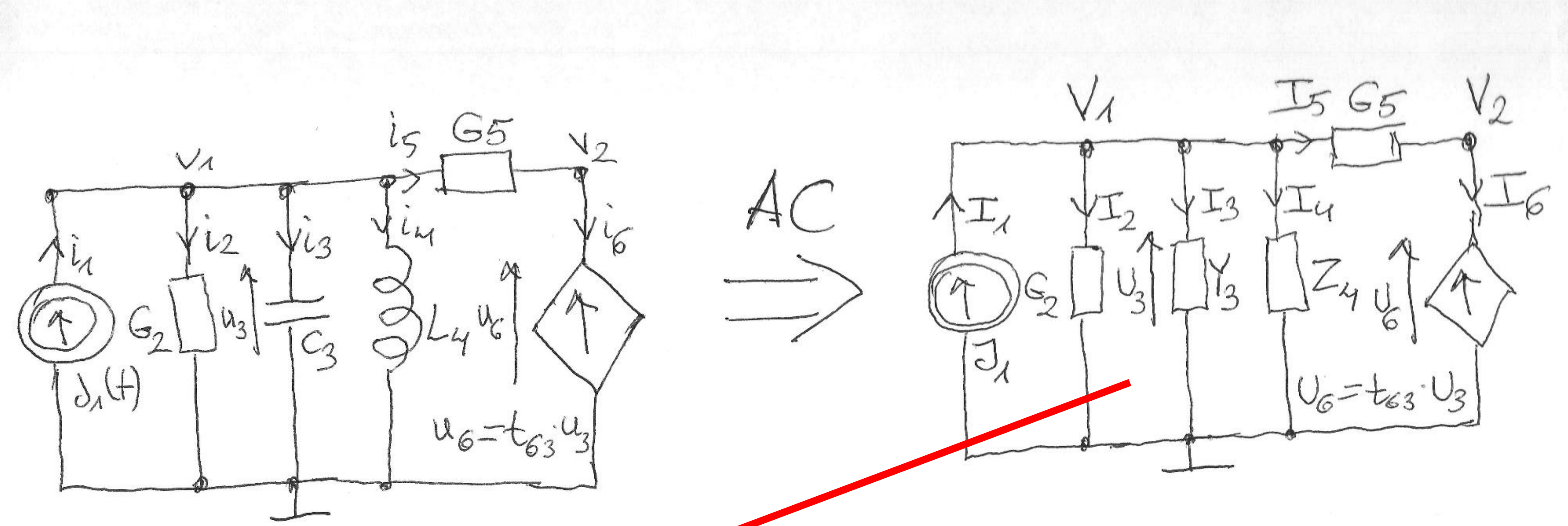
$u_6=t_{63}*u_3 \rightarrow U_6= t_{63}*U_3$

Mamy dwie gałęzie zdefiniowane napięciowo:

- Indukcyjność opisaną impedancją: $U_4=j*\omega*L_4*I_4$
- ŹNSN opisaną modelem immitancyjnym: $U_6= t_{63}*U_3$

Czyli mamy wektor niewiadomych zespolonych : $X=[V_1,V_2,I_4,I_6]^T$

Formułowanie równań ZMPW:



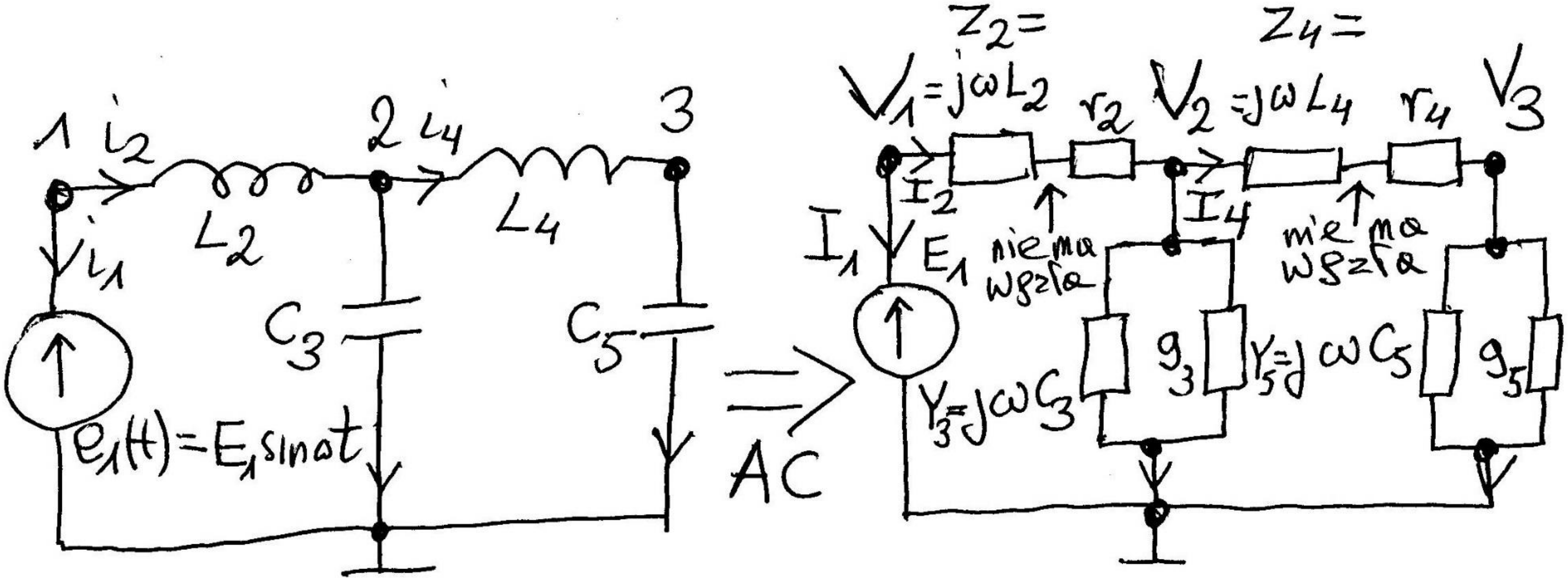
$(G_2+j*\omega*C_3)*V_1+I_4+G_5*(V_1-V_2)=J_1$

$-G_5*(V_1-V_2)+I_6=0$

$V_1-j*\omega*L_4*I_4=0$

$V_2- t_{63}*V_1=0$

Przykład 3 – analiza AC sieci ze stratnościami elementów reaktancyjnych



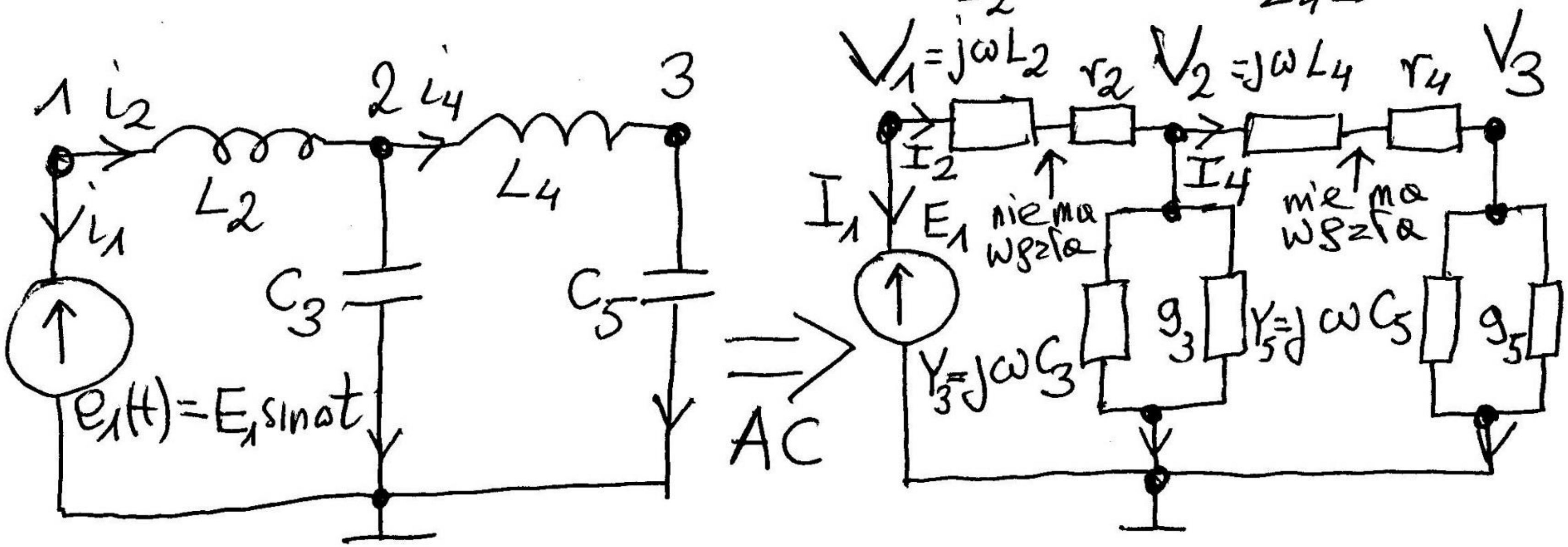
Sieć pierwotna Sieć immitancyjna

Modele immitancyjne indukcyjności i pojemności z rezystancjami i przewodnościami strat:

$U_2=(j*\omega*L_2+r_2)*I_2$ $U_4=(j*\omega*L_4+r_4)*I_4$

$I_3=(j*\omega*C_3+g_3)*U_3$ $I_5=(j*\omega*C_5+g_5)*U_5$

Równania ZMPW sieci immitancyjnej z Przykładu 3



PPK

I1+I2=0
-I2+I4+I3=0
-I4+I5=0

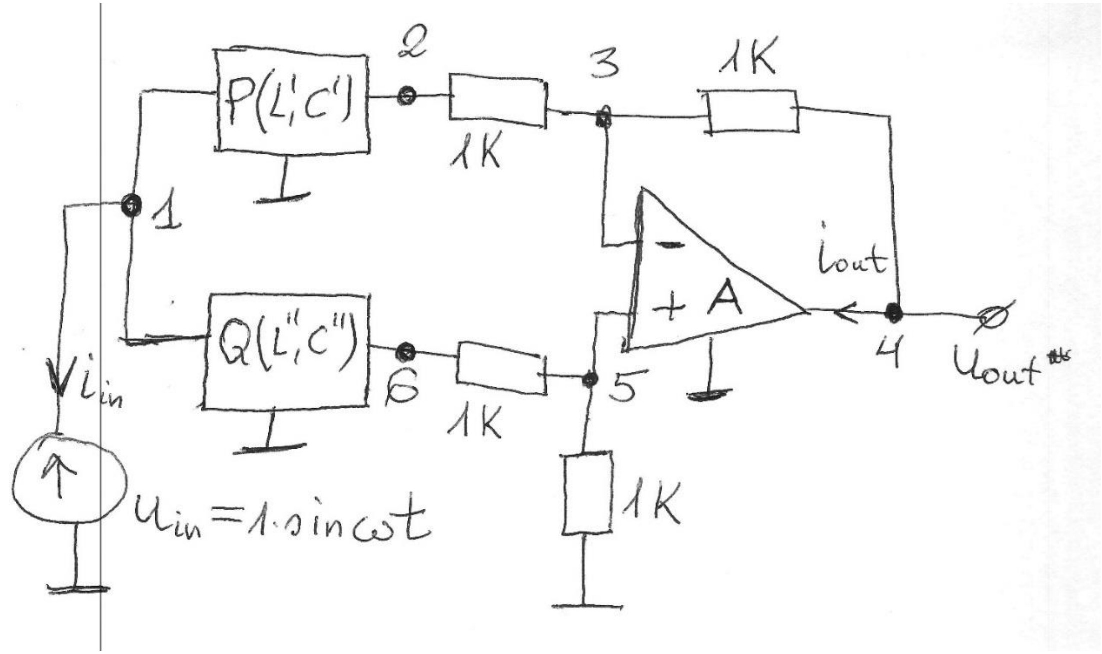
W równaniach PPK podstawiamy równania gałęzi nr 3, 5 (ze stratnościami) i eliminujemy je z równań gałęziowych.
Pozostają równania gałęziowe 1., 2., 4. (równania 2. i 4. zawierają modele stratności).
Napięcia gałęziowe wyrażamy przez potencjały węzłowe:

Otrzymujemy równania immitancyjne ZMPW do analizy liniowej AC:

$I1+I2=0$
$-I2+I4+(j*\omega*C_3+g_3)*V_2 =0$
$-I4+(j*\omega*C_5+g_5)*V_3=0$
$V1=E1$
$V_1-V_2-(j*\omega*L_2+r_2)*I_2=0$
$V_2-V_3-(j*\omega*L_4+r_4)*I_4=0$

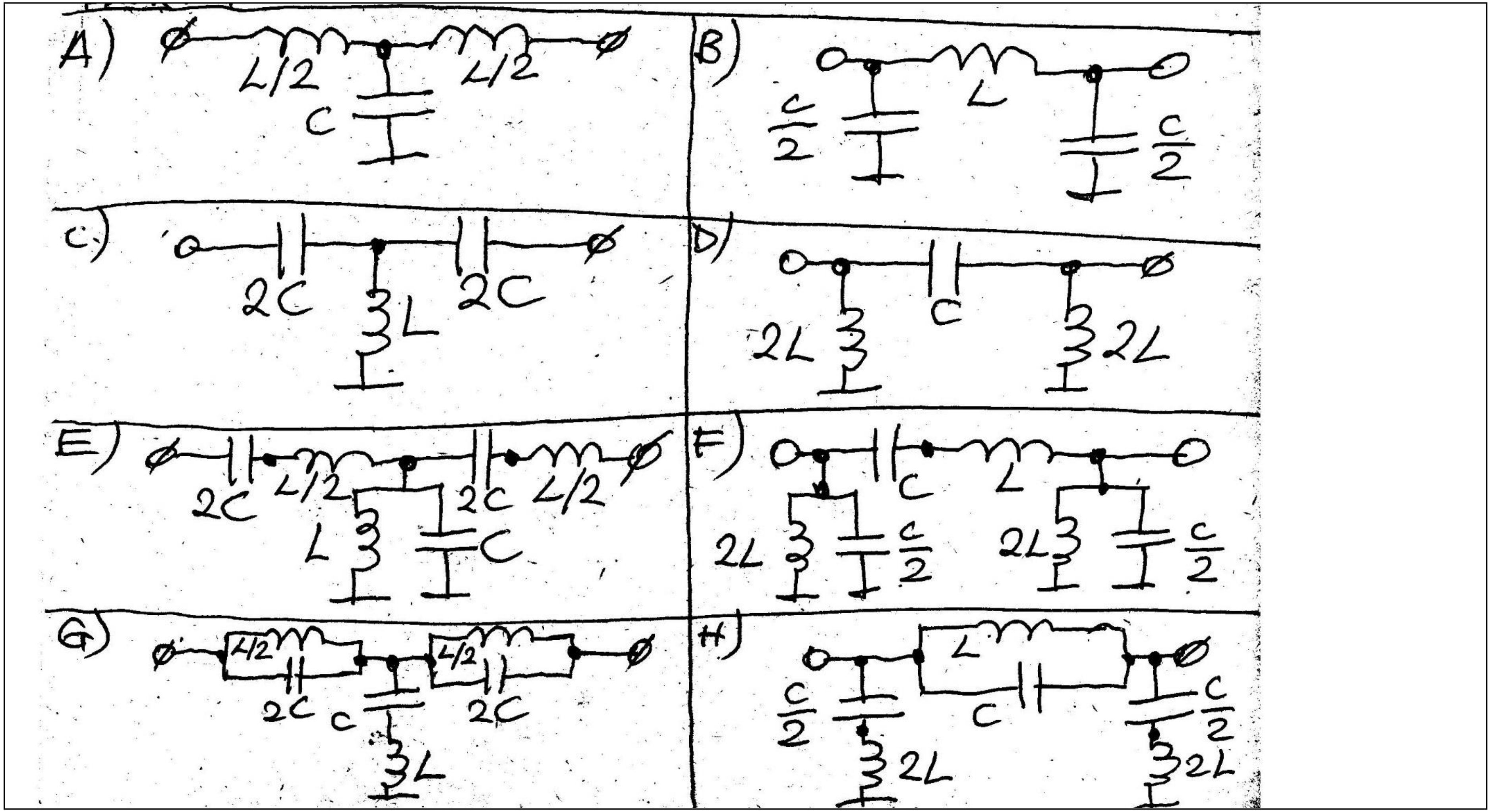
Przykład 4: filtr aktywny LC

Układ filtru



- Wzmacniacz operacyjny to ŹNSN o współczynniku A=30000 V/V.
- Rezystory 1KΩ modelujemy jako przewodności 0.001 [S]
- W miejsce bloków P i Q wstawiamy dwa różne trójniki z Tablicy 2

Tablica 2



A)
L/2
L/2
C
B)
L
C/2
C/2
C)
2C
2C
L
D)
C
2L
2L
E)
2C
L/2
2C
L/2
L
C
F)
C
L
2L
C/2
2L
C/2
G)
L/2
L/2
2C
C
2C
L
H)
L
C
C/2
C/2
2L
2L

Przykładowe wartości elementów

Wartości w bloku P są z primem: L'=1nH, C'=1nF

Wartości w bloku Q są z bisem: L''=10*L', C''=10*C'

Każdą pojemność zaopatrujemy w przewodność pasożytniczą g_C=0.001S
Każdą indukcyjność zaopatrujemy w rezystancję pasożytniczą r_L=0.1Ω

Modele immitancyjne elementów reaktancyjnych będą w postaci:

$I=(j*\omega*C+g_C)*U$

$U=(j*\omega*L+r_L)*I$

Zadanie domowe 2 (za tydzień - analiza liniowa AC):

- Wybrać dwa dowolne układy z Tablicy 2 i podstawić pod bloki P i Q.
- Utworzyć i narysować model immitancyjny liniowy tego filtru.
- Ułożyć równania ZMPW (Y(ω)*X=B) do analizy AC takiego filtru.
- Rozwiązać je w Matlabie dla pulsacji ω=1/sqrt(L'*C'). Obliczyć amplitudę i fazę u_{out}.