Sprawozdanie - Laboratorium nr 6

Poszukiwanie zer wielomianów metodą

iterowanego dzielenia (metoda siecznych)

Hubert Wdowiak, 16.04.2020

1. Wstęp Teoretyczny

Podczas trwania zajęć analizowaliśmy metodę siecznych, której stosowanie pozwala na odnajdywanie pierwiastków wielomianów. Jej inna nazwa to metoda iterowanego dzielenia. Jak sugeruje ta nazwa, jest to metoda iteracyjna. Oznacza to, że przy każdym kolejnym przejściu pętli, otrzymywany wynik zyskuje na dokładności. Algorytm należy zatrzymać w momencie, gdy wynik osiągnie określoną uprzednio precyzję.

1.1 Opis Metody

Metoda działa w następujący sposób:

W funkcji f(x), określone zostają dwa punkty startowe x_1, x_2, oraz przedział poszukiwań pierwiastka, wewnątrz którego znajdują się wspomniane punkty x_1, x_2. W owym przedziale funkcja musi spełniać następujące warunki:

- musi być określona, to znaczy, że dla każdej wartości argumentu x, z przedziału poszukiwań pierwiastka, można obliczyć wartość funkcji f(x),
- musi być ciągła,
- znaki funkcji na krańcach przedziału poszukiwania, są różne,
- pierwsza pochodna funkcji jest różna od zera, co gwarantuje brak istnienia minimum/maksimum lokalnego, a zatem mamy pewność, że wykres funkcji nie przebiega równolegle do osi ox (musi ją przeciąć).

Bazując na powyższych warunkach możemy mieć pewność, że w przedziale poszukiwań, istnieje pierwiastek, który możemy odnaleźć za pomocą metody siecznych.

Sama metoda, jest modyfikacją tzw. reguły falsi, która wymaga od funkcji f(x), przeciwnych znaków na krańcach przedziału poszukiwania punktu zerowego, natomiast w metodzie iterowanego dzielenia taki wymóg następuje, jedynie przy pierwszym obiegu algorytmu. Kolejne iteracje bazują na dwóch (najbardziej aktualnych) uprzednio wyznaczonych wartościach.

Owe wartości wyznaczamy ze wzoru:

$$x_i = x_{i-1} - f(x_{i-1}) \cdot (x_{i-1} - x_{i-2})/(f(x_{i-1}) - f(x_{i-2})) \tag{1}$$

Następnie przez wspomniane "najbardziej aktualne" punkty x_1, x_2 prowadzona jest sieczna, która w pewnym punkcie x_p przecina wykres funkcji f. Kolejnym krokiem jest obliczenie wartości $f(x_p)$. W kolejnej iteracji wartościami startowymi będą x_2 i x_p. W ten sposób przedział pomiędzy punktami startowymi każdej iteracji będzie się zawężał i zbliżał do pierwiastka wielomianu.

2. Zadanie do wykonania

Na ćwiczeniach laboratoryjnych naszym zadaniem było napisanie programu odnajdującego pierwiastek określonego uprzednio wielomianu, za pomocą metody siecznych. Sam program powinniśmy wykonać bazując na udostępnionym nam pseudokodzie. W tym celu potrzebowaliśmy zapisać funkcję *licz_r(double* a, double* b, int n, double xj)*, która zwraca wartość funkcji w punkcie *xj*. Zadanie rozwiązywać można było w językach C/C++ i nie potrzebowaliśmy do niego żadnych specjalistycznych bibliotek, a jedynie standardowe biblioteki <*iostream*> (do zapisu danych do pliku), <*math.h*> (aby użyć funkcję *fabs* przy warunku zatrzymania pętli)

Następnie przy użyciu wartości początkowych:

- f(x) = x5+ 14x4+ 33x3−92x2−196x+ 240,
- $x_0 = 0$, $x_1 = 0.1$,
- IT_MAX = 30,

zastosowaliśmy napisany przez nas algorytm i zapisaliśmy wyniki do pliku.

2.1. Wyniki

Wartości kolejnych iteracji dla różnych pierwiastków, prezentują poniższe tabele:

	it	x_2	R_2
L1	1	1.17156	-34.2531
	2	1.02692	-5.84693
	3	0.997147	0.628384
	4	1.00004	-0.00803032
	5	1	-1.04741e-05
	6	1	1.75532e-10

L2	1	-6.14612	-211.972
	2	-47.6089	3.62948e+06
	3	-6.14855	-212.305
	4	-6.15097	-212.637
	5	-4.60089	-34.2831

L2	6	-4.30293	-14.1731
	7	-4.09294	-3.65601
	8	-4.01994	-0.732267
	9	-4.00166	-0.0598706
	10	-4.00003	-0.00116616
	11	-4	-1.93278e-06
	12	-4	-6.27551e-11

L3	1	11.7417	3122.3
	2	0.317661	-57.5873
	3	0.524549	-54.7308
	4	4.48854	270.001
	5	1.19265	-37.8866
	6	1.59822	-21.4276
	7	2.12622	7.84603
	8	1.9847	-0.913902
	9	1.99947	-0.0320206
	10	2	0.000139307
	11	2	-2.107e-08
	12	2	-1.42109e-14

L4	1	-2.29008	5.47346
	2	-2.79641	1.46656
	3	-2.98174	0.128181
	4	-2.99949	0.00360434
	5	-3	9.37832e-06
	6	-3	6.89749e-10
	7	-3	0

L5	1	-10	-3.55271e-14
	2	-10	0

Kolumna L_i określa numer miejsca zerowego,
kolumna it określa numer opisywanej iteracji,
kolumna x_2 określa wartość argumentu wyznaczonego przez przecięcie siecznej i wykresu funkcji f,
kolumna R_2 określa wartość $f(x_2)$.

Tabele ukazują duże wahanie w ilości potrzebnych iteracji do wyznaczenia odpowiedniej wartości. W każdym przypadku uzależnione jest to od obszerności rozpatrywanego przedziału argumentów. W naszym rozwiązaniu ustaliliśmy maksymalną liczbę iteracji = 30, jednak udało się odnaleźć rozwiązanie w szybszym czasie i nastąpiło przerwanie pracy algorytmu, ponieważ dokładność wyniku mieściła się w określonej przez nas tolerancji.

3. Wniosek

Przy użyciu metody iterowanego dzielenia jest możliwe odnalezienie w przybliżeniu miejsc zerowych funkcji, a każda kolejna iteracja zbliży nas do dokładniejszego wyniku. Algorytm bazując na wielomianie stopnia mniejszym o jeden, jest dość niejednolity jeśli chodzi o liczbę potrzebnych iteracji. Mimo wszystko stosując odpowiedni warunek kończący pętlę, jesteśmy w stanie stosunkowo szybko odnaleźć poszukiwane przez nas wartości.