Blatt 10

Barth, Kaiser, Nickel

23. Januar 2018

1 Aufgabe 32

Wir starten mit der Likelihood-Funktion

$$\ln L = (N_{off}) \ln(b) + N_{on} \ln(s) + \alpha b - (1+\alpha)b - s - \ln(N_{off}!) - \ln(N_{on}!) \tag{1}$$

a) Nullhypothese: s_0=0. Damit wird (1) zu :

$$\ln L = N_{off} \ln(b) + N_{on} \ln(\alpha b) - (1+\alpha)b - \ln N_{off}! - \ln N_{on}! \tag{2}$$

b_0 erlangt man durch differenzieren:

$$\frac{\partial}{\partial b} \ln(L) = \frac{N_{off}}{b_0} + \frac{N_{on}}{b_0} - (1+\alpha) = 0 \tag{3}$$

$$\rightarrow b_0 = \frac{N_{off} + N_{on}}{1+\alpha}. \tag{4}$$

Der Fehler von b_0 kommt aus der zweiten Ableitung der loglikelihood:

$$\frac{\partial^2}{\partial^2 b} \ln(L) = -\frac{N_{off} + N_{on}}{b_0^2} = \sigma_{b_0}^2 \tag{5}$$

$$\rightarrow \sigma_{b_0}^2 = -\frac{(1-\alpha)^2}{N_{off} + N_{on}}. \tag{6}$$

b) Verhältnis der beiden Likelihoods aufstellen ($\lambda = \frac{L_0}{\hat{L}}$)

$$\lambda = \exp\left(\ln(L_0/\hat{L})\right) = \exp\left(\ln L_0 - \ln \hat{L}\right) \tag{7}$$

$$= ... = b_0^{N_{on}+N_{off}} \alpha^{N_{on}} \hat{b}^{-N_{off}} (\hat{s} + \alpha \hat{b})^{-N_{on}} \exp\left((1+\alpha)(\hat{b} - b_0)\right) \exp \hat{s} \tag{8}$$

c) $D = -2 \ln \lambda$ ist χ^2 verteilt mit einem Freiheitsgrad
d)

$$b_{0,1} = \frac{120 + 160}{1 + 0.6} = 175 \tag{9}$$

$$\sigma_1 = -\frac{1+\alpha}{b_0} = \frac{1.6}{175} = 0.0091 \tag{10}$$

$$D_1 = -1888,12 \tag{11}$$

$$b_{0,2} = \frac{150 + 320}{1 + 0.3} = 361.5385 \tag{12}$$

$$\sigma_2 = -\frac{1+\alpha}{b_0} = \frac{1.3}{361.5385} = 0.0036 \tag{13}$$

$$D_2 = -18011,8 \tag{14}$$

2 Aufgabe 35

Aufgabe 35

Bayes Theorem

Wahrscheinlichkeit Daten D zu messen (Likelihood ist dabei $\mathcal{L}(H_i|D)$)

$$\underbrace{p(H_i|D,I)}_{\text{posterior}} = \frac{\overbrace{p(H_i,I)}^{\text{prior}}\,\overbrace{p(D|H_i,I)}}{\underbrace{p(D|I)}_{\text{Normierung des Posteriors}}}$$

mit $p(D|I)=\sum_i p(H_i|I)\,p(D|H_i,I)$ $\quad i=[\pi,K,p]$

=> Wahrscheinlichkeiten der Teilchenidentifikation

$$p_x=\frac{L_x\cdot p_x(H_i,I)}{\sum_{x=\pi,K,p} L_x\cdot p_x(H_i,I)}$$

a.) $N=0{,}13\cdot 0{,}8+1{,}5\cdot 0{,}1+0{,}5\cdot 0{,}1=0{,}304$

$p_\pi=\frac{(0{,}13\cdot 0{,}8)}{N}=34{,}2\%$

$p_K=49{,}3\%$ $\quad p_p=16{,}4\%$

b.) $N=1{,}66$ $\quad p_\pi=96{,}7\%$ $\quad p_K=3{,}02\%=p_p$

c.) $0{,}236$ $\quad p_\pi=23{,}7\%$ $\quad p_K=21{,}2\%$ $\quad p_p=55{,}1\%$

Abbildung 1: Aufgabe 35