Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №1.2
з дисципліни
«Інтелектуальні вбудовані системи»
на тему
«Дослідження автокореляційної і взаємною-кореляційної функцій випадкових сигналів»

Виконав:
студент групи ІП-84
Гудь В.В.
№ залікової книжки: ІП-8405

Перевірив:
викладач
Регіда П.Г.

Київ 2021

Теоретичні відомості

2.1. Основні теоретичні відомості

Значення автокореляційної функції фізично представляє зв'язок між значенням однієї і тієї ж величини, тобто для конкретних моментів t_k, τ_s, значення $R_{xx}(t,\tau)$ оцінюється друге змішаним центральним моментом 2-х перетинів випадкових процесів $x(t_k), x(t_k+\tau_s)$

$$R_{xx}(t,\tau_s) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\overbrace{(x_i(t_k)-M_x(t_k))}^{\overset{0}{x}(t_k)}\cdot\overbrace{(x_i(t_k+\tau_s)-M_x(t_k+\tau_s))}^{\overset{0}{x}(t_k+\tau_s)}$$

для кожного конкретного інтервалу потрібно проходити по всім t_k (перетинах).

Центральні значення можна замінити:

$$\overset{0}{x}(t_k),\ \overset{0}{x}(t_k,\tau_s),\ \text{тобто їх } M_x = 0$$

$$\left[\begin{array}{c} R_{xx}(t,\tau) = \lim\limits_{N\to\infty}\dfrac{1}{N-1}\sum\limits_{i=1}^{N}\overset{0}{x}_i(t)\cdot\overset{0}{x}_i(t+\tau) \\ R_{xx}(t,\tau) = \lim\limits_{N\to\infty}\dfrac{1}{N-1}\sum\limits_{i=1}^{N}\overset{0}{x}_i(t)\cdot\overset{0}{x}_i(t+\tau) \end{array}\right]$$

Обчислення кореляційної функції $R_{xx}(t,\tau)$ є відносно складним, оскільки необхідно попереднє обчислення математичного очікування M_x для виконання кількісної оцінки, іноді виповнюється ковариационной функцією:

$$C_{xx}(t,\tau) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}x_i(t)\cdot x_i(t+\tau)$$

У завданнях управління частіше використовується нормована кореляційна функція:

$$S_{xx}(t,\tau) = \frac{R_{xx}(t,\tau)}{D_x(t)} < 1$$

Дослідження нестандартних випадкових сигналів вимагає значних обсягів пам'яті, тому в більшості наукових досліджень приймається гіпотеза про стаціонарності випадкового сигналу на інтервалі ($t_0 \ldots t_1$).

Кореляційна функція для стаціонарного сигналу:

$$R_x(\tau_s) = \lim_{N \to 0} \cdot \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^{N} \underbrace{(x_i(t_k) - M_x)}_{X(t_k)} \cdot \underbrace{(x_i(t_k + \tau_s) - M_x)}_{x(t_s)} =$$

$$= \lim_{n \to 0} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot (x_i(t_k) - M_x) \cdot (x_i(t_k + \tau_s) - M_x)$$

$x(t)$ в межах однієї реалізації показує наскільки швидко змінюється сигнал.

Коваріаційна функція для стаціонарного сигналу:

$$C_{xx}(\tau) = \lim_{N \to 0} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^{n} Lx(t_k) \cdot x(t_k + \tau)$$

показує ступінь зв'язності між значеннями одного і того ж сигналу.

Таким чином для стаціонарних і ергодичні процесів обчислення параметрів сигналів реалізуються шляхом усереднення за часом у межах однієї реалізації.

Статистичне вимірювання зв'язків між двома стаціонарними випадковими процесами

Дуже важливим виявляється не тільки обчислення автокореляційної функції $R_{xx}(\tau)$, але і обчислення взаємної кореляційної функції $R_{xy}(\tau)$ для двох випадкових процесів $x(y)$, $y(t)$, для якої не можна на основі зовнішнього спостереження сказати, чи є залежність між ними. Для розрахунку взаємної кореляційної функції:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{n \to 0} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} \underbrace{(x_i(t_k) - M_x)}_{X(t_k)} \cdot \underbrace{(y(t_k + \tau) - M_y)}_{y(t_k - \tau)} =$$

τ - випробувальний інтервал, на конкретному значенні якого досліджується взаємний вплив.

Умови завдання

Варіант 5:

n = 14, ω гр = 2000, N = 264

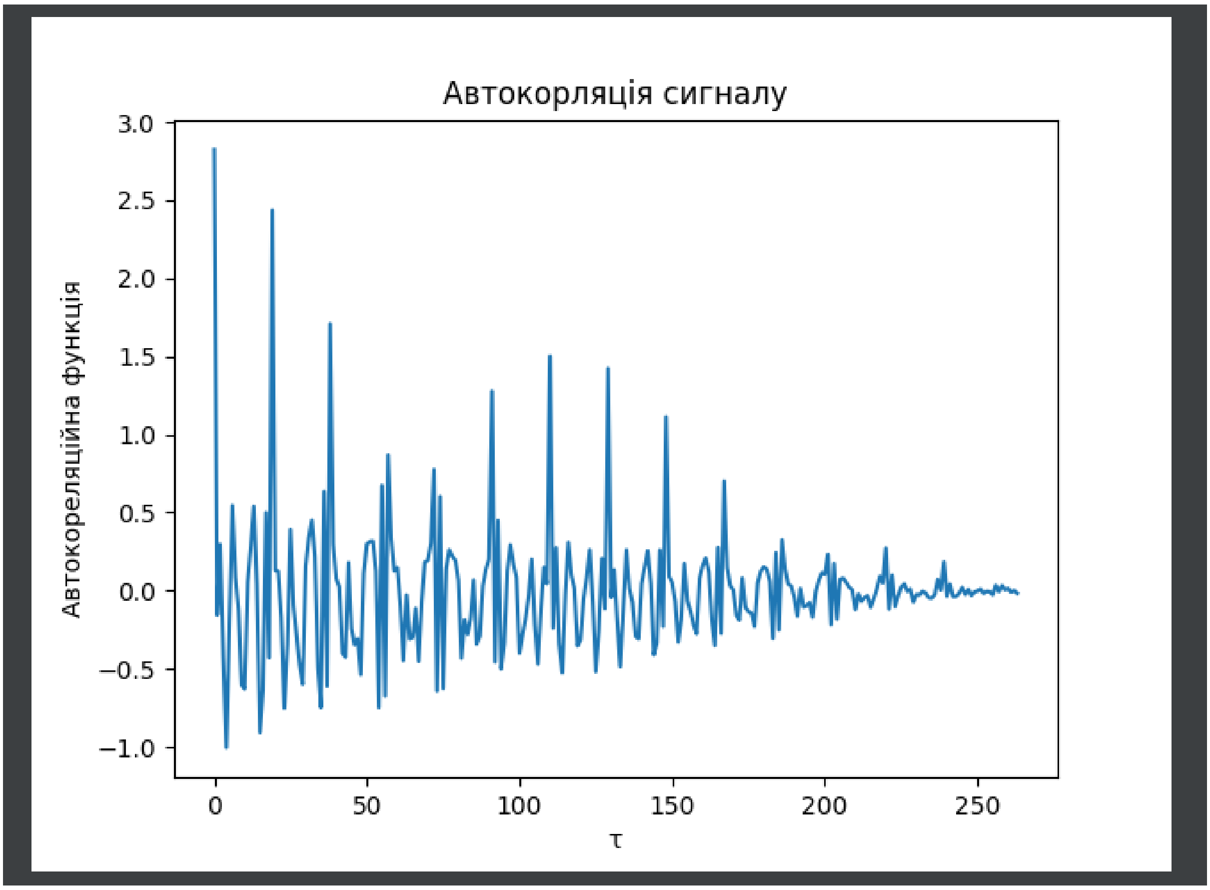
Вихідний код

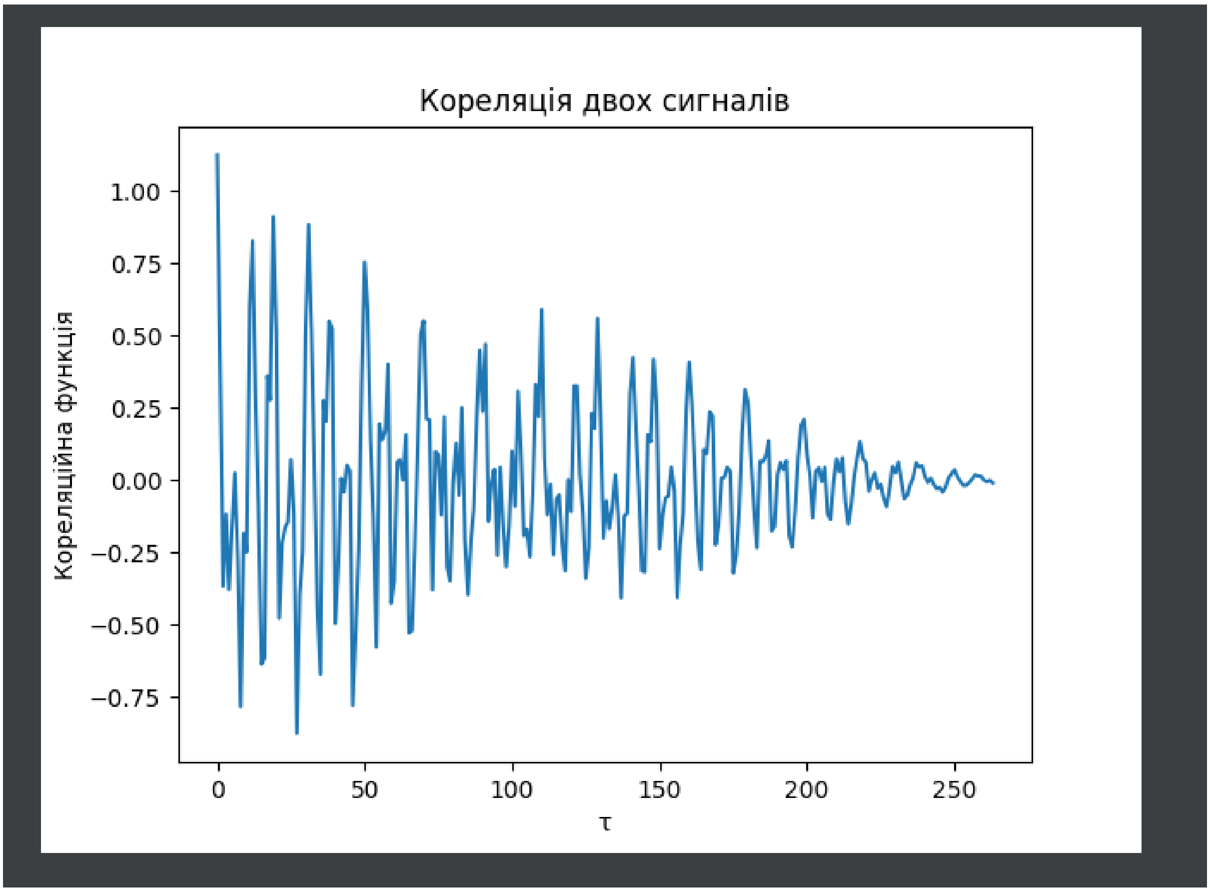
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plotter
n = 14
w = 2000
N = 264


def generate_signal(amplitude, phase, frequency, time):
    return amplitude * np.sin(frequency * time + phase)
```

```
def signal_generator(harmonics, frequency_max, samples_amount):
    signal_collection = np.zeros(samples_amount)
    for f in range(1, harmonics + 1):
        phase = np.random.uniform((-np.pi / 2), (np.pi / 2))
        amplitude = np.random.uniform(0, 1)
        frequency = (f * frequency_max) / harmonics
        for time in range(samples_amount):
            signal_collection[time] += generate_signal(amplitude, phase, frequency, time)
    return signal_collection

import numpy as np


def expectation(signal):
    sig_sum = 0
    for i in range(len(signal)):
        sig_sum += signal[i]
    expect = sig_sum / len(signal)
    return expect


def correlate(x, y, t):
    x_expectation = expectation(x)
    y_expectation = expectation(y)
    x_length = len(x)
    sig_sum = 0
    for time in range(x_length - t):
        sig_sum += (x[time] - x_expectation) * (y[time + t] - y_expectation)
    corr = sig_sum / (x_length - 1)
    return corr


def correlation(x, y, step):
    correlations = np.zeros(step)
    for t in range(step):
        correlations[t] = correlate(x, y, t)
    return correlations


def autocorrelation(x, step):
    return correlation(x, x, step)


x_signal = signal_generator(n, w, N)
xx_correlated = autocorrelation(x_signal, 264)
y_signal = signal_generator(n, w, N)
xy_correlated = correlation(x_signal, y_signal, 264)
```

```
plotter.plot(range(264), xx_correlated)
plotter.title("Автокорляція сигналу")
plotter.xlabel("τ")
plotter.ylabel("Автокореляційна функція")
plotter.show()

plotter.plot(range(264), xy_correlated)
plotter.title("Кореляція двох сигналів")
plotter.xlabel("τ")
plotter.ylabel("Кореляційна функція")
plotter.show()
```

Результати роботи програми





Висновки

У ході виконання лабораторної роботи ми ознайомилися з принципами побудови автокорелляційної і взаємної кореляційної функцій, вивчили та дослідили їх основні параметри з використанням засобів моделювання та сучасних програмних оболонок.