Prof. Grit Behrens

gbehrens@fh-bielefeld.de

Name leserlich : Patrick Hüntelmann

Unterschrift : Patrick Hüntelmann

Einführung in die Informatik WS 2020/21

Abgabe in ILIAS bis 22.12.2020 20:00 Uhr

Übungsblatt 7

Speicherung und Interpretation von Information , Boolsche Algebra

Aufgabe 7.1:

Welchen ganzen Zahlen entsprechen die Bitketten der Länge 3, wenn man sie als Repräsentierungen der folgenden Codes interpretiert: vorzeichenlose Ganzzahl, Exzess-4, 1-er-Komplement, 2-er-Komplement?

	vorzeichenlose Ganzzahl	**Excess-4**	**1-er-Komplement**	**2-er-Komplement**
000	0	-4	0	0
001	1	-3	1	1
010	2	-2	2	2
011	3	-1	3	3
100	4	0	-3	-4
101	5	1	-2	-3
110	6	2	-1	-2
111	7	3	-0	-1

Aufgabe 7.2

Berechnen Sie für die folgenden Dezimalzahlen die Gleitpunktzahlen im IEEE-754-Format in 32-Bit-Maschinenwörtern unter Nutzung der folgenden Definition (siehe auch ausführlicher in der Vorlesung):

`x= (-1)`^{s} `(1.)m * 2`^{e} `mit e=ch-127`, **beachte "hidden bit" in normierter Darstellung**

a) -16.5 b) 86.125 c) -24.25 d)108.025

a) $16 : 2 = 8$ R0
$8 : 2 = 4$ R0
$4 : 2 = 2$ R0
$2 : 2 = 1$ R0
$1 : 2 = 0$ R1

$0.5 \cdot 2 = 1$ Ü1
$0 \cdot 2 = 0$ Ü0

$16{,}5_{10} = 1\,0000{,}\,1_2$

$-16{,}5_{10} = -1 \cdot 0{,}100001_2 \cdot 2^5$
$= -1{,}00001_2 \cdot 2^4$

ch $=$ e+k $= 4 + 127 = 131$

$131 : 2 = 65$ R1
$65 : 2 = 32$ R1
$32 : 2 = 16$ R0
$16 : 2 = 8$ R0
$8 : 2 = 4$ R0
$4 : 2 = 2$ R0
$2 : 2 = 1$ R0
$1 : 2 = 0$ R1

s ch m
1 1100 0001 1 000 0100 0000 0000 0000 0000

b) $86 : 2 = 43$ R0
$43 : 2 = 21$ R1
$21 : 2 = 10$ R1
$10 : 2 = 5$ R0
$5 : 2 = 2$ R1
$2 : 2 = 1$ R0
$1 : 2 = 0$ R1

$0{,}125 \cdot 2 = 0{,}25$ Ü0
$0{,}25 \cdot 2 = 0{,}5$ Ü0
$0{,}5 \cdot 2 = 1$ Ü1
$0 \cdot 2 = 0$

$86{,}125_{10} = 101\,0110{,}\,001_2$
$= 0{,}1010\,1100\,01_2 \cdot 2^7$
$= 1{,}0101\,1000\,1_2 \cdot 2^6$

ch $=$ e+k $= 6 + 127 = 133$

$133 : 2 = 66$ R1
$66 : 2 = 33$ R0
$33 : 2 = 16$ R1
$16 : 2 = 8$ R0
$8 : 2 = 4$ R0
$4 : 2 = 2$ R0
$2 : 2 = 1$ R0
$1 : 2 = 0$ R1

s ch m
0 100 0010 1 010 1100 0~~0~~10 0000 0000 0000

c) $24 : 2 = 12$ R0
$12 : 2 = 6$ R0
$6 : 2 = 3$ R0
$3 : 2 = 1$ R1
$1 : 2 = 0$ R1

$0{,}25 \cdot 2 = 0{,}5$ Ü0
$0{,}5 \cdot 2 = 1$ Ü1
$0 \cdot 2 = 0$ Ü0

$24{,}25_{10} = 1\,1000{,}\,01_2$

$-24{,}25 = -1 \cdot 0{,}1100001 \cdot 2^5$
$= -1 \cdot 1{,}1000\,01 \cdot 2^4$

ch $=$ e+k $= 4 + 127 = 131_{10} = 1000\,0011$

s ch m
1 1100 00~~1~~1 0 1 100 0010 0000 0000 0000 0000

d) $108 : 2 = 54$ R0
$54 : 2 = 27$ R0
$27 : 2 = 13$ R1
$13 : 2 = 6$ R1
$6 : 2 = 3$ R0
$3 : 2 = 1$ R1
$1 : 2 = 0$ R1

$0{,}025 \cdot 2 = 0{,}05$ Ü0
$0{,}05 \cdot 2 = 0{,}1$ Ü0
$0{,}1 \cdot 2 = 0{,}2$ Ü0
$0{,}2 \cdot 2 = 0{,}4$ Ü0
$0{,}4 \cdot 2 = 0{,}8$ Ü0
$0{,}8 \cdot 2 = 1{,}6$ Ü1
$0{,}6 \cdot 2 = 1{,}2$ Ü1 $\Rightarrow 0{,}2$

$108{,}025_{10} = 110\,1100{,}\,0000\,0110\,0110\,0110\,0$
$= 1{,}\,1011\,0000\,0001\,1001\,1001\,100 \cdot 2^6$

ch $=$ e+k $= 6 + 127 = 133_{10} = 1000\,0101$

s ch m
0 100 0010 1 101 1000 0000 1100 1100 1100

Aufgabe 7.3

Welchen dezimalen Wert besitzen die folgenden Repräsentierungen von Gleitpunktzahlen im IEEE-754-Format in 32-Bit-Maschinenwörtern:

s	ch	m(23)
1	01111111	00000000...0
0	10000011	11010000...0
1	00000000	00001000...0
0	11111111	00000000...0

`Nutzen Sie die folgenden Definitionen(siehe auch Vorlesung):`

ch	m	Wert	Bemerkung
0	**0**	$(-1)^s * 0$	± 0
0	$\neq 0$	$(-1)^s * 2^{-k+1} * (0.m)$	**nicht-normalisiert, Zahlen mit Betrag kleiner als normalisiert darstellbar**
$0 < ch < 2k+1$	**m beliebig**	$(-1)^s * 2^{ch-k} * (1.m)$	**Normalfall**
$ch = 2k+1$	**0**	$(-1)^s * \infty$	$\pm \infty$
$ch = 2k+1$	$\neq 0$	**NaN**	**Not a Number: unbestimmter oder unzulässiger Wert**

$2k+1 = 2\cdot 127+1 = 254+1 = 255$ $\qquad 255_{10} = FF_{16} = 1111\ 1111_2$

1. $\underbrace{1}_{s}\underbrace{011\ 1111\ 1}_{ch}\underbrace{000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000}_{m}$

$s = 1$
$ch = 0111\ 1111$
$m = 0$

$$((((((1\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1$$
$$= ((((3\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1$$
$$= (((7\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1$$
$$= ((15\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1$$
$$= (31\cdot 2+1)\cdot 2+1$$
$$= 63\cdot 2+1$$
$$= 127$$

$ch \neq 2k+1$

$\Rightarrow (-1)^1 \cdot 0 = \cancel{0}$ -1

2. $\underbrace{0}_{s}\underbrace{100\ 0001\ 1}_{ch}\underbrace{110\ 1000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000}_{m}$

$s = 0$
$m = 1,11101$
$ch = 1000\ 0011$

$$((((((1\cdot 2+0)\cdot 2+0)\cdot 2+0)\cdot 2+0)\cdot 2+0)\cdot 2+1)\cdot 2+1$$
$$= (1\cdot 64+1)\cdot 2+1$$
$$= 65\cdot 2+1$$
$$= 131$$

$e = ch - k = 131 - 127 = 4$

$(-1)^0 \cdot 1,11101_2 \cdot 2^4$
$= 11110\,1_2 \cdot 2^0$
$= 11101_2$

$$((((1\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+0)\cdot 2+1$$
$$= (((3)\cdot 2+1)\cdot 2+1) \cdot 4+1$$
$$= ((7)\cdot 2+1) \cdot 4+1$$
$$= 15 \cdot 4+1$$
$$= \cancel{61}$$ 29

3. $\underbrace{1}_{s}\underbrace{000\ 0000\ 0}_{ch}\underbrace{000\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000}_{m}$

$s = 1$
$ch = 0$
$0,m = 0,00001$

$\Rightarrow (-1)^s \cdot 2^{-k+1} \cdot 0,m$
$= (-1)^1 \cdot 2^{-126} \cdot 0,00001_2$
$= -1 \cdot 2^{-131} = -2^{-131}$

richtig aber bitte dazu schreiben das es nicht Normalisiert ist

4. $\underbrace{0}_{s}\underbrace{111\ 1111\ 1}_{ch}\underbrace{000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000}_{m}$

$s = 0$
$ch = 1111\ 1111_2 = 2k+1$ $\Rightarrow (-1)^s \cdot \infty = \infty$
$m = 0$

Aufgabe 7.4:

Beweisen Sie mittels Wahrheitswerttabellen den Ausdruck a↔b = (¬a + b) (a + ¬b)

a	b	a ⟷ b	x = ¬a + b	y = a + ¬b	xy
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1

$a \leftrightarrow b = (\neg a + b)(a + \neg b)$

Aufgabe 7.5:

Beweisen Sie mittels Wahrheitswerttabellen die De Morganschen Regeln!

$(a \wedge b) = \overline{(\bar{a} \vee \bar{b})}$

a	b	$a \wedge b$	$z = \bar{a} \vee \bar{b}$	$\bar{z}$
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

$(a \vee b) = \overline{(\bar{a} \wedge \bar{b})}$

a	b	$a \vee b$	$z = \bar{a} \wedge \bar{b}$	$\bar{z}$
0	0	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	0	1