

Actividad1_6

Ricardo Kaleb Flores Alfonso

2024-10-05

```
df <- read.csv("países_mundo.csv")
```

```
x1 <- df$CrecPobl
x2 <- df$MortInf
x3 <- df$PorcMujeres
x4 <- df$PNB95
x5 <- df$ProdElec
x6 <- df$LinTelf
x7 <- df$ConsAgua
x8 <- df$PropBosq
x9 <- df$PropDefor
x10 <- df$ConsEner
x11 <- df$EmisCO2
```

Parte 1

Calcule las matrices de varianza y covarianza, así como la matriz de correlaciones ## Matriz de covarianzas

```
cov_df <- cov(df)
cov_df
```

```
##           CrecPobl      MortInf  PorcMujeres      PNB95
## CrecPobl    1.538298e+00  2.195026e+01 -6.078026e+00 -8.933379e+04
## MortInf     2.195026e+01  1.032859e+03 -9.249342e+00 -2.269332e+06
## PorcMujeres -6.078026e+00 -9.249342e+00  7.698322e+01  2.813114e+05
## PNB95       -8.933379e+04 -2.269332e+06  2.813114e+05  4.999786e+10
## ProdElec    -4.973964e+04 -1.043435e+06  2.260248e+05  2.247791e+10
## LinTelf     -1.369079e+02 -4.381366e+03  4.499750e+02  2.039550e+07
## ConsAgua    -4.827092e+01 -1.288211e+03 -1.568313e+03  1.097481e+07
## PropBosq    -3.887018e+00 -1.466316e+01  6.517895e+01  2.474311e+05
## PropDefor    3.361974e-01  1.276296e+01  2.680592e-01 -5.806203e+04
## ConsEner    -8.384169e+02 -4.442568e+04  2.855207e+02  1.415628e+08
## EmisCO2     -1.137877e+00 -9.485500e+01 -2.150132e+00  2.501673e+05
##           ProdElec      LinTelf      ConsAgua      PropBosq
## CrecPobl    -4.973964e+04 -1.369079e+02 -4.827092e+01   -3.887018
## MortInf     -1.043435e+06 -4.381366e+03 -1.288211e+03  -14.663158
## PorcMujeres  2.260248e+05  4.499750e+02 -1.568313e+03    65.178947
## PNB95       2.247791e+10  2.039550e+07  1.097481e+07  247431.122807
## ProdElec    1.821909e+10  7.583050e+06  1.399817e+07   70359.785965
## LinTelf     7.583050e+06  3.841247e+04  1.193110e+04    248.715789
## ConsAgua    1.399817e+07  1.193110e+04  3.301981e+05  -2220.757895
## PropBosq    7.035979e+04  2.487158e+02 -2.220758e+03    401.003509
## PropDefor   -3.180340e+04 -9.940461e+01 -6.743793e+01     2.625263
```

```
## ConsEner      6.801296e+07  3.426262e+05  2.092242e+05 -5153.438596
## EmisC02       1.392779e+05  6.385700e+02  4.869328e+02 -12.897193
##               PropDefor      ConsEner      EmisC02
## CrecPobl      3.361974e-01 -8.384169e+02   -1.137877
## MortInf       1.276296e+01 -4.442568e+04   -94.855000
## PorcMujeres   2.680592e-01  2.855207e+02    -2.150132
## PNB95         -5.806203e+04  1.415628e+08 250167.323509
## ProdElec      -3.180340e+04  6.801296e+07 139277.888640
## LinTelf       -9.940461e+01  3.426262e+05   638.570000
## ConsAgua      -6.743793e+01  2.092242e+05   486.932763
## PropBosq      2.625263e+00 -5.153439e+03   -12.897193
## PropDefor     1.817253e+00 -1.051522e+03    -2.632487
## ConsEner     -1.051522e+03  5.014395e+06 10286.159781
## EmisC02      -2.632487e+00  1.028616e+04   27.268614
```

Proporción de la varianza

```
eigen_cov_df <- eigen(cov_df)

# Proporción de varianza explicada por componente
print("Proporción de varianza explicada por componente")

## [1] "Proporción de varianza explicada por componente"
round(eigen_cov_df$values / sum(eigen_cov_df$values),5)

## [1] 0.90345 0.09647 0.00007 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000
## [10] 0.00000 0.00000

# Acumule los resultados anteriores, para obtener la varianza acumulada en cada componente
print("Varianza acumulada por componente")

## [1] "Varianza acumulada por componente"
cumsum(eigen_cov_df$values) / sum(eigen_cov_df$values)

## [1] 0.9034543 0.9999273 0.9999953 0.9999998 1.0000000 1.0000000 1.0000000
## [8] 1.0000000 1.0000000 1.0000000 1.0000000

round(eigen_cov_df$vectors[,c(1,2)],4)

##           [,1]      [,2]
## [1,] 0.0000  0.0000
## [2,] 0.0000  0.0000
## [3,] 0.0000  0.0000
## [4,] 0.8880  0.4598
## [5,] 0.4598 -0.8880
## [6,] 0.0004  0.0004
## [7,] 0.0003 -0.0011
## [8,] 0.0000  0.0000
## [9,] 0.0000  0.0000
## [10,] 0.0025  0.0007
## [11,] 0.0000  0.0000
```

Según los resultados anteriores, ¿qué componentes son los más importantes?

Los primeros dos componentes conjuntamente explican el 99.99% de la variación de los datos, por lo que estos componentes se usarán para reducir la dimensionalidad de los datos y se perderá únicamente un 0.01%

de la información

Escriba la ecuación de la combinación lineal de los Componentes principales CP1 y CP2. ¿Qué variables son las que más contribuyen a la primera y segunda componentes principales? (observe los coeficientes en valor absoluto de las combinaciones lineales). Justifique su respuesta.

$$PC_1 = 0.8880x_4 + 0.4597x_5$$

y

$$PC_2 = 0.4598x_4 - 0.888x_5$$

Para el primer componente, las variables 4, 5, y 10 son las que más contribuyen a la variación a lo largo de este componente. Sin embargo el segundo componente tiene una contribución mayor con las variables 4, 5, y 7. Dado que estas tienen la mayor magnitud en los eigenvectores de covarianza a comparación del resto.

Es por esto que las variables de PNB95 x_4 , ProdElec x_5 , ConsAgua x_7 y ConsEner x_{10} son las que explican de mejor manera la variabilidad de Y .

Matriz de correlaciones

```
cor_df <- cor(df)
cor_df
```

```
##          CrecPobl      MortInf PorcMujeres      PNB95      ProdElec
## CrecPobl      1.00000000  0.55067948 -0.55852711 -0.32212154 -0.29711119
## MortInf       0.55067948  1.00000000 -0.03280139 -0.31579250 -0.24053689
## PorcMujeres  -0.55852711 -0.03280139  1.00000000  0.14338826  0.19085114
## PNB95         -0.32212154 -0.31579250  0.14338826  1.00000000  0.74476081
## ProdElec     -0.29711119 -0.24053689  0.19085114  0.74476081  1.00000000
## LinTelf      -0.56321228 -0.69558922  0.26167018  0.46539599  0.28664508
## ConsAgua     -0.06772953 -0.06975563 -0.31106243  0.08541500  0.18047653
## PropBosq     -0.15650281 -0.02278415  0.37096694  0.05525919  0.02603078
## PropDefor     0.20107881  0.29459348  0.02266339 -0.19262327 -0.17478434
## ConsEner     -0.30187731 -0.61731132  0.01453216  0.28272492  0.22501894
## EmisC02      -0.17568860 -0.56520778 -0.04692837  0.21425123  0.19760017
##          LinTelf      ConsAgua      PropBosq      PropDefor      ConsEner
## CrecPobl     -0.56321228 -0.06772953 -0.15650281  0.20107881 -0.30187731
## MortInf     -0.69558922 -0.06975563 -0.02278415  0.29459348 -0.61731132
## PorcMujeres  0.26167018 -0.31106243  0.37096694  0.02266339  0.01453216
## PNB95        0.46539599  0.08541500  0.05525919 -0.19262327  0.28272492
## ProdElec     0.28664508  0.18047653  0.02603078 -0.17478434  0.22501894
## LinTelf      1.00000000  0.10593934  0.06337138 -0.37623801  0.78068385
## ConsAgua     0.10593934  1.00000000 -0.19299225 -0.08705811  0.16259804
## PropBosq     0.06337138 -0.19299225  1.00000000  0.09725032 -0.11492480
## PropDefor    -0.37623801 -0.08705811  0.09725032  1.00000000 -0.34833836
## ConsEner     0.78068385  0.16259804 -0.11492480 -0.34833836  1.00000000
## EmisC02      0.62393719  0.16227447 -0.12333592 -0.37396154  0.87965517
##          EmisC02
## CrecPobl     -0.17568860
## MortInf      -0.56520778
## PorcMujeres  -0.04692837
## PNB95         0.21425123
## ProdElec     0.19760017
## LinTelf       0.62393719
## ConsAgua      0.16227447
```

```
## PropBosq      -0.12333592
## PropDefor     -0.37396154
## ConsEner      0.87965517
## EmisC02       1.00000000

eigen_cor_df <- eigen(cor_df)

# Proporción de varianza explicada por componente
print("Proporción de varianza explicada por componente")

## [1] "Proporción de varianza explicada por componente"

eigen_cor_df$values / sum(eigen_cor_df$values)

## [1] 0.366352638 0.175453813 0.124582832 0.078592361 0.072194597 0.066290906
## [7] 0.051936828 0.029709178 0.015278951 0.013302563 0.006305332

# Acumule los resultados anteriores, para obtener la varianza acumulada en cada componente
print("Varianza acumulada por componente")

## [1] "Varianza acumulada por componente"

cumsum(eigen_cor_df$values / sum(eigen_cor_df$values))

## [1] 0.3663526 0.5418065 0.6663893 0.7449816 0.8171762 0.8834671 0.9354040
## [8] 0.9651132 0.9803921 0.9936947 1.0000000
```

Según los resultados anteriores, ¿qué componentes son los más importantes?

Los primeros 7 componentes explican el 93.5% de la variación de los datos. Fue más complicado reducir la dimensionalidad de los datos a través de la correlación.

Escriba la ecuación de la combinación lineal de los Componentes principales CP1 y CP2. ¿Qué variables son las que más contribuyen a la primera y segunda componentes principales? (observe los coeficientes en valor absoluto de las combinaciones lineales). Justifique su respuesta.

```
round(eigen_cor_df$vectors[,c(1,2)],2)
```

```
##      [,1] [,2]
## [1,] -0.31 0.35
## [2,] -0.39 -0.04
## [3,] 0.12 -0.58
## [4,] 0.30 -0.18
## [5,] 0.26 -0.17
## [6,] 0.45 -0.03
## [7,] 0.09 0.32
## [8,] 0.01 -0.46
## [9,] -0.24 -0.15
## [10,] 0.42 0.23
## [11,] 0.37 0.29
```

$$PC_1 = -0.31x_1 - 0.39x_2 + 0.12x_3 + 0.3x_4 + 0.26x_5 + 0.45x_6 - 0.24x_9 + 0.42x_{10} + 0.37x_{11}$$

y

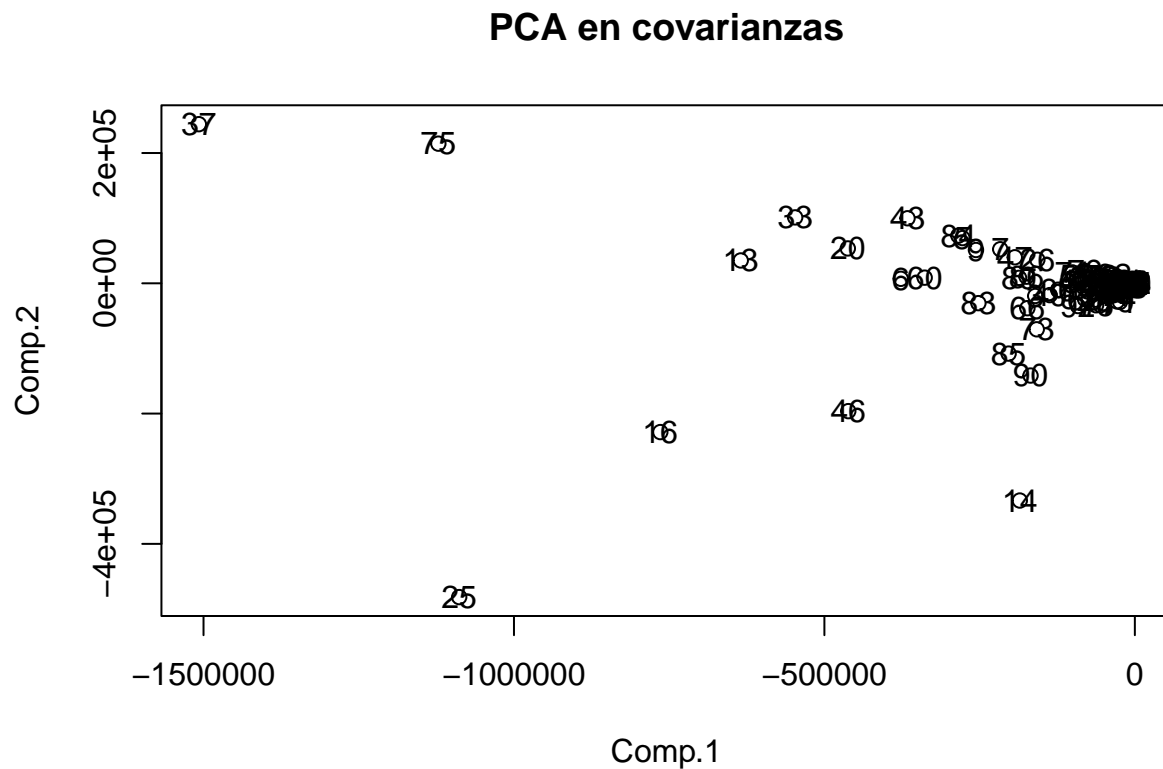
$$PC_2 = 0.35x_1 - 0.58x_3 - 0.18x_4 - 0.17x_5 + 0.32x_7 - 0.46x_8 - 0.15x_9 + 0.23x_{10} + 0.29x_{11}$$

Para el primer componente principal, las variables 6, 2, y 10 contribuyeron de mayor manera para explicar la variación. El segundo componente principal usa las variables 3, 1, y 8. Los resultados obtenidos de la matriz de covarianzas, cada coeficiente presenta distintas varianzas sobre todas las variables. Es decir, en la matriz

de covarianzas dos variables representan el 99.99% de los datos, mientras que en el de correlacion es necesario utilizar 7 para 93.5%.

Parte 2

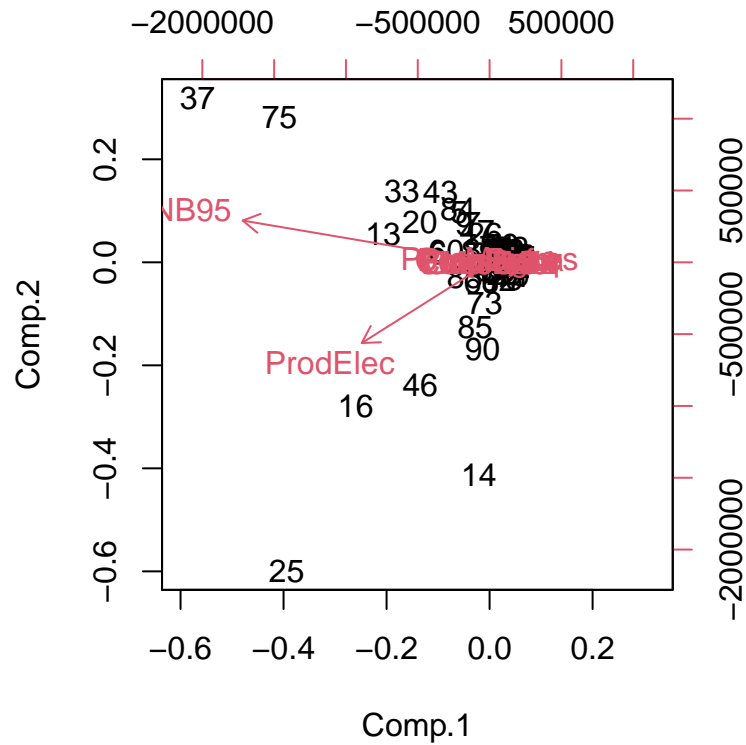
```
library(stats)
datos=df
cpS=princomp(datos,cor=FALSE)
cpaS=as.matrix(datos)%*%cpS$loadings
plot(cpaS[,1:2],type="p", main = "PCA en covarianzas")
text(cpaS[,1],cpaS[,2],1:nrow(cpaS))
```



```
biplot(cpS)

## Warning in arrows(0, 0, y[, 1L] * 0.8, y[, 2L] * 0.8, col = col[2L], length =
## arrow.len): zero-length arrow is of indeterminate angle and so skipped
## Warning in arrows(0, 0, y[, 1L] * 0.8, y[, 2L] * 0.8, col = col[2L], length =
## arrow.len): zero-length arrow is of indeterminate angle and so skipped
## Warning in arrows(0, 0, y[, 1L] * 0.8, y[, 2L] * 0.8, col = col[2L], length =
## arrow.len): zero-length arrow is of indeterminate angle and so skipped
## Warning in arrows(0, 0, y[, 1L] * 0.8, y[, 2L] * 0.8, col = col[2L], length =
## arrow.len): zero-length arrow is of indeterminate angle and so skipped
## Warning in arrows(0, 0, y[, 1L] * 0.8, y[, 2L] * 0.8, col = col[2L], length =
## arrow.len): zero-length arrow is of indeterminate angle and so skipped
## Warning in arrows(0, 0, y[, 1L] * 0.8, y[, 2L] * 0.8, col = col[2L], length =
## arrow.len): zero-length arrow is of indeterminate angle and so skipped
```

```
## Warning in arrows(0, 0, y[, 1L] * 0.8, y[, 2L] * 0.8, col = col[2L], length =
## arrow.len): zero-length arrow is of indeterminate angle and so skipped
## Warning in arrows(0, 0, y[, 1L] * 0.8, y[, 2L] * 0.8, col = col[2L], length =
## arrow.len): zero-length arrow is of indeterminate angle and so skipped
```

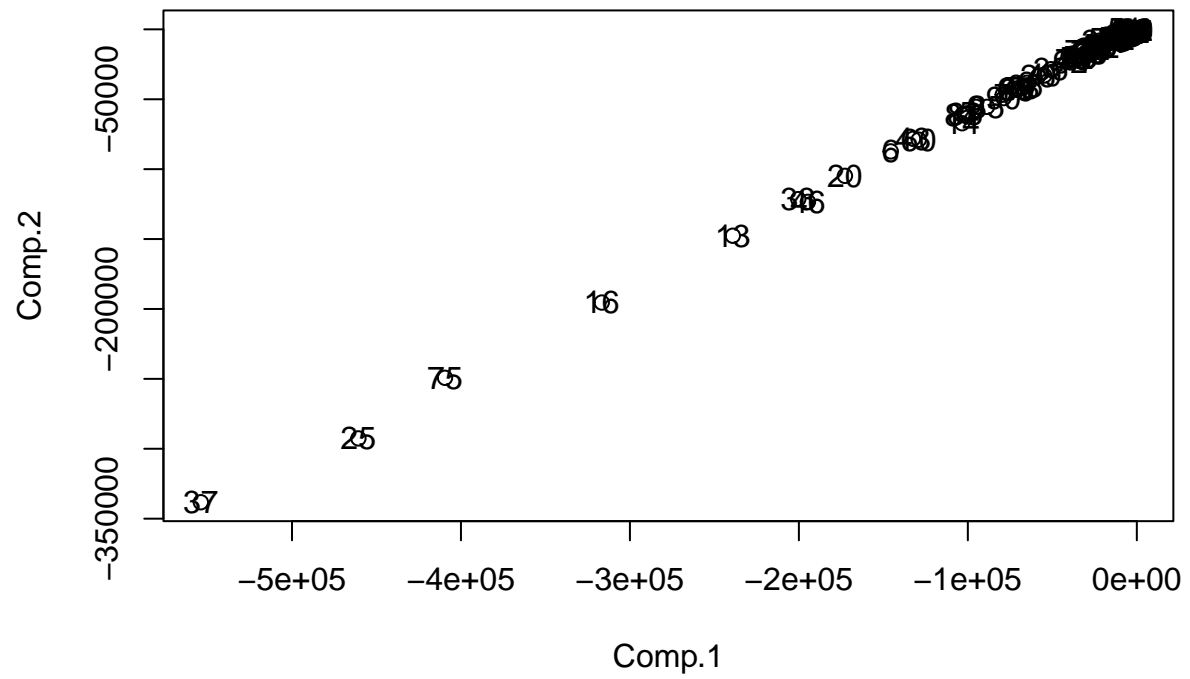


En estos gráficos podemos observar como las variables PNB95 y ProdElec tienen un gran peso sobre los dos componentes principales iniciales. Se observa que los datos atípicos afectan la variación de los datos. Es probable que la magnitud de ambas variables este afectando su influencia en las componentes.

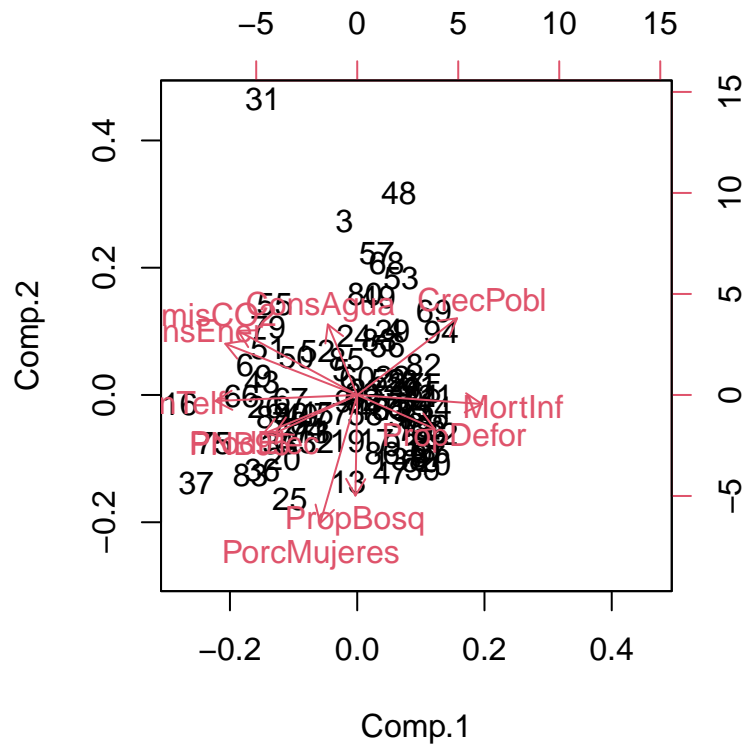
```
cpR=princomp(df,cor=TRUE)
cpaR=as.matrix(df)%*%cpR$loadings

plot(cpaR[,1:2],type="p", main = "PCA en correlaciones")
text(cpaR[,1],cpaR[,2],1:nrow(cpaR))
```

PCA en correlaciones



```
biplot(cpR)
```



Se observa una relación lineal entre el componente 1 y componente 2. Se observa una cantidad de datos sesgados hacia arriba de los componentes. En este caso al estar estandarizadas las variables se encontró que la mayoría de las variables tienen un impacto similar en los componentes. Esto se debe a que el PCA es sensible a la magnitud de los datos y de esta manera se logró explicar de mejor manera la varianza de los datos.

```
summary(cpS)
```

```
## Importance of components:
##               Comp.1      Comp.2      Comp.3      Comp.4
## Standard deviation 2.469691e+05 8.070349e+04 2.141953e+03 5.545146e+02
## Proportion of Variance 9.034543e-01 9.647298e-02 6.795804e-05 4.554567e-06
## Cumulative Proportion 9.034543e-01 9.999273e-01 9.999953e-01 9.999998e-01
##               Comp.5      Comp.6      Comp.7      Comp.8
## Standard deviation 1.096972e+02 2.254828e+01 1.894754e+01 6.704303e+00
## Proportion of Variance 1.782429e-07 7.530916e-09 5.317738e-09 6.657763e-10
## Cumulative Proportion 1.000000e+00 1.000000e+00 1.000000e+00 1.000000e+00
##               Comp.9      Comp.10      Comp.11
## Standard deviation 2.395922e+00 1.192913e+00 6.869072e-01
## Proportion of Variance 8.502887e-11 2.107843e-11 6.989035e-12
## Cumulative Proportion 1.000000e+00 1.000000e+00 1.000000e+00
```

```
cpS$loadings
```

```
##
## Loadings:
##          Comp.1 Comp.2 Comp.3 Comp.4 Comp.5 Comp.6 Comp.7 Comp.8 Comp.9
## CrecPobl
## MortInf                                0.992
```



```

## PorcMujeres                -0.114 -0.986
## PNB95          -0.888  0.460
## ProdElec       -0.460 -0.888
## LinTelf                -0.992
## ConsAgua                0.999
## PropBosq                -0.992  0.117
## PropDefor                -0.128
## ConsEner                -0.997
## EmisCO2                0.989
##          Comp.10 Comp.11
## CrecPobl    0.116  0.987
## MortInf
## PorcMujeres
## PNB95
## ProdElec
## LinTelf
## ConsAgua
## PropBosq
## PropDefor    0.986 -0.105
## ConsEner
## EmisCO2      0.120
##
##          Comp.1 Comp.2 Comp.3 Comp.4 Comp.5 Comp.6 Comp.7 Comp.8 Comp.9
## SS loadings    1.000  1.000  1.000  1.000  1.000  1.000  1.000  1.000  1.000
## Proportion Var  0.091  0.091  0.091  0.091  0.091  0.091  0.091  0.091  0.091
## Cumulative Var  0.091  0.182  0.273  0.364  0.455  0.545  0.636  0.727  0.818
##          Comp.10 Comp.11
## SS loadings    1.000  1.000
## Proportion Var  0.091  0.091
## Cumulative Var  0.909  1.000

```

cpS\$scores

```

##          Comp.1      Comp.2      Comp.3      Comp.4      Comp.5
## [1,] 131634.608    5448.5793 1200.49844 -327.273532  33.9248890
## [2,] 131016.541     9088.4338 1458.49611 -349.659603  35.8657077
## [3,] -25064.798   -11525.6045 -2642.96651 -137.043654 239.3744273
## [4,]  86624.440    10756.5675  751.17430 -264.601087  52.6682447
## [5,] -142205.525    77338.8048  747.49633  613.320767  33.4581928
## [6,] -241558.948    14824.1191 -2883.90083  260.408552 -77.3247646
## [7,] -81414.320    60169.8304 -1202.12937 -209.204779 -173.0786612
## [8,] 105438.029    12268.3972 1544.74744 -186.165245  39.8216072
## [9,] -120482.073    59024.9813 -2940.52474  323.732202 -46.3233276
## [10,] 133573.674     8833.2556 1521.65276 -378.023729  28.2430502
## [11,] 101976.392   -10158.2143 -798.59532 -231.931640 -16.0972757
## [12,] 128839.510     8110.5687 1172.20700 -219.016000  18.1122663
## [13,] -499343.904    42972.2602 2463.90492 -247.500491 130.5967463
## [14,] -49915.221  -325574.7162 -730.64319  625.476084 -244.8120983
## [15,] 126472.289     9431.1006 1456.82111 -369.794769  32.6183967
## [16,] -628913.992  -220504.6861 -4587.71881  495.619149 -11.6466849
## [17,]  53052.317     1707.9625 1111.16166 -275.910765 -22.5270489
## [18,] 133597.653     8337.5752 1211.13400 -397.035259  43.7283828
## [19,] 106479.625   -19924.8932  435.86562  200.245446  39.7658552
## [20,] -326900.938    61444.5368 -261.57694  94.079833 -97.6507895
## [21,] 126110.151    10108.3979 1457.08165 -340.959167  32.2078774

```

## [22,]	125297.756	7749.8353	964.86257	350.182703	-105.4317119
## [23,]	123981.574	1437.9806	604.41010	419.150395	45.7695786
## [24,]	71230.410	12651.7310	622.58871	1174.843479	-37.4565333
## [25,]	-952808.150	-473798.8531	3321.22369	-697.356056	75.2061460
## [26,]	-21620.632	44033.9714	-2047.60672	-317.072722	-293.1146298
## [27,]	122424.748	7650.0474	1211.43765	25.434587	-29.9289182
## [28,]	117379.399	7926.3845	992.95079	150.795529	1.6116206
## [29,]	71085.698	-17305.7826	1045.70549	488.098686	20.2813587
## [30,]	125862.475	9216.0266	1180.41921	-174.083873	-0.6126676
## [31,]	88666.526	10833.3661	-8895.85417	54.936149	410.2597510
## [32,]	109926.164	-6778.3378	-1668.16608	-218.811485	18.2251730
## [33,]	-411690.616	109102.7311	507.86552	305.623874	-67.9894798
## [34,]	129706.865	9385.9258	1529.26833	-352.789606	35.3056457
## [35,]	59120.822	16911.6337	1395.62069	267.096611	40.1965611
## [36,]	11833.043	-1944.9256	-4184.17996	-238.167126	-130.8394190
## [37,]	-1372155.167	252160.7635	1491.93883	138.447965	97.1491922
## [38,]	131613.981	8803.5596	893.59795	-372.858769	41.6657825
## [39,]	126604.333	5562.2487	1464.04127	-376.849861	31.9164613
## [40,]	40430.605	11316.5554	-521.72734	13.769190	-307.6035453
## [41,]	121269.889	11650.2724	1359.44694	-271.505846	17.1519892
## [42,]	133638.204	8398.9831	1512.54337	-397.624956	25.6076283
## [43,]	-230744.601	107766.6485	-2072.89961	-15.201684	-106.6417025
## [44,]	130986.921	7169.9380	1331.00184	-120.074146	10.3339401
## [45,]	82568.670	-2463.0892	-748.78367	140.053944	-6.8723029
## [46,]	-326186.757	-188356.8067	2316.63446	-101.491163	50.6657816
## [47,]	-57996.404	47873.0870	1692.52620	-307.410348	83.8351869
## [48,]	101091.531	-4821.0185	221.77216	4099.040201	54.2559876
## [49,]	-1705.096	-10228.7054	316.93659	854.102745	57.0859139
## [50,]	80653.017	16975.0331	-1476.37936	-296.688901	-128.2584301
## [51,]	127227.102	6737.7451	-6412.99542	-90.482587	-31.9931298
## [52,]	42267.769	19195.9218	-967.54057	-109.104290	-199.9299066
## [53,]	127403.618	6317.6770	480.97455	-276.875642	22.4285668
## [54,]	127021.360	8247.0322	1445.29729	-322.199991	28.9914852
## [55,]	99178.191	969.5475	-7008.27965	-237.296811	338.9125782
## [56,]	123518.763	8207.3060	590.51637	-173.454008	7.4713869
## [57,]	106412.271	2855.5944	-922.73845	365.491772	127.5883661
## [58,]	47852.639	9196.8025	27.63436	282.040532	-21.8189338
## [59,]	104041.352	11629.6645	1274.59258	8.825202	11.8129739
## [60,]	-203125.174	16581.3358	815.25777	388.006677	92.8845923
## [61,]	133955.845	8090.3257	1499.28988	-350.430933	33.6338968
## [62,]	101946.167	21273.1326	1579.70525	-294.888837	41.1451807
## [63,]	131057.074	9098.8984	1515.37248	-254.446627	29.8058155
## [64,]	133132.554	7166.9855	1227.20629	-50.658008	20.9831874
## [65,]	103012.170	7174.5731	1456.82245	-375.211028	43.5198223
## [66,]	-37650.253	-30311.8357	-3401.71112	-203.492858	-177.8439934
## [67,]	73346.246	453.7623	-2595.24537	-6.291555	-179.6102354
## [68,]	123138.271	7273.6113	-844.76684	61.419922	98.4864110
## [69,]	55197.803	-16493.1451	1390.28966	1596.646229	28.6484338
## [70,]	127386.008	8236.1656	904.23192	323.006703	-51.9272599
## [71,]	111395.056	-20683.7030	1274.68906	-343.856655	9.4720157
## [72,]	79367.487	19378.5204	1308.36021	-114.859172	16.6250106
## [73,]	-22607.322	-62712.9585	-521.78736	-286.244197	32.1190570
## [74,]	34962.609	24555.7577	-67.22535	262.234427	-199.0847561
## [75,]	-986391.181	222271.1951	809.89023	-281.702411	51.3787534

## [76,]	72869.708	-25840.4931	-2208.19724	-342.611213	30.4377807
## [77,]	80289.872	-25662.9949	-126.27212	611.761025	-3.6016788
## [78,]	130419.422	9344.4683	1445.67753	-205.192963	25.1973722
## [79,]	55252.577	26811.0083	-6357.57513	-636.476323	79.2508686
## [80,]	114384.879	1672.9677	571.17929	-19.700687	27.1579695
## [81,]	122161.909	9807.4878	1454.70142	94.769233	20.6021352
## [82,]	128100.397	10171.8403	1466.35600	227.559364	31.1828552
## [83,]	-116569.310	-22567.5971	-3598.99514	-371.232365	-259.3958376
## [84,]	-148835.434	81039.2156	-1345.28367	-340.759406	-277.5303139
## [85,]	-67923.542	-100024.3888	-174.65134	-287.621786	68.9849142
## [86,]	-39101.413	18087.2770	1198.36335	150.633370	50.1708769
## [87,]	131214.731	7907.1008	1512.56676	-366.010478	30.1920147
## [88,]	117757.982	9467.0190	971.31388	-48.130045	9.8696980
## [89,]	-51109.257	16258.2363	1031.82209	121.086825	-86.5440962
## [90,]	-32625.035	-133704.0337	-1336.59646	-48.914276	47.5765717
## [91,]	117263.681	8706.2744	935.05477	-191.478433	-126.5812780
## [92,]	43699.302	-26965.1165	-453.32540	-164.833865	54.8894929
## [93,]	114081.434	5114.2586	1472.03893	-1.010397	23.2635961
## [94,]	130798.290	7845.2169	1329.77596	-77.955246	33.9712775
## [95,]	128601.695	2647.3901	1395.03065	-231.162042	32.7170803
## [96,]	126740.969	4118.4903	1113.79455	-291.247974	41.7900314
##	Comp.6	Comp.7	Comp.8	Comp.9	Comp.10
## [1,]	-25.96034920	-24.9485831	-3.09954619	-0.7780466998	-1.36899223
## [2,]	65.89736863	11.1976104	-4.24976981	0.7813873930	-0.36894358
## [3,]	-19.42108100	15.2834391	14.29895005	1.5504109360	0.18718522
## [4,]	-20.26163291	26.3007407	7.92549022	-0.2345264350	0.20011112
## [5,]	-20.97024369	1.7627799	-0.11502185	-0.5967002150	-0.56571779
## [6,]	7.51356949	7.0382097	-4.00511856	4.1384748974	0.97286091
## [7,]	-2.01514327	-11.4803748	3.70453190	0.5512686462	-0.32282248
## [8,]	20.06046686	22.2431479	-6.46227805	-0.7745186330	2.94905501
## [9,]	2.84277007	4.0561169	-3.71057143	-0.7717058171	-0.26888992
## [10,]	37.52640897	-15.0532499	-5.27768522	-0.0204010546	0.03318437
## [11,]	-20.90323358	-4.8000954	-11.88811954	3.9872028769	-0.63698276
## [12,]	14.27041609	-15.4859250	3.24101848	-0.4049653184	0.06707865
## [13,]	-5.74974673	-36.7236666	5.98115329	-1.0627374624	-0.50775996
## [14,]	-0.01473206	-3.0041361	-2.51091502	0.6486454371	-0.06523938
## [15,]	-1.91709510	-14.2507121	1.18325650	-0.8170787886	-0.57674235
## [16,]	26.94490171	-28.9999365	0.98030815	-2.2566523563	-0.42436604
## [17,]	-21.43089894	-20.9279427	2.92390988	-0.5265973678	-0.22724827
## [18,]	33.44628845	-28.4671022	0.56332595	0.7498020340	-0.96492008
## [19,]	-24.20303454	-51.2679740	-6.62862663	7.4571609081	-0.30195878
## [20,]	-3.24370698	-33.4791311	4.59422029	0.3330787828	-0.01180653
## [21,]	27.55687185	-3.0990769	7.33174645	-0.0856692462	0.01064490
## [22,]	-30.53455763	2.3603762	5.18467128	-1.1921039161	2.44142938
## [23,]	-45.09635333	5.1184289	-9.72600582	-1.1406800750	-0.08288552
## [24,]	-34.34257445	8.9005270	-4.47996164	-0.7035590655	-0.72770483
## [25,]	-8.22923431	20.3295493	1.84052584	-0.9045347984	0.59811904
## [26,]	13.35368295	27.8876893	-0.40777804	3.0231230740	0.90894271
## [27,]	-14.88896178	8.0567750	6.27398960	-0.5594880169	2.12449562
## [28,]	-16.96523425	-15.0913490	10.11420093	-0.7164384648	0.89780267
## [29,]	1.30533868	24.7248081	2.16863511	-0.5808172836	-0.73191673
## [30,]	-17.81981317	23.3358035	-0.64751669	-1.3050732165	1.38601506
## [31,]	6.96226702	-0.5253744	10.29278153	9.6631668334	1.83643464
## [32,]	-19.03988936	-14.3737043	-11.03797590	-0.8370302451	-0.71014571

```

## [33,] -11.99276284 -19.4745823  4.15406857  0.3762629843 -0.19059699
## [34,]  52.92790113  17.5475858 -1.02940099  0.2792045007 -0.77159684
## [35,] -17.84947859 -1.2339844 -4.25718863 -1.3339423321  2.29141519
## [36,]  14.00011780 -48.0800538  0.73556436 -4.1922204598 -0.43699744
## [37,]   5.54181724   6.3437515 -5.50554976 -1.4721224222  0.10911463
## [38,]  35.49283068 -41.9357037  1.17539110  3.9117701124 -0.22220846
## [39,]  16.08198630 -13.2408794 -10.39251565 -0.4222384650  0.12913913
## [40,]  -0.01578646  -6.3313947  11.28877915  2.9028918360  0.50481933
## [41,] -12.70851357  -8.2472501  11.57748503 -1.0657104176  0.83219190
## [42,]  13.85194584  28.8587479  -7.27093235 -0.9667295887  3.98327239
## [43,]   5.01818662  21.1391482  -1.41016592 -0.0006896855  0.06678790
## [44,] -11.25783471 -11.5387401   7.41410323 -1.0297063388  1.19968574
## [45,] -24.48552152   5.7832578 -10.79506108 -0.2203543489 -1.22414899
## [46,]  14.38133915  12.9972671   8.26674263 -0.6542570868 -0.04735133
## [47,]  -5.21666438 -31.8366564  -0.49077384 -0.7578821434 -0.27236282
## [48,]  48.16795969  -4.8100038  -0.97590650  0.2768026634 -0.66637953
## [49,]  -4.97682075   9.4128111  5.55469827 -0.2139186661 -0.47117334
## [50,] -12.20150286  27.1405580  4.96760587  1.8564311230 -0.95538132
## [51,]  16.40355622  19.1682926  -7.79656437 -9.8392630318 -0.59021195
## [52,]  -6.04109201  29.2718144  -0.08081820  2.6781956070  0.39531424
## [53,] -20.18966630  28.5659627  11.72080051 -0.1427414400 -1.22866883
## [54,]   0.47263420  26.4464536 -11.49185875 -0.6014512975 -0.38114855
## [55,]  -5.64366949   4.9626405  -2.95248515 -9.0119613866 -1.36291864
## [56,] -18.09751126  20.9355420   5.41576156 -0.2250760306  0.01247967
## [57,]  11.27334654  19.3831322   8.41600636  1.9926099939 -1.59118370
## [58,] -27.25069872 -28.3623223  -0.01082567 -1.0343235713  1.37486989
## [59,]   0.09382713   8.1951298   0.39965115 -0.0862970013 -2.31684865
## [60,] -14.14886792  -2.1675153   1.34744444 -0.7620352393  0.59525966
## [61,]  54.82049373   7.8110535  -6.84834841  0.2306912227 -0.48318665
## [62,]  24.75529649 -14.6910682  -2.29360222 -0.4429221557 -0.08057487
## [63,]  32.52355720  -7.2306594   0.68756833 -0.2208592961 -0.21552659
## [64,]  -9.97254989 -22.2718835   1.97399472 -1.1477478210  0.76331165
## [65,]  21.46789951  13.1070877   1.88971228  0.1250159411 -0.23581084
## [66,]  12.29804053   0.8010386  -0.91854647  3.3924421331 -0.55802367
## [67,]   3.42866785   3.1713522  -1.88094956 -1.1198094748  0.08374731
## [68,] -29.90743229   3.5882448  15.28891534 -1.3435834241 -0.39578360
## [69,]  30.00067835  16.1701297   2.29251322 -0.8229271711  2.65506810
## [70,] -24.43395621 -14.1839748   1.96283221 -0.7962283631  1.04097692
## [71,] -14.21369666  -1.0995051   8.62021044 -1.4178823288  1.85132503
## [72,]  -7.30312621 -23.2669247  10.00418619 -0.7287570070 -0.68146316
## [73,] -22.74381221  -2.7163358  -9.17493338  2.6119649947 -0.46205119
## [74,] -14.27355710  -0.5943915  -2.61021720  0.9239185876 -0.68576095
## [75,]  -0.16881855  23.3699791  -5.13616182  2.5663938351 -0.52647975
## [76,] -17.55430650 -10.5649135  -9.67482169  3.8466986693 -0.11141574
## [77,] -19.06880919  -5.8394670 -11.36620642  0.6403230116 -0.79711774
## [78,]   4.63362274 -10.4292716  -3.43916029 -0.4415400855 -0.45650250
## [79,]   9.50679680  13.0364786  -1.86068839 -0.1460964819  2.78232658
## [80,] -20.01410288  23.1349781   5.80936230  0.6312783853 -4.70604688
## [81,] -42.04285601  -0.8040396  -3.09754071 -1.5903270014  0.18980694
## [82,]  16.74708203   9.1408185   6.78193171 -0.7616572483  0.03329527
## [83,]  24.81509219 -30.8348420   5.60757729 -4.4727170860  0.03101671
## [84,]  11.75910074  11.8613560   7.44825211 -0.1126903551 -0.07562756
## [85,]   7.13862480  21.7877967  -0.67194078  2.1781047177 -0.95074233
## [86,] -16.24396833  -0.6702822 -12.46042829 -0.9853846977  2.38542818

```

```

## [87,] 24.46214346 -8.7417199 -8.22109925 -0.2340232078 -0.02448178
## [88,] -14.33466976 24.3293766 2.65118905 -0.3562961844 -2.61503348
## [89,] 10.22460788 6.6202324 4.77355436 0.4442217243 -0.37911407
## [90,] -17.73780391 5.1684346 -13.77684084 3.6408040188 -0.40080744
## [91,] -21.49238909 30.1002979 -3.65988994 -0.1461976383 -1.11282639
## [92,] -19.28476367 -26.8448278 4.92922832 -0.3303428155 0.49200472
## [93,] -15.83929525 -0.1549053 -14.41335078 -0.9340132570 0.28315910
## [94,] 41.04181510 21.4695150 8.22614263 0.2671790475 -0.70005354
## [95,] 51.68923720 -13.7461115 -2.11160577 0.0679116196 -0.17596061
## [96,] -0.98673453 4.5062765 -7.66071869 0.1294099819 -0.27456386
##      Comp.11
## [1,] -0.503460602
## [2,] -0.001616109
## [3,] 0.324429033
## [4,] -0.468251132
## [5,] -0.299886888
## [6,] 0.528789950
## [7,] -0.277566276
## [8,] -0.586466112
## [9,] -0.444908371
## [10,] 0.624487326
## [11,] -0.358514488
## [12,] -0.384099938
## [13,] -0.603223813
## [14,] -0.616206678
## [15,] 0.587996811
## [16,] 1.165533788
## [17,] 0.025670734
## [18,] 0.371215835
## [19,] 0.146093868
## [20,] -0.073610241
## [21,] 0.023012112
## [22,] 0.610712134
## [23,] -0.079681739
## [24,] 0.606086905
## [25,] 0.243459643
## [26,] -0.363829202
## [27,] -0.666350526
## [28,] -0.525435936
## [29,] -0.244098033
## [30,] -0.351966132
## [31,] 0.823800684
## [32,] -0.260177934
## [33,] -0.842331185
## [34,] -0.473671818
## [35,] 0.334146058
## [36,] 0.126574431
## [37,] 0.509254285
## [38,] -0.085402970
## [39,] 1.335782110
## [40,] -0.853382423
## [41,] -0.235293385
## [42,] -0.541116781
## [43,] -0.153169244

```

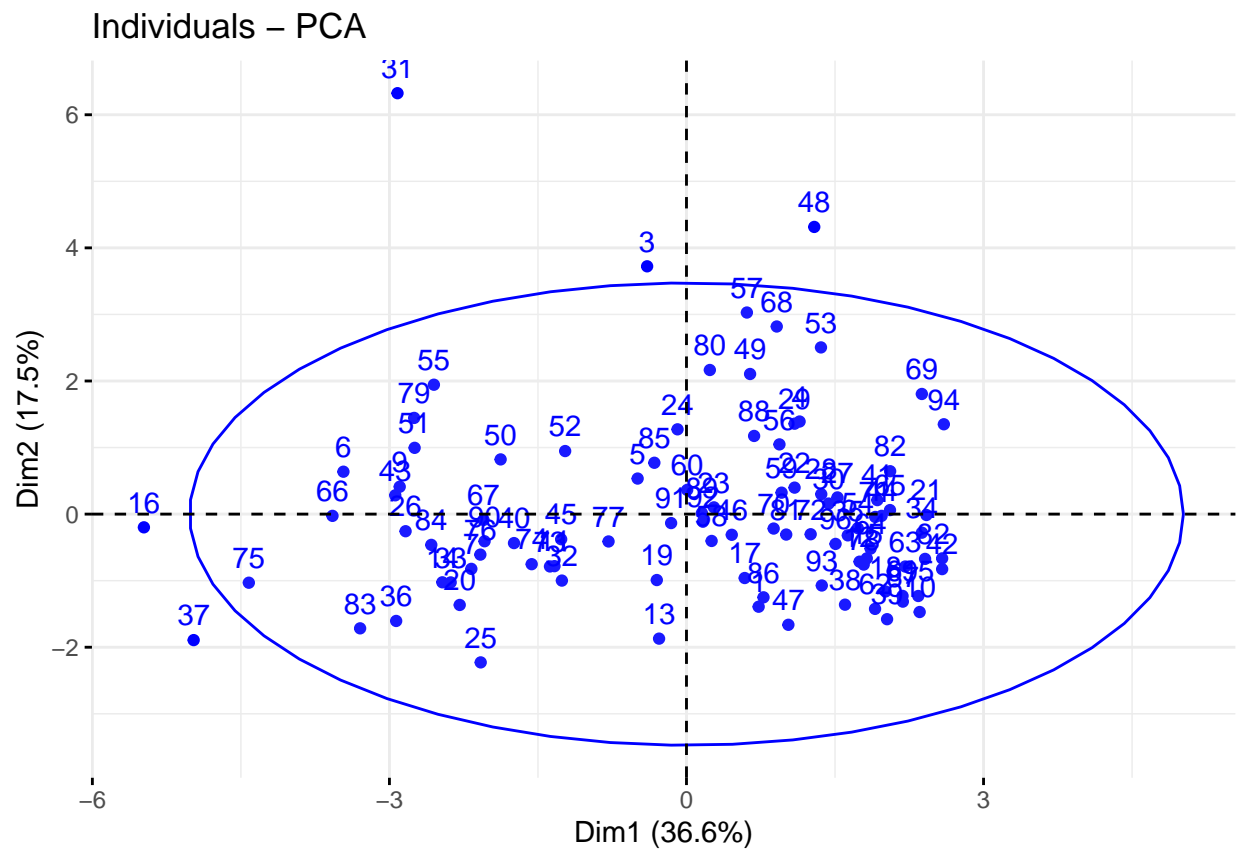
```
## [44,] 0.198589576
## [45,] -0.851458660
## [46,] -0.815324320
## [47,] -0.415089507
## [48,] -0.178847171
## [49,] 0.586050112
## [50,] -1.454274889
## [51,] 1.101156958
## [52,] 1.700841864
## [53,] 1.723665892
## [54,] 1.397011791
## [55,] -2.291305137
## [56,] -0.222771592
## [57,] 0.054096081
## [58,] 1.073669655
## [59,] -0.080969974
## [60,] -0.009585956
## [61,] -0.784265303
## [62,] -0.677570838
## [63,] -0.331718457
## [64,] 0.812186500
## [65,] -0.040301922
## [66,] -0.122557995
## [67,] 0.500766402
## [68,] 1.203774518
## [69,] -0.226361371
## [70,] 0.131331849
## [71,] -0.214404609
## [72,] -0.670887527
## [73,] -0.573839990
## [74,] -0.524704781
## [75,] -0.229351051
## [76,] -1.036705835
## [77,] -0.705721412
## [78,] 0.769672391
## [79,] -0.144310741
## [80,] 0.968478301
## [81,] -0.207579757
## [82,] -1.042165113
## [83,] 0.523838828
## [84,] 0.033258069
## [85,] 0.048428925
## [86,] 0.096198803
## [87,] 1.122042692
## [88,] 0.005446260
## [89,] -0.097845739
## [90,] -0.606628849
## [91,] -0.335361955
## [92,] 0.163470199
## [93,] 1.276694797
## [94,] 0.507712721
## [95,] -0.217199140
## [96,] 1.017398658
```

Usando el comando `summary` en el análisis de componentes principales sobre la matriz de covarianzas, se obtiene de manera automatizada lo obtenido en la parte 1. La matriz de loadings nos permite encontrar las variables y coeficientes que son utilizados para llegar a cada combinación lineal del componente principal. La tabla de scoring muestra la evaluación del score de cada componente en cada punto del set de datos.

Parte 3

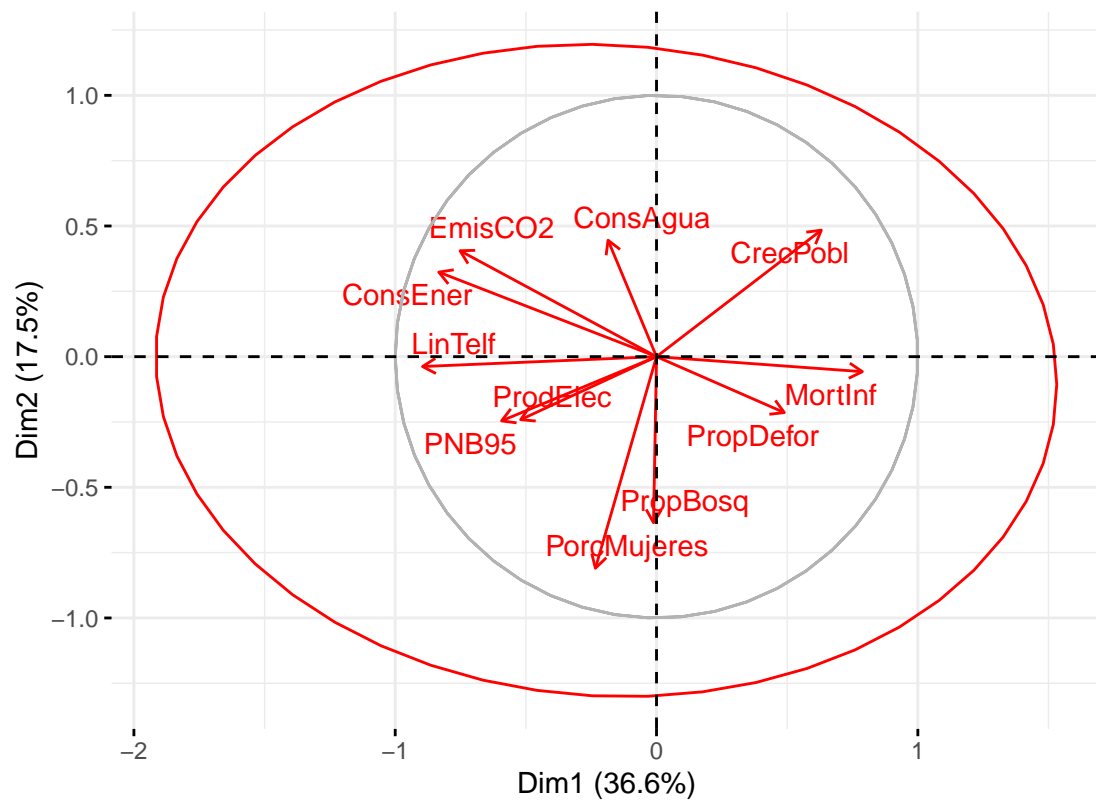
```
library(FactoMineR)
library(ggplot2)
library(factoextra)
```

```
## Welcome! Want to learn more? See two factoextra-related books at https://goo.gl/ve3WBa
fviz_pca_ind(cpR, col.ind = "blue", addEllipses = TRUE, repel = FALSE)
```

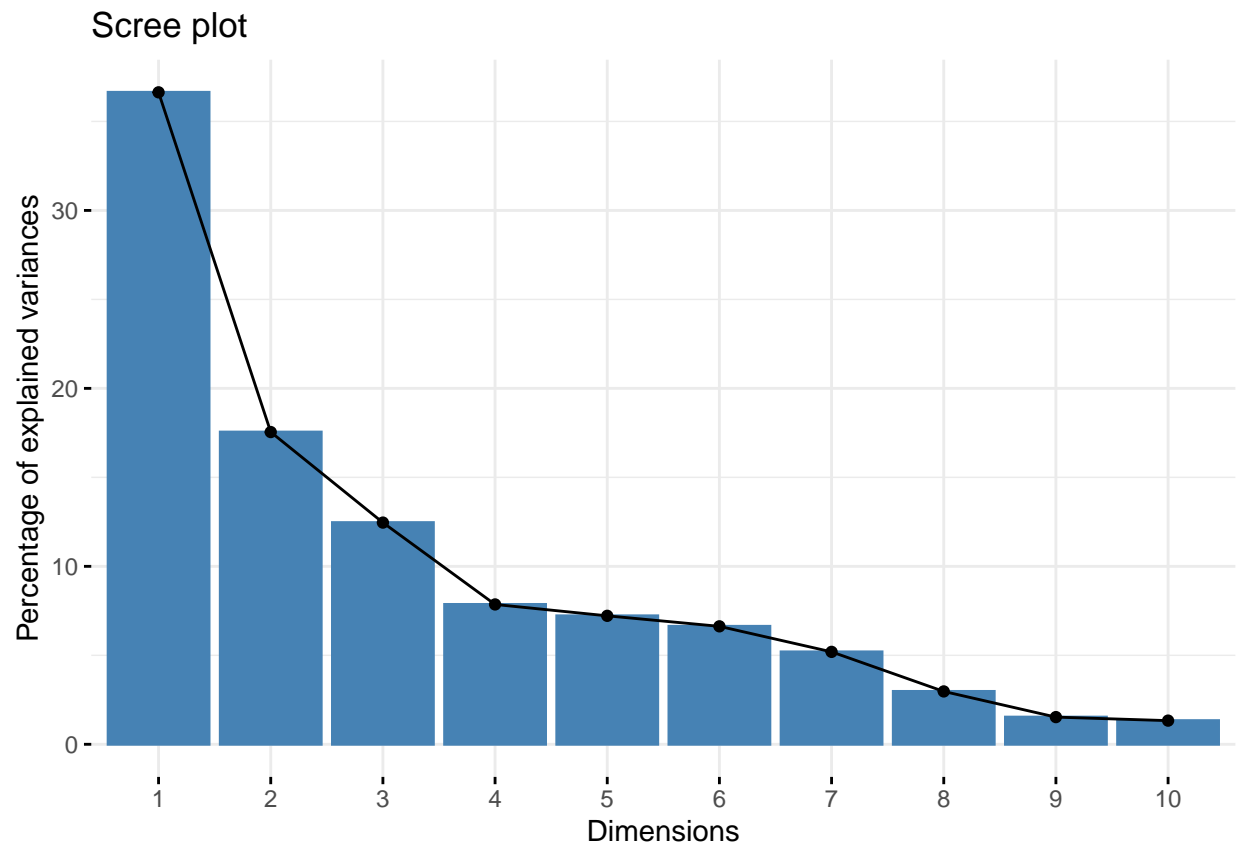


```
fviz_pca_var(cpR, col.var = "red", addEllipses = TRUE, repel = TRUE)
```

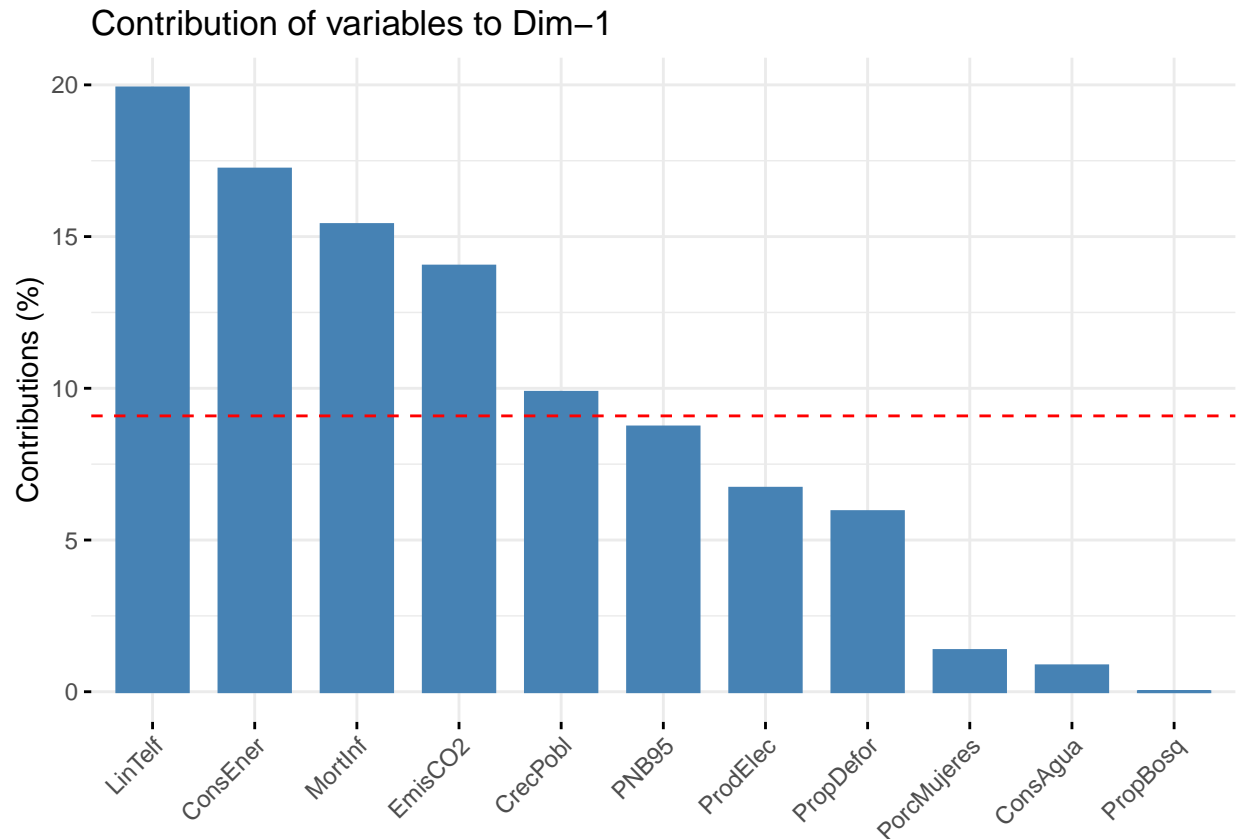
Variables – PCA



```
fviz_screepplot(cpR)
```

```
fviz_contrib(cpR, choice = "var")
```



En el primer estan las observaciones y como les influyen en los dos primeros componentes principales, la elipse permite encontrar agrupamientos en los datos, los cuales serán observaciones con valores similares.

El grafico de variables, se observan los vectores de las variables originales y su influencia en cada componente principal. Esto nos permite saber si alguna variable influye más y así se puede entender el porqué.

El Scree plot muestra la varianza explicada por cada componente principal, entre más componenetes principales tomemos, mayor será el porcentaje de información original que se conserve, en este caso es importante tomar los primeros 7 componentes principales para mantener suficiente información.

El grafico de contribucion de las variables muestra que tanto contribuye cada variable al componente principal 1, las variables que más influyen es Lintelf y ConsEner

Parte 4

Compare los resultados obtenidos con la matriz de varianza-covarianza y con la correlación . ¿Qué concluye? ¿Cuál de los dos procedimientos aporta componentes con de mayor interés?

El método de PCA sobre la matriz de covarianza la variabilidad de mejor manera y usa dos componentes principales, mientras que el método de PCA sobre la matriz de correlación utiliza más componentes principales. Sin embargo, este análisis está sesgado puesto que las variables tienen diferentes escalas. En la matriz de correlación se obtuvieron mejores resultados pues este metodo estandariza las variables y permite una comparación de una misma escala. A pesar de que no disminuye la dimensionalidad de una manera significativa, este metodo explica de una mejor manera las variables.

Indique cuál de los dos análisis (a partir de la matriz de varianza y covarianza o de correlación) resulta mejor para los datos indicadores económicos y sociales del 96 países en el mundo. Comparar los resultados y argumentar cuál es mejor según los resultados obtenidos.

La matriz de correlación será más apropiada para analizar los indicadores económicos y sociales, puesto que aseguran que las variables están en una escala comparable.

¿Qué variables son las que más contribuyen a la primera y segunda componentes principales del método seleccionado? (observa los coeficientes en valor absoluto de las combinaciones lineales, auxíliate también de los gráficos)

PC1) Línea telefónica, Consumo de Energía per Cápita, Mortalidad Infantil, Emisiones de CO2, Crecimiento de Poblacion.

PC2) Porcentaje de Mujeres, Proporción de Bosques, Crecimiento de Población, Emisiones de CO2, Consumo de Energía.

Escriba las combinaciones finales que se recomiendan para hacer el análisis de componentes principales.

$$PC_1 = -0.31x_1 - 0.39x_2 + 0.12x_3 + 0.3x_4 + 0.26x_5 + 0.45x_6 - 0.24x_9 + 0.42x_{10} + 0.37x_{11}$$

y

$$PC_2 = 0.35x_1 - 0.58x_3 - 0.18x_4 - 0.17x_5 + 0.32x_7 - 0.46x_8 - 0.15x_9 + 0.23x_{10} + 0.29x_{11}$$

Interpreta los resultados en término de agrupación de variables (puede ayudar “índice de riqueza”, “índice de ruralidad”, etc)

El primer componente parece estar resumiendo las variables de desarrollo económico, pues las variables de consumo de energía per cápita, el número de líneas telefónicas, y las emisiones de CO2 son indicas desarrollo industrial y económico. La mortalidad infantil muestra el nivel de desarrollo, pues una mayor mortalidad infantil suele asociarse con un menor desarrollo economico y un alto indice de ruralidad o poca accesibilidad a medicina.

El segundo componente parece estar relacionado con la sostenibilidad ambiental. La cantidad de bosques y el crecimiento de la población muestran factores demograficos y ambientales. Este componente captura la relación entre desarrollo y sostenibilidad, donde un alto porcentaje de bosques y un menor consumo de energía podrían indicar países más rurales.