Práctica 2: Conjuntos Disjuntos y Algoritmo de Kruskal. El Problema del Viajante

Pablo Sánchez Redondo. David Kaack Sánchez

Pareja 03

II. Algoritmo de Kruskal

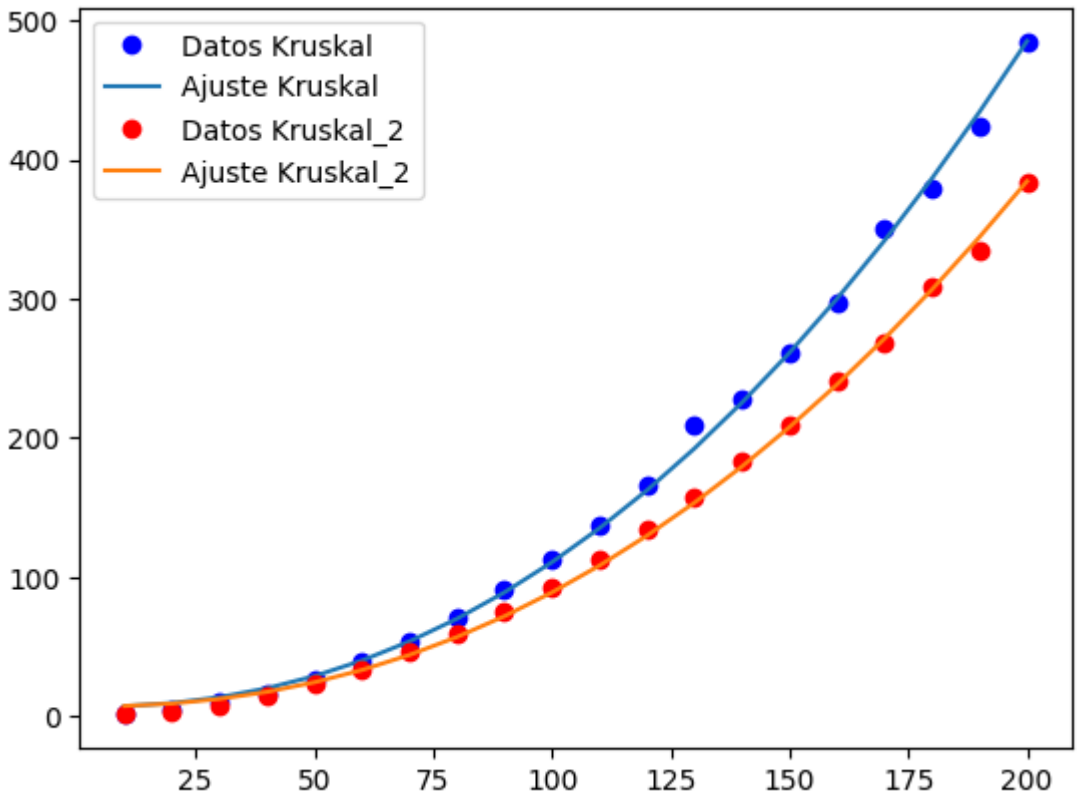
Cuestiones:

Dado un grafo con n nodos y m aristas Kruskal realiza dos tareas, primero crea una cola de prioridad, que tiene coste O(m log m), dado que coge cada arista y la inserta según su longitud, comparando con cada una de las aristas previamente. Una vez creada la cola de prioridad, hacemos dos finds y posiblemente una union con cada una de las aristas O(m). Y sobre cada una de ellas hace una operación de union-find, que tiene coste O(log n). El coste de esto queda como O(m log n).

En el peor de los casos, un grafo completo, m = n2. Con lo que el tiempo de creación de la cola de prioridad es:

O(n2 log n2) = O(2n2 log n) = O(n2 log n) = O(m log n)

Ambas partes tienen la misma complejidad temporal. Normalizando los tiempos observamos que esto es así.



III. El problema del viajante de comercio

1. 1.

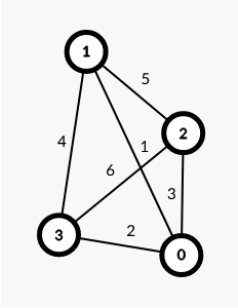
   Codicioso: O(n²*log(n)): Pasamos todas las ciudades: O(n) y en cada ciudad medimos las distancias hacía las otras ciudades. Como las opciones disminuyen con cada ciudad pasada el coste es O(n*log(n)). Añadidos los dos costes: O(n)+O(n*log(n)) = O(n²*log(n))

   Exhaustivo: O(n!): Crea todas las permutaciones (o circuitos) de las ciudades que son n! en total. Después compara cada circuito que también es O(n!). Dadas las reglas de la notación Big-O nos quedamos con O(n!) + O(n!) = O(n!)

   Repeated greedy: Esta función aplica el algoritmo codicioso con coste O(n²*log(n)) a todos los n nodos que sería O(n²*log(n)) * O(n). Luego compara todos los circuitos en los n nodos: O(n). En total es, teniendo en cuenta las reglas de Big-O, O(n^3*log(n)) + O(n) = O(n^3*log(n)).

2.

   La solución greedy no es óptima para un grafo:



matriz de distancias:

```
[[0 1 3 2]
 [1 0 5 4]
 [3 5 0 6]
 [2 4 6 0]]
```

   Solución greedy desde el nodo 0:

   Nodos: 0---1---3---2 | Distancias: 0 + 1 + 4 + 6 = 11

   Una solución óptima es:

   Nodos: 3---1---0---2 | Distancias: 0 + 4 + 1 + 3 = 8