## МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

## О. О. ЧЕРНО, А. П. ГУРОВ, В. К. ЧЕКУНОВ

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ З дисципліни «Моделювання об'єктів та систем»

Рекомендовано Методичною радою НУК

Електронне видання комбінованого використання на DVD-ROM УДК 007.52:621.865.8 ББК 32.844-040.21я73 Ч49

Автори О. О. Черно, канд. техн. наук, доцент,

А. П. Гуров, канд. техн. наук, професор

В. К. Чекунов

Рецензент С. М. Новогрецький, канд. техн. наук, доцент

### Черно О. О.

Ч Моделювання об'єктів та систем: Методичні вказівки до лабораторних робіт / О. О. Черно, А. П. Гуров, В. К. Чекунов. — Миколаїв: НУК, 2018. — 47 с.

Вказівки містять опис лабораторних робіт, що виконуються студентами при вивченні дисципліни "Моделювання об'єктів та систем".

Призначені для студентів спеціальностей "Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології" і "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка". Також можуть бути використані в процесі вивчення інших дисциплін технічного спрямування, студентами інших спеціальностей вищих навчальних закладів.

<sup>©</sup> Черно О. О., Гуров А. П., Чекунов В. К., 2018

<sup>©</sup> Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, 2018

#### ВСТУП

Моделювання  $\epsilon$  основним методом досліджень у всіх галузях знань і науково обгрунтованим методом оцінок характеристик складних систем, що використовуються для прийняття рішень у різних сферах інженерної діяльності. Існуючі та проектовані системи можна ефективно досліджувати за допомогою математичних моделей (аналітичних та імітаційних), що реалізуються на сучасних ЕОМ, які в цьому випадку виступають в якості інструменту експериментатора з моделлю системи.

В даний час не можна назвати галузь людської діяльності, в якій у тій чи іншій мірі не використовувалися б методи моделювання. Особливо це відноситься до сфери управління різними системами, де основними  $\epsilon$  процеси прийняття рішень на основі одержуваної інформації.

Дані вказівки присвячені комплексу лабораторних робіт з моделювання лінійних та нелінійних систем. Проведення лабораторних робіт дозволить поглибити і закріпити знання студентів з дисципліни "Моделювання об'єктів та систем".

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1 ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ У СЕРЕДОВИЩІ SIMULINK

**Мета роботи:** ознайомлення із середовищем візуального моделювання Simulink та з його основними бібліотеками блоків, вивчення правил їх з'єднання, правил створення структурних схем та прикладів їх застосування.

### Хід роботи

Вікно бібліотек блоків Simulink наведене на рис. 1.1 [1, 2, 4].

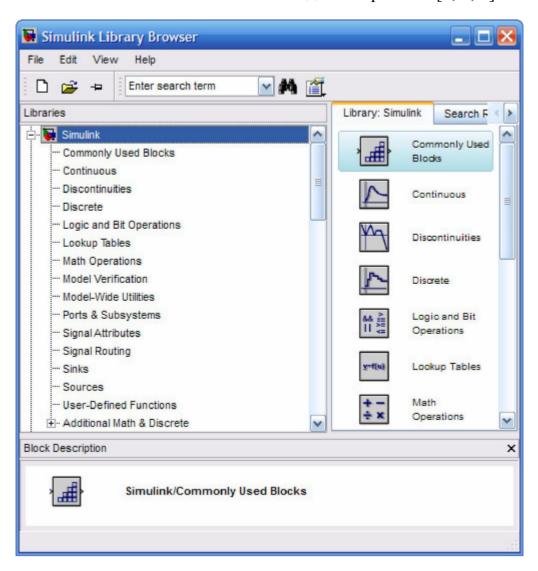


Рис. 1.1. Бібліотеки блоків Simulink

На рис. 1.1 у лівій частині вікна розкритий наступний список бібліотек блоків Simulink [1]:

- 1) Commonly Used Blocks блоки, що часто використовуються;
- 2) Continuous аналогові блоки;
- 3) Discontinuities нелінійні блоки;
- 4) Discrete дискретні блоки;
- 5) Logic and Bit Operations логічні операції та операції з бітами;
- 6) Lookup Tables блоки таблиць;
- 7) Math Operations блоки математичних операцій; 8) Model Verification блоки перевірки моделей;
  - 9) Model-Wide Utilities блоки розширення моделей;
  - 10) Ports & Subsystems порти та підсистеми;
  - 11) Signal Attributes блоки властивостей сигналів;
  - 12) Signal Routing блоки маршрутизації (перетворення) сигналів;
  - 13) Sinks блоки приймачів сигналів;
  - 14) Sources блоки джерел сигналів
  - 15) Used-Defined Functions функції, що задаються користувачем;
  - 16) Additional Math & Discrete додаткові математичні та дискретні блоки.

Для створення моделі в середовищі Simulink необхідно послідовно виконати наступні дії [1]:

- створити нове вікно моделі за допомогою команди
   File→New→Model;
- 2) розташувати у створеному вікні необхідні бібліотечні блоки, що реалізують задану модель структурної схеми. Для цього необхідно відкрити відповідний розділ бібліотеки, наприклад, Sources блоки джерел сигналів. Далі, виділити вказівником миші необхідний блок бібліотеки, натиснути на ліву клавішу миші, перетягнути блок у створене вікно моделі та відпустити клавішу.

- 3) змінити параметри кожного блоку, установлені програмою автоматично, тобто "за згодою". Для цього необхідно вибрати вказівником миші блок та двічі натиснути її лівою клавішею, після чого відкривається вікно редагування параметрів даного блоку;
- 4) Виконати з'єднання елементів схеми. Для з'єднання блоків необхідно вказати курсором на вихід необхідного блоку, а потім при натиснутій лівій клавіші миші, провести лінію до входу іншого блоку.

Перед початком моделювання необхідно попередньо задати параметри моделювання [4]. Завдання параметрів розрахунку виконується в панелі керування меню Simulation→Configuration Parameters. Вид панелі керування наведений на рис. 1.2.

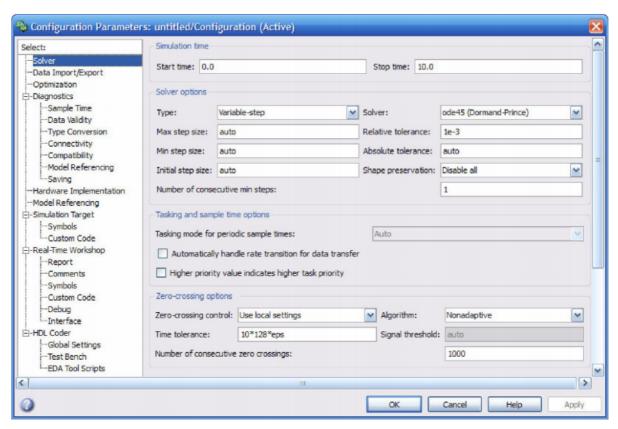


Рис. 1.2. Вікно з налаштуваннями параметрів моделювання

Це вікно має декілька вкладок зліва. Зупинимось на вкладці Solver, що задає налаштування параметрів розрахунку моделі. Вона містить наступні 4 групи:

- 1) Simulation time час розрахунку;
- 2) Solver options параметри розрахунку;
- 3) Tasking and sample time options параметри періоду квантування моделі;
- 4) Zero-crossing options параметри режиму пересікання нуля.

Для звичайних налаштувань потрібні тільки перші дві групи. Розглянемо детальніше кожну з них. Час розрахунку (Simulation time) задається початковим (Start time) і кінцевим (Stop time) значенням часу розрахунку. Початковий час, як правило, задається рівним нулю. Величина кінцевого часу задається користувачем, виходячи з умов розв'язання завдання.

При виборі параметрів розрахунку необхідно вказати спосіб моделювання (Туре) і метод розрахунку нового стану системи (Solver). Для параметра Туре доступні два варіанти — с фіксованим (Fixed-step) або зі змінним (Variable-step) кроком. Список методів розрахунку нового стану системи містить кілька варіантів. Перший варіант (discrete) використовується для розрахунку дискретних систем. Інші методи використовуються для розрахунку безперервних систем. Ці методи різні для змінного (Variable-step) і для фіксованого (Fixed-step) кроку часу та являють собою процедури числового розв'язання систем диференціальних рівнянь, що описують модель.

Запуск розрахунку виконується за допомогою вибору пункту меню Simulation→Start або інструмента ▶ на панелі інструментів [4]. Процес розрахунку можна завершити достроково, вибравши пункт меню Simulation→Stop або інструмент ■. Розрахунок також можна призупинити (Simulation→Pause) і потім продовжити (Simulation→Continue).

Розглянемо детальніше основні блоки бібліотек Simulink [4].

Бібліотека *Sources* – джерела сигналів. До неї входять наступні блоки. Джерело константи *Constant* задає постійний за рівнем сигнал. Основні параметри:

1) Constant value – постійна величина;

- 2) Interpret vector parameters as 1-D інтерпретувати вектор параметрів як одномірний (при встановленому прапорці);
  - 3) Sample time крок квантування (дискретизації) Джерело *Step* формує стрибковий сигнал. Основні параметри:
  - 1) Step time час настання перепаду сигналу (c);
  - 2) Initial value початкове значення сигналу;
  - 3) Final value кінцеве значення сигналу;
  - 4) Sample time- крок квантування (дискретизації).

Перепад може бути як у більшу сторону (кінцеве значення більше, чим початкове), так і в меншу (кінцеве значення менше, ніж початкове). Значення початкового й кінцевого рівнів можуть бути не тільки додатними, але й від'ємними (наприклад, зміна сигналу з рівня -5 до рівня -3). На рис. 1.3 показано використання генератора стрибкового сигналу.

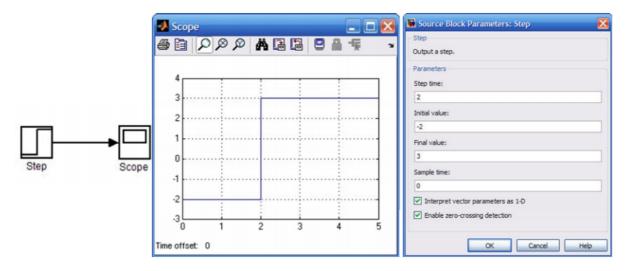


Рис. 1.3. Приклад використання генератора стрибкового сигналу Step та його параметри

Джерело лінійно наростаючого сигналу *Ramp* формує лінійний сигнал виду у= Slope\* time + Initial value. Основні параметри:

- 1) Slope швидкість зміни вихідного сигналу;
- 2) Start time час початку формування сигналу;
- 3) Initial output початковий рівень сигналу на виході блоку.

На рис. 1.4. показано приклад використання даного блоку.

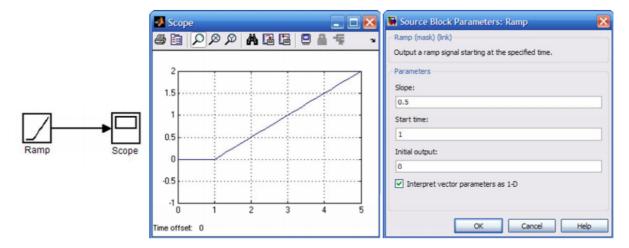


Рис. 1.4. Приклад використання джерела лінійно наростаючого сигналу Ramp та його параметри

Бібліотека *Sinks* — приймачі сигналів. До неї входять наступні блоки. Осцилограф *Scope* будує графіки досліджуваних сигналів у функції часу. Дозволяє спостерігати за змінами сигналів у процесі моделювання. Зображення блоку й вікно для перегляду графіків показані на рис. 1.5.

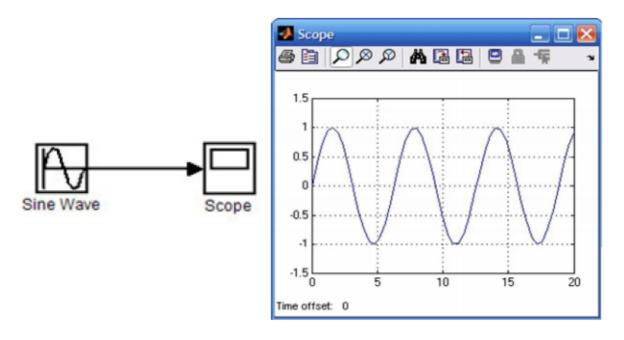


Рис. 1.5. Осцилограф Ѕсоре

Графобудівник XY Graph Будує графік одного сигналу у функції іншого (графік виду Y(X)). Основні параметри:

- 1) x-min мінімальне значення сигналу по осі X;
- 2) х-тах максимальне значення сигналу по осі Х;
- 3) y-min мінімальне значення сигналу по осі Y;
- 4) у-тах максимальне значення сигналу по осі Y;
- 5) Sample time крок модельного часу.

Блок має два входи. Верхній вхід призначений для подачі сигналу, що є аргументом (X), нижній — для подачі значень функції (Y). На рис. 1.6, як приклад використання графобудівника, показана побудова квадратичної функції та вікно параметрів блоку.

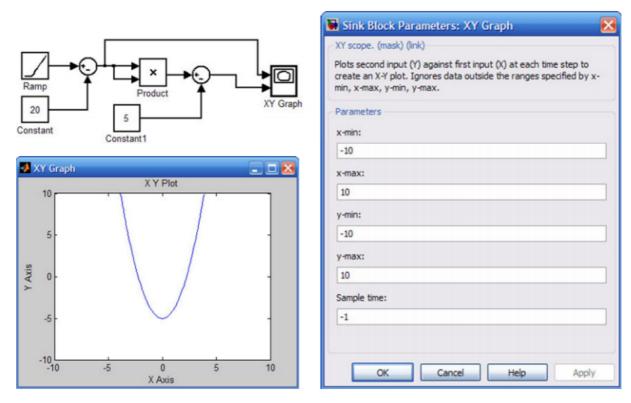


Рис. 1.6. Приклад використання графобудівника XУ Graph

*Display* відображає значення сигналу у вигляді числа. Основні параметри:

1) Format – формат відображення даних;

- 2) Decimation кратність відображення вхідного сигналу. При Decimation = 1 відображається кожне значення вхідного сигналу, при Decimation = 2 відображається кожне друге значення, при Decimation = 3 кожне третє значення й т.д;
- 3) Sample time крок модельного часу, що визначає дискретність відображення даних;
- 4) Floating display (прапорець) переключення блоку в "вільний" режим. У даному режимі вхідний порт блоку відсутній, а вибір сигналу для відображення виконується натисканням лівої клавіші мишки на відповідній линії зв'язку.

Бібліотека *Continuous* містить аналогові блоки. Блок обчислення похідної *Derivative* виконує числове диференціювання вхідного сигналу.

Параметри: Немає.

Для обчислення похідної використовується наближена формула Ейлера  $du/dt = \Delta u/\Delta t$ , де  $\Delta u$  — величина зміни вхідного сигналу за час  $\Delta t$ ;  $\Delta t$  — поточне значення кроку модельного часу.

Інтегруючий блок *Integrator* виконує інтегрування вхідного сигналу. Основні параметри:

- 1) External reset зовнішнє скидання. Тип зовнішнього керуючого сигналу, що забезпечує скидання інтегратора до початкового стану;
- 2) Initial condition source джерело початкового значення вихідного сигналу;
- 3) Initial condition початкова умова. Установка початкового значення вихідного сигналу інтегратора. Параметр доступний, якщо обрано внутрішнє джерело початкового значення вихідного сигналу;
- 4) Limit output (прапорець) використання обмеження вихідного сигналу;

- 5) Upper saturation limit верхній рівень обмеження вихідного сигналу. Може бути заданий як числом, так і символьною послідовністю inf, тобто  $+\infty$ ;
- 6) Lower saturation limit нижній рівень обмеження вихідного сигналу; Може бути заданий як числом, так і символьною послідовністю inf, тобто  $\infty$ ;
- 7) Show saturation port керує відображенням вихідного порту при виході інтегратора на обмеження;
- 8) Show state port (прапорець) відобразити/сховати порт стану блоку. Даний порт використовується в тому випадку, якщо вихідний сигнал інтегратора потрібно подати як сигнал зворотного зв'язка цього ж інтегратора. На приклад, при установці початкових умов через зовнішній порт або при скиданні інтегратора через порт скидання. Вихідний сигнал із цього порту може використовуватися також для організації взаємодії з керованою підсистемою;
  - 9) Absolute tolerance абсолютна похибка;

На рис. 1.7 показаний приклад роботи інтегратора при подачі на його вхід стрибкового сигналу. Початкова умова прийнята нульовою.

Приклад на рис. 1.8 відрізняється від попереднього подачею початкового значення через зовнішній порт. Початкове значення вихідного сигналу в даному прикладі задано рівним -10.

Бібліотека *Discontiniuties* містить нелінійні блоки. Блок обмеження *Saturation* виконує обмеження величини сигналу.

#### Параметри:

- 1) Upper limit верхній поріг обмеження;
- 2) Lower limit нижній поріг обмеження;
- 3) Treat as gain when linearizing (прапорець) трактувати як підсилювач із коефіцієнтом передачі рівним 1 при лінеаризації.

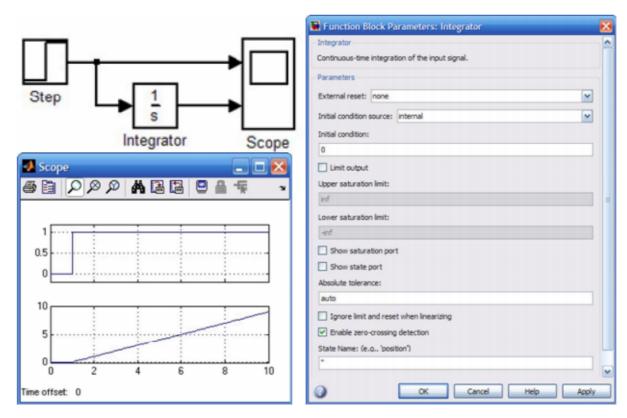


Рис. 1.7. Приклад застосування блоку Integrator та вікно його параметрів

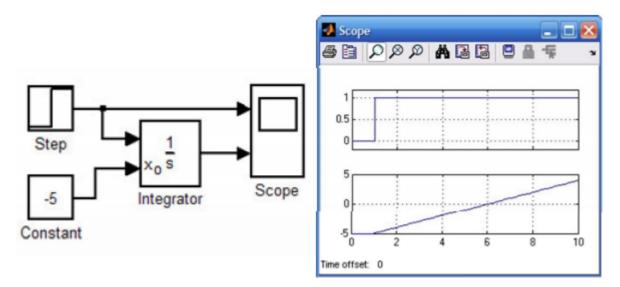


Рис. 1.8. Інтегрування стрибкового сигналу з установкою початкового значення вихідного сигналу

Вихідний сигнал блоку Saturation дорівнює вхідному, якщо його величина не виходить за поріг обмеження. По досягненні вхідним сигналом рівня обмеження вихідний сигнал блоку перестає змінюватися й залиша-

ється рівним порогу. На рис. 1.9 показаний приклад використання блоку для обмеження синусоїдального сигналу.

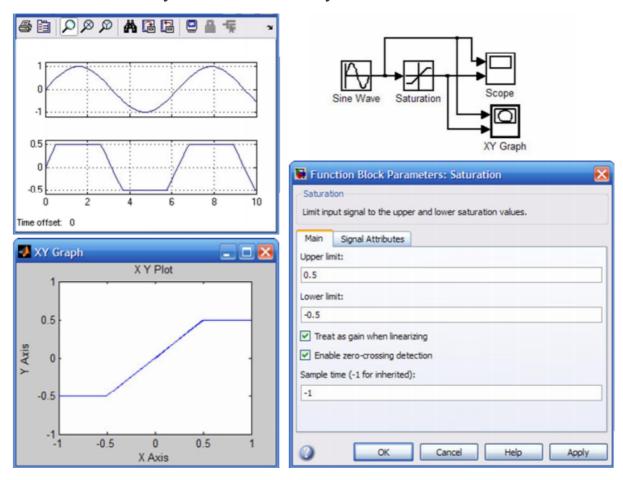


Рис. 1.9. Приклад використання блоку Saturation та його параметри

Релейний блок *Relay* реалізує релейну нелінійність.

Основні параметри:

- 1) Switch on point поріг включення. Значення, при якому відбувається включення реле;
- 2) Switch off point поріг вимикання. Значення, при якому відбувається вимикання реле;
  - 3) Output when on величина вихідного сигналу у включеному стані;
- 4) Output when off величина вихідного сигналу у виключеному стані;

Вихідний сигнал блоку може приймати два значення. Одне з них відповідає включеному стану реле, друге — виключеному. Перехід одного стану в інше відбувається стрибком при досягненні вхідним сигналом порога включення або вимикання реле. У тому випадку, якщо пороги включення й вимикання реле мають різні значення, то блок реалізує релейну характеристику з гістерезисом. При цьому значення порога включення повинне бути більше, ніж значення порога вимикання.

На рис. 1.10 показаний приклад використання блоку Relay. На часових діаграмах видно, що включення реле відбувається при досягненні вхідним сигналом величини 0,5, а вимикання при -0,5.

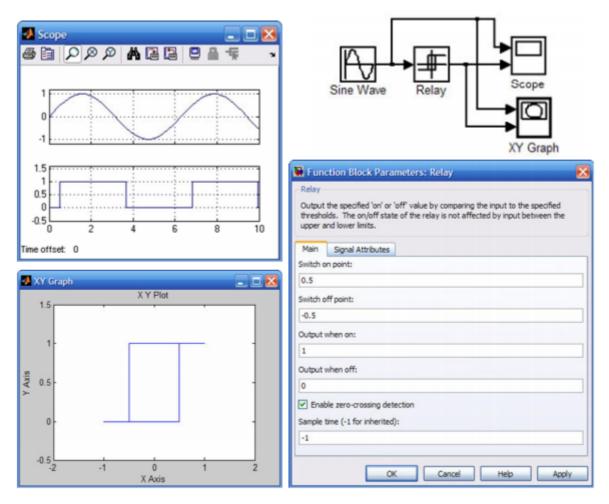


Рис. 1.10. Приклад використання блоку Relay та його параметри

Бібліотека *Math Operations* містить блоки математичних операцій. *Abs* – блок обчислення модуля. Він виконує обчислення абсолютного значення величини сигналу.

Параметри: Saturate on integer overflow (прапорець) — подавляти переповнення цілого. При встановленому прапорці обмеження сигналів цілого типу виконується коректно. Приклад використання блоку Abs, що обчислює модуль поточного значення синусоїдального сигналу, показаний на рис. 1.11.

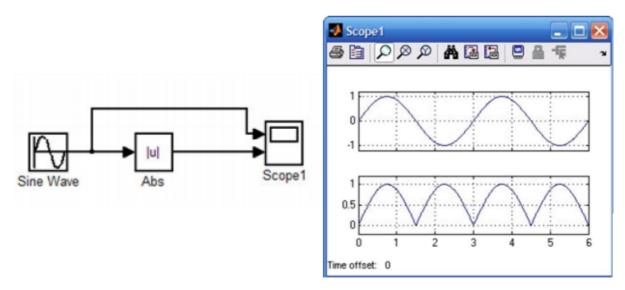


Рис. 1.11. Приклад використання блоку Abs

Блок обчислення суми *Sum* виконує обчислення суми поточних значень сигналів.

#### Параметри:

- 1) Icon shape форма блоку;
- 2) List of sign список знаків. У списку можна використовувати наступні знаки: + (плюс), – (мінус) та | (роздільник знаків).
- 3) Saturate on integer overflow (прапорець) подавляти переповнення цілого. При встановленому прапорці обмеження сигналів цілого типу виконується коректно.

Блок множення *Product* виконує обчислення добутку поточних значень сигналів.

#### Параметри:

- 1) Number of inputs кількість входів, що може задаватися як число або як список знаків. У списку знаків можна використовувати знаки \* (помножити) та / (розділити);
- 2) Multiplication спосіб виконання операції, що може приймати значення Element-wise (поелементний) або Matrix (матричний);
- 3) Saturate on integer overflow (прапорець) подавляти переповнення цілого. При встановленому прапорці обмеження сигналів цілого типу виконується коректно.

Якщо параметр Number of inputs заданий списком, що включає крім знаків множення також знаки ділення, то мітки входів будуть позначені символами відповідних операцій.

Підсилювач *Gain* виконуює множення вхідного сигналу на постійний коефіцієнт.

#### Параметри:

- 1) Gain коефіцієнт підсилення;
- 2) Multiplication спосіб виконання операції;
- 3) Saturate on integer overflow (прапорець) подавляти переповнення цілого.

### Зміст звіту

- 1. Тема та мета роботи.
- 2. Короткі теоретичні відомості.
- 3. Порядок створення моделі у Simulink.
- 4. Опис основних блоків.
- 5. Скріншоти вікон.
- 6. Висновки.

#### Контрольні питання

- 1. Що таке Simulink? Як створити нову модель?
- 2. Панель інструментів Simulink та її особливості.
- 3. Які основні можливості форматування об'єктів у Simulink?
- 4. Які основні параметри необхідно задати перед початком моделювання?
  - 5. Основні бібліотеки блоків Simulink.
- 6. Бібліотека блоків Sources. Наведіть основні блоки та приклади їх використання.
- 7. Бібліотека блоків Sinks. Наведіть основні блоки та приклади їх використання.
- 8. Бібліотека блоків Continuous. Наведіть основні блоки та приклади їх використання.
- 9. Бібліотека блоків Discontinuities. Наведіть основні блоки та приклади їх використання.
- 10. Бібліотека блоків Math Operations. Наведіть основні блоки та приклади їх використання.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2 МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІЧНОЇ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

**Мета роботи:** розрахувати динамічні процеси в одномасовій коливальній системі з в'язким тертям.

#### Завдання

Вантаж масою m = 10 кг встановлений на пружних амортизаторах загальною жорсткістю c = 1000 H/м (рис. 2.1). В системі присутня сила в'язкого тертя з коефіцієнтом b = 10 H/(м/с).

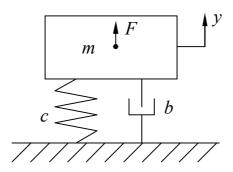


Рис. 2.1. Динамічна схема одномасової коливальної системи

Необхідно розрахувати закони зміни у часі координати вантажу y(t) відносно положення рівноваги для трьох випадків:

- 1) початкове відхилення від положення рівноваги y(0) = 0, початкова швидкість v(0) = 0, зовнішня сила F змінюється сходинково від 0 до 10 H;
- 2) початкове відхилення від положення рівноваги  $y(0) = 0,1\,$  м, початкова швидкість  $v(0) = 0\,$ , зовнішня сила  $F = 0\,$ ;
- 3) початкове відхилення від положення рівноваги y(0) = 0, початкова швидкість v(0) = 1 м/с, зовнішня сила F = 0.

#### Хід роботи

Складаємо рівняння балансу сил згідно другому закону Ньютона:

$$ma(t) = F(t) - F_{\pi p}(t) - F_{\tau}(t),$$
 (2.1)

де a — прискорення вантажу;  $F_{\rm np}$  — сила пружності;  $F_{\scriptscriptstyle \rm T}$  — сила в'язкого тертя.

Прискорення  $\epsilon$  похідною від швидкості v за часом t:

$$a(t) = \frac{dv}{dt}. (2.2)$$

Швидкість руху v, у свою чергу,  $\epsilon$  похідною від координати переміщення за часом:

$$v(t) = \frac{dy}{dt} \,. \tag{2.3}$$

Сила пружності  $F_{np}$  визначається за законом Гука як добуток жорсткості пружини c та її деформації. В даному випадку деформація пружини визначається як величина відхилення вантажу від положення рівноваги, тобто дорівнює координаті y. Тоді сила пружності визначається як

$$F_{\rm rm}(t) = cy(t). \tag{2.4}$$

Силу в'язкого тертя можна вважати прямо пропорційною швидкості переміщення вантажу:

$$F_{\tau}(t) = bv(t). \tag{2.5}$$

Підставивши (2.2), (2.4) і (2.5) у (2.1), отримуємо:

$$m\frac{dv}{dt} = F(t) - cy(t) - bv(t). \tag{2.6}$$

На підставі рівнянь (2.6) і (2.3) складаємо систему і приводимо її до форми Коши:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} (F(t) - cy(t) - bv(t)); \\ \frac{dy}{dt} = v(t). \end{cases}$$
 (2.7)

За системою диференційних рівнянь (2.7) складаємо динамічну модель у програмі Simulink (рис. 2.2).

Задаємо закон зміни сили F у відповідному блоці таким чином, щоб у момент часу t=0 вона змінилася сходинково від 0 до 10 Н. Результат моделювання наведено на рис. 2.3. За отриманим графіком видно, що після коливань встановлюється постійна величина переміщення 1 мм.

Для моделювання другого з трьох випадків, що згадані у завданні, від'єднуємо блок F (оскільки сила дорівнює нулю), а в другому інтеграторі завдаємо початкове значення переміщення  $0,1\,$  м. Результат моделювання наведено на рис. 2.4. За графіком спостерігаємо, що вантаж із положення  $0,1\,$  м під дією сили пружності рухається до положення рівноваги і після коливань встановлюється у цьому положенні.

Для третього випадку завдаємо початкову швидкість 1 м/с у параметрах першого інтегратора і нульове початкове переміщення — у параметрах другого. Результат моделювання наведено на рис. 2.5. Вантаж спочатку рухається зі швидкістю 1 м/с, під дією сил пружності та тертя швидкість зменшується, досягши значення 0,09 м він повертає у зворотний бік, і здійснює коливання, що затухають, після чого встановлюється рівновага.

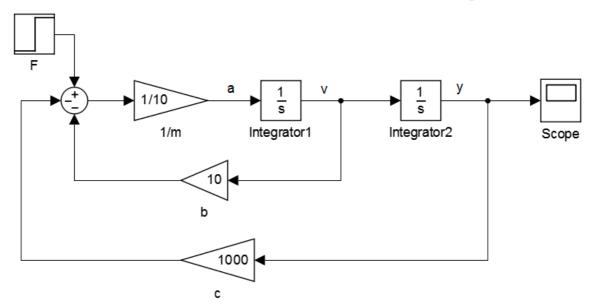


Рис. 2.2. Модель одномасової коливальної системи в програмі Simulink

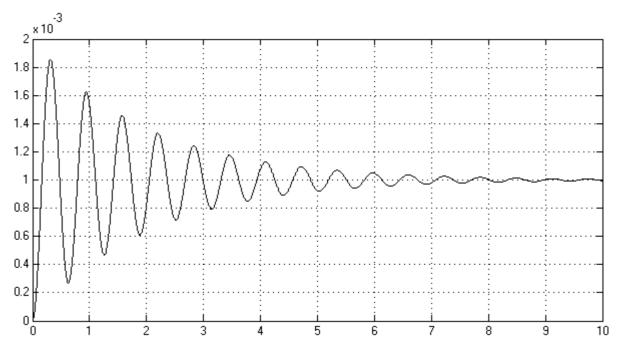


Рис. 2.3. Осцилограма переміщення вантажу при сходинковому діянні 10 Н при нульових початкових умовах

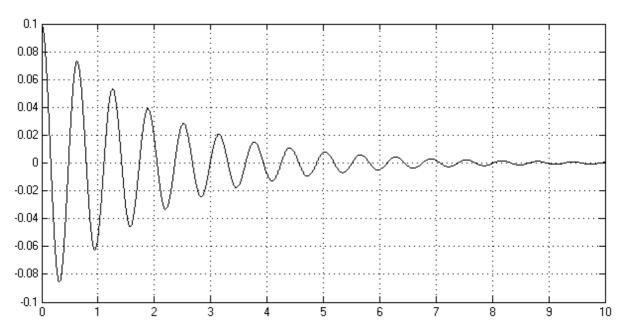


Рис. 2.4. Осцилограма переміщення вантажу при початковому зрушенні 0,1 м і відсутності зовнішньої сили

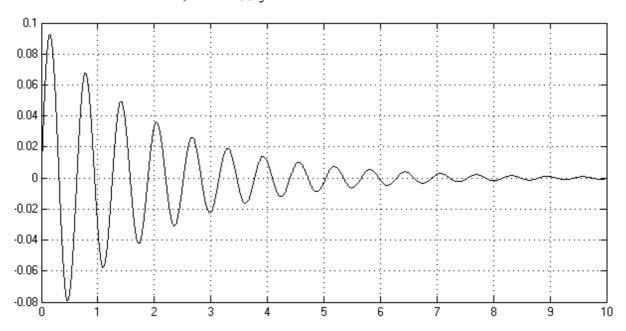


Рис. 2.5. Осцилограма переміщення вантажу при початковій швидкості 1 м/с і відсутності зовнішньої сили

## Зміст звіту

- 1. Тема та мета роботи.
- 2. Завдання.
- 3. Хід роботи.

#### 4. Висновки.

#### Контрольні питання

- 1. Які процеси потрібно було промоделювати в лабораторній роботі?
- 2. Як створювалась динамічна модель на основі диференційних рівнянь?
  - 3. Як задавались початкові умови?
  - 4. Прокоментуйте отримані результати.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3 МОДЕЛЮВАННЯ СИЛОВОГО LC-ФІЛЬТРА

**Мета роботи:** розрахувати динамічні процеси у силовому LC-фільтрі, що працює на активно-індуктивне навантаження.

#### Завдання

Принципова електрична схема силового LC-фільтра з активноіндуктивним навантаженням наведена на рис. 2.1.

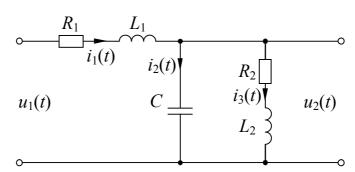


Рис. 3.1. Принципова електрична схема силового LC-фільтра з активно-індуктивним навантаженням

Параметри схеми:  $L_1 = 10$  мГн;  $R_1 = 1$  Ом;  $L_2 = 10$  мГн;  $R_2 = 10$  Ом;  $C = 10^4$  мкФ.

Початкові умови:  $I_1(0) = 0$ ;  $I_3(0) = 0$ ;  $U_2(0) = 0$ .

Необхідно розрахувати закони зміни у часі струмів та овихідної напруги для двох випадків:

- 1) на вхід подається сходинковий сигнал амплітудою 1 В;
- 2) на вхід подається напруга з двохнапівперіодного діодного випрямляча, підключеного до однофазної мережі.

#### Хід роботи

Запишемо рівняння електричного кола згідно законів Кірхгофа:

$$u_1(t) = R_1 i_1(t) + L_1 \frac{di_1}{dt} + u_2(t);$$
(3.1)

$$u_2(t) = \frac{1}{C} \int i_2(t)dt;$$
 (3.2)

$$u_2(t) = R_1 i_3(t) + L_2(t) \frac{di_3}{dt};$$
 (3.3)

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t)$$
. (3.4)

Беремо похідну від рівняння (3.2):

$$\frac{du_2}{dt} = \frac{1}{C}i_2(t). \tag{3.5}$$

3(3.4) виражаємо  $i_2$ :

$$i_2(t) = i_1(t) - i_3(t)$$
. (3.6)

Підставляємо (3.6) в (3.5):

$$\frac{du_2}{dt} = \frac{1}{C} (i_1(t) - i_3(t)). \tag{3.7}$$

На підставі рівнянь (3.1), (3.3) і (3.7) складаємо систему у формі Коши:

$$\begin{cases}
\frac{di_{1}}{dt} = \frac{1}{L_{1}} (u_{1}(t) - R_{1}i_{1}(t) - u_{2}(t)); \\
\frac{di_{3}}{dt} = \frac{1}{L_{2}} (u_{2}(t) - R_{2}i_{3}(t)); \\
\frac{du_{2}}{dt} = \frac{1}{C} (i_{1}(t) - i_{3}(t)).
\end{cases} (3.8)$$

На підставі системи диференційних рівнянь (3.8) у програмі Simulink складаємо динамічну модель силового LC-фільтра з активно-індуктивним навантаженням (рис. 3.2).

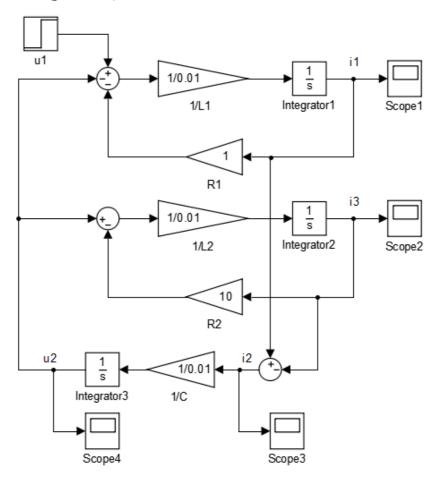
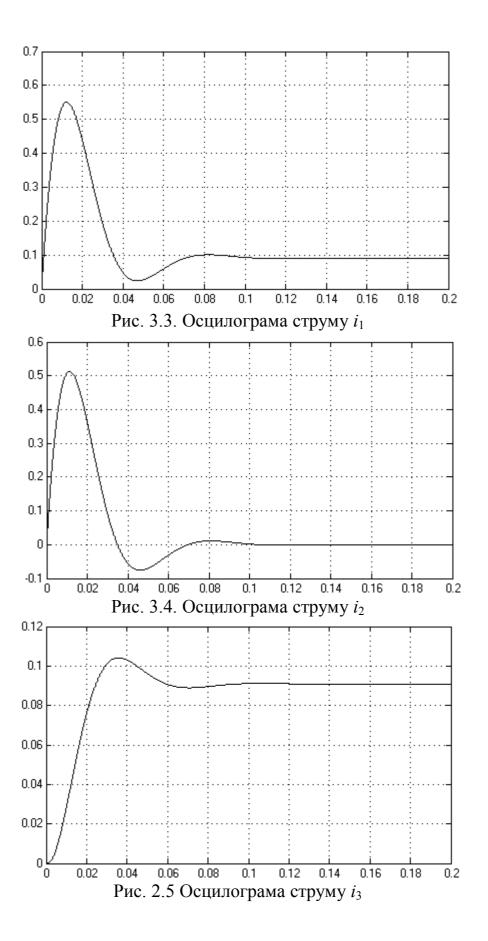
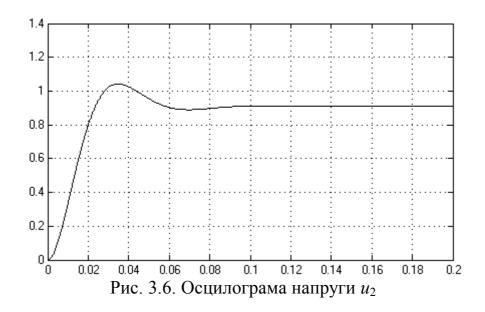


Рис. 3.2. Модель LC-фільтра у програмі Simulink

Подаємо на вхід системи сходинковий сигнал. Отримуємо графіки перехідних процесів (рис. 3.3 - 3.6).





Отримані графіки свідчать про те, що значення струмів та вихідної напруги в усталеному режимі відповідають тим значенням, які повинні установитися згідно принциповій електричній схемі.

Тепер необхідно промоделювати роботу фільтра при живленні його від однофазного мостового випрямляча. Для цього подаємо на вхід модуль синусоїдальної напруги частотою 50  $\Gamma$ ц і амплітудою 310 B, а на першому інтеграторі встановлюємо обмеження вихідного сигналу від 0 до  $\infty$ , оскільки струм  $i_1$  не може бути від'ємним: у зворотному напрямку його не пропускають діоди мостового випрямляча. Схема в Simulink і вікно налаштування першого інтегратора показані на рис. 3.7.

В результаті моделювання отримуємо графіки перехідних процесів у вигляді осцилограм струмів (рис. 3.8 — 3.10) та вихідної напруги (рис. 3.11).

## Зміст звіту

- 1. Тема та мета роботи.
- 2. Завдання.
- 3. Хід виконання роботи.
- 4. Висновки.

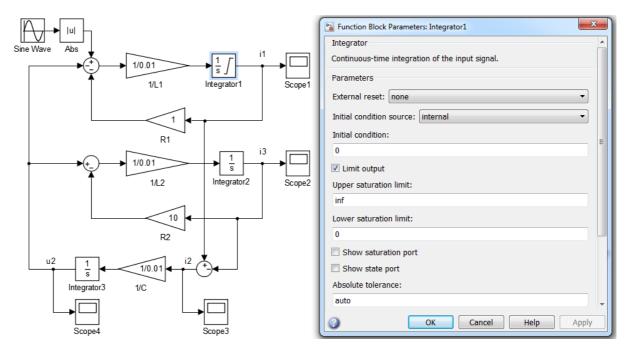


Рис. 3.7. Динамічна модель і вікно налаштування першого інтегратора

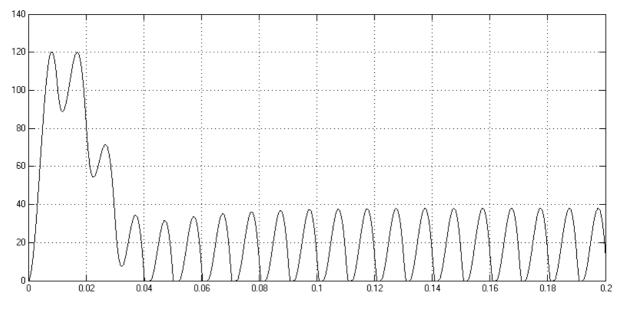


Рис. 3.8. Осцилограма струму  $i_1$ 

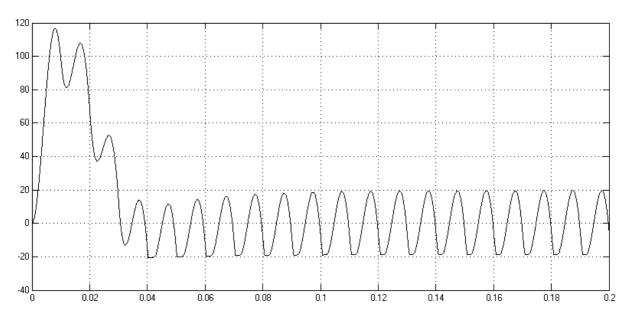


Рис. 3.9. Осцилограма струму  $i_2$ 

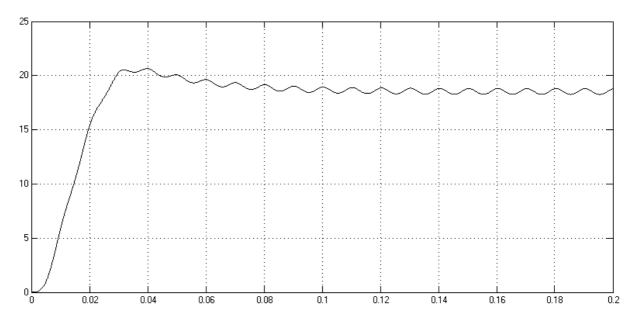


Рис. 3.10. Осцилограма струму  $i_3$ 

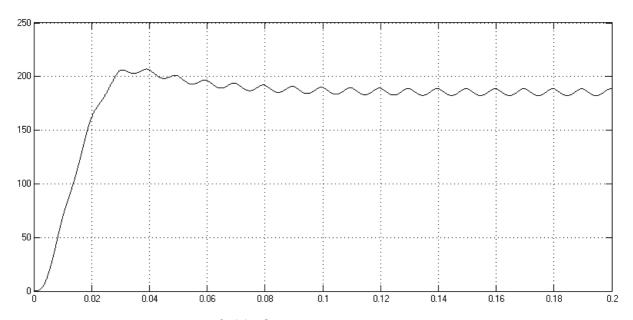


Рис. 3.11. Осцилограма напруги  $u_2$ 

### Контрольні питання

- 1. Як створювалась динамічна модель на основі диференційних рівнянь? Яка частина схеми реалізує перше рівняння системи, друге, третє?
  - 2. Навіщо встановлювати обмеження на інтеграторі?

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4 МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛИВАЛЬНОГО КОНТУРА

**Мета роботи:** дослідити параметри вільних коливань напруги та струму у електричному коливальному контурі при різних значеннях його власної частоти та коефіцієнта відносного демпфірування.

#### Завдання

Принципова електрична схема коливального контуру наведена на рис. 4.1.

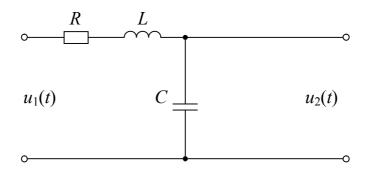


Рис. 4.1. Принципова електрична схема коливального контуру

Вихідні дані: L = 10 мГн; R = 0,1 Ом;  $C = 10^3$  мкФ.

Початкові умови: i(0) = 0;  $u_2(0) = 0$ .

Необхідно промоделювати коливання напруги та струму у електричному коливальному контурі при різних значеннях його власної частоти та коефіцієнта відносного демпфірування.

#### Хід роботи

Розраховуємо динамічні параметри коливального контуру. Частота власних коливань:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 316 \text{ c}^{-1}.$$

Постійна часу:

$$T = \frac{1}{\omega_r} = 3.16 \cdot 10^{-3} \text{ c.}$$

Коефіцієнт відносного демпфірування:

$$\zeta = \frac{1}{2} R \sqrt{\frac{C}{L}} = 0.016$$
.

Запишемо передавальну функцію коливального контуру:

$$W(p) = \frac{1}{T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1}.$$

На основі записаної передавальної функції складаємо динамічну модель у програмі Simulink і отримуємо графік перехідного процесу (рис. 4.2).

Шляхом зміни індуктивності або ємності коливального контуру змінюємо його власну частоту і досліджуємо вплив її зміни на характер перехідного процесу. Спостерігаємо, що при цьому змінюється частота власних коливань вихідної напруги.

Шляхом зміни величини активного опору змінюємо коефіцієнт відносного демпфірування коливального контуру і досліджуємо вплив його зміни на характер перехідного процесу. Спостерігаємо, що при збільшенні коефіцієнта відносного демпфірування збільшується швидкість затухання власних коливань вихідної напруги.

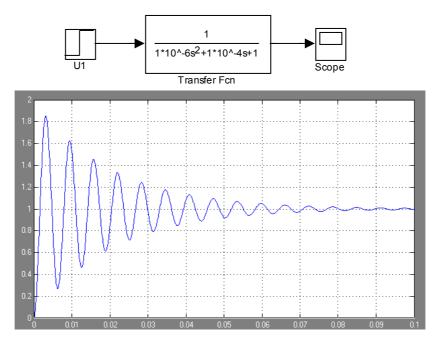


Рис. 4.2. Модель у програмі Simulink і графік перехідного процесу

#### Зміст звіту

- 1. Тема і мета роботи.
- 2. Завдання.
- 3. Хід виконання роботи.
- 4. Висновки.

#### Контрольні питання

- 1. Що таке передавальна функція?
- 2. Які параметри характеризують динаміку коливальної ланки?
- 3. Від чого залежать динамічні параметри електричного коливального контуру?
  - 4. Як впливає постійна часу на характер перехідного процесу?
- 5. Як впливає коефіцієнт відносного демпфірування на характер перехідного процесу?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5 МОДЕЛЮВАННЯ ДВИГУНА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

**Мета роботи:** дослідити електромеханічні процеси у двигуні постійного струму при пуску та при накиді навантаження.

#### Завдання

Початкові дані:

- тип двигуна ПБВ-132МГ;
- номінальна потужність  $P_{\text{ном}} = 4000 \text{ Bt}$ ;
- номінальна частота обертання  $n_{\rm H} = 1000$  об/хв;
- номінальний момент  $M_{\rm H}$  = 38,2 H⋅м;
- номінальний струм якоря  $I_{\rm H}$  = 54,7 A;

- номінальна напруга  $U_{\rm H}$  = 85 B;
- номінальний ККД  $\eta = 0.86$ ;
- электромагнітна постійна часу  $T_{\rm e} = 5,19 \cdot 10^{-3} {\rm c}$ ;
- электромеханічна постійна часу  $T_{\rm M} = 26,3 \cdot 10^{-3} {\rm c};$
- момент інерції ротора J = 0,188 кг·м<sup>2</sup>.

#### Хід роботи

У середовищі Mathcad складаємо програму, в якій розраховуємо динамічні параметри двигуна (рис. 5.1).

Номінальна кутова швидкість:

$$\omega_{n} := \frac{\pi \cdot n_{n}}{30} \qquad \qquad \omega_{n} = 104.72$$

Активний опір обмотки якоря:

$$R_a := \frac{U_n}{I_n} - \frac{P_{nom}}{I_n^2} \qquad \qquad R_a = 0.217$$

Коефіцієнт проти-ЕРС:

$$C_e := \frac{U_n - R_a \cdot I_n}{\omega_n} \qquad C_e = 0.698$$

Коефіцієнт моменту:

$$C_{\mathbf{m}} := \frac{M_{\mathbf{n}}}{I_{\mathbf{n}}} \qquad C_{\mathbf{m}} = 0.698$$

Коефіцієнт передачі двигуна за напругою:

$$k_d := \frac{1}{C_e}$$
  $k_d = 1.432$ 

Коефіцієнт передачі двигуна за моментом:

$$k_{\mathbf{m}} := \frac{R_{\mathbf{a}}}{C_{\mathbf{e}} \cdot C_{\mathbf{m}}} \qquad k_{\mathbf{m}} = 0.445$$

Рис. 5.1. Програма розрахунку динамічних параметрів двигуна

Запишемо передавальну функцію двигуна за вхідною напругою:

$$W_{_{\rm II}}(p) = \frac{k_{_{\rm II}}}{T_{_{\rm e}}T_{_{\rm M}}p^2 + T_{_{\rm M}}p + 1}.$$

Запишемо передавальну функцію двигуна за моментом збурення:

$$W_{\rm M}(p) = \frac{k_{\rm M} \cdot (T_{\rm e}p+1)}{T_{\rm e}T_{\rm M}p^2 + T_{\rm M}p+1}.$$

Запишемо рівняння двигуна в операторній формі:

$$\omega(p) = U(p) \cdot W_{\pi}(p) - M_{H}(p) \cdot W_{M}(p).$$

Запишемо рівняння для визначення струму:

$$I(p) = \frac{1/R_a}{T_e p + 1} (U(p) - C_e \cdot \omega(p)).$$

На основі записаних рівнянь складаємо динамічну модель у програмі Simulimk (рис. 5.2).

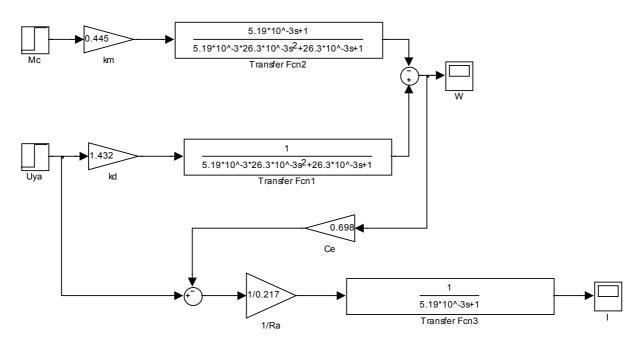


Рис. 5.2. Динамічна модель двигуна постійного струму у програмі Simulimk

За допомогою складеної у програмі Simulimk схеми промоделюємо процес запуску двигуна в режимі холостого ходу і накиду номінального навантаження через 0,5 с. Для цього в нульовий момент часу подамо сходинково номінальну напругу, а в момент часу 0,5 с подамо сходинково но-

мінальний момент навантаження. Отримуємо графіки зміни в часі частоти обертання двигуна (рис. 5.3) і струму в обмотці якоря (рис. 5.4).

## Зміст звіту

- 1. Тема і мета роботи.
- 2. Завдання.
- 3. Хід виконання роботи.
- 4. Висновки.

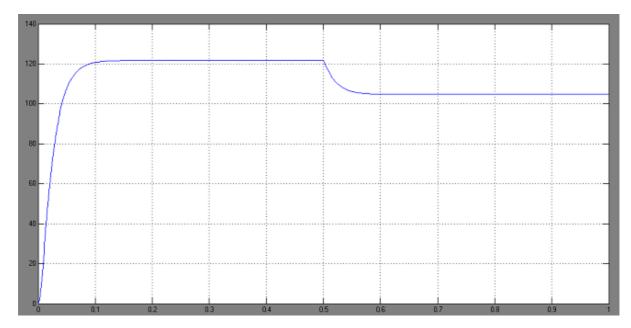


Рис. 5.3. Часова діаграма швидкості обертання двигуна (рад/с)

### Контрольні питання

- 1. Які передавальні функції описують динаміку двигуна постійного струму?
- 2. Який фізичний сенс мають електромагнітна та електромеханічна постійні часу двигуна постійного струму?
- 3. Що характеризують коефіцієнти передачі двигуна за напругою та за моментом збурення?

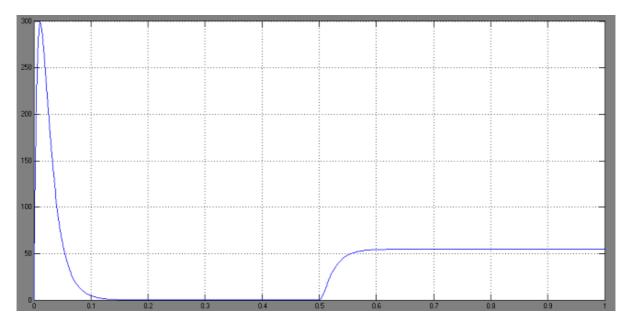


Рис. 5.4. Часова діаграма струму якоря (А)

- 4. Чому при запуску двигуна струм зростає до величини п'ятикратного номінального струму?
- 5. Чому в режимі ідеального холостого ходу струм наближається до нуля?

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6 АПРОКСИМАЦІЯ НЕЛІНІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТОДОМ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

**Мета роботи:** скласти програму апроксимації табличних залежностей поліноміальними функціями за методом найменших квадратів.

#### Завдання

Необхідно апроксимувати табличну залежність (табл. 6.1) поліномом найменшого ступеня, при якому похибка апроксимації не перевищує 0,3.

х	1,2	2,3	3,8	4,3	5,4	6,3	7,5	8,1	9,6
У	4,9	6,05	7,11	7,61	8,03	8,39	8,72	8,99	9,22

#### Хід роботи

Для апроксимації будемо використовувати поліном, коефіцієнти якого визначимо за методом найменших квадратів шляхом розв'язання системи лінійних рівнянь [3]. Для цього складаємо обчислювальну програму у середовищі Mathcad (рис. 6.1).

Початкові дані:

$$X := (1.2 \ 2.3 \ 3.8 \ 4.3 \ 5.4 \ 6.3 \ 7.5 \ 8.1 \ 9.6)^{T}$$
  
 $Y := (4.9 \ 6.05 \ 7.11 \ 7.61 \ 8.03 \ 8.39 \ 8.72 \ 8.99 \ 9.22)^{T}$ 

Визначаємо кількість точок:

$$n := rows(X)$$
  $n = 9$ 

Задаємо порядок полінома:

$$m := 2$$

Визначаємо елементи матриці коефіцієнтів системи лінійних рівнянь:

$$k := 0, 1.. m$$
  
 $p := 0, 1.. m$ 

$$c_{k,p} := \sum_{i=0}^{n-1} (X_i)^{k+p}$$

Визначаємо елементи матриці правих частин системи:

$$b_k := \sum_{i=0}^{n-1} Y_i \cdot \left(X_i\right)^k$$

Розв'язуємо систему матричним методом і знаходимо коефіцієнти полінома:

$$a := c^{-1} \cdot b$$

Визначаємо апроксимуючу функцію:

$$y(x) := \sum_{i=0}^{m} a_{i} \cdot x^{i}$$

Визначаємо максимальну похибку апроксимації:

$$\begin{split} i &:= 0.. \ n-1 \\ \Delta_i &:= \left| Y_i - y \Big( X_i \Big) \right| \qquad \text{max} (\Delta) = 0.167 \end{split}$$

Рис. 6.1. Програма апроксимації табличної залежності поліномом

Спочатку задаємо порядок полінома m=1 (пряма лінія). Потім збільшуємо його до тих пір, поки максимальна похибка апроксимації не стане меншою заданої. В розглянутому прикладі ця умова виконується при m=2. Отриманий графік апроксимованої залежності наведений на рис. 6.2.

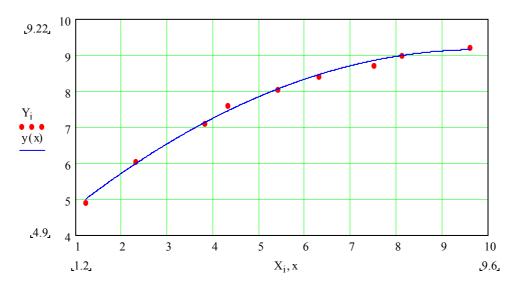


Рис. 6.2. Графік апроксимованої залежності.

## Зміст звіту

- 1. Короткі теоретичні відомості.
- 2. Завдання.
- 3. Текст програми.
- 4. Графік апроксимованої залежності.
- 5. Висновки.

### Контрольні питання

1. Що таке апроксимація?

- 2. В чому полягає метод найменших квадратів?
- 3. Яка апроксимуюча функція використовувалась в лабораторній роботі?
  - 4. Як визначались коефіцієнти апроксимуючої функції?

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7 МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО РЕЛЕ

**Мета роботи:** дослідити електромеханічні процеси у електромагнітному реле при спрацьовуванні та відпусканні.

#### Завдання

Розрахункова схема електромагнітного реле наведена на рис. 7.1.

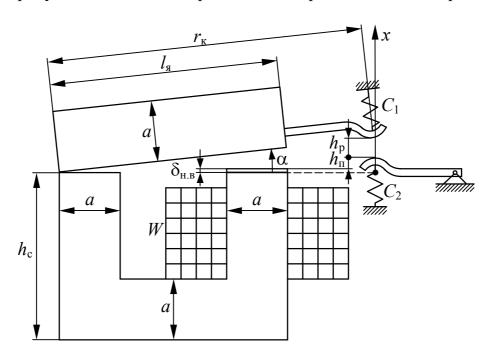


Рис. 7.1. Розрахункова схема електромагнітного реле

Початкові дані:

a = 20 мм - товщина осердя та якоря;

b = 40 мм - ширина осердя та якоря;

 $h_{\rm c} = 60$  мм – высота осердя;

 $l_{\rm s} = 80 \ {\rm MM} - {\rm довжина} \ {\rm якоря};$ 

 $\delta_{H,B} = 0.2 \text{ мм} - \text{товщина немагнітної вставки;}$ 

 $r_{\rm k}$  = 120 мм – радіує траєкторії рухомого контакта;

 $h_{\rm p}$  = 5 мм – раствор контактів;

 $h_{\rm H}$  = 2 мм – провал контактів;

 $C_1 = 40 \text{ кH/м} - \text{жорсткість повертальної пружини;}$ 

 $C_2 = 20 \text{ кH/м} - \text{жорсткість контактної пружини;}$ 

 $\rho_{\rm cr} = 7800 \ {\rm кг/m}^3 - {\rm густина}$  електротехнічної сталі;

B(H) = - характеристика намагнічування сталі 3413;

 $M_{\rm Tp.cp.} = 0.01 \; {\rm H\cdot M} - {\rm середній}$  момент сили тертя;

W = 1400 -число витків обмотки;

R = 15 Ом - активний опір обмотки;

 $U_{\rm H}$  = 24 В – номінальна постійна напруга, що подається на обмотку;

 $m_{\rm K} = 0.02$  — маса рухомого контакта з кріпленнями.

Промоделювати процеси спрацьовування і відпускання електромагніта.

## Хід роботи

В середовищі Mathcad складаємо програму (рис. 7.2), де задаємо наведені вище початкові дані (на рисунку не показано) і розраховуємо характеристики реле.

Характеристика намагнічування сталі 3413:

Моменти інерції (кг\*м^2):

$$J_a := rac{1}{3} \cdot 
ho_{st} \cdot a \cdot b \cdot l_a \cdot \left(a^2 + l_a^2
ight)$$
  $J_a = 1.132 imes 10^{-3}$  якоря  $J_k := rac{1}{3} m_k \cdot r_k^2$   $J_k = 9.6 imes 10^{-5}$  рухомого контакта з кріпленнями  $J := J_a + J_k$   $J = 1.228 imes 10^{-3}$  результуючий

Початкові значення:

$$x_0 := h_p + h_n$$
  $x_0 = 7 \times 10^{-3}$ 

координата рухомого контакту, м

$$\alpha_0 := \frac{x_0}{r_k} \qquad \qquad \alpha_0 = 0.058333$$

$$\alpha_0 = 0.058333$$

кут повороту якоря, рад

Мінімальний кут повороту якоря (рад):

$$\alpha_{\min} := \frac{\delta_n}{l_a - a} \qquad \alpha_{\min} = 3.333 \times 10^{-3}$$

$$\alpha_{\min} = 3.333 \times 10^{-3}$$

Довжина контуру магнітопровода (м):

$$l_{st} := (l_a - a + h_c) \cdot 2$$
  $l_{st} = 0.24$ 

$$l_{st} = 0.24$$

Площа перетину магнітопровода (м^2):

$$a \cdot b = 8 \times 10^{-4}$$

$$A := \ln \left( \frac{l_a}{l_a - a} \right) \qquad A = 0.288$$

$$A \cdot \mu_0 \cdot b = 1.446 \times 10^{-8}$$

Апроксимація кривої намагнічування сталі 3413 непарним поліномом

$$n := rows(H) - 1$$

число коефіциєнтів полінома

$$i := 0.. n - 1$$

$$k := 0, 1...m - 1 \quad p := 0, 1...m - 1 \qquad c_{k, p} := \sum_{i = 0}^{n-1} (B_i)^{2k+2p+2} \qquad b1_k := \sum_{i = 0}^{n-1} H_i \cdot (B_i)^{2k+1}$$

 $a1 := c^{-1} \cdot b1$   $a1^{T} = (29.673\ 519.809\ -787.045\ 483.089\ 136.466\ -351.204\ 192.071\ -45.807\ 4.184)$ 

$$H1(B1) := \sum_{i=0}^{m-1} a1_i \cdot B1^{2 \cdot i+1}$$

$$i := 0.. n$$
 B1 := 0,0.001.. 2

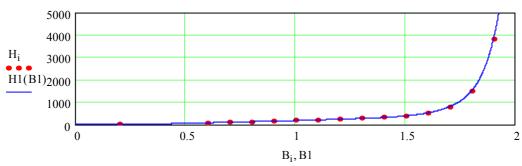


Рис. 7.2. Програма розрахунку характеристик електромагніта

Складаємо динамічну модель у програмі Simulink (рис. 7.3). На вхід системи подаємо наростаючий сходинковий сигнал, що змінюється від 0 до  $U_{\rm H}$ , а потім, через 0,5 с — спадаючий сходинковий сигнал від  $U_{\rm H}$  до 0. Таким чином, моделюємо процеси спрацьовування та відпускання реле.

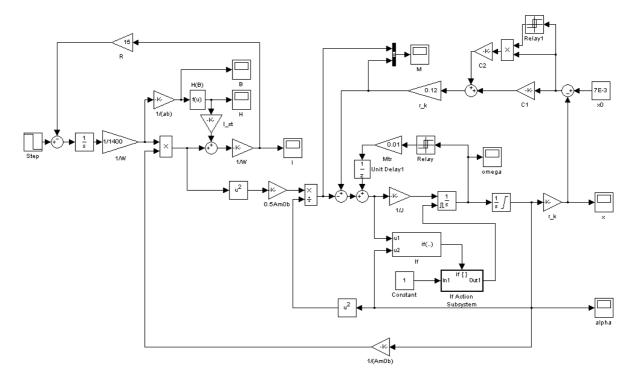


Рис. 7.3. Динамічна модель у програмі Simulink

В результаті отримуємо графіки зміни у часі координати переміщення рухомого контакту x (рис. 7.4) і струму в обмотці реле I (рис. 7.5).

## Зміст звіту

- 1. Короткі теоретичні відомості.
- 2. Завдання.
- 3. Текст програми в Mathcad.
- 4. Динамічна модель в Simulink.
- 5. Графіки перехідних процесів.
- 6. Висновки.

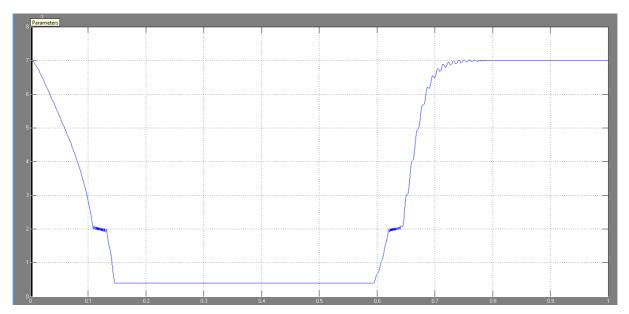


Рис. 7.4. Часова діаграма координати рухомого контакту (мм)

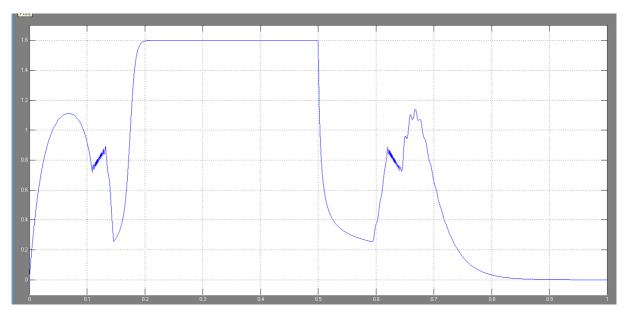


Рис. 7.5. Часова діаграма струму в обмотці реле (А)

## Контрольні питання

- 1. Як в моделі враховуються обмеження руху якоря електромагніта?
- 2. Як в моделі враховується нелінійність характеристики намагнічування сталі?
- 3. За отриманими часовими діаграмами пояснити динаміку руху якоря при спрацьовуванні та відпусканні реле.

- 4. За отриманими часовими діаграмами пояснити динаміку зміни струму в обмотці при спрацьовуванні та відпусканні реле.
- 5. За отриманими часовими діаграмами визначити час спрацьовування та час відпускання реле.

#### Література

- 1. Дьяконов В. П. Simulink: Самоучитель. М.: ДМК-Пресс, 2013. 784 с.
- 2. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения / Дьяконов В.П. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. –768 с.
- 3. Турчак Л. И. Основы численных методов: Учеб. пособие. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 320 с.
- 4. Черных И. В. SIMULINK: среда создания инженерных приложений / Под общ. ред. к. т. н. В. Г. Потемкина. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003. 496 с.

## Зміст

Вступ	3
Лабораторна робота №1. Основи моделювання у середовищі Simulink	4
Лабораторна робота №2. Моделювання механічної коливальної системи	18
Лабораторна робота №3. Моделювання силового LC-фільтра	23
Лабораторна робота №4. Моделювання електричного коливального	
контуру	30
Лабораторна робота №5. Моделювання двигуна постійного струму	33
Лабораторна робота №6. Апроксимація нелінійних характеристик	
методом найменших квадратів	37
Лабораторна робота №7. Моделювання електромагнітного реле	40
Література	45