

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний університет кораблебудування  
імені адмірала Макарова

**О. О. ЧЕРНО**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до виконання курсової роботи  
"Проектування цифрового рекурсивного фільтра"**

У двох частинах

Частина 1

**Теоретичні основи та методика проектування**

*Рекомендовано Методичною радою НУК*

Електронне видання  
комбінованого використання на DVD-ROM



МИКОЛАЇВ • НУК • 2017

УДК 004.383.3(076)  
ББК 32.844-040.21я73  
Ч-49

*Автор* О. О. Черно, канд. техн. наук, доцент  
*Рецензент* С. М. Новогрецький, канд. техн. наук, доцент

**Черно О. О.**

Ч-49      Методичні вказівки до виконання курсової роботи "Проектування цифрового рекурсивного фільтра": у 2 ч. Ч. 1. Теоретичні основи та методика проектування / О. О. Черно. – Миколаїв : НУК, 2017. – 37 с.

Методичні вказівки містять теоретичні відомості щодо проектування цифрових фільтрів. Особливу увагу приділено питанням визначення дискретних передавальних функцій рекурсивних фільтрів Батерворта і Чебишева I роду, а також моделюванню роботи цифрових фільтрів у середовищі Simulink.

Призначено для виконання курсових робіт з дисципліни "Основи збору, передачі та обробки інформації" студентами спеціальностей "Комп'ютеризовані системи управління та автоматика" й "Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології". Можуть бути використані студентами інших спеціальностей, викладачами вищих навчальних закладів третього-четвертого рівнів акредитації.

УДК 004.383.3(076)  
ББК 32.844-040.21я73

Навчальне видання

**ЧЕРНО** Олександр Олександрович

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до виконання курсової роботи  
"Проектування цифрового рекурсивного фільтра"**

У двох частинах

Частина 1

**Теоретичні основи та методика проектування**

Комп'ютерне верстання *В. В. Москаленко*  
Коректор *М. О. Паненко*

© Черно О. О., 2017  
© Національний університет кораблебудування  
імені адмірала Макарова, 2017

Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 2.2. Об'єм даних 3002 кб.  
Тираж 15 прим. Вид. № 1. Зам. № 35.

Видавець і виготовник Національний університет кораблебудування  
імені адмірала Макарова  
просп. Героїв України, 9, м. Миколаїв, 54025  
E-mail : publishing@nuos.edu.ua

Свідчення суб'єкта видавничої справи ДК № 2506 від 25.05.2006 р.

## ВСТУП

Під фільтрацією розуміють таке перетворення сигналу, при якому його певні корисні особливості зберігаються, а небажані властивості подавляються [3]. Здійснюється фільтрація за допомогою фільтра, який являє собою динамічну систему з певними динамічними властивостями.

За допомогою фільтрації розв'язують численні задачі, що виникають на практиці, в тому числі:

- заглушування шумів, що маскують сигнал;
- усунення спотворення сигналу, викликаного недосконалістю каналу передачі або похибкою вимірювання;
- поділ двох або більше різних сигналів, які були навмисно змішані для того, щоб максимально використовувати канал;
- розкладання сигналів на частотні складові;
- демодуляція сигналів;
- перетворення дискретних сигналів у аналогові;
- обмеження смуги частот, що займають сигнали.

Фільтрацію можна представити як процес зміни частотного спектра сигналу в деякому бажаному напрямку. Смуга частот, в якій сигнали пропускаються (посилюються) фільтром, називається смугою пропуску. Смуга частот, де сигнали подавляються (послаблюються) фільтром, називається смугою затримування. Частоти, що лежать на межі смуг пропуску і затримування, називаються граничними частотами. Залежно від взаємного розташування смуг пропуску і затримування розрізняють наступні типи фільтрів:

- фільтри нижніх частот (ФНЧ);
- фільтри верхніх частот (ФВЧ);
- смугові фільтри (СФ);
- загороджуючі (режекторні) фільтри (ЗФ).

Перелічені фільтри називають базисними.

Залежно від елементної бази, що використовується, фільтри поділяються на аналогові та цифрові. Аналогові фільтри перетворюють аналоговий електричний сигнал, використовуючи фізичні властивості електронних компонентів, підключених за певними схемами. Цифрові фільтри перетворюють дискретні сигнали шляхом виконання над ними математичних операцій. Цифрові фільтри, у свою чергу, поділяються на фільтри з частотною та часовою реалізацією, а останні – на нерекурсивні та рекурсивні [2, 3, 10].

Дані методичні вказівки призначені для виконання студентами курсових робіт з проектування рекурсивних смугових та загороджуючих фільтрів. При проектуванні передбачається застосування обчислювальної техніки та сучасного програмного забезпечення, зокрема програмних продуктів Mathcad і Matlab.

Методичні вказівки розроблено автором на основі накопиченого досвіду викладання в Національному університеті кораблебудування імені адмірала Макарова дисципліни "Основи збору, передачі та обробки інформації".

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТУВАННЯ

В ідеалі базисні фільтри повинні мати амплітудно-частотні характеристики (АЧХ), наведені на рис. 1, де  $\omega_c$  – гранична частота між смугами пропуску та затримування, яку також називають частотою зрізу (cutoff frequency). Смуговий та загороджуючий фільтри мають по дві граничні частоти:  $\omega_{c1}$  і  $\omega_{c2}$ .

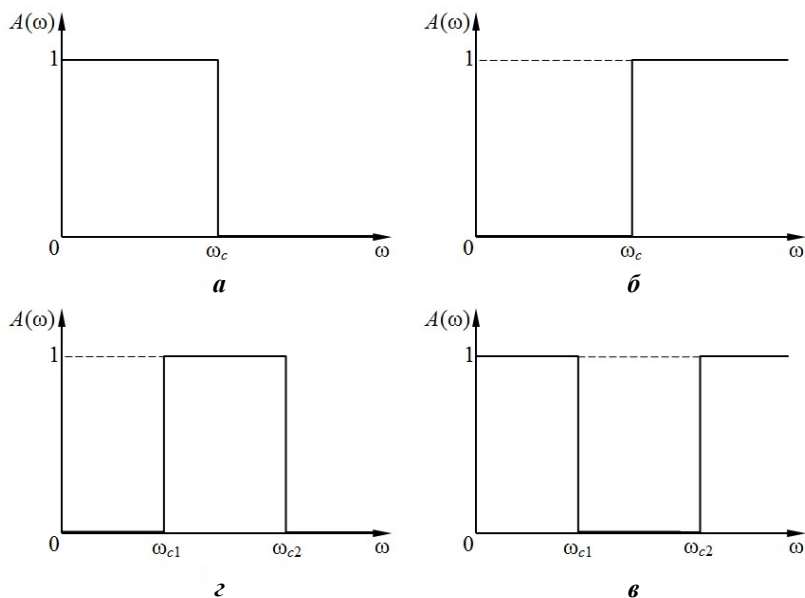


Рис. 1. Ідеальні амплітудно-частотні характеристики базисних фільтрів:

**a** – ФНЧ; **б** – ФВЧ; **в** – СФ; **г** – ЗФ

Проте на практиці реалізувати ідеальні АЧХ фільтрів неможливо, оскільки їх порядок у цьому випадку повинен наближатись до нескінченності. Тому звичайно задають певні вимоги до частотних характеристик, які визначають ступінь їх

відхилення від ідеальних [3]. Графічно вимоги, що висуваються до частотних характеристик базисних фільтрів, можна зобразити у вигляді "коридорів", у межах яких повинні розташовуватись АЧХ (рис. 2). На рисунку прийнято наступні позначення:  $\omega_p$  – границя смуги пропуску (passband);  $\omega_s$  – границя смуги затримування (stopband);  $\delta A_p$  – максимальне ослаблення сигналу в смузі пропуску;  $1/\delta A_s$  – мінімальне ослаблення сигналу в смузі затримування.

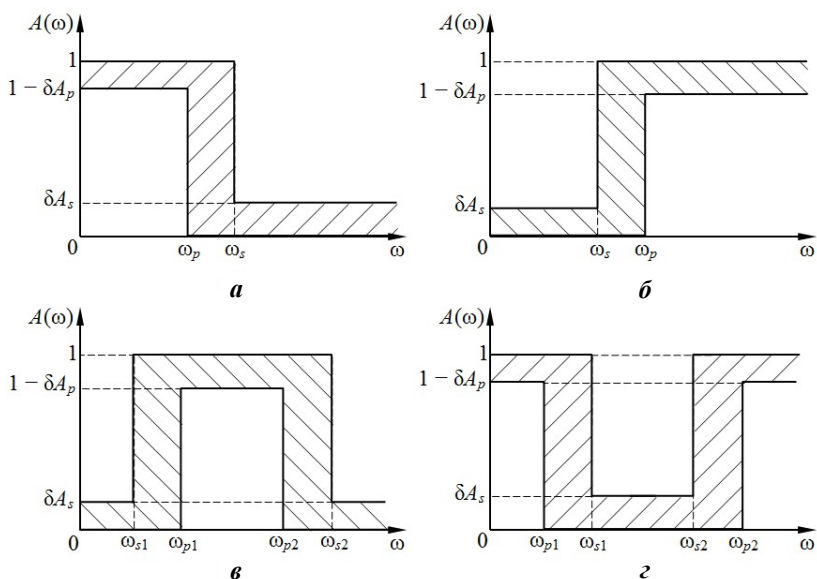


Рис. 2. Припустимі відхилення АЧХ базисних фільтрів від ідеальних:  
**а** – ФНЧ; **б** – ФВЧ; **в** – СФ; **г** – ЗФ

Припустимі відхилення АЧХ у смугах пропуску та затримування звичайно задають у децибелах:  $R_p = -20\lg(1 - \delta A_p)$  – максимальне ослаблення сигналу в смузі пропуску;  $R_s = -20\lg(\delta A_s)$  – мінімальне ослаблення сигналу в смузі затримування.

Для задоволення заданих вимог до АЧХ звичайно використовують один із чотирьох типових фільтрів: Батерворта, Чебишева I роду, Чебишева II роду, Кауера (еліптичний фільтр) [3]. Розрахунок останніх двох типів у даних методичних вказівках не розглядається.

Оскільки фільтр, що розробляється, є цифровим, для його проектування необхідно також задати частоту найвищої гармонічної складової вхідного сигналу  $\omega_{\max}$ , у залежності від якої визначається частота дискретизації [10].

У початкових даних до курсової роботи задаються:

- тип базисного фільтра (смуговий, або загороджуючий);
  - граничні частоти  $\omega_{p1}$ ,  $\omega_{s1}$ ,  $\omega_{p2}$  і  $\omega_{s2}$ ;
  - частота найвищої гармонічної складової вхідного сигналу  $\omega_{\max}$ ;
  - припустимі відхилення АЧХ у смугах пропуску та затримування  $R_p$  і  $R_s$ ;
  - вид типового фільтра (Батерворта або Чебишева I роду).
- У ході проектування необхідно розв'язати наступні задачі:
- розрахунок нормованого фільтра;
  - розрахунок аналогового фільтра, що відповідає заданим вимогам до АЧХ;
  - розрахунок цифрового фільтра на основі аналогового фільтра-прототипу.

Курсовий проект оформлюється у вигляді пояснювальної записки згідно з діючими стандартами оформлення конструкторської документації. Записка повинна містити вступ, детальний опис усіх етапів проектування, висновки і перелік використаних джерел.

## 1. РОЗРАХУНОК НОРМОВАНОГО ФІЛЬТРА

Нормованим називається ФНЧ з частотою зрізу  $\omega_c = 1$  рад/с. Звичайно проектування починається з визначення передавальної функції нормованого фільтра, на основі якої потім розраховують передавальну функцію фільтра із заданими граничними частотами шляхом виконання операцій денормування і трансформації [3].

### 1.1. Визначення мінімального порядку фільтра

Підвищення порядку фільтра дає можливість забезпечити АЧХ, близьку до ідеальної. Але, з іншого боку, високий порядок потребує великої кількості реактивних елементів для аналогових фільтрів і великої кількості ланок затримки для цифрових. Тому порядок фільтра повинен бути мінімальним, при якому його АЧХ задовольняє заданим вимогам.

Розглянемо ФНЧ Батерворта. Рівняння АЧХ виглядає так [3]:

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}}, \quad (1)$$

де  $n$  – порядок фільтра. На рис. 3 наведена АЧХ ФНЧ Батерворта.

Підставимо у рівняння АЧХ частоту  $\omega = \omega_s$ :

$$10^{\frac{R_s}{20}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_s}{\omega_c}\right)^{2n}}}.$$

Звідси виражаємо частоту зрізу:

$$\omega_c = \omega_s \cdot \left(10^{0,1R_s} - 1\right)^{-\frac{1}{2n}}. \quad (2)$$

Аналогічно підставляємо у рівняння АЧХ частоту  $\omega = \omega_p$ :

$$10^{-\frac{R_p}{20}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_p}{\omega_c}\right)^{2n}}};$$

$$10^{0,1R_p} = 1 + \left(\frac{\omega_p}{\omega_c}\right)^{2n}. \quad (3)$$

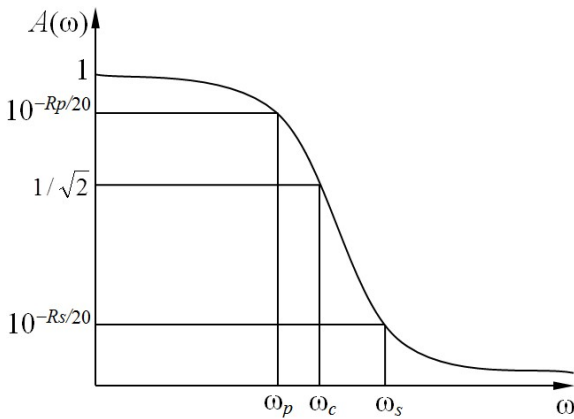


Рис. 3. Амплітудно-частотна характеристика фільтра Батерворта



Підставивши рівняння (2) у (3), після нескладних перетворень отримуємо:

$$n = \frac{1}{2} \log_{\frac{\omega_s}{\omega_p}} \left( \frac{10^{0,1R_s} - 1}{10^{0,1R_p} - 1} \right) = \frac{\lg \frac{10^{0,1R_s} - 1}{10^{0,1R_p} - 1}}{2 \lg \frac{\omega_s}{\omega_p}}.$$

Оскільки порядок фільтра повинен бути цілим числом, округляємо  $n$  до найближчого більшого цілого:

$$n = \text{ceil} \frac{\lg \frac{10^{0,1R_s} - 1}{10^{0,1R_p} - 1}}{2 \lg \frac{\omega_s}{\omega_p}}, \quad (4)$$

де  $\text{ceil}$  – функція округлення до найближчого більшого цілого числа.

Аналогічно можна отримати формулу для мінімального порядку ФНЧ Чебишева першого роду [3]:

$$n = \text{ceil} \frac{\text{arcch} \sqrt{\frac{10^{0,1R_s} - 1}{10^{0,1R_p} - 1}}}{\text{arcch} \frac{\omega_s}{\omega_p}}. \quad (5)$$

Частота зрізу фільтра Чебишева першого роду збігається з границею смуги пропуску [3]:

$$\omega_c = \omega_p. \quad (6)$$

Рівняння АЧХ ФВЧ одержуємо шляхом заміни  $\omega / \omega_c$  на  $\omega_c / \omega$  у рівнянні АЧХ ФНЧ. Таким чином, отримуємо частоту зрізу ФВЧ Батерворта:

$$\omega_c = \omega_s \cdot \left(10^{0,1R_s} - 1\right)^{\frac{1}{2n}}. \quad (7)$$

Формули для мінімального порядку ФВЧ можна отримати шляхом заміни  $\omega_s / \omega_p$  на  $\omega_p / \omega_s$  у формулах (4) і (5).

Остаточні формули для визначення мінімального порядку ФНЧ та ФВЧ зведено у табл. 1.

**Таблиця 1. Формули для визначення мінімального порядку ФНЧ і ФВЧ**

| Типи фільтрів | Батерворта  | Чебишева I роду  |
|---------------|---|--|
| ФНЧ           | $n = \text{ceil} \frac{\lg \frac{10^{0,1R_s} - 1}{10^{0,1R_p} - 1}}{2 \lg \frac{\omega_s}{\omega_p}}$ | $n = \text{ceil} \frac{\text{arcch} \sqrt{\frac{10^{0,1R_s} - 1}{10^{0,1R_p} - 1}}}{\text{arcch} \frac{\omega_s}{\omega_p}}$ |
| ФВЧ           | $n = \text{ceil} \frac{\lg \frac{10^{0,1R_s} - 1}{10^{0,1R_p} - 1}}{2 \lg \frac{\omega_p}{\omega_s}}$ | $n = \text{ceil} \frac{\text{arcch} \sqrt{\frac{10^{0,1R_s} - 1}{10^{0,1R_p} - 1}}}{\text{arcch} \frac{\omega_p}{\omega_s}}$ |

АЧХ смугового фільтра (рис. 1,*в*) може бути представлена як добуток АЧХ фільтра верхніх частот (рис. 1,*б*) із частотою зрізу  $\omega_{c1}$  і АЧХ фільтра нижніх частот (рис. 1,*а*) з частотою зрізу  $\omega_{c2}$  [3]. Аналогічно АЧХ загороджувачого фільтра (рис. 1,*з*) може бути представлена як сума АЧХ фільтра нижніх частот (рис. 1,*а*) з частотою зрізу  $\omega_{c1}$  і АЧХ фільтра верхніх частот (рис. 1,*б*) з частотою зрізу  $\omega_{c2}$ . Таким чином, СФ і ЗФ складаються з ФНЧ і ФВЧ. Тому мінімальний порядок смугового,

або загороджуючого фільтра визначається як найбільший із порядків ФНЧ і ФВЧ, що входять до його складу:

$$n = \max(n_1, n_2). \quad (8)$$

Для смугового фільтра  $n_1$  визначається як мінімальний порядок ФВЧ з граничними частотами  $\omega_{s1}$  і  $\omega_{p1}$ , а  $n_2$  – як мінімальний порядок ФНЧ з граничними частотами  $\omega_{p2}$  і  $\omega_{s2}$ . Для загороджуючого фільтра  $n_1$  визначається як мінімальний порядок ФНЧ з граничними частотами  $\omega_{p1}$  і  $\omega_{s1}$ , а  $n_2$  – як мінімальний порядок ФВЧ з граничними частотами  $\omega_{s2}$  і  $\omega_{p2}$ .

## 1.2. Розрахунок полюсів фільтра

Корені знаменника передавальної функції називають полюсами, а корені чисельника – нулями [4]. Нормовані фільтри Батерворта і Чебишева I роду не мають нулів, а мають тільки полюси [3], які повністю визначають їх динамічні властивості.

На комплексній площині полюси фільтра Батерворта розташовані на лівому одиничному півколі (рис. 4,а), а полюси фільтра Чебишева I роду – на лівому півеліпсі, більший радіус якого дорівнює одиниці і спрямований уздовж уявної осі (рис. 4,б).

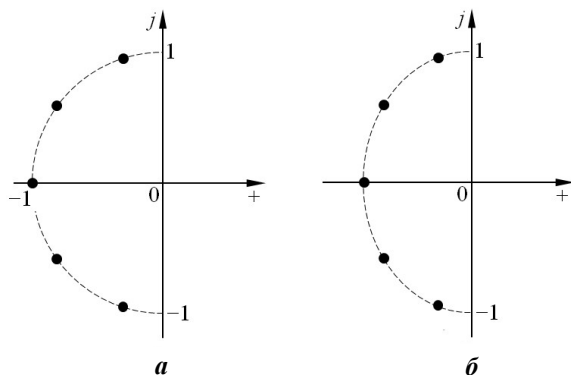


Рис. 4. Розташування на комплексній площині полюсів нормованих фільтрів:

а – Батерворта; б – Чебишева I роду

Для розрахунку полюсів використовують наступні рівняння. Полюси нормованого фільтра Батерворта:

$$P_k = -\sin \alpha_k + j \cos \alpha_k, \quad (9)$$

де  $\alpha_k = \pi \cdot (2k - 1) / 2n$ ;  $k = 1 \dots n$ .

Полюси нормованого фільтра Чебишева I роду:

$$P_k = -\sin \alpha_k \cdot \operatorname{sh} \left( \frac{1}{n} \operatorname{arcsch} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) \right) + \\ + j \cos \alpha_k \cdot \operatorname{ch} \left( \frac{1}{n} \operatorname{arcsch} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) \right), \quad (10)$$

де  $\alpha_k = \pi \cdot (2k - 1) / 2n$ ;  $k = 1 \dots n$ ;  $\varepsilon = \sqrt{10^{0,1R_p} - 1}$ .

При парному  $n$  усі полюси комплексно сполучені, а при непарному – один полюс має тільки дійсну частину.

### 1.3. Визначення передавальної функції та розрахунок АЧХ нормованого фільтра

Передавальна функція нормованого фільтра парного порядку:

$$W_n(p) = \frac{K}{\prod_{k=1}^{n/2} \left( p^2 - 2p \cdot \operatorname{Re}(P_k) + |P_k|^2 \right)}, \quad (11)$$

де для фільтра Батерворта  $K = 1$ , а для фільтра Чебишева I роду

$$K = \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \right) \prod_{k=1}^n P_k.$$

Передавальна функція нормованого фільтра непарного порядку:

$$W_n(p) = \frac{K}{(p - P_{(n+1)/2}) \prod_{k=1}^{(n-1)/2} (p^2 - 2p \cdot \operatorname{Re}(P_k) + |P_k|^2)}, \quad (12)$$

де для фільтра Батерворта  $K = -1$ , а для фільтра Чебишева I роду

$$K = \prod_{k=1}^n P_k.$$

Для зручності виконання подальших розрахунків знаменник  $D_n(p)$  передавальної функції нормованого фільтра  $W_n(p)$  необхідно представити у вигляді одного полінома. Для цього звичайно застосовують функцію "expand" у програмі Mathcad [9].

Амплітудно-частотна характеристика розраховується як модуль комплексної передавальної функції:

$$A_n(\omega) = |W_n(j\omega)|. \quad (13)$$

АЧХ фільтра Батерворта повинна бути монотонною (рис. 5,а) [3]. АЧХ фільтра Чебишева I роду має рівнохвильові пульсації у смузі пропуску і є монотонною у смузі затримування (рис. 5,б).

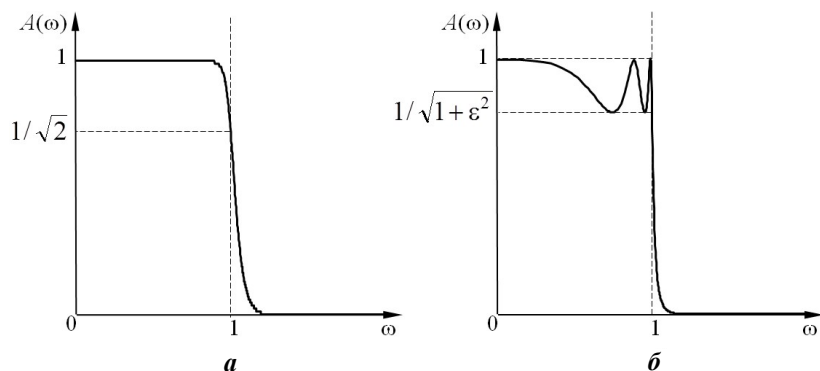


Рис. 5. Амплітудно-частотні характеристики нормованих фільтрів:  
а – Батерворта; б – Чебишева I роду

## 2. РОЗРАХУНОК АНАЛОГОВИХ СМУГОВИХ ТА ЗАГОРОДЖУЮЧИХ ФІЛЬТРІВ

Аналоговий фільтр побудований на динамічних ланках з передавальними функціями  $1/p$  (інтегратор),  $1/(Tp + 1)$  (апериодична ланка),  $(T_1p + 1)/(T_2p + 1)$  (розділова ланка) та інших. Ці ланки реалізовані за допомогою конденсаторів, дроселів, резисторів та операційних підсилювачів. Визначення схем підключення електронних компонентів фільтра та їх параметрів здійснюється на основі його передавальної функції  $W(p)$ . З іншого боку, на підставі передавальної функції аналогового фільтра-прототипу здійснюється проектування цифрового фільтра з аналогічною АЧХ.

На попередньому етапі розрахунків було визначено передавальну функцію нормованого фільтра  $W_n(p)$ . Для того щоб на її основі отримати передавальну функцію смугового або загороджуючого фільтра, необхідно, як було сказано у першому розділі, виконати процедури денормування і трансформації [3]. Денормування – це процедура перетворення передавальної функції нормованого фільтра у передавальну функцію ФНЧ (LPF – low pass filter) із визначеною частотою зрізу  $\omega_c$ :

$$W_{LPF}(p) = W_n\left(\frac{p}{\omega_c}\right). \quad (14)$$

Таку операцію ще називають масштабуванням за частотою.

Трансформація – це процедура перетворення передавальної функції нормованого фільтра у передавальну функцію ФВЧ, СФ, або ЗФ із заданими значеннями граничних частот. При цьому передавальна функція ФВЧ (HPF – high pass filter) визначається шляхом підстановки:

$$W_{HPF}(p) = W_n\left(\frac{\omega_c}{p}\right). \quad (15)$$

Передавальна функція смугового фільтра (BPF – band pass filter) визначається як добуток передавальних функцій ФВЧ і ФНЧ:

$$W_{BPF}(p) = W_{HPF}(p)W_{LPF}(p), \quad (16)$$

де ФНЧ має більшу частоту зрізу, ніж ФВЧ.

Передавальна функція загороджувачого фільтра (BSF – band stop filter) визначається як сума передавальних функцій ФВЧ і ФНЧ:

$$W_{BSF}(p) = W_{LPF}(p) + W_{HPF}(p), \quad (17)$$

де ФНЧ має меншу частоту зрізу, ніж ФВЧ.

Таким чином, розрахунок аналогового фільтра починається з визначення передавальних функцій ФНЧ і ФВЧ, що входять до його складу, а потім визначається його передавальна функція і розраховується амплітудно-частотна характеристика.

## **2.1. Визначення передавальних функцій фільтрів нижніх та верхніх частот**

Позначимо передавальні функції фільтрів, що входять до складу СФ або ЗФ, як  $W_1(p)$  і  $W_2(p)$  у порядку зростання їх частот зрізу. Тоді для смугового фільтра  $W_1(p)$  визначиться як передавальна функція ФВЧ (15) з частотою зрізу  $\omega_{c1}$ , а  $W_2(p)$  – як передавальна функція ФНЧ (14) з частотою зрізу  $\omega_{c2}$ :

$$W_1(p) = W_n\left(\frac{\omega_{c1}}{p}\right); \quad W_2(p) = W_n\left(\frac{p}{\omega_{c2}}\right). \quad (18)$$

Представимо передавальну функцію нормованого фільтра у вигляді

$$W_n(p) = \frac{K}{D_n(p)}, \quad (19)$$

де  $D_n(p)$  – поліном, визначений у п. 1.3.

Підставивши (19) у (18), отримуємо:

$$W_1(p) = K \frac{p^n}{D_1(p)} \quad (20); \quad W_2(p) = K \frac{1}{D_2(p)} \quad (21),$$

де

$$D_1(p) = p^n D_n\left(\frac{\omega_{c1}}{p}\right) \quad (22); \quad D_2(p) = D_n\left(\frac{p}{\omega_{c2}}\right) \quad (23),$$

При цьому частоти зрізу  $\omega_{c1}$  і  $\omega_{c2}$  для фільтра Батерворта розраховуються за формулами (7) і (2) відповідно, а для фільтра Чебишева І роду – за формулою (6).

Для загороджуючого фільтра  $W_1(p)$  – передавальна функція ФНЧ з частотою зрізу  $\omega_{c1}$ , а  $W_2(p)$  – ФВЧ з частотою зрізу  $\omega_{c2}$ :

$$W_1(p) = K \frac{1}{D_1(p)} \quad (24); \quad W_2(p) = K \frac{p^n}{D_2(p)} \quad (25),$$

де

$$D_1(p) = D_n\left(\frac{p}{\omega_{c1}}\right) \quad (26); \quad D_2(p) = p^n D_n\left(\frac{\omega_{c2}}{p}\right) \quad (27).$$

При цьому частоти зрізу  $\omega_{c1}$  і  $\omega_{c2}$  для фільтра Батерворта розраховуються за формулами (2) і (7) відповідно, а для фільтра Чебишева І роду – за формулою (6).

Знаменники передавальних функцій  $W_1(p)$  і  $W_2(p)$  потрібно представити у вигляді поліномів:

$$D_1(p) = a_{1_0} + a_{1_1}p + a_{1_2}p^2 + \dots + a_{1_n}p^n = \sum_{k=0}^n a_{1_k}p^k; \quad (28)$$



$$D_2(p) = a_{2_0} + a_{2_1}p + a_{2_2}p^2 + \dots + a_{2_n}p^n = \sum_{k=0}^n a_{2_k}p^k, \quad (29)$$

де  $a_1$  і  $a_2$  – матриці коефіцієнтів знаменників. Для цього можна також використовувати функцію "expand" у програмі Mathcad.

## 2.2. Визначення передавальної функції та розрахунок АЧХ аналогового фільтра

На підставі (16) і (17), з урахуванням позначень, прийнятих у п. 2.1, запишемо рівняння передавальної функції аналогового фільтра. Для СФ

$$W(p) = W_1(p)W_2(p), \quad (30)$$

а для ЗФ

$$W(p) = W_1(p) + W_2(p). \quad (31)$$

Так само як і для нормованого фільтра, амплітудно-частотна характеристика розраховується як модуль комплексної передавальної функції:

$$A(\omega) = |W(j\omega)|. \quad (32)$$

При побудові АЧХ потрібно задати діапазон частот від половини найменшої граничної частоти до подвоєної найбільшої. Масштаб за віссю частот повинен бути логарифмічним.

За графіком АЧХ необхідно визначити максимальне ослаблення сигналу у смугах пропуску та затримування і перевірити виконання умов:

$$-20 \lg(A_{p.\min}) \leq R_p \quad (33); \quad -20 \lg(A_{s.\max}) \geq R_s \quad (34),$$

де  $A_{p.\min}$  – мінімальне значення  $A(\omega)$  у смузі пропуску;  $A_{s.\max}$  – максимальне значення  $A(\omega)$  у смузі затримування.

Невиконання умови (33) (за винятком СФ Чебишева I роду) або (34) свідчить про наявність помилки у розрахунках.

Для смугового фільтра Чебишева I роду умова (33) не виконується внаслідок накладання пульсацій АЧХ фільтрів верхніх та нижніх частот. Для забезпечення її виконання необхідно компенсувати ослаблення сигналу, яке вноситься одним із цих фільтрів. Для цього потрібно помножити передавальну функцію на коригуючий коефіцієнт:

$$W(p) = W_1(p)W_2(p)K_{cor}, \quad (35)$$

де  $K_{cor} = \sqrt{1 + \varepsilon^2}$ . Після цього необхідно перерахувати АЧХ і знову перевірити виконання умов (33), (34).

### 3. РОЗРАХУНОК ЦИФРОВОГО РЕКУРСИВНОГО ФІЛЬТРА

Цифровий фільтр, на відміну від аналогового, побудований на ланках затримки з передавальною функцією  $e^{-Tp}$ , де  $T$  – період дискретизації, та ланках підсилення. У  $z$ -формі ланка затримки представляється як  $z^{-1}$ . Ці ланки реалізуються у програмі мікропроцесора, що відпрацьовує алгоритм фільтрації, який складається на основі дискретної передавальної функції фільтра  $W_d(z)$ . Отже, проектування цифрового фільтра передбачає розв’язання наступних задач:

- визначення дискретної передавальної функції;
- складання динамічної структурної схеми та її моделювання;
- розробка керуючої програми;
- розробка принципової електричної схеми.

У курсовій роботі передбачено розв’язання тільки двох перших задач.

#### 3.1. Визначення дискретних передавальних функцій фільтрів нижніх та верхніх частот

Розрахунок дискретних передавальних функцій починається з визначення частоти дискретизації. Ця частота повинна бути як мінімум удвічі більшою за частоту найвищої гармоніки вхідного сигналу [10]. У розрахунках обираємо частоту дискретизації  $\omega_d = 2\omega_{\max}$  (рад/с);  $f_d = \omega_d / 2\pi = 1/T$  (Гц).

Як було сказано у вступній частині другого розділу, дискретна передавальна функція цифрового фільтра може бути визначена на основі передавальної функції аналогового фільтра-прототипу. Найбільш зручним методом отримання дискретної передавальної функції  $W_d(z)$  на основі неперервної

передавальної функції  $W(p)$  є метод білінійного  $z$ -перетворення [10]. Він полягає у підстановці:

$$W_d(z) = W\left(\frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1}\right).$$

Математичний сенс такої заміни полягає у наступному. Значення дискретного сигналу, що відповідає  $i$ -му відліку, може бути приблизно визначене як його попереднє значення плюс середнє арифметичне похідних цього сигналу в  $i$ -й та  $(i-1)$ -й точках, помножене на період дискретизації:

$$x(t_i) \approx x(t_{i-1}) + \frac{1}{2}(x'(t_i) + x'(t_{i-1}))T.$$

Перетворивши останню формулу за Лапласом і замінивши знак " $\approx$ " знаком "=", отримаємо:

$$x(p) = x(p)e^{-Tp} + \frac{1}{2}(x(p)p + x(p)p \cdot e^{-Tp})T.$$

Введемо заміну  $z = e^{Tp}$  і розділимо обидві частини рівняння на  $x(p)$ :

$$1 = z^{-1} + \frac{1}{2}(1 + z^{-1})Tp.$$

Тоді рівняння зв'язку між оператором диференціювання  $p$  і оператором часового зсуву  $z$  буде наступним:

$$p = \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}.$$

Помноживши чисельник та знаменник на  $z$ , отримуємо остаточну формулу для заміни:

$$p = \frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1},$$

або

$$p = 2f_d \frac{z-1}{z+1}. \quad (36)$$

Застосуємо метод білінійного  $z$ -перетворення для визначення дискретних передавальних функцій фільтрів верхніх та нижніх частот, що входять до складу смугового фільтра. Підставимо (36) у (20), з урахуванням (28):

$$W_{d1}(z) = K \frac{\left(2f_d \frac{z-1}{z+1}\right)^n}{\sum_{k=0}^n a_{1_k} \cdot \left(2f_d \frac{z-1}{z+1}\right)^k}.$$

Привівши дробу  $(z-1)^k/(z+1)^k$  до спільного знаменника  $(z+1)^n$ , отримуємо:

$$W_{d1}(z) = K \frac{(2f_d)^n (z-1)^n}{\sum_{k=0}^n a_{1_k} \cdot (2f_d)^k (z-1)^k (z+1)^{n-k}}. \quad (37)$$

Для розкриття добутків  $(z-1)^n$ ,  $(z-1)^k$  і  $(z+1)^k$  скористаємося формулою для бінома Ньютона [7]:

$$(a+b)^i = \sum_{j=0}^i C_i^j a^j b^{i-j}, \quad (38)$$

$$\text{де } C_i^j = \frac{i!}{j!(i-j)!}.$$

У подальшому будемо використовувати більш загальну формулу для визначення коефіцієнтів бінома Ньютона:

$$C_i^j = \begin{cases} \frac{i!}{j!(i-j)!} & \text{при } 0 \leq j \leq i; \\ 0 & \text{при } (j < 0) \vee (j > i). \end{cases} \quad (39)$$

Підставляємо у (38)  $a = z$ ;  $b = -1$ ;  $i = n$ , потім  $a = z$ ;  $b = -1$ ;  $i = k$  і потім  $a = z$ ;  $b = 1$ ;  $i = n - k$ :

$$(z-1)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k z^k (-1)^{n-k}, \quad (40)$$

$$(z-1)^k = \sum_{q=0}^k C_k^q z^q (-1)^{k-q}, \quad (41)$$

$$(z+1)^{n-k} = \sum_{r=0}^{n-k} C_{n-k}^r z^r. \quad (42)$$

Підставивши (40)–(42) у (37), отримуємо:

$$\begin{aligned} & W_{d1}(z) = \\ & (2f_d)^n \sum_{k=0}^n C_n^k z^k (-1)^{n-k} \\ = & K \frac{\sum_{k=0}^n \left( a_{1_k} \cdot (2f_d)^k \left( \sum_{q=0}^k C_k^q z^q (-1)^{k-q} \right) \left( \sum_{r=0}^{n-k} C_{n-k}^r z^r \right) \right)}{\sum_{k=0}^n \left( a_{1_k} \cdot (2f_d)^k \left( \sum_{q=0}^k C_k^q z^q (-1)^{k-q} \right) \left( \sum_{r=0}^{n-k} C_{n-k}^r z^r \right) \right)}. \quad (43) \end{aligned}$$

Для розкриття добутку поліномів у (43) скористаємося формулою [1]

$$\left( \sum_{q=0}^u a_q z^q \right) \left( \sum_{r=0}^v b_r z^r \right) = \sum_{m=0}^{u+v} z^m \sum_{h=0}^m a_h b_{m-h}, \quad (44)$$

де  $a_h = 0$  при  $h > u$ ;  $b_{m-h} = 0$  при  $m-h > v$ .

Підставляємо у (44)  $u = k$ ;  $a_q = C_k^q (-1)^{k-q}$ ;  $v = n - k$ ;  $b_r = C_{n-k}^r$ :

$$\begin{aligned} & \left( \sum_{q=0}^k C_k^q z^q (-1)^{k-q} \right) \left( \sum_{r=0}^{n-k} C_{n-k}^r z^r \right) = \\ & = \sum_{m=0}^n z^m \sum_{h=0}^m C_k^h (-1)^{k-h} C_{n-k}^{m-h}. \end{aligned} \quad (45)$$

Підставивши (45) у знаменник (43), отримуємо:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^n \left( a_{1_k} \cdot (2f_d)^k \left( \sum_{q=0}^k C_k^q z^q (-1)^{k-q} \right) \left( \sum_{r=0}^{n-k} C_{n-k}^r z^r \right) \right) = \\ & = \sum_{k=0}^n \left( a_{1_k} \cdot (2f_d)^k \sum_{m=0}^n z^m \sum_{h=0}^m C_k^h (-1)^{k-h} C_{n-k}^{m-h} \right) = \\ & = \sum_{k=0}^n z^k \left( \sum_{m=0}^n a_{1_m} \cdot (2f_d)^m \sum_{h=0}^k C_m^h (-1)^{m-h} C_{n-m}^{k-h} \right). \end{aligned} \quad (46)$$

Підставляємо (46) у (43):

$$W_{d1}(z) = K \frac{(2f_d)^n \sum_{k=0}^n C_n^k z^k (-1)^{n-k}}{\sum_{k=0}^n z^k \left( \sum_{m=0}^n a_{1_m} \cdot (2f_d)^m \sum_{h=0}^k C_m^h (-1)^{m-h} C_{n-m}^{k-h} \right)}.$$

Запишемо отриману дискретну передавальну функцію ФВЧ у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} W_{d1}(z) &= \\ &= K \frac{d_{1_0} + d_{1_1} z + d_{1_2} z^2 + \dots + d_{1_n} z^n}{c_{1_0} + c_{1_1} z + c_{1_2} z^2 + \dots + c_{1_n} z^n} = K \frac{\sum_{k=0}^n d_{1_k} z^k}{\sum_{k=0}^n c_{1_k} z^k}, \end{aligned} \quad (47)$$

де

$$c_{1_k} = (2f_d)^{-n} \sum_{m=0}^n a_{1_m} \cdot (2f_d)^m \sum_{h=0}^k (-1)^{m-h} C_m^h C_{n-m}^{k-h}, \quad (48)$$

$$d_{1_k} = (-1)^{n-k} C_n^k. \quad (49)$$

Для визначення дискретної передавальної функції ФНЧ, що входить до складу СФ, підставимо (36) у (21) із урахуванням (29):

$$W_{d2}(z) = K \frac{1}{\sum_{k=0}^n a_{2_k} \cdot \left( 2f_d \frac{z-1}{z+1} \right)^k}.$$



Після аналогічних перетворень отримуємо:

$$\begin{aligned}
 W_{d2}(z) &= K \frac{d_{2_0} + d_{2_1}z + d_{2_2}z^2 + \dots + d_{2_n}z^n}{c_{2_0} + c_{2_1}z + c_{2_2}z^2 + \dots + c_{2_n}z^n} = \\
 &= K \frac{\sum_{k=0}^n d_{2_k}z^k}{\sum_{k=0}^n c_{2_k}z^k}, \quad (50)
 \end{aligned}$$

де

$$c_{2_k} = \sum_{m=0}^n a_{2_m} \cdot (2f_d)^m \sum_{h=0}^k (-1)^{m-h} C_m^h C_{n-m}^{k-h}; \quad (51)$$

$$d_{2_k} = C_n^k. \quad (52)$$

При проектуванні загороджуючого фільтра дискретна передавальна функція ФНЧ  $W_{d1}(z)$  визначається за рівняннями (50)–(52) при заміні індексів "2" на "1", а передавальна функція ФВЧ  $W_{d2}(z)$  – за рівняннями (47)–(49) при заміні індексів "1" на "2".

### 3.2. Побудова структурної схеми цифрового рекурсивного фільтра

Розглянемо методику побудови структурної схеми цифрового фільтра на прикладі ФВЧ, що має дискретну передавальну функцію  $W_{d1}(z)$ , визначену рівнянням (47). На підставі

цього рівняння запишемо співвідношення вхідного сигналу СФ  $z(x)$  і вихідного сигналу ФВЧ  $y_1(z)$ :

$$\begin{aligned} y_1(z) & (c_{1_0} + c_{1_1} z + c_{1_2} z^2 + \dots + c_{1_n} z^n) = \\ & = Kx(z) (d_{1_0} + d_{1_1} z + d_{1_2} z^2 + \dots + d_{1_n} z^n). \end{aligned}$$

Оскільки ланку випередження  $z$  неможливо реалізувати, перетворимо це рівняння таким чином, щоб воно містило тільки ланки затримування  $z^{-1}$ . Для цього розділимо обидві частини на  $z^n$ :

$$\begin{aligned} y_1(z) & (c_{1_0} z^{-n} + c_{1_1} z^{-(n-1)} + c_{1_2} z^{-(n-2)} + \dots + c_{1_n}) = \\ & = Kx(z) (d_{1_0} z^{-n} + d_{1_1} z^{-(n-1)} + d_{1_2} z^{-(n-2)} + \dots + d_{1_n}), \end{aligned}$$

звідки

$$y_1(z) = \frac{1}{c_{1_n}} \left( K \sum_{i=0}^n d_{1_{n-i}} x(z) z^{-i} - \sum_{i=1}^n c_{1_{n-i}} y_1(z) z^{-i} \right). \quad (53)$$

На підставі рівняння (53) будемо структурну схему цифрового ФВЧ (рис. 6).

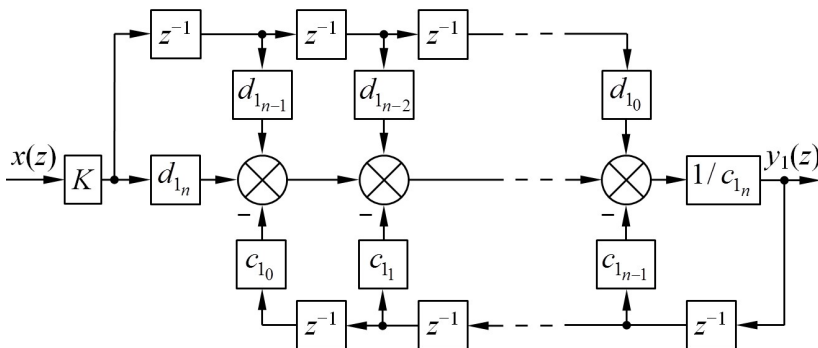


Рис. 6. Структурна схема цифрового рекурсивного ФВЧ, що входить до СФ

Фільтр нижніх частот у складі СФ, а також ФВЧ та ФНЧ у складі ЗФ мають таку саму структуру і відрізняються тільки коефіцієнтами.

Для побудови структурної схеми СФ необхідно схеми ФВЧ та ФНЧ з'єднати послідовно (рис. 7,*а*), а ЗФ – паралельно (рис. 7,*б*). У випадку СФ Чебишева I роду необхідно також підключити послідовно пропорційну ланку з коефіцієнтом  $K_{cor}$  (рис. 7,*б*).

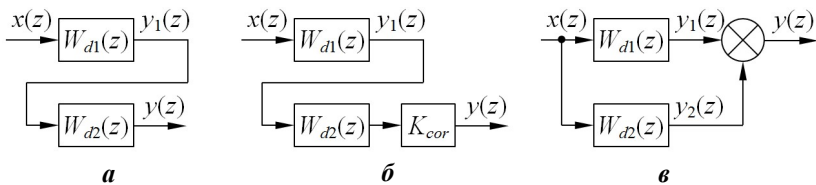


Рис. 7. Структурні схеми фільтрів:  
*a* – СФ Батерворта; *б* – СФ Чебишева I роду; *в* – ЗФ

Побудову структурної схеми фільтра та моделювання його роботи рекомендується виконувати у програмі Simulink пакету Matlab [8]. При копіюванні значень коефіцієнтів фільтра з програми Mathcad до блоків структурної схеми потрібно брати 10–15 значущих цифр.

### 3.3. Моделювання цифрового рекурсивного фільтра та дослідження його характеристик

Метою моделювання є дослідження реакції фільтра на гармонічні впливи різної частоти та отримання його амплітудно-частотної характеристики. Для цього необхідно подати на вхід динамічної моделі фільтра синусоїдальний сигнал одиничної амплітуди, частота якого лінійно збільшується, і зафіксувати зміну амплітуди сигналу на виході.

Рівняння вхідного сигналу:

$$x(t) = \sin \left( \int_0^t \omega(t) dt \right) \quad (54); \quad \omega(t) = v_{\omega} t \quad (55),$$

де  $v_{\omega}$  – швидкість зміни частоти (або прискорення фази).

Після дискретизації цей сигнал приймає вигляд

$$x(iT) = \sin \left( \sum_{j=0}^i \omega(jT)T \right),$$

де  $i$  – номер відліку.

Оскільки фільтр є лінійною системою, на його виході буде також синусоїдальний сигнал з частотою  $\omega$ :

$$y(iT) = Y(iT) \sin \left( \sum_{j=0}^i \omega(jT)T \right),$$

де  $Y$  – амплітуда вихідного сигналу.

При  $v_{\omega} \rightarrow 0$  значення  $Y(iT)$  повинні наближатись до значень  $A(\omega(iT))$ , тобто при повільній зміні частоти осцилограма амплітуди вихідного сигналу фільтра практично повторює його АЧХ при приведенні осей абсцис до одного масштабу з урахуванням (55).

Проте при близькому до нуля значенні  $\varepsilon$  отримання АЧХ вимагає нескінченно великого часу моделювання. Тому швидкість зміни частоти потрібно обирати такою, щоб вільна складова амплітуди вихідного сигналу не перевищувала максимально допустиме значення  $Y_{\text{в.макс}}$ . Ця складова пропорційна швидкості зміни частоти  $\varepsilon$  і крутизні АЧХ  $dA/d\omega$  та обернено

пропорційна швидкості затухання перехідної характеристики фільтра. Остання залежить від дійсних частин полюсів фільтра та частот зрізу. Причому найбільший вплив на швидкість затухання перехідного процесу чинять полюс із найменшою за модулем дійсною частиною  $\min(\operatorname{Re}(P))$  та менша з частот зрізу  $\omega_{c1}$ . Тому при виборі швидкості наростання частоти можна скористатися наступною наближеною формулою:

$$v_{\omega} = 0,5 \frac{Y_{\text{в.мак}} \omega_{c1} |\min(\operatorname{Re}(P))|}{\max\left(\left|\frac{dA}{d\omega}\right|\right)}. \quad (56)$$

У курсовій роботі при розрахунку АЧХ слід приймати  $Y_{\text{в.мак}} = 0,1$ , а час моделювання  $t_{\text{мак}}$  встановлювати таким, щоб охопити діапазон до подвоєної найбільшої граничної частоти:

$$t_{\text{мак}} = \frac{\omega_2}{v_{\omega}}, \quad (57)$$

де для СФ  $\omega_2 = \omega_{s2}$ , а для ЗФ  $\omega_2 = \omega_{p2}$ .

Для отримання амплітуди вихідного сигналу  $Y$  необхідно на виході структурної схеми фільтра встановити детектор амплітуди, що працюватиме за наступним алгоритмом: при досягненні сигналом  $y(iT)$  максимуму або мінімуму вихідний сигнал детектора  $Y(iT)$  повинен набувати значення  $|y(iT)|$  і зберігати це значення до наступного екстремуму вихідного сигналу фільтра. Екстремуми функції  $y(iT)$  можна визначити як моменти переходу її похідної  $v_y(iT)$  через нуль. Оскільки сигнал є дискретним, його похідна визначається як

$$v_y(iT) = \frac{y(iT) - y(iT - T)}{T}. \quad (58)$$

Введемо логічну функцію  $D(iT)$ , яка приймає значення "1" тільки на відліках, що йдуть одразу після переходів  $v_y(iT)$  через нуль:

$$D(iT) = |H(v_y(iT)) - H(v_y(iT - T))|, \quad (59)$$

де  $H(x)$  – функція Хевісайда [5]. Вона відображає знак аргументу:

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \geq 0; \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Якщо відлік  $i$  йде одразу після екстремуму дискретної функції  $y(iT)$ , її похідна змінює знак, значення  $H(v_y(iT))$  і  $H(v_y(iT - T))$  є різними, і функція  $D(iT) = 1$ . Для інших відліків значення  $H(v_y(iT))$  і  $H(v_y(iT - T))$  є однаковими, і функція  $D(iT) = 0$ .

На відліках, де  $D(iT) = 0$ , функція  $Y(iT)$  повинна зберігати своє попереднє значення, а при  $D(iT) = 1$  – приймати нове значення, що дорівнює модулю вихідного сигналу фільтра на попередньому відліку:

$$Y(iT) = \bar{D}(iT)Y(iT - T) + D(iT)|y(iT - T)|, \quad (60)$$

де  $\bar{D}$  – інверсія функції  $D$ :

$$\bar{D}(iT) = 1 - D(iT). \quad (61)$$

Підставивши (61) у (60) і виконавши  $z$ -перетворення рівнянь (58)–(60), отримуємо:

$$v_y(z) = y(z) \frac{z-1}{Tz}; \quad (62)$$

$$D(z) = \left| H(v_y(z)) - H(v_y(z))z^{-1} \right|; \quad (63)$$

$$Y(z) = (1 - D(z))Y(z)z^{-1} + D(z)|y(z)z^{-1}|. \quad (64)$$

На підставі рівнянь (62)–(64) складаємо структурну схему детектора амплітуди (рис. 8). Зібравши цю схему в програмі Simulink, необхідно під'єднати її до виходу фільтра. У параметрах моделювання (Simulation→Configuration parameters→Solver options) необхідно задати Type: Fixed step із розміром кроку, що дорівнює періоду дискретизації  $T$ . На вхід фільтра потрібно за допомогою блоків "Ramp", "Integrator" та "Trigonometric function" подати сигнал (54) і отримати осцилограму амплітуди  $Y(t)$ .

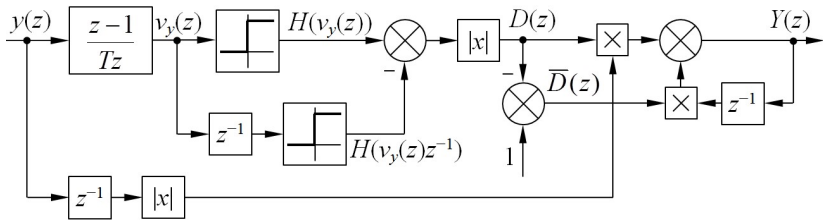


Рис. 8. Структурна схема детектора амплітуди

Після цього потрібно привести шкалу  $t$  до шкали  $\omega$  за (55) і отримати залежність  $Y(\omega)$ . Графік цієї залежності необхідно побудувати за допомогою функції "plot". Для того, щоб скористатися цією функцією, необхідно перед моделюванням у параметрах блока "Scope" у вкладці "History" встановити прапорець "Save data to workspace", Format: Array. Прапорець "Limit data points to last" потрібно прибрати, інакше збережеться тільки обмежена кількість точок. Після моделювання необхідно у Workspace знайти масив з ім'ям, заданим у параметрах блока "Scope" як "Variable name" і, натиснувши на нього правою кла-

вішею миші, обрати команду "plot". На екрані з'являться графіки двох функцій:  $t(i)$  та  $Y(i)$ . Перший необхідно видалити, а другий привести до шкали  $\omega$ . Підставимо у (55) формулу  $t = i / f_d$ :

$$i = k_{\omega i} \omega(i), \quad (65)$$

де

$$k_{\omega i} = f_d / \nu_{\omega}. \quad (66)$$

Після визначення коефіцієнта  $k_{\omega i}$  необхідно задати за віссю абсцис логарифмічний масштаб  $i$ , згідно з (65), задати межі (X Limits) і розташування міток цієї осі (Ticks  $\rightarrow$  X Tick Locations). Наприклад, номер відліку  $i$ , на якому розташовується мітка 10000 рад/с, визначається як  $10000 k_{\omega i}$ .

Отримана залежність  $Y(\omega)$  повинна з точністю до  $Y_{\text{в.мак}}$  збігатися з АЧХ фільтра  $A(\omega)$ , розрахованою у п. 2.2. Виконання цієї умови свідчить про те, що при відсутності у вхідному сигналі гармонічних складових з частотою, більшою ніж  $\omega_{\text{мак}}$  (що є половиною від частоти дискретизації), розроблений цифровий фільтр має такі самі властивості, що й аналоговий фільтр-прототип.

При подачі на вхід фільтра сигналів з частотами, більшими за  $\omega_{\text{мак}}$ , можна спостерігати явище періодичного повторення АЧХ з періодом, що дорівнює частоті дискретизації. Тому у курсовій роботі потрібно також розрахувати АЧХ на інтервалі  $0 \dots 3\omega_{\text{мак}}$ . При цьому допускається збільшення максимально допустимого значення вільної складової амплітуди  $Y_{\text{в.мак}}$  до величини 0,5. Після перерахунку  $\nu_{\omega}$  за формулою (56) визначається час моделювання:

$$t_{\text{мак}} = \frac{3\omega_{\text{мак}}}{\nu_{\omega}}. \quad (67)$$



Далі АЧХ розраховується так само, як і у попередньому випадку, тільки за віссю частот потрібно задати лінійний масштаб. На отриманому графіку повинно бути видно, що АЧХ на інтервалі  $\omega_{\max} \dots 2\omega_{\max}$  є дзеркальним відображенням АЧХ на інтервалі  $0 \dots \omega_{\max}$ , а далі характеристика періодично повторюється з періодом, що дорівнює частоті дискретизації  $\omega_d = 2\omega_{\max}$ .

Для розрахунку АЧХ фільтра можна також користуватися спеціальним програмним забезпеченням пакету Matlab, наприклад Frequency-Domain Analysis [11]. Але при цьому потрібно забезпечити точність розрахунку не нижче, ніж у розглянутому способі.

## **ВИСНОВКИ**

У результаті виконання курсової роботи "Проектування цифрового рекурсивного фільтра" студентами закріплюється матеріал з теорії обробки сигналів, теорії автоматичного керування та спеціальних розділів вищої математики. При цьому вони набувають навичок використання обчислювальної техніки для розв'язання таких задач, як автоматизоване проектування цифрових пристроїв, моделювання їх динаміки, розрахунків та дослідження характеристик.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. **Ахо, А.** Построение и анализ вычислительных алгоритмов [Текст] : пер. с англ. / А. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. Ульман. – М. : Мир, 1979. – 466 с.
2. **Бабак, В. П.** Обробка сигналів [Текст] : підручник / В. П. Бабак, В. С. Хандецький, Е. Шрюфер. – К. : Либідь, 1996. – 392 с.
3. **Вадутов, О. С.** Математические основы обработки сигналов : учебное пособие [Текст] / О. С. Вадутов. – Томск : Изд-во Томского политехнического университета, 2011. – 212 с.
4. Введение в цифровую фильтрацию [Текст] : пер. с англ. / под ред. Р. Богнера и А. Константинодиса. – М. : Мир, 1976. – 216 с.
5. **Воднев, В. Т.** Основные математические формулы. Справочник [Текст] / В. Т. Воднев, А. Ф. Наумович, Н. Ф. Наумович. – Минск : Вышэйшая школа, 1988. – 269 с.
6. **Дьяконов, В.** Simulink 4. Специальный справочник [Текст] / В. Дьяконов. – СПб. : Питер, 2002. – 528 с.
7. **Ежов, И. И.** Элементы комбинаторики [Текст] : пер. с укр. / И. И. Ежов, А. В. Скороход, М. И. Ядренко. – М. : Наука, 1977. – 80 с.
8. **Краснопрошина, А. А.** Современный анализ систем управления с применением MATLAB, Simulink, Control System [Текст] : учебное пособие / А. А. Краснопрошина, Н. Б. Репникова, А. А. Ильченко. – К. : "Корнійчук", 1999. – 144 с.
9. **Иванов, А. О.** Электронный курс по прикладному математическому пакету MathCAD 2001 (Pro) [Электронный ресурс] / А. О. Иванов, С. В. Булычева. – Режим доступа : <http://detc.ls.urfu.ru/assets/amath0021/>.
10. **Сергиенко, А. Б.** Цифровая обработка сигналов [Текст] / А. Б. Сергиенко. – СПб. : Питер, 2005. – 608 с.
11. Frequency-Domain Analysis [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.mathworks.com/help/control/frequency-response.html>.

## ЗМІСТ

|   |    |
|---|----|
| ВСТУП .....   | 3  |
| ЗАВДАННЯ ДЛЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТУВАННЯ .....   | 5  |
| 1. РОЗРАХУНОК НОРМОВАНОГО ФІЛЬТРА .....   | 8  |
| 1.1. Визначення мінімального порядку фільтра .....  | 8  |
| 1.2. Розрахунок полюсів фільтра .....   | 12 |
| 1.3. Визначення передавальної функції та розрахунок АЧХ<br>нормованого фільтра .....        | 13 |
| 2. РОЗРАХУНОК АНАЛОГОВИХ СМУГОВИХ ТА<br>ЗАГОРОДЖУЮЧИХ ФІЛЬТРІВ .....                        | 15 |
| 2.1. Визначення передавальних функцій фільтрів нижніх та<br>верхніх частот .....            | 16 |
| 2.2. Визначення передавальної функції та розрахунок АЧХ<br>аналогового фільтра .....        | 18 |
| 3. РОЗРАХУНОК ЦИФРОВОГО РЕКУРСИВНОГО<br>ФІЛЬТРА .....                                       | 20 |
| 3.1. Визначення дискретних передавальних функцій фільтрів<br>нижніх та верхніх частот ..... | 20 |
| 3.2. Побудова структурної схеми цифрового рекурсивного<br>фільтра .....                     | 26 |
| 3.3. Моделювання цифрового рекурсивного фільтра та<br>дослідження його характеристик .....  | 28 |
| ВИСНОВКИ .....  | 35 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ .....  | 36 |