

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Український державний морський технічний університет**  
**імені адмірала Макарова**

## **МЕХАНІКА-1**

**Методичні вказівки до лабораторних робіт**  
**з курсу фізики**

**Під редакцією О.О. Мочалова, О.О. Таранчука**

**Рекомендовано Методичною радою УДМТУ**

**Миколаїв 2003**

Механіка-1: Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу фізики / Під редакцією *О.О. Мочалова, О.О. Таранчука*. – Миколаїв: УДМТУ, 2003. – 60 с.

### *Кафедра фізики*

Наведено лабораторні роботи, що виконуються в лабораторіях кафедри фізики УДМТУ та були апробовані протягом багатьох років у ході студентських лабораторних занять. Описи робіт складені у відповідності до програми курсу загальної фізики для інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Кожна лабораторна робота містить короткі теоретичні відомості, опис установки в цілому і окремих приладів, методiku виконання робіт, контрольні запитання, які можуть бути використані при машинному способі контролю рівня підготовки студентів до їх виконання. У вступі подана теорія похибок вимірювання і приклади виконання та оформлення деяких конкретних лабораторних робіт.

Розробили викладачі кафедри фізики: *О.О. Мочалов, О.О. Таранчук* (вступ), *Ж.Ю. Буруніна* (М-1), *О.О. Таранчук* (М-2), *М.В. Ушкаць* (М-3), *В.П. Сипко* (М-4), *Н.І. Коваль* (М-5), *Л.І. Титюченко* (М-6).

Призначені для студентів усіх факультетів університету.

*Рецензент* канд. фіз.-мат. наук, доцент *В.П. Фролов*

© Український державний морський  
технічний університет, 2003

© Видавництво УДМТУ, 2003

## ВСТУП

Лабораторні заняття з фізики в Українському державному морському технічному університеті імені адмірала Макарова мають на меті поглибити теоретичні знання студентів і пов'язати їх з практикою, ознайомити студентів з сучасними технічними засобами і методами дослідження, а також сприяти докладнішому вивченню фізичних понять, явищ та законів.

При виконанні лабораторних робіт студентам доведеться вимірювати ті або інші фізичні величини. *Фізична величина* – це властивість, в якісному відношенні спільна для багатьох фізичних об'єктів (фізичних систем, їхніх станів і процесів, що в них відбуваються), але в кількісному відношенні індивідуальна для кожного об'єкта. Значенням фізичної величини називається оцінка фізичної величини за допомогою деякого числа взятих для неї одиниць. Одиниця фізичної величини – це фізична величина, якій за визначенням надано числове значення, що дорівнює одиниці.

Абстрактне число, яке виражає відношення значення величини до відповідної одиниці цієї фізичної величини, називається числовим значенням величини. Потрібно розрізняти істинне та дійсне значення фізичної величини. *Істинне значення* фізичної величини – це значення величини, яке ідеально відображає в якісному та кількісному відношеннях відповідну властивість об'єкта. *Дійсне значення* фізичної величини – це значення величини, яке знайдене експериментально і настільки наближається до істинного значення, що для даної цілі може бути використаним замість нього. Знаходження значень фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів називають вимірюванням.

*Пряме вимірювання* – вимірювання, при якому шукане значення величини знаходять безпосередньо з дослідних даних. *Непряме вимірювання* – вимірювання, при якому шукане значення величини знаходять на основі відомої залежності між цією величиною і величинами, які піддаються прямим вимірюванням. До непрямих вимірювань належить, наприклад, знаходження густини однорідного тіла за його масою та геометричними розмірами.

При прямих вимірюваннях рівняння вимірювання (якщо  $x = \text{const}$ , де  $x$  – властивість об'єкта) має вигляд

$$x_N = N_x \Delta x_k,$$

де  $N_x$  – числове значення величини;  $\Delta x_k$  – ціна поділки шкали або одиниці молодшого розряду цифрового відлікового пристрою.

Рівняння вимірювання для непрямих вимірювань має вигляд

$$Y_N = (X_{1N}, X_{2N}, \dots, a, b),$$

де  $X_{1N}, X_{2N}, \dots$  – результати прямих вимірювань аргументів;  $a, b$  – сталі коефіцієнти.

При будь-якому вимірюванні фізичної величини неминучі похибки. Причиною похибок є недосконалість методів і засобів вимірювання, неповнота наших знань або труднощі врахування всіх факторів, які зумовлюють перебіг певного явища, а також обмежені можливості наших органів чуття. У кожному окремому випадку можна вказати граничні значення, між якими перебуває вимірювана величина. Ідеться про надійні межі похибки результату вимірювання – верхню та нижню межі інтервалу, який накриває із заданою ймовірністю істинне значення величини.

Похибка вимірювання – відхилення результату вимірювання від істинного значення вимірюваної величини:

$$\Delta x = x_N - x.$$

Точність вимірювання визначається близькістю його результату до істинного значення вимірюваної величини.

Завданням фізичного експерименту є не тільки одержання найбільш точного значення вимірюваної величини, а й оцінка похибки вимірювання. Похибки вимірювань зумовлені різними причинами. За характером зміни їх поділяють на *систематичні*, *випадкові* та *промахи*:

систематичні похибки зумовлені дією незмінних за величиною і напрямом факторів. Вони сталі за величиною або змінюються за відомими законами;

похибки засобів вимірювання, які визначаються їхньою конструкцією та якістю виготовлення (наприклад, неточно програду-йовано шкалу, неправильно встановлено нульову поділку вимірювального приладу тощо), значною складністю вимірювань;

похибки вибраного методу вимірювання, в якому не враховано деякі фактори, що впливають на результат вимірювання (наприклад, не враховано зменшення ваги в повітрі за законом Архімеда при зважуванні тіл та ін.).

*Систематичні похибки*, зважаючи на їх причинність, можна зменшити вдосконаленням методів вимірювання, уточненням теорії відповідного фізичного явища, удосконаленням вимірювальних приладів, якщо своєчасно перевіряти їх і вносити відповідні поправки або при відомому законі їхньої зміни усувати з результатів вимірювання систематичні похибки на основі методів автоматичної корекції, а також підвищувати уважність експериментатора в процесі вимірювання. Правильність вимірювання – це якість вимірювання, яка відображає близькість до нуля систематичної похибки. Малі значення систематичної похибки є свідченням правильності вимірювань.

*Випадкові похибки* – це похибки, які змінюються випадково (без будь-якої очевидної закономірності) при повторних вимірюваннях тієї самої величини. Вони проявляються нерегулярно і з нерегулярною інтенсивністю. Випадкові похибки виникають унаслідок одночасної дії багатьох відомих та невідомих, залежних та незалежних причин. Вони можуть бути зумовлені як об'єктивними, так і суб'єктивними причинами:

дією навколишнього середовища (наприклад, освітленням приладів, зміною температури в процесі вимірювання, змінами напруги в електричній мережі, повітряними течіями);

недосконалістю наших органів чуттів, головним чином, недостатніми гостротою та якістю зору і слуху (йдеться про фізіологічні характеристики органів чуття), реакцією на спостереження, психологічним настроєм на вимірювання тощо. Випадкові похибки вимірювання підлягають статистичним закономірностям, і тому їхнє значення можна оцінити.

*Промахи* (грубі похибки вимірювань) – це похибки вимірю-

вань, які істотно (сильно) перевищують похибку, очікувану при даних умовах. Вони зумовлені неухважністю експериментатора, який неправильно зробив відлік або неправильно його записав, а також неправильним поводженням із засобами вимірювання (неправильним вмиканням вимірювальних приладів) і т. д.

При підсумковій оцінці результатів вимірювання такі помилкові дані слід відкинути та провести вимірювання вдруге в інших умовах або повторити через певний проміжок часу (ідеться про контрольне вимірювання).

За способом вираження, змістом і критерієм оцінки точності вимірювання похибки поділяються на абсолютні та відносні.

*Абсолютна похибка* вимірювання – похибка вимірювання, виражена в одиницях вимірюваної величини:

$$\Delta x_i = X - x_i,$$

де  $x_i$  – значення, здобуте при одному з вимірювань;  $X$  – істинне значення вимірюваної величини.

*Відносна похибка* – це відношення абсолютної похибки вимірювання до істинного значення вимірюваної величини:

$$E = \frac{\Delta x_i}{X}.$$

Відносна похибка виражається у відносних одиницях або у відсотках.

Точність вимірювань  $\epsilon$  – це якість вимірювання, що відображає близькість виміряного значення до істинного значення вимірюваної величини:

$$\epsilon = \frac{X}{\Delta x_i} = \frac{1}{E}.$$

Відтворюваність вимірювань – це якість вимірювання, яка відображає близькість один до одного його результатів, здобутих у різний час, у різних місцях і різними методами та засобами.

# 1. ОЦІНКА ВИПАДКОВОЇ ПОХИБКИ ПРИ ПРЯМИХ ВИМІРЮВАННЯХ

До прямих вимірювань належать вимірювання величин, які проводяться безпосередньо на приладах.

## 1.1. Визначення похибки за середнім значенням. Абсолютна похибка

Нехай шукана величина  $x$  виміряна  $n$  разів в однакових умовах і при цьому одержано ряд близьких значень  $x$ .

Різні значення величини  $x$  одержані тому, що під час її вимірювання були допущені випадкові похибки. Через статистичний характер випадкових похибок більш близьким до істинного значення вимірюваної величини буде середнє арифметичне значення результатів усіх вимірювань

$$x_{\text{ср}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (1)$$

При цьому чим більше буде зроблено вимірювань, тим ближче буде середнє арифметичне значення до істинного значення фізичної величини.

Оскільки істинне значення  $x$  вимірюваної величини часто невідоме, за цю величину беруть середнє арифметичне значення результатів окремих вимірювань:  $x = x_{\text{ср}}$  (див. вираз (1)).

За похибки окремих вимірювань беруть різницю між вимірюваними значеннями фізичної величини та їх середньоарифметичним значенням:

$$\Delta x = x_i - x_{\text{ср}}. \quad (2)$$

Сума похибок у цьому випадку повинна дорівнювати нулю (і якщо відрізняється від нуля, то тільки через округлення середньоарифметичного значення), тому за *абсолютну* похибку вимірювань беруть величину, яка дорівнює середньоарифметичній із абсолютних величин окремих похибок вимірювань (див. вираз (2)), тобто

$$\Delta x = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots + |\Delta x_n|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |\Delta x_i|}{n}. \quad (3)$$

При такому обчисленні похибки ймовірність того, що істинне значення величини  $x$  буде лежати між границями  $x_{\text{ср}} \pm \Delta x$  (за теорією ймовірності), становитиме 64 %, якщо число вимірювань буде менше чотирьох. Якщо число вимірювань буде дорівнювати чотирьом, то ймовірність такого збігу зросте до 90 %, а якщо число вимірювань буде дорівнювати дев'яти – до 98 %. Отже, значення абсолютної похибки дозволяє встановити границі, в яких з певною ймовірністю лежить шукана величина:

$$x = x_{\text{ср}} \pm \Delta x.$$

## 1.2. Відносна похибка

Відношення абсолютної похибки вимірювання до середнього значення шуканої величини називається *відносною похибкою* вимірювань  $E$ , яка виражається у відсотках:

$$E_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{ср}}} \quad \text{чи} \quad E_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{ср}}} \cdot 100 \%. \quad (4)$$

## 1.3. Інструментальна похибка

Через різні дефекти при виготовленні приладів, а також у результаті відхилення умов вимірювань від ідеальних у вимірюваннях завжди спостерігається похибка, характерна для даного приладу, яка називається *інструментальною похибкою*. Інструментальна похибка вважається, як правило, однаковою протягом усієї шкали. Відносна похибка вимірювань буде тим менша, чим більша частина шкали приладу використовується для вимірювань.

### 1.3.1. Визначення інструментальної похибки за класом точності

*Клас точності* – помножене на сто відношення інструментальної похибки до границі вимірювань. Границя вимірювання позначається на клемках приладу або на перемикачі границь вимірювання. Клас точності, який враховує цілі і десяті частки, розділені крапкою, вказаний на циферблаті приладу (наприклад, 0.5; 1.5 та ін.), тобто

$$\text{Клас точності} = \frac{\Delta x_{\text{прил}}}{\text{Границя вимірювання}} \cdot 100,$$



звідки

$$\Delta x_{\text{прил}} = \frac{\text{Клас точності} \cdot \text{Границя вимірювання}}{100}. \quad (5)$$

Приладова похибка буде тим менша, чим менша границя вимірювання, тому слід користуватись найменшою границею вимірювань.

Ціна поділки  $C$  дорівнює границі вимірювань, поділеній на число поділок усієї шкали:

$$C = \frac{\text{Границя вимірювання}}{\text{Число поділок шкали}}. \quad (6)$$

Інколи на приладах клас точності вказаний у вигляді 1,0; 1,5 і т. д. У цьому випадку клас точності – це найбільша відносна похибка вимірювання

$$\frac{\Delta x}{x} \cdot 100 = 0,5 \Rightarrow \Delta x = \frac{0,5}{100} x.$$

**Приклад.** Необхідно виміряти напругу 10 В. Маємо прилад з границями вимірювань 3; 7,5; 15; 60 В; клас точності 1,5. Число поділок 75. Границя 3 не придатна, оскільки вмикання до неї може викликати руйнування приладу. Виберемо границю 60 В:

$$\Delta x_{\text{прил}} = \frac{1,5}{100} \cdot 60 \text{ В} = 0,9 \text{ В}; \quad E = \frac{\Delta x_{\text{прил}}}{x} \cdot 100 \% = 9 \%.$$

При границі 15 В похибка

$$\Delta x_{\text{прил}} = \frac{1,5 \cdot 15 \text{ В}}{100} = 0,2 \text{ В}; \quad E = \frac{0,2}{10} = 2 \%.$$

Ціна поділки  $C = 15 \text{ В}/(75 \text{ под.}) = 0,2 \text{ В/под.}$ , і показання приладу при напрузі 10 В будуть  $N = 10 \text{ В}/(0,2 \text{ В/под.}) = 50 \text{ под.}$

Перед вимірюваннями слід розрахувати приблизні значення шуканої величини за допомогою вимірювань з найбільшою границею, а після цього перейти до найменшої можливої границі, звичайно більшої, ніж вимірювана величина.

### 1.3.2. Визначення приладової похибки за ціною поділки

Прилади виготовляють таким чином, щоб їх максимальна похибка була менша від ціни найменшої поділки. У такому випадку за приладову похибку  $\Delta x$  беруть половину ціни найменшої поділки:

$$\Delta x = \frac{C_{\min}}{2}.$$

## 1.4. Порядок визначення похибки прямих вимірювань

1. Приступаючи до вимірювань, слід визначити і записати ціну поділки існуючих приладів та їх інструментальні похибки згідно з пп. 1.3.1 і 1.3.2.

2. Провести вимірювання. Якщо одержані результати мають збіг, за похибку вимірювань взяти інструментальну похибку та визначити відносну похибку  $E = (\Delta x_{\text{прил}}/x)100\%$ .

3. Якщо при одних і тих же умовах показання приладу змінюються від вимірювання до вимірювання, то слід визначити похибку за середнім значенням. Із двох похибок – приладової та за середнім значенням – вибрати найбільшу.

4. Похибку  $\Delta x$  округлити до першого розряду, відмінного від нуля. До цього ж розряду округлити виміряне середнє  $x_{\text{ср}}$ . Визначити відносну похибку  $E = (\Delta x_{\text{ср}}/x)100\%$  з двома знаками.

5. Результат записати у вигляді  $x = x_{\text{ср}} \pm \Delta x$ .

Зручно записувати значення  $x$  у нормалізованому вигляді, тобто  $x = (x_0 \pm \Delta x) 10^k$  одиниць вимірювань, де  $1 \leq x_0 \leq 10$ ;  $k$  – порядок числа.

Можна використати часткові приставки СІ: мега (М) –  $10^6$ , кіло (к) –  $10^3$ , мілі –  $10^{-3}$ , мікро (мкм) –  $10^{-6}$  від основної величини.

**Примітка.** Для приблизних обчислювань можна скористатися наступним правилом: у вимірних значеннях залишають ті розряди, які повторюються (правильні цифри), і ще два розряди, що змінюються із досліду в дослід, останні відкидаються або округляються. Тоді різниці  $\Delta x_i$  будуть складати не більше двох цифр, що значно полегшить обчислення  $\Delta x$ . Під час запису кінцевого результату другий сумнівний знак округляється і відкидається (не можна замінити нулем). Зручно обчислення оформляти у вигляді таблиць.

## 2. ОЦІНКА ВИПАДКОВОЇ ПОХИБКИ ПРИ НЕПРЯМИХ ВИМІРЮВАННЯХ

У більшості лабораторних робіт для визначення шуканої величини треба проводити прямі заміри декількох інших вихідних величин, а потім за формулами обчислювати шукану. Такі вимірювання називаються *непрямими*. Отже, шукана величина  $A$  подається у вигляді функції від виміряних величин, фізичних і математичних констант, тобто

$$A = f(x, y, z, u). \quad (8)$$

Для підрахунків похибок шуканої величини  $\Delta A$  використовують, у залежності від умов проведення досліду, наступні методи:

**метод частинного диференціювання**, що використовується, коли всі заміри вихідних величин проведені в однакових умовах або по одному разу. Для всіх вимірюваних величин  $x, y, z$  складаються середні арифметичні значення  $x_{\text{ср}}, y_{\text{ср}}, z_{\text{ср}}$  та визначаються похибки  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  (за правилами знаходження похибок прямих вимірювань: або за середнім значенням, або за ціною поділки, або за класом точності приладу). За значеннями  $x_{\text{вим}} = x_{\text{ср}}, y_{\text{вим}} = y_{\text{ср}}, z_{\text{вим}} = z_{\text{ср}}$  та  $u_{\text{вим}} = u_{\text{ср}}$  обчислюється

$$A_{\text{вим}} = f(x_{\text{вим}}, y_{\text{вим}}, z_{\text{вим}}, u_{\text{вим}}) \quad (9)$$

з точністю, яка дорівнює найменшій відносній похибці вихідних величин плюс один запасний розряд (звичайно достатньо трьох розрядів).

Похибку  $\Delta A$  знаходять за формулою

$$\Delta A = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\text{вим}} \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{\text{вим}} \Delta y + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{\text{вим}} \Delta z + \left| \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\text{вим}} \Delta u, \quad (10)$$

де  $\left| \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\text{вим}}, \dots, \left| \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\text{вим}}$  – взяті по модулю (тільки позитивні значення) частинні похідні від функції  $f$  за аргументами  $x, y, z, u$  та виміряні для значень  $x = x_{\text{вим}}; y = y_{\text{вим}}; z = z_{\text{вим}}; u = u_{\text{вим}}; u$  – округлене значення табличної величини  $u$ ;  $\Delta u$  – похибка округлення. Усі додан-

ки у формулі (10) визначаються з точністю до 1 % (два розряди), не більше; кінцева похибка  $\Delta A$  та  $A_{\text{вим}}$  округляються до першого розряду, відмінного від нуля.

Остаточний запис результату такий, як у підрозд. 1.4;

**метод диференціювання натурального логарифма**, що значно полегшує знаходження похибки  $\Delta A$  і застосовується в тому випадку, коли шукана величина  $A$  може бути записана у вигляді множення (і ділення) вихідних величин у деяких показниках степеня, тобто

$$A = f(x, y, z, u) = x^{K_x} y^{K_y} z^{K_z} \dots u^{K_u}, \quad (11)$$

де  $K_x, K_y, K_z, \dots, K_u$  – будь-які додатні, від'ємні, цілі та дробові числа.

Прологарифмувавши вираз (11), одержимо

$$\ln A = K_x \ln x + K_y \ln y + \dots + K_u \ln u,$$

а після диференціювання –

$$\frac{dA}{A} = K_x \frac{dx}{x} + K_y \frac{dy}{y} + \dots + K_u \frac{du}{u}.$$

Переходячи до похибок, заміняємо диференціали похибками, значення  $x, y, z, u$  – вимірними значеннями, тобто взявши  $x = x_{\text{вим}}$ ,  $y = y_{\text{вим}}, \dots$  і значення  $K_x, K_y, K_z$  та  $K_u$  по модулю, отримаємо

$$\frac{\Delta A}{A_{\text{вим}}} = |K_x| \frac{\Delta x}{x_{\text{вим}}} + |K_y| \frac{\Delta y}{y_{\text{вим}}} + \dots + |K_u| \frac{\Delta u}{u_{\text{вим}}};$$

$$E_A = |K_x| E_x + |K_y| E_y + \dots + |K_u| E_u,$$

де  $E_A = \Delta A / A_{\text{вим}}$  – відносна похибка обчислення  $A$ ;  $E_y = \Delta y / y_{\text{вим}}$  та  $E_x = \Delta x / x_{\text{вим}}$  – відносні похибки вимірювань величин  $x$  і  $y$ .

Визначивши  $A_{\text{вим}}$  з вихідної формули (9), можна знайти абсолютну похибку з виразу

$$\Delta A = E_A A_{\text{вим}}.$$

Значення  $A$  і  $\Delta A$  округляються до першого розряду, відмінного від нуля. Кінцевий запис результату такий же, як і в підрозд. 1.4;

**метод середнього значення**, що використовується в тому випадку, коли вимірювання проводять у різних умовах. Наприклад, для визначення в'язкості рідини методом Стокса вимірюють діаметр  $d$  різних кульок і час  $t$  їх падіння в рідині; для визначення модуля Юнга вимірюють видовження дроту  $\Delta l$  з різними важками (різної маси  $m$ ) і т. д. Невірно брати середнє значення з діаметрів кульок і часу їх падіння, тому що різниця зумовлена не стільки випадковими похибками, скільки фактично різницею кульок за масою.

У цьому випадку у вихідній формулі (8) для обчислення  $A$  необхідно виділити таку комбінацію змінюваних величин  $x$  та  $y$ , яка повинна бути сталою протягом усіх дослідів. Позначивши цю сталу величину через  $B$ , знаходять її середнє значення  $B_{\text{ср}}$  і похибку  $\Delta B$ , як за середнім значенням для прямих вимірювань (див. підрозд. 1.1). Кінцева величина  $A$  та її похибка  $\Delta A$  визначаються методом частинного диференціювання або методом диференціювання натурального логарифма функції з урахуванням похибок вимірювання та округлення інших величин.

### Зауваження

1. Якщо шукана величина  $A$  дорівнює сумі чи різниці вимірюваних величин ( $x \pm y$ ), то, провівши частинне диференціювання, знаходимо, що похибка шуканої величини дорівнює сумі абсолютних похибок вимірюваних величин:

$$\Delta A = \Delta x + \Delta y.$$

У цьому випадку вимірювання  $x$  та  $y$  слід виконувати з однаковою абсолютною похибкою  $\Delta x \approx \Delta y$  і всі три величини округляти до однакового розряду.

2. Якщо шукана величина  $A$  дорівнює добутку або частці від вимірюваних величин, то відносна похибка дорівнює сумі відносних похибок вимірюваних величин:  $\Delta A/A = \Delta x/x + \Delta y/y + \Delta z/z$ . У цьому випадку вимірювання всіх величин слід проводити з однаковою відносною похибкою та однаковою кількістю значущих цифр.

3. Аналіз формул (3)–(6) дозволяє організувати експеримент найбільш раціональним способом. Припустимо, вимірювання будь-якої величини  $y$ , виконане з похибкою  $\Delta y$ , дає найбільший дода-

нок  $\left| \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\text{вим}} \Delta y$  у виразі похибки  $\Delta A$ . Отже, треба намагатись змен-

шити саме цей доданок, використавши для вимірювання  $y$  більш точні прилади. Коли ж збільшити точність вимірювання  $y$  не вдається, то для вимірювання останніх величин ( $x$ ,  $y$ ,  $u$  і т. д.) слід, якщо можна, користуватись такими приладами, щоб відповідні доданки  $\left| \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\text{вим}} \Delta x$ ,  $\left| \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{\text{вим}} \Delta z$  були на порядок (у два-п'ять разів) менші від максимального доданка. Недоцільно надмірно збільшувати точність вимірювання величин  $x$ ,  $y$  та  $z$ ; випадкова похибка вимірювання повинна бути того ж порядку, що і систематична похибка вимірювання  $\Delta A$ .

### 3. ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ

При обчисленні шуканої величини слід користуватись наступними загальними правилами: обчислення з одним знаком дають відносну похибку до 40...50 %; з двома знаками – від 1 до 10 % (0,01...0,1); з трьома знаками і на калькуляторі – від 0,1 до 1 % (0,001...0,01) і т. д.

Якщо ж у формулі є різниці близьких величин, то похибка при цьому може тільки зрости.

#### 3.1. Правила наближених обчислень

Для встановлення границь, в яких лежить шукана величина, вирішальне значення має перша значуща цифра абсолютної похибки.

*Значущими цифрами* (або просто *знаками*) називаються всі цифри даного числа, починаючи з першої зліва, відмінної від нуля, до останньої, яка може бути і нулем.

Наприклад, число 0,00047 містить дві значущі цифри (4 і 7), а число 0,00320 – три (3; 2; 0). Тому похибки звичайно обчислюють до другої значущої цифри, а потім округляють до першої. В одержаному наближеному значенні шуканої величини зберігають правильні і сумнівні знаки, а останні округляють.

*Сумнівним знаком* називають знак, який має збіг за розрядом з першою значущою цифрою абсолютної похибки. Усі знаки зліва до сумнівного будуть правильними.

Наприклад, у результаті обчислень одержано:  $a = 6,786$ ;  $\Delta a = 0,026$ . Тут цілі і десяті є правильними цифрами, соті – сумнівними, а тисячні знаходяться в області похибки. Округляючи похибку до першої значущої цифри – до сумнівного знака, одержуємо  $a = 6,79 \pm 0,03$ .

Якщо в десятковому дробі останні правильні цифри – нулі, то під час запису дробу вони зберігаються. Цифри, що лежать в області похибки і відкинуті при округленні, нулями не замінюються. Наприклад,  $B = 4,002$ ;  $\Delta B = 0,01$ . Округляючи наближене значення величини до сумнівного знака, одержуємо  $B = 4,50 \pm 0,01$ . При округленні цілого числа відкинуті знаки не слід замінити нулями, а треба перемножити на 10 у відповідному степені. Наприклад,  $C = 847625$ ;  $\Delta C = 235$ . Тут сотні є сумнівним знаком, оскільки перша зліва значуща цифра абсолютної похибки знаходиться в розряді сотень. Тому, округливши похибку  $\Delta C = 2 \cdot 10^2$ , а саме число – до сумнівного знака ( $8476 \cdot 10^2$ ), одержимо  $C = (8,476 \pm 0,002) \cdot 10^5$ .

При округленні остання збережена цифра не змінюється, якщо перша відкинута величина менша 5. Остання збережена цифра збільшується на одиницю, якщо перша відкинута більша або дорівнює 5 (за винятком тих випадків, коли сама п'ятірка – результат округлення в сторону збільшення).

При додаванні і відніманні наближених чисел обидва доданки (або зменшуване і від'ємник) округляють до однакового порядку десяткових знаків. Кількість десяткових знаків, які необхідно зберегти, визначається доданком, що має найменше число цих знаків.

Щоб штучно не зменшувати похибку за рахунок округлення, треба робити однакову кількість округлень як у сторону збільшення, так і в сторону зменшення доданків чисел чи зберігати один зайвий десятковий знак.

Наприклад,  $A = 19063,41 + 0,431 - 48,756 - 4,3678$ . Найменшу кількість десяткових знаків має число 19063,41 (два). Після округлення всіх чисел одержимо

$$A = 19063,41 + 0,43 - 48,76 - 4,37 = 19010,71.$$

При перемноженні та діленні наближених чисел усі співмножники (або ділене і дільник) округляють до однакового числа значущих цифр. Кількість значущих цифр, які необхідно залишити, визначається числом, що містить найменшу кількість знаків.

При послідовному множенні і діленні, а також складанні і відніманні декількох наближених чисел проміжні результати треба округлити, залишаючи одну зайву значущу цифру. Кінцевий результат округляють, залишаючи в ньому стільки значущих цифр, скільки їх має наближене число з найменшою кількістю знаків. Наприклад, треба визначити:

$$A = \frac{14,75}{8,6 \cdot 1,27 \cdot 0,5256}.$$

Найменшу кількість знаків має число 8,6; тому округляємо всі числа до двох значущих цифр:

$$A = \frac{15}{8,6 \cdot 1,3 \cdot 0,53}.$$

Проміжні обчислення:  $8,6 \cdot 1,3 = 11,18$ . Округляємо число 11,18, залишаючи один зайвий знак до третьої значущої цифри, і перемножаємо на 0,53:  $11,2 \cdot 0,53 = 5,936$ . Тоді

$$A = \frac{15}{5,94} = 2,52.$$

Після округлення кінцевого результату до двох значущих цифр одержимо  $A = 2,5$ . У цьому прикладі ділення виконали з одним зайвим знаком, щоб знайти, в яку сторону потрібно округляти кінцевий результат.

*При піднесенні до степеня* (не вище четвертого) в результаті слід зберігати стільки значущих цифр, скільки їх має основа.

*При добуванні кореня* (не вище четвертого степеня) у результаті слід зберігати стільки значущих цифр, скільки їх має підкореневе число.



#### 4. ГРАФІЧНЕ ОФОРМЛЕННЯ РОБІТ. ПОБУДОВА ПОЛЯ ПОХИБОК

Часто метою лабораторної роботи є одержання графічної залежності однієї фізичної величини від іншої:  $A = f(x)$ . Наприклад, треба дослідити залежність коефіцієнта внутрішнього тертя рідини від температури  $\eta = f(t)$ . Для цього при різних температурах проводять заміри та обчислюють коефіцієнт внутрішнього тертя.

Роботу оформляють графічно, відкладаючи по осі абсцис температуру (аргумент), а по осі ординат – коефіцієнт внутрішнього тертя (функцію). Графік слід будувати на міліметровому папері. Масштаб вибирають так, щоб легко було переходити до нього від натури, тобто щоб в 1 см розміщувалось  $1 \cdot 10^K$ , або  $2 \cdot 10^K$ , або  $5 \cdot 10^K$  одиниць вимірюваної величини ( $K$  – довільне ціле число). Для зручності користування графіком по осях записують число одиниць через кожні 1...2 см.

Співвідношення між масштабами по осях повинно бути таким, щоб крива не була дуже пологою і дуже крутою. Це значить, що якщо зміна аргументу викликає невелику зміну функції, то по осі ординат слід взяти більший масштаб, ніж по осі абсцис.

Після нанесення експериментальних точок на графіку будують *поле похибок*, тобто в масштабі графіка ліворуч і праворуч від експериментальних точок відкладають похибку вимірювань аргументу  $\Delta x$ , а наверх і вниз – похибку вимірювань шуканої величини  $A$ . Потім проводять горизонтальні та вертикальні лінії довжиною  $2\Delta x$  і  $2\Delta A$  або будують прямокутники зі сторонами  $2\Delta x$  і  $2\Delta A$ . Довжина цих ліній повинна бути 1...5 см.

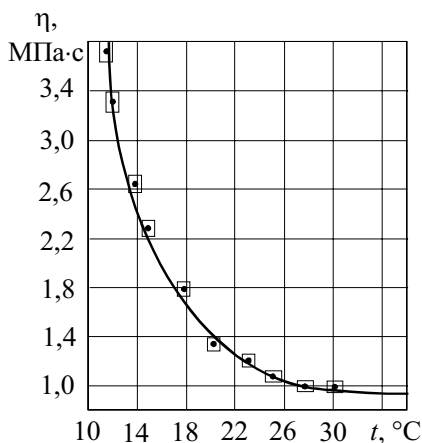
На експериментальних кривих часто спостерігається деякий розкид точок, зумовлений похибками вимірювань. При побудові графіка необхідно нанести всі точки (розміри точок повинні бути не менше 1 мм) відповідно вимірюваним величинам; побудувати поле похибок для кожної точки, а потім провести плавну криву так, щоб точки рівномірно розміщувались по обидві сторони кривої і крива проходила через поля похибок експериментальних точок. Якщо поля похибок однієї-двох точок не перетинаються пивною кривою, то це свідчить про грубу похибку в даних вимірюваннях.

**Приклад.** Нехай при вимірюванні залежності в'язкості гліце-

рину від температури одержані наступні значення в'язкості з відносною похибкою 3 % (наведено в таблиці).

$t, ^\circ\text{C}$	11	12	14	15	18	20	23	25	28	30
$\eta, \text{МПа}\cdot\text{с}$	3,8	3,3	2,68	2,30	1,80	1,36	1,20	1,06	1,00	1,00
$\Delta\eta, \text{МПа}\cdot\text{с}$	0,1	0,1	0,08	0,07	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03

Похибка вимірювання температури  $\Delta t = 0,5 ^\circ\text{C}$ , інтервал зміни температури 10...30  $^\circ\text{C}$ . Вибираємо масштаб 10  $^\circ\text{C}$  на 5 см, тоді



Графік залежності коефіцієнта в'язкості  $\eta$  гліцерину від температури  $t$  з побудовою поля похибок

проти п'ятисантиметрових ліній стояли круглі значення. Наносимо експериментальні точки, будуємо поле похибок і проводимо плавну криву (див. графік).

Масштаби по осях:  $r_\eta = 0,2 (\text{МПа}\cdot\text{с})/\text{см}$ ;  $r_t = 2 ^\circ\text{C}/\text{см}$ .

## 5. КОРИСТУВАННЯ ДОВІДКОВИМИ ТАБЛИЦЯМИ

Часто в робочу формулу, крім вимірюваних величин, входять і такі, які беруться з довідкових таблиць (питома теплоємність, прискорення сили тяжіння  $g$ , число  $\pi$  та ін.).

Завдяки тому, що в числових значеннях величин, наведених у

таблицях, залишені тільки правильні знаки, абсолютна похибка числа, взятого з таблиці, не може перевищувати половину одиниці останньої значущої цифри цього числа. Наприклад, у таблиці показано, що питома теплоємність міді  $c = 395 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ . У цьому випадку абсолютна її похибка  $\Delta c = 0,5 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ .

У деяких випадках у таблиці наведено більше значущих цифр, ніж потрібно для розрахунку (відповідно до правил наближених обчислень). Тоді табличну величину округляють, залишаючи в ній потрібну кількість знаків, а абсолютну похибку округлення беруть рівною похибці округлення.

Наприклад, при визначенні об'єму циліндра висота і діаметр його були заміряні до четвертої значущої цифри. Тоді число  $\pi$ , яке дорівнює 3,1415826525, слід округлити до такої ж кількості знаків, тобто взяти 3,142. Похибка округлення в цьому випадку  $\Delta\pi = -4 \cdot 10^{-4}$ . Похибка ця належить до п'ятого знака, в той час як усі останні – до четвертого, тому нею можна знехтувати.

У константах слід залишати кількість знаків, які дорівнюють або більші на один, ніж у вимірюваних величинах. В останньому випадку похибкою округлення можна знехтувати.

У деяких таблицях відображена залежність двох фізичних величин, одна з яких вимірюється безпосередньо, наприклад залежність густини від температури, температури кипіння від тиску та ін. Абсолютна похибка такої величини зумовлена похибкою вимірювання аргументу. Наприклад, температура води  $t = 22^\circ\text{C}$ ;  $\Delta t = 0,5^\circ\text{C}$ . Треба визначити густину  $\rho$  води та її абсолютну похибку  $\Delta\rho$ .

За таблицями визначимо: при  $t = 22^\circ\text{C}$   $\rho = 997,80 \text{ кг/м}^3$ ;

при  $t_1 = 21^\circ\text{C}$   $\rho_1 = 998,02 \text{ кг/м}^3$ ; при  $t_2 = 23^\circ\text{C}$   $\rho_2 = 997,57 \text{ кг/м}^3$ .

Знаходимо середню швидкість зміни функції:

$$b = \frac{\rho_2 - \rho_1}{t_2 - t_1} = \frac{997,57 - 998,02}{23 - 21} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}} = -0,22 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}}.$$

Тоді похибка  $\Delta\rho = |b|\Delta t = 0,22 \cdot 0,5 \text{ кг/м}^3 = 0,11 \text{ кг/м}^3$ .

Округливши абсолютну похибку до першої значущої цифри, а саме значення густини – до сумнівного знака, одержимо  $\Delta\rho = (997,8 \pm 0,1) \text{ кг/м}^3$ .

## 6. ЛІНІЙНА ІНТЕРПОЛЯЦІЯ

Часто в таблицях немає значення аргументу, для якого відшукується функція, а є більше чи менше значення. Обчислення значення функції в цьому випадку проводиться методом *інтерполяції*.

Лінійну інтерполяцію можна застосовувати в тих випадках, коли з достатньою точністю залежність функції від аргументу є лінійною, тобто має вигляд  $f(x) = f(x_1) + f(x - x_1)$ .

В інших випадках використовується більш складна інтерполяція.

Наведемо наступні залежності:

при  $t_1 = 15\text{ }^{\circ}\text{C}$   $\alpha_1 = 73,26 \cdot 10^{-3}\text{ Н/м}$ ; коли  $t_2 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $\alpha_2 = 72,53 \cdot 10^{-3}\text{ Н/м}$ .

Припустивши, що в границях  $\pm 5\text{ }^{\circ}\text{C}$  залежність  $\alpha$  від температури лінійна, тобто  $\alpha = \alpha_1 + b(t - t_1)$ , знаходимо  $b = (\alpha_2 - \alpha_1)/(t_2 - t_1) = \Delta\alpha/\Delta t$ , відповідне зміні температури на  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Для цього різницю сусідніх значень функції ділимо на "крок" таблиці ("крок" таблиці дорівнює різниці значень аргументу), тобто

$$b = \frac{(72,53 - 73,26) \cdot 10^{-3}}{(20 - 15)} \frac{\text{Н/м}}{\text{град}} = -0,15 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м} \cdot \text{град}}.$$

Далі знаходимо значення функції  $\alpha$  за формулою

$$\alpha = \alpha_1 + b(t - t_1),$$

або

$$\alpha = 73,26 \cdot 10^{-3}\text{ Н/м} + \left( -0,15 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м} \cdot \text{град}} \right) (18 - 15)\text{ град} = 72,81 \cdot 10^{-3}\text{ Н/м}.$$

Якщо температура була виміряна з похибкою  $\Delta t = 0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , то абсолютна похибка  $\Delta\alpha$ , яка відповідає цій похибці  $\Delta t$ ,

$$\Delta\alpha = |b|\Delta t = 0,15 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м} \cdot \text{град}} \cdot 0,5\text{ град} = 0,075 \cdot 10^{-3}\text{ Н/м}.$$

Кінцевий результат обчислення записується так:

$$\alpha \pm \Delta\alpha = (72,81 \pm 0,08) \cdot 10^{-3}\text{ Н/м}.$$

## 7. ПРИКЛАДИ ОБЧИСЛЕННЯ ПОХИБОК ТА ОФОРМЛЕННЯ ВІДПОВІДЕЙ ДЕЯКИХ КОНКРЕТНИХ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

**Приклад 1.** Визначення густини твердого тіла циліндричної форми.

Виразимо густину тіла через величини, які безпосередньо вимірюються, тобто через масу тіла  $m$ , діаметр циліндра  $D$  та його висоту  $h$ :

$$\rho = \frac{m}{V}; \quad V = \frac{\pi D^2}{4} h; \quad \rho = \frac{4m}{\pi D^2 h}.$$

Запишемо результати вимірювань:

$$\begin{aligned} h &= 10,58 \text{ см}; & \Delta h &= \pm 0,01 \text{ см}; \\ D &= 2,784 \text{ см}; & \Delta D &= \pm 0,001 \text{ см}; \\ m &= 485,5 \text{ г}; & \Delta m &= \pm 0,1 \text{ г}. \end{aligned}$$

Найменша серед виміряних величин – діаметр, тому для його вимірювання був вибраний найбільш чутливий прилад – мікрометр.

Для одержання відносної похибки такого ж порядку при вимірюванні всіх величин висоту достатньо виміряти штангенциркулем з точністю до 0,01 см, а зважування провести з точністю до 0,1 г.

Прологарифмувавши та продиференціювавши останній вираз для  $\rho$ , одержимо

$$\ln \rho = \ln 4 + \ln m - \ln \pi - 2 \cdot \ln D - \ln h, \quad \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} - \frac{d\pi}{\pi} - \frac{2dD}{D} - \frac{dh}{h}.$$

Замінивши  $d$  на  $\Delta$  і додавши абсолютні значення частинних диференціалів, знайдемо

$$E_{\rho} = \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta \pi}{\pi} + \frac{2\Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h} = E_m + E_{\pi} + 2E_D + E_h,$$

а після підстановки числових значень відносних похибок  $m$ ,  $D$ ,  $h$ ,  $\pi$  одержимо числове значення відносної похибки  $\rho$ :

$$\frac{0,1}{4,9 \cdot 10^{-2}} + \frac{0,0004}{3,142} + 2 \cdot \frac{0,001}{2,8} + \frac{0,01}{11} = 10^{-3} (0,20 + 0,13 + 0,70 + 0,91) = 0,19 \, \%.$$

Отже, обчислювати  $\rho$  потрібно з чотирма (мінімум з трьома) знаками. Бажано взяти більш точне значення  $\pi$ , ніж 3,14, тобто 3,142.

Підставивши в розрахункову формулу результати вимірювань та виконавши підрахунки, одержимо наближене значення:

$$\rho_{\text{вим}} = \frac{4 \cdot 0,4855}{3,142(2,764 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10,56 \cdot 10^{-2}} \text{ кг/м}^3 = 7,875 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Тепер можна визначити абсолютну похибку:

$$\Delta\rho = \rho_{\text{вим}} E_{\rho} = 7,9 \cdot 10^3 \cdot 0,0019 \text{ кг/м}^3 = 0,016 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Після відповідних округлень одержимо кінцевий результат:

$$\rho = (7,88 \pm 0,02) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

**Приклад 2.** Визначення питомої теплоти пароутворення води методом конденсації.

Ідея досліду полягає в тому, що пара при температурі кипіння, проходячи по змійовику та конденсуючись у ньому, віддає теплоту калориметру, воді і зануреним у неї деталям.

Складемо рівняння теплового балансу:

$$m_3 \lambda + m_3 c_2 (t_2 - \Theta) = (m_1 c_1 + m_2 c_2 + K)(\Theta - t_1), \quad (1)$$

де  $K$  – теплоємність калориметра, мішалки та зануреної частини термометра;  $m_1$  – маса змійовика;  $c_1$  – питома теплоємність змійовика;  $t_1$  – початкова температура калориметра, води і занурених у неї деталей;  $\Theta$  – температура, що встановилась після теплообміну (кінцева температура);  $m_2$  – маса води в калориметрі;  $\lambda$  – питома теплота пароутворення;  $m_3$  – маса сконденсованої пари;  $t_2$  – початкова температура пари та сконденсованої води (температура, при якій проходить конденсація пари);  $m_4$  – маса змійовика з конденсатом.

Із формули (1) знаходимо

$$\lambda = \frac{m_1 c_1 + m_2 c_2 + K}{m_3} (\Theta - t_1) - c_2 (t_2 - \Theta). \quad (2)$$

Після ряду вимірювань одержуємо такі результати:

$$K = 361 \text{ Дж/К}; \quad c_2 = 4190 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$m_1 = 0,235 \text{ кг}; \quad m_4 = 0,302 \text{ кг};$$

$$t_1 = 18,3 \text{ }^\circ\text{C}; \quad \Delta m_1 = 0,001 \text{ кг};$$

$$\Theta = 29,7 \text{ }^\circ\text{C}; \quad P = 10^5 \text{ Па};$$

$$t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}; \quad \Delta t_1 = 0,1 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$c_1 = 500 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}; \quad \Delta \Theta = 0,1 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$m_2 = 3,427 \text{ кг}; \quad \Delta m_2 = 0,004 \text{ кг};$$

$$m_3 = m_4 - m_1 = (0,302 - 0,235) \text{ кг} = 0,067 \text{ кг};$$

$$\Delta m_3 = 0,002 \text{ кг}.$$

При визначенні маси максимально можлива похибка кожного зважування 1 г.

Маса пари одержана шляхом двох зважувань (пустого змійовика  $m_1$  та змійовика з конденсатом  $m_4$ ) і дорівнює їх різниці, тобто  $m_3 = m_4 - m_1$ , а  $\Delta m_3 = \Delta m_4 + \Delta m_1 = 2 \text{ г}$ . Визначення  $m_2$  проводилось двократним зважуванням: банки з водою, а також пустої банки.

Отже,  $\Delta m_2 = 2(1 \text{ г} + 1 \text{ г}) = 4 \text{ г} = 0,004 \text{ кг}$ .

Похибками табличних величин  $\Delta c_1$ ,  $\Delta c_2$ ,  $\Delta K$ ,  $\Delta t_2$  можна знехтувати через їх малість.

Вираз (2), з якого визначається питома теплота пароутворення, не логарифмується, будемо шукати його абсолютну похибку. Для цього знайдемо частинні похідні від  $\lambda$  за кожною з вимірюваних величин, вважаючи їх змінними:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial m_1} = \frac{c_1(\Theta - t_1)}{m_3} = \frac{500(29,7 - 18,3)}{0,067} = 0,085 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}^2;$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial m_2} = \frac{c_2(\Theta - t_1)}{m_3} = \frac{4,2 \cdot 10^3(29,7 - 18,3)}{6,7 \cdot 10^{-2}} = 0,71 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}^2;$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial m_3} = - \frac{(m_1 c_1 + m_2 c_2 + K)(\Theta - t_1)}{m_3^2} =$$

$$= - \frac{(0,24 \cdot 500 + 3,4 \cdot 4,2 \cdot 10^3 + 361)(29,7 - 18,3)}{(6,7 \cdot 10^{-2})^2} = -37 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}^2;$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \Theta} = \frac{m_1 c_1 + m_2 c_2 + K}{m_3} + c_2 = \frac{15,10^3}{6,7 \cdot 10^{-2}} + 4,2 \cdot 10^3 = 0,22 \cdot 10^6 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t_1} = \frac{m_1 c_1 + m_2 c_2 + K}{m_3} = -0,22 \cdot 10^6 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Складемо вираз повного диференціала:

$$d\lambda = \frac{\partial \lambda}{\partial m_1} dm_1 + \frac{\partial \lambda}{\partial m_2} dm_2 + \frac{\partial \lambda}{\partial m_3} dm_3 + \frac{\partial \lambda}{\partial \Theta} d\Theta + \frac{\partial \lambda}{\partial t_1} dt_1.$$

Потім візьмемо суму абсолютних значень частинних диференціалів, одержимо формулу для обчислення абсолютної похибки, замінивши  $d$  на  $\Delta$ . Підставимо в цю формулу числові значення частинних похідних та похибок, після цього одержимо

$$\begin{aligned} \Delta \lambda &= \left| \frac{\partial \lambda}{\partial m_1} \right| \Delta m_1 + \left| \frac{\partial \lambda}{\partial m_2} \right| \Delta m_2 + \left| \frac{\partial \lambda}{\partial m_3} \right| \Delta m_3 + \left| \frac{\partial \lambda}{\partial \Theta} \right| \Delta \Theta + \left| \frac{\partial \lambda}{\partial t_1} \right| \Delta t_1 = (10^6 \cdot 0,001 + \\ &+ 0,71 \cdot 10^6 \cdot 0,004 + 37 \cdot 10^6 \cdot 0,002 + 0,22 \cdot 10^6 \cdot 0,1 + 0,22 \cdot 10^6 \cdot 0,1) \text{ Дж/кг} = \\ &= (0,0008 + 0,0028 + 0,074 + 0,022) \cdot 10^6 \text{ Дж/кг} = 0,122 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}. \end{aligned}$$

Видно, що найбільший доданок у  $\Delta \lambda$  – це третій. Отже, щоб збільшити точність виміру  $\lambda$ , треба точніше вимірювати  $m_3$  (масу сконденсованої пари) та  $\Theta$  і  $t_1$ .

Підставимо в розрахункову формулу (2) результати вимірювань і після обчислення запишемо наближене значення:

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{вим}} &= \frac{(0,235 \cdot 500 + 3,427 \cdot 4190 + 361)(29,7 - 18,3)}{0,067} - (100 - 29,7) \cdot 4190 = \\ &= 2,29 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}. \end{aligned}$$



Після відповідних округлень одержуємо кінцевий результат:

$$\lambda = (2,3 \pm 0,1) \cdot 10^6 \text{ Дж/кг.}$$

Для того щоб установити ступінь точності одержаного нами результату, визначимо відносну похибку:

$$E_{\lambda} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{0,12 \cdot 10^6}{2,3 \cdot 10^6} = 5,5 \text{ \%}.$$

**Приклад 3.** Визначити коефіцієнт в'язкості рідини методом Стокса.

Формула для визначення коефіцієнта в'язкості має вигляд

$$\eta = \frac{g(\rho_{\text{т}} - \rho_{\text{р}})}{18l} d^2 t. \text{ Із цієї формули видно, що для різних кульок ве-}$$

личина  $B = d^2 t$  повинна бути сталою, яка не залежить від розмірів кульок з точністю до випадкових похибок вимірювання. Якщо проводити вимірювання  $d$  і  $t$  для 10 кульок, то слід обчислити для кожного досліду  $B_i = d_i^2 t_i$ . Після цього знаходимо середнє значення  $B_{\text{вим}} = B_{\text{ср}}$  та похибку  $\Delta B$ , а потім уже обчислюємо:

$$\eta_{\text{вим}} = \frac{g(\rho_{\text{т}} - \rho_{\text{р}})}{18l_{\text{вим}}} B_{\text{вим}}$$

і похибка

$$\Delta \eta = E_{\eta} \eta_{\text{вим}},$$

$$\text{де } E_{\eta} = \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta \rho_{\text{т}} + \Delta \rho_{\text{р}}}{\rho_{\text{т}} - \rho_{\text{р}}} + \frac{\Delta l}{l_{\text{вим}}} + \frac{\Delta B}{B_{\text{вим}}}.$$

Після цього записуємо кінцевий результат у вигляді

$$\eta = (\eta_{\text{вим}} \pm \Delta \eta) \text{ Н} \cdot \text{с/м}^2.$$

# Лабораторна робота М-1

## ВИМІРЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ РОЗМІРІВ І МАСИ

**Мета роботи:** познайомити студентів з обладнанням і застосуванням приладів для вимірювання лінійних розмірів тіл та визначення маси з точністю до 0,1 мг; вивчення теорії похибок.

Вимірювання довжини проводять масштабними лінійками. Величина найменшої поділки такої лінійки називається ціною однієї поділки. Звичайно ціна однієї поділки лінійки складає 1 мм. Для одержання більшої точності застосовуються такі прилади та методи: штангенциркуль, метод лінійного ноніуса, мікрометр, метод мікрометричного гвинта, катетометр та ін.

### Метод лінійного ноніуса

Ноніусом називають допоміжну лінійку  $N$ , яка може переміщуватись уздовж основного масштабу  $M$  і за допомогою якої відраховують частки поділок основної шкали. На ноніусі нанесено деяке число  $n$  поділок. Ціна поділки ноніуса  $a$  знаходиться в певному відношенні до ціни поділки масштабу  $b$ . У деяких випадках загальна довжина всіх  $(n - 1)$  поділок ноніуса дорівнює довжині масштабу (рис. 1.1), тобто

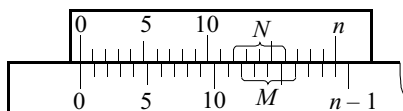


Рис. 1.1

$$an = b(n - 1). \quad (1)$$

З формули (1) знаходимо різницю між довжиною однієї поділки масштабу та однієї поділки ноніуса:

$$b - a = b/n. \quad (2)$$

Ця формула дає вираз точності ноніуса, яка визначається відношенням ціни найменшої поділки масштабу до числа поділок на ноніусі. Точність ноніуса часто складає 0,1 мм, у цьому випадку  $b = 1$  мм,  $n = 10$ .

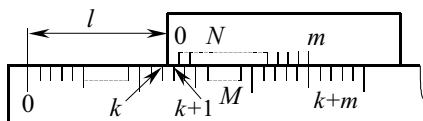


Рис. 1.2

Вимірювання за допомогою ноніуса проводять таким чином: до вимірюваного відрізка (рис. 1.2) прикладається масштаб так, щоб його нульова поділка збігалася з одним кінцем; до друго-

го кінця, який знаходять між  $k$  і  $k + 1$  поділками масштабу, прикладають ноніус його нульовою поділкою.

Оскільки ціни поділки масштабу і ноніуса різні, то на деякій відстані від початку ноніуса одна з його поділок збігається з деякою поділкою масштабу; припустимо, це виявляється  $m$ -та поділка ноніуса. У такому разі відстань від нульової поділки масштабу до  $m$ -ї поділки ноніуса, з одного боку, можна врахувати рівною  $k + m$  поділки масштабу, з другого – його можна розглядати як суму довжин вимірюваного відрізка і поділки ноніуса, тобто можна записати:  $(k + m)b = l + ma$ . Звідки  $l = kb + m(b - a)$  або на основі формули (2)

$$l = kb + \frac{b}{n} m. \quad (3)$$

Вираз (3) можна сформулювати так: обчислювана довжина дорівнює числу цілих поділок масштабу, які містяться в ній ( $kb$ ), складеному з точністю ноніуса  $b/n$ , перемноженому на номер  $m$ -ї поділки, збіжної з будь-якою поділкою масштабу.

Інколи не досягається певний збіг поділок ноніуса і масштабу. У цьому випадку береться номер поділки ноніуса, для якої спостерігається кращий збіг. При цьому допускається похибка у вимірюванні величини  $b/n$ . Звідси виходить, що похибка при вимірюваннях з ноніусом не може перевищувати половину його точності.

*Штангенциркуль* (рис. 1.3) – це прилад для вимірювання лінійних розмірів з точністю 0,1...0,02 мм. Він складається із сталльної лінійки (штанги) 5 з міліметровими поділками, відносно якої переміщується рамка 4 з ноніусом, і двох пар губок (ніжок) – нерухомих 1 і рухомих 2. При зімкнутих губках відлік за ноніусом дорівнює нулю. Між губками затискають вимірювану деталь. Для точного визначення розміру деталі рухома губку штангенциркуля переміщують у момент дотику її до деталі за допомогою мікрометричного пристрою 6, щоб запобігти надмірному натисканню губок на деталь. Закріплюють рухома губку на штанзі стопорним гвинтом 3 (при відповідних навичках ро-

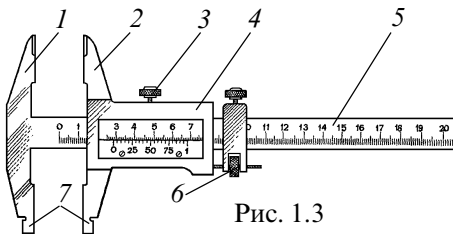


Рис. 1.3

боти зі штангенциркулем гвинт 3 можна не закріплювати) і роблять відлік за ноніусом. Для вимірювання внутрішніх розмірів деталі є калібровані губки 7. Загальна ширина їх при зведених губках найчастіше дорівнює 10 мм; цей розмір треба додавати до відліку за шкалою. Деякі штангенциркулі мають також висувні лінійки для вимірювання глибини ненаскрізних отворів.

**Завдання № 1.** За допомогою штангенциркуля знайти діаметр  $d$  і висоту  $h$  циліндра, а також лінійні розміри паралелепіпеда, провівши по п'ять-сім вимірювань кожного розміру. Потім за середнім значенням знайти об'єм  $V$  цих об'єктів.

Похибку розрахунку об'ємів обчислити методом диференціювання натурального логарифма.

Дані вимірювань та обчислень записують у табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Паралелепіпед							Циліндр				Дроти				
Ціна поділки штангенциркуля =									Ціна поділки мікрометра =						
Інструментальна похибка $\Delta x =$									Інструментальна похибка $\Delta y =$						
№ п/п	$a$	$\Delta a$	$b$	$\Delta b$	$c$	$\Delta c$	$H$	$\Delta H$	$D$	$\Delta D$	$d_1$	$\Delta d_1$	$d_2$	$\Delta d_2$	

### Метод мікрометричного гвинта

Мікрометричним гвинтом називають досконально виготовлений гвинт з відповідною гайкою, який має особливу головку з поділками, що називається барабаном. Крок гвинта точно відомий і задається як стала приладу. Метод мікрометричного гвинта дозволяє проводити вимірювання з великою точністю. Так, при кроці гвинта, який складає 0,5 мм, і при 500 поділках на барабані точність вимірювань може бути доведена до 0,001 мм.

Мікрометричний гвинт застосовується в мікрометрах.

Мікрометри нагадують собою масивну металічну скобу (рис. 1.4), на кінцях якої знаходяться один проти одного нерухомий упор 1 та мікрометричний гвинт 2.

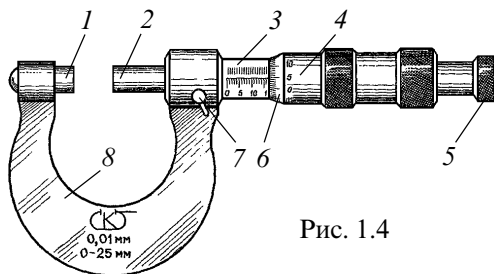


Рис. 1.4

Крок гвинта складає 0,5 (1,0) мм, а на барабані *K* нанесено 50 (100 або 25) поділок.

Вимірюваний предмет заводять між упорами *1* і *2*, повертаючи мікрометричний гвинт, доводять їх до дотику з поверхнями вимірюваного предмета. Відлік показань приладу знімають таким чином: цілі і половини міліметрів – за лінійною шкалою, яка нанесена на поздовжньому кінці мікрометричного гвинта, а часток міліметра – на поділках барабана. Для усунення похибки у вимірюваннях мікрометр забезпечується фрикційною (тобто заснованою на терті) головкою з тріскачкою.

Точність мікрометра при цьому дорівнює відношенню кроку гвинта до числа поділок барабана. У цьому випадку 0,5 мм: 50=0,01 мм.

*Мікрометр* (див. рис. 1.4) – це інструмент для вимірювання лінійних розмірів з точністю до 0,01 мм. Він складається із сталеної скоби *8*, що має нерухому опорну п'яту *1*, стебла *3*, мікрометричного гвинта *2* і стопорного гвинта *7*.

Мікрометричний гвинт переміщується всередині спеціальної гільзи з різьбою, закріпленою в стеблі *3*. Крок гвинта 0,5...1,0 мм. На зовнішній поверхні стебла нанесено дві поздовжні шкали, зсунуті одна відносно одної на 0,5 мм. Зовні стебло охоплює барабан *4*, з'єднаний з мікрометричним гвинтом. Таким чином, при обертанні барабана обертається і гвинт; при цьому переміщується його вимірювальна поверхня *5*. Дія мікрометра ґрунтується на властивості гвинта здійснювати при обертанні його поступальне переміщення, пропорційне куту повороту. Скошений обід *6* барабана поділено на 50 (або 100) однакових поділок. На правому кінці барабана є особливий фрикційний пристрій – тріскачка *5*. При вимірюванні слід обертати барабан тільки за головку тріскачки. Деталь при вимірюванні затискається між п'ятою і мікрометричним гвинтом. Після того як досягнуто певного ступеня натиску на деталь (5...6 Н), фрикційна головка починає проковзувати, даючи характерний тріск. Завдяки цьому затиснута деталь деформується порівняно мало (її розміри не спотворюються), і, крім того, це запобігає псуванню мікрометричного гвинта. Для відлічування показань мікрометра за шкалою стебла визначають ціле число (нижня шкала) і половини (верхня шкала) міліметрів. Для відлічування сотих часток міліметра користуються поділками на барабані (крок мікрометричного гвинта визначається заздалегідь).

На рис. 1.5,*a* зображено положення барабана, при якому мікро-

метр показує 6,34 мм. Якщо барабан буде повернутий ще на повний оберт, то з поздовжньою рисою гільзи збігається той же 34-й штрих

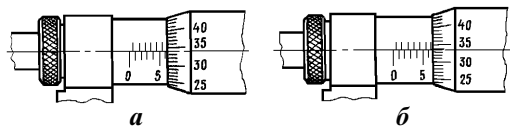


Рис. 1.5

шкали барабана. Але кромка останнього вже пройде верхній штрих шкали гільзи (див. рис. 1.5,б), і мікрометр буде показувати тепер 6,84 мм.

**Завдання № 2.** За допомогою мікрометра визначити діаметр двох дротів і знайти діаметр циліндра, зробивши три-п'ять вимірювань кожної довжини. Дані вимірювання записати в табл. 1.1.

Знайти середнє значення і розрахувати похибку. Визначити об'єм циліндра. Похибку вимірювання об'єму знайти таким же методом, як і в завданні № 1.

### *Терези аналітичні*

Терези аналітичні замкнені в металевій вітрині з боковими висувними скляними дверцятами. Вітрина встановлена на металевій основі (рис. 1.6). На основі 1 прикріплена колонка 2. На колонці закріплено два кронштейни з повітряними заспокоювачами – демпферами 3, а також розміщена опорна подушка, на яку спирається середня призма коромисла 6. На кінцях коромисла в спеціальних сидлах 5 закріплені вантажопідйомні призми, на які навішуються серги 4 з вантажопідйомними подушками. На верхні крючки сережок підвішуються шальки 12 з дужками, на нижні – склянки демпферів, які входять у корпуси, закріплені на колонці.

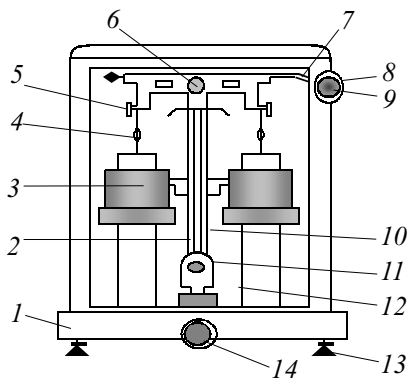


Рис. 1.6

Терези забезпечені вмонтованими в них міліграмовими гирями від 10 до 990 мг, які навішені на планку, що скріплена з правою сергою.

Управління гирями проводиться за допомогою обертових лімбів, які розміщені праворуч від вітрини терезів, через важелі 7. При обертанні малого лімба 9 відбувається накладання чи зняття десятків міліграмів, при обертанні великого лімба 8 – сотень міліграмів.

Управління гирями проводиться за допомогою обертових лімбів, які розміщені праворуч від вітрини терезів, через важелі 7. При обертанні малого лімба 9 відбувається накладання чи зняття десятків міліграмів, при обертанні великого лімба 8 – сотень міліграмів.

На коромислі закріплена стрілка 10, на нижньому кінці якої встановлена мікрошкала з відліком від 0 до 100 поділок в обидві сторони. Мікрошкала за допомогою оптичного обладнання, яке складається з освітлювача, об'єктива і відбиваючих дзеркал, проєктується на матовий екран 11, який розміщений перед колонкою терезів. Під основою терезів змонтоване аретуюче обладнання, яке приводиться в дію за допомогою маховичка 14. Освітлювач розміщено позаду вітрини. Терези мають дві бокові ніжки 13, за допомогою яких прилад виставляється по рівню, який закріплено в основі терезів.

**Завдання № 3.** За допомогою аналітичних терезів визначити масу циліндра.

1. Вмикаємо аналітичні терези в мережу електричного струму.

2. Знімаємо терези з аретира, пересвідчуємося, що вони показують нуль за мікрошкалою, і ставимо на аретир.

3. Визначаємо ціну поділки мікрошкали. За допомогою лімба навантажимо праву шальку 10 мг. Знімаємо терези з аретира, відмічаємо та записуємо число малих поділок  $n$  мікрошкали, на якому зупинилась візирна лінія. Тоді ціна поділки  $k = 10 \text{ мг}/n$ .

4. При вимкнених терезах кладемо тіло (циліндр), що зважуємо, на ліву шальку терезів, а на праву – важки.

5. Повільно опускаємо аретир настільки, щоб стало можливо пересвідчитись (по відхиленню стрілки), яка із шалюк легша. Після цього аретир знову піднімаємо і відповідно змінюємо вагу важків (як тих, що кладуться на праву шальку, так і тих, що додаються за допомогою лімбів). Так продовжуємо, доки візирна лінія не зупиниться в межах оптичної шкали.

6. Записуємо масу важків на шальці, відлік за лімбом та відлік за шкалою, враховуючи знак відліку. *Похибка у визначенні маси дорівнює половині ціни поділки оптичної шкали.*

При зважуванні на аналітичних терезах слід дотримуватися таких правил:

1. Класти на шальки або знімати з них тіло і гирі (включаючи накладання рейтера і кільцевих гир) лише при закритому аретирі.

2. Для зручності слід класти зважуване тіло на ліву шальку терезів (у центрі), а гирі на праву.

3. Переносити важки лише за допомогою пінцета; міліграмові гирі беруть за загнуті кути; спочатку кладуть тільки великі гирі, близькі за масою до маси зважуваного тіла.

4. Звільняти терези від аретира, коли вони зрівноважені не повністю, а лише настільки, щоб було видно, яка шалька переважає; повертати аретир слід рівномірно і повільно.

5. Коли стрілка коливається, треба терези ставити на аретир у момент проходження стрілки через середню поділку шкали.

6. При спостереженні коливань стрілки дверцята вітрини мають бути зачинені.

7. Після закінчення зважування аретир закривають, знімають тіло і гирі, зачиняють дверцята вітрини, гирі зберігають у футлярі.

### *Катетометр*

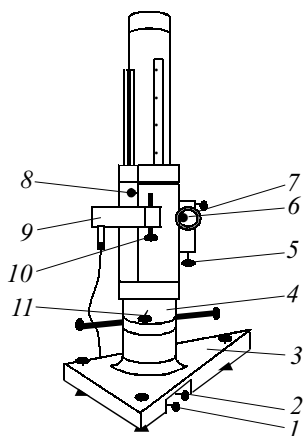


Рис. 1.7

Катетометр призначений для вимірювання відстані між двома точками на одній вертикалі. Він складається з масивної циліндричної колонки 4 (рис. 1.7) на триніжці 3, вимірювальної каретки 9, яка може переміщатись уздовж колонки підзорної труби 7, відлікового мікроскопа 8. Підзорна труба наводиться на горизонтальну лінію об'єкта, зміщення якого необхідно визначити. Проводиться відлік положення вимірювальної каретки до і після зміщення об'єкта. Різниця відліків становить величину зміщення.

При вимірюванні колонка 4 повинна знаходитись у строго вертикальному положенні. Установлення її контролюється по круглому рівню 11 і регулюється за допомогою гвинтів, розміщених в основі триніжки. Підзорна труба виставляється горизонтально за допомогою рівня, який прикріплений до неї мікрометричним гвинтом 5. Точне виведення підзорної труби на вибрану лінію на вимірюваному об'єкті проводиться мікрометричним гвинтом 10. Невеликий поворот візирної лінії в горизонтальній площині може бути виконаний мікрометричним гвинтом 2 при закріпленому гвинті 1. Сітка підзорної труби має перехрестя, правий горизонтальний штрих її виконаний у вигляді кутового бісектора. При наведенні вибрана лінія повинна знаходитись точно посередині кутового бісектора.

Оскільки вимірювання повинні забезпечувати тисячні частки міліметра, слід контролювати як положення візирної лінії (наведення підзорної труби на лінію об'єкта), так і положення бульбаш-



ки рівня на підзорній трубці (що розглядається в лупу б) – "дужки" зображення бульбашки рівня повинні збігатися своїми кінцями, створюючи суцільну дугу. Неможливо проводити відліки при будь-яких помітних зміщеннях візирної лінії або бульбашки рівня.

Для створення більш стійких умов роботи не слід притулятись до столу або спиратись на нього рукою.

Для виконання вимірювань вмикаємо прилад в електричну мережу. Поворотом окуляра 8 домагаємось більш чіткого відображення шкали, яку видно в полі зору мікроскопа. Шкала являє собою прямокутне поле на зеленому освітленому фоні, яке перетинається вертикальними вузькими і більш широкими смугами. Індексом для відліку є горизонтальний міліметровий штрих, який видно в полі зору мікроскопа одночасно з відліковою шкалою. Його положення відносно шкали дає відлік (рис. 1.8). При цьому ціле число міліметрів у відліку – це цифра, яка знаходиться зліва від штриха. Десяті частки міліметра визначаються за найближчою до штриха меншою цифрою вертикального ряду цифр. Для відліку сотих і тисячних часток міліметра необхідно знайти положення точки перетину відлікового штриха зі світлою похилою лінією прямокутника. Число сотих часток – найближча цифра горизонтального ряду цифр, яка стоїть ліворуч від точки перетину. Число тисячних часток визначається на око. Таким чином, відлік, зроблений при положенні візира, відповідного рис. 1.8, читається так: 162,237.

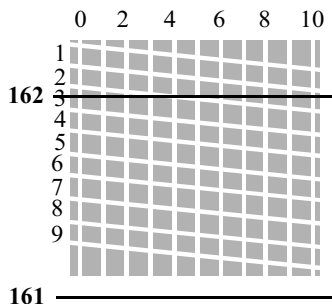


Рис. 1.8

**Завдання № 4.** Визначити за допомогою катетометра внутрішній  $d_{\text{вн}}$  і зовнішній  $d_{\text{зовн}}$  діаметри капіляра. Вимірювання виконати три рази, записуючи в табл. 1.2.

Таблиця 1.2

Внутрішній діаметр			Зовнішній діаметр		
Початок відліку	Кінець відліку	$d_{\text{вн}}$	Початок відліку	Кінець відліку	$d_{\text{зовн}}$

Знайти середнє значення та обчислити похибку за середнім значенням.

## Лабораторна робота М-2

### ВИЗНАЧЕННЯ ГУСТИНИ ТВЕРДОГО ТІЛА

**Мета роботи:** навчити студентів визначати густину тіл різної форми.

#### 2.1. Визначення густини тіла правильної геометричної форми

Різні речовини, які при однаковій температурі мають однакові об'єми, можуть мати різну масу, і, навпаки, речовини з однаковою масою можуть займати різні об'єми. Відношення маси однорідної речовини до її об'єму є сталою величиною і називається густиною

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (1)$$

де  $m$ ,  $V$  – відповідно маса та об'єм тіла. Отже, густина однорідної речовини – це фізична величина, що визначається масою речовини в одиниці об'єму. Для неоднорідної речовини густина визначається як границя відношення маси до об'єму за умови, що об'єм стягується в точку, в якій визначають густину. Оскільки густина речовини залежить від температури, то в умовному позначенні вказують температуру, при якій вимірюється густина. Наприклад, позначення  $\rho_{20}$  відповідає густині, що виміряна при 20 °С.

Середня густина  $\langle \rho \rangle$  неоднорідного тіла також є відношенням  $m/V$ .

Об'єм тіла правильної форми може бути обчисленим за його лінійними розмірами, а маса тіла – зважуванням на важільних терезах. Методика вимірювання лінійних розмірів мікрометром та штангенциркулем, а також правила зважування тіл наведені в лабораторній роботі М-1.

#### *Методика виконання роботи*

1. На важільних терезах визначити масу тіла правильної геометричної форми.
2. Мікрометром і штангенциркулем виміряти величини, потрібні для визначення об'єму досліджуваного тіла.
3. Результати вимірювань занести в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

№ п/п	$m$	$\Delta m$	Лінійні розміри тіла								$\frac{\Delta \rho}{\rho} \cdot 100 \%$	$c_{\text{іст}}$
			$a$	$\Delta a$	$b$	$\Delta b$	$c$	$\Delta c$	$\rho$	$\Delta \rho$		

4. На основі виразу (1) записати розрахункову формулу для  $\rho$ .

5. Підставивши в розрахункову формулу середні значення всіх вимірюваних величин, знайти середнє значення густини  $\rho$  досліджуваного тіла.

6. Знайти середню відносну та середню абсолютну похибки вимірювань. Похибки вимірювань потрібно знаходити за правилами розрахунку похибок непрямих вимірювань.

7. Записати остаточний результат у такому вигляді:

$$\rho_{\text{іст}} = \rho \pm \Delta \rho, \quad \varepsilon = \frac{\Delta \rho}{\rho} \cdot 100 \%,$$

де  $\rho_{\text{іст}}$  – істинне значення густини;  $\varepsilon$  – відносна похибка.

8. Написати висновки.

## 2.2. Визначення густини тіла неправильної геометричної форми гідростатичним зважуванням

Об'єм досліджуваного тіла неправильної форми визначається методом гідростатичного зважування. У відповідності до закону Архімеда занурене в рідину тіло "втрачає" в своїй вазі:

$$F_A = c_p Vg, \quad (2)$$

де  $\rho_p$  – густина рідини (води), яка знаходиться за табл. 2.2;  $g$  – прискорення сили тяжіння.

Таблиця 2.2

$t, ^\circ\text{C}$	0	5	10	20	30	40
Густина води $\rho_p \cdot 10^{-3}, \text{кг/м}^3$	0,99987	0,99999	0,99973	0,99823	0,99567	0,99224

"Утрату" в своїй вазі (див. вираз (2)) можна визначити й іншим способом.

На основі закону Архімеда різниця між вагою тіла в повітрі і його вагою у воді  $P_1 - P_2$  становить значення виштовхувальної сили, яке дорівнює вазі витісненої тілом води:

$$P_p = P_1 - P_2. \quad (3)$$

Вага витісненої води  $P_p$  зв'язана з її густиною  $\rho_p$  і об'ємом  $V$  рівнянням

$$P_p = c_p V g. \quad (4)$$

Оскільки об'єм витісненої води дорівнює об'єму тіла, то його легко визначити з формул (3) і (4):

$$V = \frac{P_1 - P_2}{\rho_p g} = \frac{m_1 - m_2}{\rho_p}. \quad (5)$$

Тоді робочу формулу для визначення густини  $\rho_t$  твердого тіла отримаємо, підставивши вираз (5) в (1):

$$\rho_t = \frac{m_1}{V} = \frac{m_1 \rho_p}{m_1 - m_2}. \quad (6)$$

При визначенні густини легких тіл (дерева, пробки та інших) розрахунок треба виконувати за формулою

$$\rho_t = \frac{m_1}{m_1 - m_2} (\rho_p - \rho) + \rho,$$

де  $\rho$  – густина повітря.

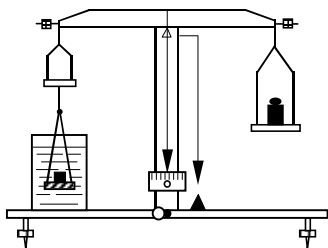


Рис. 2.1

### **Методика виконання роботи**

1. Для зважування тіла у воді використовується важка площадка, підвішена до крючка вкороченої чашки терезів та повністю занурена у воду (рис. 2.1). Спочатку зважують площадку, занурену у воду. Нехай результат зважування буде  $M_1$ .

2. Зважують досліджуване тіло в повітрі із зануреною у воду площадкою, визначають масу  $M_2$ . Очевидно, що  $M_2 - M_1 = m_1$ .

3. Розміщуючи досліджуване тіло на занурену у воду площадку, визначаємо масу  $M_3$ . Тоді

$$M_2 - M_3 = m_1 - m_2.$$

4. За розрахунковою формулою (6) знаходимо густину твердого тіла неправильної форми:

$$\rho_T = \frac{m_1 \rho_p}{m_1 - m_2} = \frac{M_2 - M_1}{M_2 - M_3} \rho_p.$$

5. Абсолютну похибку визначити шляхом диференціювання в частинних похідних за формулою

$$\Delta \rho_T = \frac{\rho_p}{M_2 - M_3} \left( \Delta M_1 + \frac{(M_1 - M_3) \Delta M_2}{M_2 - M_3} + \frac{(M_2 - M_1) \Delta M_3}{M_2 - M_3} \right)$$

6. Вивести формулу для розрахунку абсолютної похибки  $\rho_T$ .

7. Результати вимірювань та обчислень занести в табл. 2.3.

Таблиця 2.3

№ п/п	$M_1$	$\Delta M_1$	$M_2$	$\Delta M_2$	$M_3$	$\Delta M_3$	$\rho$	$\Delta \rho$	$\frac{\Delta \rho}{\rho} \cdot 100 \%$	$\rho_{\text{іст}}$

8. Похибки вимірювань  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$ ,  $m$ , а також лінійних розмірів знайти методом визначення похибок прямих вимірювань.

9. Записати остаточний результат у такому вигляді:

$$\rho_{\text{іст}} = \rho \pm \Delta \rho, \quad \varepsilon = \frac{\Delta \rho}{\rho} \cdot 100 \%.$$

10. Написати висновки.

## Лабораторна робота М-3

### ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ПОЛЬОТУ КУЛІ ЗА ДОПОМОГОЮ БАЛІСТИЧНОГО МАЯТНИКА

**Мета роботи:** ознайомлення з балістичним маятником та вивчення явища удару.

Балістичний маятник являє собою підвішений на тросах ящик з піском або іншим в'язким матеріалом, в якому після пострілу застряють кулі (снаряд), унаслідок чого ящик опиняється на деякій висоті  $h$ ; вимірявши її, можна визначити швидкість польоту.

У даній роботі балістичний маятник – це фізичний маятник, нижня частина якого виготовлена у вигляді циліндра.

Після пострілу відбувається непружна взаємодія кулі та циліндра протягом дуже короткого проміжку часу. Куля, що застрягла в циліндрі, починає коливатися разом з ним з кутовою швидкістю  $\omega$  (рис. 3.1). Оскільки час співудару кулі з маятником малий у порівнянні з періодом коливання, систему куля–маятник можна вважати замкнутою і застосовувати до неї закони збереження.

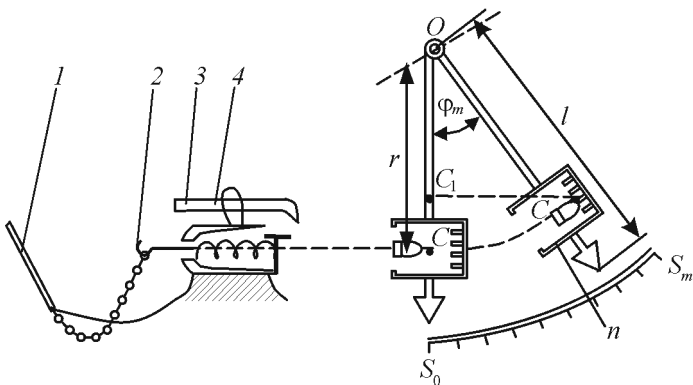


Рис. 3.1

Згідно з законом збереження моменту імпульсу в замкнутій системі, момент імпульсу залишається величиною сталою, тобто

$$L_1 = L_2,$$

де  $L_1$  – момент імпульсу системи до взаємодії;  $L_2$  – момент ім-

38

пульсу системи після удару;

$$L_1 = mvr + L_M,$$

де  $m$  – маса кулі;  $v$  – її швидкість перед ударом;  $r$  – відстань від осі обертання системи (точка  $O$ ) до точки зустрічі кулі, яка летить з маятником у момент удару;  $L_M = 0$  – момент імпульсу до удару;

$$L_2 = I\omega,$$

де  $I$  – момент інерції системи;  $\omega$  – кутова швидкість її в момент удару.

Отже,

$$mvr = I\omega. \quad (1)$$

Згідно з законом збереження енергії можна записати:

$$W_1 = W_2 + \Delta W,$$

де  $W_1 = mv^2/2$  – кінетична енергія кулі;  $W_2 = I\omega^2/2$  – кінетична енергія системи;  $\Delta W$  – енергія, яка розсіюється на непружних деформаціях при ударі, при розрахунках нею можна знехтувати.

У момент найбільшого відхилення маятника кінетична енергія системи переходить в її потенціальну, тобто

$$\frac{I\omega^2}{2} = (M + m)gh, \quad (2)$$

де  $M$  – маса маятника (вказано на пристрої);  $h = CC_1$  – максимальна висота підйому центра ваги системи.

Використовуючи вирази (1) і (2), отримуємо

$$v = \frac{\sqrt{2I(M + m)gh}}{mr}, \quad (3)$$

але

$$h = l - l \cos \varphi_m = 2l \sin^2 \frac{\varphi_m}{2}, \quad (4)$$

де  $l = OC$  – відстань від точки підвісу до центра ваги системи (вказано на пристрої).

Зважаючи на малу величину максимального кута  $\varphi_m$  відхилення маятника,

$$\sin \frac{\varphi_m}{2} = \frac{\varphi_m}{2} = \frac{S_m - S_0}{2a}, \quad (5)$$

де  $S_m$  – максимальне відхилення показника після удару;  $S_0$  – положення показника до удару;  $a$  – відстань між точкою підвісу і кінцем показника.

Момент інерції можна визначити з формули для періоду коливання фізичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{(M + m)gl}}. \quad (6)$$

Тоді з виразів (3)–(6) виходить, що

$$v = \frac{T(M + m)gl}{\pi ml} \frac{S_m - S_0}{2a}.$$

### ***Методика виконання роботи***

1. Під час роботи виконується п'ять-сім пострілів, при цьому кожен раз виконується відлік  $S_0$  і  $S_m$ . Для виконання пострілів необхідно кінець ланцюжка 2 (див. рис. 3.1) накинути на хвостик ударника 4. Однією рукою потягнути за важіль 1 і в цей момент вільною рукою подати максимально вверх спускову скобу 3. Куля закладається в ствол вистрілюючого пристрою так, щоб вона займала однакове в кожному випадку положення в каналі ствола.

2. З усіх вимірних  $S_m - S_0$  визначити середнє значення  $(S_m - S_0)_{\text{ср}}$ , за ним знайти похибку  $\Delta(S_m - S_0)$ .

3. Маса кулі визначити зважуванням на важільних терезах.

4. Для визначення періоду коливань маятника  $T$  виміряти час  $t$  десяти повних коливань після пострілу для трьох-п'яти пострілів. Тоді  $T = t/10$ . Визначити  $\Delta T$  і  $\Delta t$  за середнім значенням.

5. Відстань  $a$  від лінії підвісу до показника вимірюється лінійкою. Відстань  $r$  від лінії підвісу до лінії польоту кулі вказано на пристрої. Похибку  $v$  знаходять шляхом диференціювання логарифма функції. Результати вимірів звести в табл. 3.1.



Таблиця 3.1

$M =$	$\Delta M =$	$m =$	$\Delta m =$	$l =$	$\Delta l =$	$r =$	$\Delta r =$		
№ п/п	$S_0$	$S_m$	$S_m - S_0$	$\Delta (S_m - S_0)$	$T = \frac{1}{10}$	$\Delta T$	$a$	$\Delta a$	$v$
1									
2									
3									
4									
5									

## Лабораторна робота М-4

**ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛА ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ**

**Мета роботи:** вивчення законів обертального руху.

Моментом інерції матеріальної точки (елементарної маси) відносно даної осі називається скалярна величина, яка дорівнює добутку маси точки  $m_i$  на квадрат відстані її  $r_i^2$  від цієї осі:

$$I_i = m_i r_i^2.$$

Момент інерції твердого тіла відносно даної осі дорівнює сумі моментів інерцій матеріальних точок (елементарних мас), з яких складається тверде тіло, взятих відносно цієї ж осі:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

де  $n$  – число елементарних об'ємів, на які умовно розбито тверде тіло;  $m_i$  – маса  $i$ -го елементарного об'єму;  $r_i$  – відстань  $i$ -го елементарного об'єму від осі, відносно якої визначається момент інерції.

Відстань  $r_i$  залежить від вибору осі, тому і момент інерції тіла залежить від розташування осі, відносно якої він визначається.

Момент інерції тіла правильної форми легко визначається ана-

літично, причому задача значно спрощується, якщо визначити його відносно осі, що проходить через центр мас.

Момент інерції тіла відносно будь-якої осі визначається за теоремою Штейнера, якщо відомий момент інерції цього тіла відносно осі, що проходить через центр його мас:

$$I = I_0 + Ml^2,$$

де  $I_0$  – момент інерції тіла відносно паралельної осі, що проходить через центр мас тіла;  $M$  – маса тіла;  $l$  – відстань між осями.

Момент інерції тіл неправильної форми визначається експериментально.

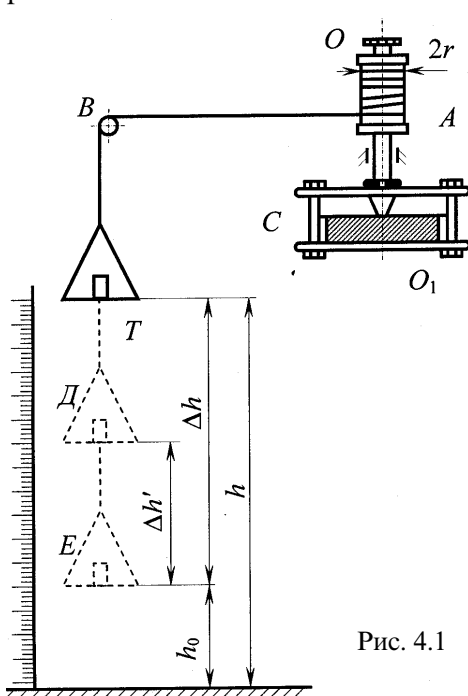


Рис. 4.1

Установка, за допомогою якої виконується робота, складається з двох горизонтальних дисків з вертикальною віссю обертання  $OO_1$  (рис. 4.1). Диск приводиться в обертальний рух тягарцем масою  $m$ , який підвішений на нитці. Нитка перекинута через блок  $B$  та намотана на шків  $A$ . Якщо при повному розмотуванні нитки тягарець проходить відстань  $\Delta h = h - h_0$ , то його потенціальна енергія зміниться на  $\Delta W_{\text{п}} = mg\Delta h$ . Ця енергія витрачається на подолання сил тертя в установці та надання кінетичної енергії обертального руху установці і кінетичної енергії поступального руху тягарця:

$$mg\Delta h = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{I_1\omega_1^2}{2} + f\Delta h, \quad (1)$$

де  $m$  – маса тягарця;  $V_1$  – швидкість тягарця в момент досягнення ним крайнього положення  $E$ ;  $I_1$  – момент інерції установи;  $\omega_1$  –

кутова швидкість обертального руху установки в той момент, коли тягарець досягне положення  $E$ ;  $f\Delta h$  – робота з подолання сил тертя на шляху.

Обертаючись за інерцією, система підіймає тягарець на висоту  $\Delta h' = h' - h_0$  (у положенні  $D$ ). У цьому положенні  $\Delta W'_n = mg\Delta h'$ .

Згідно з законом збереження енергії зменшення потенціальної енергії  $\Delta W'_n$  дорівнює роботі на подолання сил тертя на шляху  $\Delta h + \Delta h'$ , тобто

$$mg \Delta h = mg \Delta h' = f(\Delta h + \Delta h'),$$

звідки

$$f = mg \frac{\Delta h - \Delta h'}{\Delta h + \Delta h'}. \quad (2)$$

У зв'язку з тим, що рух рівноприскорений (сила тертя при малій зміні швидкості практично не змінюється) і початкові швидкості установки та тягарця дорівнюють нулю,

$$V_1 = at_1; \quad \Delta h = \frac{at_1^2}{2},$$

де  $t_1$  – час опускання тягарця.

Тоді

$$V_1 = \frac{2\Delta h}{t_1}. \quad (3)$$

Нитка намотана на вал  $A$ . Очевидно, що швидкість поступального руху нитки з тягарцем  $V_1 = \omega_1(r + r')$ , або  $V_1 = \omega_1 r$ , оскільки радіусом нитки  $r'$  можна знехтувати порівняно з радіусом вала  $r$ .

Підставивши у вираз (1) знайдене з останнього співвідношення  $\omega_1$  з урахуванням (2) і (3), отримаємо формулу для розрахунку моменту інерції установки:

$$I' = mr^2 \left( gt_1^2 \frac{\Delta h'}{\Delta h(\Delta h + \Delta h')} - 1 \right).$$

Якщо між дисками установки покласти тіло неправильної форми і закріпити його гвинтом  $C$ , то, визначивши час опускання тягарця  $t_2$  та нову висоту підняття під час руху за інерцією  $\Delta h''$  і при

незмінній висоті  $\Delta h$ , знайдемо момент інерції установки з тілом:

$$I'' = mr^2 \left( gt_1^2 \frac{\Delta h''}{\Delta h(\Delta h + \Delta h'')} - 1 \right).$$

Момент інерції системи відносно осі обертання дорівнює сумі моментів інерції всіх її частин відносно цієї осі, тому момент інерції  $I$  тіла можна визначити як різницю  $I'' - I'$ , звідки

$$I = \frac{mr^2 g}{\Delta h} \left( \frac{t_2^2 \Delta h''}{\Delta h + \Delta h''} - \frac{t_1^2 \Delta h'}{\Delta h + \Delta h'} \right). \quad (4)$$

У зв'язку з тим, що безпосередньо вимірюється діаметр вала, запишемо рівняння (4) через діаметр:

$$I = \frac{md^2 g}{4\Delta h} \left( \frac{t_2^2 \Delta h''}{\Delta h + \Delta h''} - \frac{t_1^2 \Delta h'}{\Delta h + \Delta h'} \right). \quad (5)$$

### ***Методика виконання роботи***

1. Розкрутити нитку з вала і лінійкою виміряти висоту  $h_0$ , до якої опуститься тягарець (відлік проводять до нижньої границі тягарця). Нижня границя тягарця при повністю розкрученій нитці не повинна досягати підлоги.

2. При ненавантаженій установці підняти тягарець на висоту  $h$  (по лінійці зробити відлік) і за допомогою секундоміра визначити час  $t_1$  опускання тягарця до висоти  $h_0$ .

3. Одночасно з вимірюванням  $t_1$  поміряти висоту  $h'$ , якої досягне тягарець, рухаючись за інерцією.

4. Дослід виконати з трьома різними тягарцями по три рази з кожним тягарцем, залишаючи незмінною висоту  $h$ .

5. Між дисками установки покласти тіло, момент інерції якого необхідно визначити, і закріпити його в точці  $C$ .

6. Указане в пп. 2–4 проробити з навантаженою установкою при тих же тягарцях  $m$  і висоті  $h$  та визначити  $t_2$  і  $\Delta h''$ .

7. Штангенциркулем з трьох-п'яти вимірів визначити середній діаметр вала  $d$ .

8. За формулою (5) підрахувати для кожного тягарця  $m$  момент інерції тіла відносно осі, що проходить через точку дотику гвин-

та  $C$  з тілом, підставивши в неї середні значення  $d, t_1, t_2, \Delta h, \Delta h', \Delta h''$ , відповідні кожній з мас тягарця.

9. Похибку, яку допущено при визначенні моменту інерції, обчислити методом середнього значення.

10. Дані вимірювань і результати обчислень внести до табл. 4.1 та 4.2.

Таблиця 4.1

$m$	$t_1$	$\Delta h = h - h_0$	$\Delta h' = h' - h_0$	$t_2$	$\Delta h = h'' - h_0$	$d$	$\frac{d^2 g}{4 \Delta h}$

Таблиця 4.2

$\frac{md^2 g}{4 \Delta h}$	$\frac{t_1^2 \Delta h'}{\Delta h + \Delta h'}$	$\frac{t_2^2 \Delta h''}{\Delta h + \Delta h''}$	$I$	$I_{\text{сп}}$	$\Delta I$

## Лабораторна робота М-5

### ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ПРУЖНОСТІ МАТЕРІАЛУ ЗА ДОПОМОГОЮ КАТЕТОМЕТРА

**Мета роботи:** ознайомлення з основними положеннями теорії та експериментальне визначення модуля пружності (модуля Юнга) для деяких матеріалів.

Зміна форми чи розміру тіл під дією зовнішніх сил називається деформацією тіла. Величина зміни розміру  $l$  тіла називається абсолютною деформацією  $\Delta l$ . Відносна деформація  $\epsilon = \Delta l / l$  показує, яку частину від початкового розміру тіла складає абсолютна деформація.

Тверді тіла, як відомо, мають кристалічну будову. Відстань між сусідніми атомами така, що сили відштовхування і притягання, які діють між ними, зрівноважуються й атоми здійснюють коливання біля положення рівноваги.

При деформаціях відбувається зсув частинок, що знаходять-

ся у вузлах кристалічних решіток, з початкових положень рівноваги в нові. Цьому перешкоджає сила взаємодії між частинками, внаслідок чого в деформованому тілі виникають внутрішні пружні сили, що зрівноважують зовнішні сили, прикладені до тіла.

Пружною називається деформація, що зникає після припинення дії сили, яка її викликала. При цьому відбуваються "оборотні" зсуви частинок з нових положень рівноваги в кристалічних решітках у попередні. Непружні деформації твердого тіла, що супроводжуються необоротною перебудовою його кристалічних решіток, називаються пластичними.

Фізична величина  $\sigma$ , що чисельно дорівнює відношенню пружної сили  $F$  до площі  $S$  перерізу тіла, називається напругою:

$$\sigma = \frac{F}{S}.$$

Для пружної деформації розтягу (стиску) відносна деформація пропорційна величині  $\sigma$  (закон Гука):

$$\frac{\Delta l}{l} = k\sigma; \quad \frac{\Delta l}{l} = k \frac{F}{S},$$

де  $k$  – коефіцієнт пружності.

Величина  $E$ , що чисельно дорівнює відношенню напруги  $\sigma$  до відносного подовження, називається модулем Юнга для деформації розтягу (стиску):

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{1}{k} = \frac{Fl}{S\Delta l}. \quad (1)$$

Модуль Юнга – величина, обернена коефіцієнту пружності; вимірюється в ньютонах на метр квадратний ( $\text{Н/м}^2$ ) – в одиницях СІ. Модуль Юнга чисельно дорівнює напрузі  $\sigma$ , що викликає відносну зміну довжини, рівної одиниці, тобто  $\Delta l = l$ ;  $l' = 2l$ , або напрузі  $\sigma$ , що розтягує стержень удвічі. Рівність (1) дозволяє обчислити модуль Юнга, використовуючи експериментальні дані.

Установка для виміру модуля Юнга складається з дроту, верхній кінець якого прикріплений за допомогою кронштейна до стіни. На нижньому кінці дроту є площадка, на яку накладаються тягарці різної ваги. Довжина дроту вимірюється лінійкою, діаметр –

мікрометром. Щоб виключити вплив зігнутої дроту, площадка для тягарців зроблена досить важкою. З її допомогою здійснюється попереднє випрямлення дроту. Подовження дроту вимірюється за допомогою катетометра 2630 з точністю до  $10^{-6}$  м.

Катетометр застосовується для виміру відстаней між двома рисками на одній вертикалі. Він складається з масивної циліндричної колонки (див. рис. 1.7 у роботі М-1), вимірювальної каретки, що може переміщуватися вздовж колонки, зорової труби, відлікового мікроскопа.

Вимірювальна каретка 8, що несе візирну трубу 7 і відліковий мікроскоп, переміщується по колонці 4. Грубе переміщення колонки по вертикалі відбувається від руки при незакріпленому гвинті 1, точне – за допомогою мікрометричного гвинта 10 при закріпленому гвинті 1. Візирна труба має фокусуючу лінзу, за допомогою якої здійснюється наведення на різкість зображення обраних рисок вимірюваного об'єкта. Фокусуюча лінза переміщується обертанням маховичка 6. Для встановлення візирної труби у вертикальний площині за рівнем призначений мікрометричний гвинт 5.

Наведення на різкість зображень масштабної сітки, штрихів шкали, вимірюваного об'єкта і бульбашки рівня, що спостерігаються в одному полі зору, здійснюється окуляром 7. Індексом для відліку цілих міліметрів є нульовий бісектор десятих часток міліметра. На рис. 1.8 162-й штрих шкали пройшов нульовий бісектор, а найближчий великий штрих ще не дійшов до нього. Відлік дорівнює 162 мм плюс відрізок 162-го нульового бісектора. У цьому відрізку число десятих часток міліметра позначено цифрою останнього пройденого бісектора десятих часток міліметра, у даному випадку – цифра 2. Відлік сотих і тисячних часток міліметра відбувається в горизонтальному напрямку сітки там, де міліметровий штрих шкали розташований точно посередині бісектора. На рисунку міліметровий штрих знаходиться між четвертою і п'ятою поділками масштабної сітки, що відповідає 0,044 мм. Остаточний відлік дорівнює 162,244 мм.

### ***Методика виконання роботи***

1. Увімкнути вилку з контактом, що заземлений, у розетку мережі живлення.

2. Відкрити гвинт 8 і перемістити вимірювальну каретку 9 на рівень обраної риси об'єкта (див. рис. 1.7).

3. Установити окуляр візирної труби на різкість зображення масштабної сітки, шкали і бульбашки рівня.

4. Зробити наведення на різкість зображення горизонтального штриха, нанесеного на площадку для тягарців, користуючись маховичком 6. Закріпити гвинт за допомогою мікрометричного гвинта 5, виконати точне наведення візирної труби на обрану лінію.

5. Спостерігаючи в окуляр, сполучити зображення кінців бульбашки рівня (див. рис. 1.7) гвинтом 5.

6. Зняти відлік  $N_0$  ( $F = 0$ ). При наведенні візирної труби обрана лінія повинна розташовуватися точно посередині кутового бісектора на рівні горизонтального штриха. При точному наведенні потрібно стежити за тим, щоб кінці бульбашки рівня утворювали дугу.

7. Навантажити площадку для тягарців додатковим тягарцем (рекомендується починати з більш важких тягарців). Виконати точне наведення візирної труби на обрану лінію. Зняти відлік.

8. Довантажити площадку ще одним тягарцем ( $F = F_1 + F_2$ ). Знову виконати точне наведення візирної труби на обрану лінію і зняти відлік.

9. Операцію, описану в п. 8, повторити з трьома-чотирма тягарцями. Потім, знімаючи з площадки по одному тягарцю, зняти відлік для відповідних навантажень у зворотному порядку.

10. Розрахувати подовження дроту, що відповідає навантаженню  $F_i$ , за формулою  $\Delta l = |N_i - N_0|$ .

11. Обчислити за формулою (1) значення модуля Юнга і результати усереднити.

12. Результати вимірів та обчислень занести в табл. 5.1.

13. Обчислити похибку, допущену при визначенні модуля Юнга, методом середнього значення.

Таблиця 5.1

№ п/п	Навантаження $F$	$N$	$\Delta l$	$E$	$\Delta E$
1					
2					
3					



## Лабораторна робота М-6

### ПЕРЕВІРКА ЗАКОНУ ЗБЕРЕЖЕННЯ ІМПУЛЬСУ ЗА ДОПОМОГОЮ УДАРУ КУЛЬ

**Мета роботи:** вивчення удару куль, обчислення імпульсу та визначення коефіцієнта відновлення енергії.

Ударом називається короткочасна взаємодія тіл під час їх зіткнення, у результаті якого відбувається кінцева зміна швидкостей цих тіл. Розрізняють два граничні види удару: абсолютно пружний та абсолютно непружний.

Абсолютно пружним називається такий удар, при якому механічна енергія тіл не переходить в інші види енергії. При абсолютно пружному ударі виконуються закон збереження механічної енергії та закон збереження імпульсу.

При абсолютно непружному ударі не виконується закон збереження механічної енергії, тобто має місце лише закон збереження сумарної енергії різних видів. У результаті непружного удару тіла після зіткнення рухаються з однаковою швидкістю як одне ціле або перебувають у стані спокою. При цьому виконується закон збереження імпульсу.

Удар називається центральним, якщо центри мас при співударінні тіл лежать на лінії удару, а їх швидкості паралельні цій лінії.

Лінією удару називається спільна нормаль до поверхонь тіл у точці їх дотику. Оскільки при ударі взаємодія тіл дуже короткочасна, то систему цих тіл можна вважати ізольованою.

Установка типу ФП-101 призначена для вивчення пружного і непружного ударів двох куль. Конструктивно установка являє собою триніжок 1 (рис. 6.1) на трьох гвинтах. На триніжку розташований стоек 4, до верхнього кінця якого прикріплюють спеціальні підвіси 3 для куль. Кулі закріплено на біфілярних підвісах 5, що дає змогу змінювати міжцентрові відстані куль. На штанзі 6 закріплено електромагніт 7, який утримує

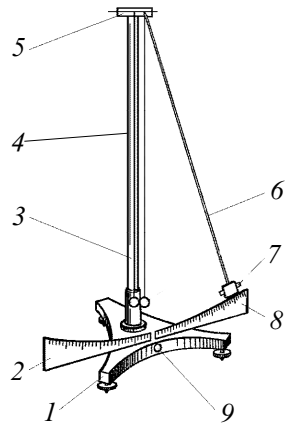


Рис. 6.1

на початку досліду у відхиленому стані одну з куль. Величину початкового кута відхилення цієї кулі можна змінювати, пересуваючи електромагніт уздовж шкали 8. Пересування напрямних з підвісами здійснюється за допомогою гвинта 9. При збільшенні міжцентрової відстані ліву шкалу 2 потрібно змістити ліворуч.

На цій установці можна перевірити виконання законів збереження імпульсу та енергії при пружному і непружному ударах двох куль. Для цього визначають до- і післяударні швидкості куль. В основу покладено балістичний метод вимірювання швидкості руху куль за величиною їх відхилення. Ця величина відраховується по шкалах 2 і 8, виготовлених у вигляді дуг кола.

При дослідженні пружного удару використовуються дві кулі. Нехай маси куль  $m_1$  та  $m_2$ , їх швидкості до удару  $V_1$  та  $V_2$ , після удару  $U_1$  та  $U_2$ .

Закон збереження імпульсу має вигляд

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{U}_1 + m_2 \vec{U}_2.$$

Оскільки при центральному ударі вектори швидкостей направлені по одній прямій, геометричну суму можна замінити алгебричною.

Якщо праву кулю, маса якої  $m_1$ , відхилити на кут  $\alpha_0$  і зафіксувати в цьому положенні за допомогою електромагніта, то при розмиканні кола електромагніта права куля, повернувшись у положення рівноваги, ударить по лівій кулі, яка перебувала в стані спокою ( $V_2 = 0$ ). Закон збереження імпульсу матиме вигляд

$$m_1 \vec{V}_1 = m_1 \vec{U}_1 + m_2 \vec{U}_2.$$

Швидкість  $V_1$  ударяючої кулі в момент удару можна визначити за законом збереження енергії:

$$mgh_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2},$$

звідки

$$V_1 = \sqrt{2gh_1},$$

де  $h_1$  – висота підняття центра мас першої кулі, коли вона притя-

гнута електромагнітом. Вона може бути визначена із співвідношення (рис. 6.2)

$$h_1 = l - l \cos \beta_0 = 2l \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}.$$

З тих же міркувань висота підняття після удару правої кулі

$$h'_1 = 2l \sin^2 \frac{\beta'}{2},$$

лівої кулі

$$h_1 = 2l \sin^2 \frac{\beta}{2}.$$

Імпульс системи до удару дорівнює імпульсу кулі, яка б'є іншу:

$$k_1 = m_1 V_1 = m_1 \sqrt{2gh_1} = 2m_1 \sin \frac{\alpha_0}{2} \sqrt{gl}. \quad (1)$$

Імпульс системи після удару

$$k_2 = -2m_1 \sin \frac{\alpha'}{2} \sqrt{gl} + 2m_2 \sin \frac{\beta}{2} \sqrt{gl}. \quad (2)$$

Абсолютно пружний удар – ідеалізований випадок. При співударянні реальних тіл звичайно мають місце пружні та залишкові деформації, механічна енергія системи після удару зменшується.

Відношення механічної енергії системи після удару до механічної енергії до удару називається коефіцієнтом відновлення енергії:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2}}{\frac{m_1 V_1^2}{2}}.$$

Оскільки

$$V_1^2 = 2gh = 4gl \sin^2 \frac{\alpha_0}{2},$$

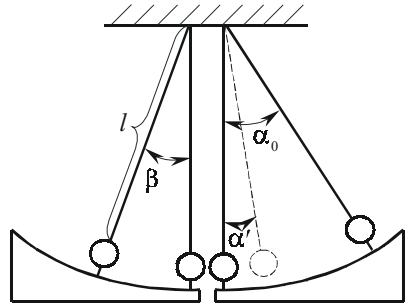


Рис. 6.2

то коефіцієнт відновлення енергії можна визначити за співвідношенням

$$\frac{E_{k2}}{E_{k1}} = \frac{m_1 \sin^2 \frac{\alpha'}{2} + m_2 \sin^2 \frac{\beta}{2}}{m_1 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}}. \quad (3)$$

Імпульс системи після удару

$$k_2 = (m_1 + m_2) U = 2(m_1 + m_2) \sin^2 \frac{\beta}{2} \sqrt{gl}. \quad (4)$$

Коефіцієнт відновлення енергії системи при непружному ударі

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{(m_1 + m_2) U_1^2}{2}}{\frac{m_1 V_1^2}{2}} = \frac{(m_1 + m_2) \sin^2 \frac{\beta}{2}}{m_1 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}}. \quad (5)$$

### **Методика виконання роботи**

#### *Абсолютно пружний удар*

1. Зважити кулі на важільних терезах.
2. Притягнути електромагнітом праву кулю та відрахувати за круговою шкалою кут  $\alpha_0$ .
3. За допомогою вимикача розімкнути коло електромагніта, виміряти кути відхилення  $\alpha'$  і  $\beta$  правої та лівої куль після удару. Дослід повторити десять разів.

*Примітка.* Для полегшення спостережень у перших п'яти дослідів провести відлік лише  $\alpha'$ , а в других п'яти – лише  $\beta$ .

4. Виміряти довжину нитки, на якій підвішені кулі.
5. Розрахувати за допомогою рівнянь (1) та (2) імпульси системи до і після удару, порівняти їх. У межах похибки експерименту імпульс системи повинен залишатися незмінним.

6. Визначити за рівнянням (3) коефіцієнт відновлення енергії.

7. Похибку результатів визначити методом середнього значення.

#### *Непружний удар*

1. Виготовити за допомогою прес-форми дві кулі з пластилі-

ну. Прес-форма стискається гвинтами преса. Перед закладанням у прес-форму пластилін необхідно розігріти та розім'яти, а в прес-форму закласти металеву пластинку, яка потрібна для утримування кулі при вмиканні електромагніта.

2. Зважити кулі на важільних терезах.

3. Притягнути електромагнітом праву кулю та відлічити за круговою шкалою кут  $\alpha_0$ .

4. Розімкнути коло електромагніта з допомогою вимикача та виміряти кут відхилення  $\beta$  куль після удару. Дослід повторити десять разів.

*Примітка.* Виміряти кут відхилення правої кулі та додати до результату половину кутової відстані між центрами двох куль.

5. Виміряти довжину нитки, на якій підвішені кулі.

6. Обчислити за формулами (1) і (4) імпульси системи до та після удару. Порівняти їх.

7. Визначити за рівнянням (5) коефіцієнт відновлення енергії.

8. Похибку результатів обчислити методом середнього значення.

## КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

### М-1

1. Який з приладів вимірювання лінійних розмірів дає найбільшу точність?
2. Яким чином визначається довжина об'єкта з допомогою лінійного ноніуса?
3. Як знімається відлік показань мікрометра?
4. Для якої цілі призначений мікрометричний гвинт у мікрометрі?
5. Як визначається ціна поділки оптичної шкали аналітичних терезів?
6. Для яких цілей призначений аретуючий пристрій?
7. Як здійснюється точне наведення зорової труби катетометра на вибрану лінію вимірюваного об'єкта?
8. Як визначити соті частки міліметра при вимірюванні катетометром?
9. За якою формулою визначається точність лінійного ноніуса?

### М-2

1. Що розуміють під густиною речовини і від чого вона залежить?
2. Сформулюйте і запишіть закон Архімеда для рідин та газів. За рахунок чого виникає архімедівська виштовхувальна сила?
3. У чому суть методу даного експериментального визначення густини тіл? Ще які методи визначення густини твердих тіл ви знаєте?
4. Яке співвідношення між густиною та питомою вагою твердого тіла?
5. Як визначити об'єм тіла неправильної форми у випадку гідростатичного зважування?
6. Який вигляд має формула густини твердого тіла неправильної форми?
7. Як ви обчислите похибки вимірювань густини твердого тіла в даній роботі?
8. При зважуванні якої речовини (навіть з найвищою точністю) немає потреби брати до уваги виштовхувальну силу повітря?

9. Яким приладом вимірюється товщина твердого тіла правильної форми в даній роботі?

### М-3

1. В яких одиницях СІ вимірюється момент кількості руху?
2. Як виражається закон збереження моменту кількості руху?
3. Що являє собою балістичний маятник?
4. Як записується закон збереження енергії в момент максимального підйому маятника?
5. В які види енергії перетворюється кінетична енергія кулі?
6. Який вигляд має формула для періоду коливань маятника, з якої можна визначити момент інерції маятника з кулею?
7. Як визначається період  $T$  коливань маятника?
8. Яким методом визначається похибка швидкості польоту кулі?

### М-4

1. Чому дорівнює момент інерції матеріальної точки?
2. Чому дорівнює момент інерції твердого тіла відносно даної осі?
3. Запишіть формулу Штейнера.
4. В яких одиницях вимірюється момент інерції?
5. Що є мірою інерції при поступальному русі?
6. Що є мірою інерції при обертальному русі?
7. Записати формулу сили тертя в даній установці.
8. На що витрачається потенціальна енергія падаючого тягарця?
9. Як теоретично визначається момент інерції твердого тіла довільної форми?

### М-5

1. Яка величина визначається формулою  $\varepsilon = \Delta l / l$ ?
2. Яка формула є вираженням закону Гука?
3. Яка фізична величина називається модулем Юнга?
4. У яких одиницях СІ вимірюється модуль Юнга?
5. Поясніть будову і призначення мікрометричних гвинтів.
6. Як знімається відлік за шкалою катетометра?
7. Яким приладом вимірюється подовження дроту?
8. Яким методом доцільно знаходити похибку визначення модуля Юнга?

## М-6

1. Записати закон збереження імпульсу.
2. В яких одиницях вимірюється імпульс сили?
3. Що називається коефіцієнтом відновлення енергії при ударі?
4. Що називається ударом?
5. В яких випадках удар двох куль буде абсолютно пружним?
6. Як рухаються кулі після зіткнення при непружному ударі?
7. Який удар називається центральним прямим ударом?
8. Що називається лінією удару?
9. Який удар називається абсолютно пружним?



## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. *Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Курс физики: Учебное пособие для втузов. – М.: Высшая школа, 1989.
2. Загальна фізика. Лабораторний практикум: Навч. посібник / *В.М. Барановський, П.В. Бережний, І.Т. Горбачук та ін.* – К.: Вища школа, 1992.
3. *Зисман Г.А., Тодес О.М.* Курс общей физики. – М.: Наука, 1967. – Т. I.
4. *Иверонова В.И.* Физический практикум. Механика и молекулярная физика. – М.: Физматгиз, 1972.
5. Курс физики: Практикум / *И.Л. Бабич, Ю.Н. Грищенко, А.В. Мартынюк* и др. – К.: Вища школа, 1992.
6. *Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П.* Загальний курс фізики. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка: Навч. посібник для студентів вищих техн. і пед. закладів освіти. – К.: Техніка, 1999.
7. *Савельев И.В.* Курс общей физики. – М.: Наука, 1977.
8. *Трофимова Т.И.* Курс физики: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1990.
9. Физический энциклопедический словарь. – М.: Советская энциклопедия, 1984.
10. *Фриш С.Э., Тиморева А.В.* Курс общей физики. – Л.: ГИТТЛ, 1952. – Т. I.
11. *Яворский Б.И.* Курс физики. – М.: Высшая школа, 1965. – Т. I.

## ЗМІСТ

Вступ .....	3
1. Оцінка випадкової похибки при прямих вимірюваннях ..	7
2. Оцінка випадкової похибки при непрямих вимірюваннях	11
3. Обробка результатів вимірювань .....	14
4. Графічне оформлення робіт. Побудова поля похибок...	17
5. Користування довідковими таблицями .....	18
6. Лінійна інтерполяція .....	20
7. Приклади обчислення похибок та оформлення відповідей деяких конкретних лабораторних робіт .....	21
<i>Лабораторна робота М-1. Вимірювання лінійних розмірів і маси .....</i>	<i>26</i>
<i>Лабораторна робота М-2. Визначення густини твердого тіла .....</i>	<i>34</i>
<i>Лабораторна робота М-3. Визначення швидкості польоту кулі за допомогою балістичного маятника .....</i>	<i>38</i>
<i>Лабораторна робота М-4. Визначення моменту інерції тіла довільної форми .....</i>	<i>41</i>
<i>Лабораторна робота М-5. Визначення модуля пружності матеріалу за допомогою катетометра .....</i>	<i>45</i>
<i>Лабораторна робота М-6. Перевірка закону збереження імпульсу за допомогою удару куль .....</i>	<i>49</i>
Додаток .....	54
Рекомендована література .....	57

# **МЕХАНІКА-1**

## **Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу фізики**

**Під редакцією О.О. Мочалова, О.О. Таранчука**

Видавництво УДМТУ, 54002, м. Миколаїв, вул. Скороходова, 5  
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру  
видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції  
ДК № 1150 від 12.12.2002 р.

Редактор М.Д. Белікчі  
Комп'ютерна правка Ю.В. Зайцева, Т.М. Чередніченко  
Комп'ютерна верстка Т.М. Чередніченко  
Коректор Н.О. Шайкіна

---

Підписано до друку 22.04.03. Формат 60×84/16. Папір офсетний.  
Ум. друк. арк. 3,3. Обл.-вид. арк. 3,6. Тираж 600 прим. Вид. № 11. Зам. № 392.  
Ціна договірна.



## ВИДАВНИЦТВО УКРАЇНСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО МОРСЬКОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ



### *Шановні панове!*

Запрошуємо Вас ознайомитись з можливостями книжкового видавництва, висококваліфіковані спеціалісти якого забезпечать оперативне та якісне виконання замовлення будь-якого рівня складності.

Наш головний принцип – задовольнити потреби замовника у повному комплексі поліграфічних послуг, починаючи з розробки та підготовки оригіналу-макета, що виконується на базі IBM PC, і закінчуючи друком на офсетних машинах.

Крім цього, ми маємо повний комплекс післядрукарського обладнання, що дає можливість виконувати:

- ✓ аркушепідбір;
- ✓ брошурування на скобу, клей;
- ✓ порізку на гільйотинах;
- ✓ ламінування.

Видавництво також оснащено сучасним цифровим дублікатором фірми "Duplo" формату A3, що дає можливість тиражувати зі швидкістю до 130 копій за хвилину.

Для постійних клієнтів – гнучка система знижок.

Отже, якщо вам потрібно надрукувати **підручники, книги, брошури, журнали, каталоги, рекламні листівки, прайс-листи, бланки, візитні картки**, – ми до Ваших послуг.

---

© Український державний морський технічний університет

✉ Україна, 54002, м. Миколаїв, вул. Скороходова, 5,

видавництво УДМТУ

☎ 8(0512) 37-33-42; 39-81-46, 39-73-39, fax 8(0512) 39-73-26;

E-mail: publishing@usmtu.edu.ua