1. 다음 행렬의 특성방정식을 구하여라.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Sol)

행렬의 특성방정식 : $|A-\lambda I|=0$

$$A-\lambda I=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1-\lambda & 2 & 1 \\ 0 & 1-\lambda & 2 \\ -1 & 0 & 2-\lambda \end{bmatrix}$$

$$|A-\lambda I|=\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & 1 \\ 0 & 1-\lambda & 2 \\ -1 & 0 & 2-\lambda \end{vmatrix}=0$$

$-x^3+4x^2-7=0$

답 : $x^3-4x^2+7=0$

2. 행렬 $A=\begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 1 & 9 & 1 \\ 1 & 1 & 9 \end{pmatrix}$의 고유값과 고유벡터를 구하여라.

Sol)

$$\begin{vmatrix} 9-\lambda & 1 & 1 \\ 1 & 9-\lambda & 1 \\ 1 & 1 & 9-\lambda \end{vmatrix}=-(\lambda-11)(\lambda-8)^2=0$$

$\lambda=11,8$

if $\lambda=11$

고유벡터 $=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

if $\lambda=8$

고유벡터 $=\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

답 : 고윳값 $=11,8$

고유벡터 $=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$